

دوال كثيرات الحدود



قدرات

س + ص = ٣ ، س - ص = ١ فما قيمة (س - ص)؟

أ/ ١٥ ب/ ٢٠ ج/ ١٢ د/ ١٣



المفردات:

كثيرة حدود بمتغير واحد
polynomial in one variable

المعامل الرئيس
leading coefficient

دالة كثيرة الحدود
polynomial function

دالة القوة
power function

سلوك طرفي التمثيل
البياني
end behavior

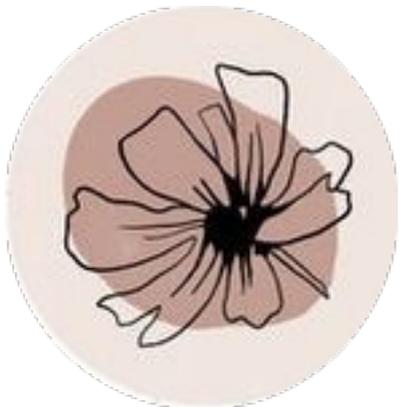
صفر الدالة
zero of a function

فيما سبق:

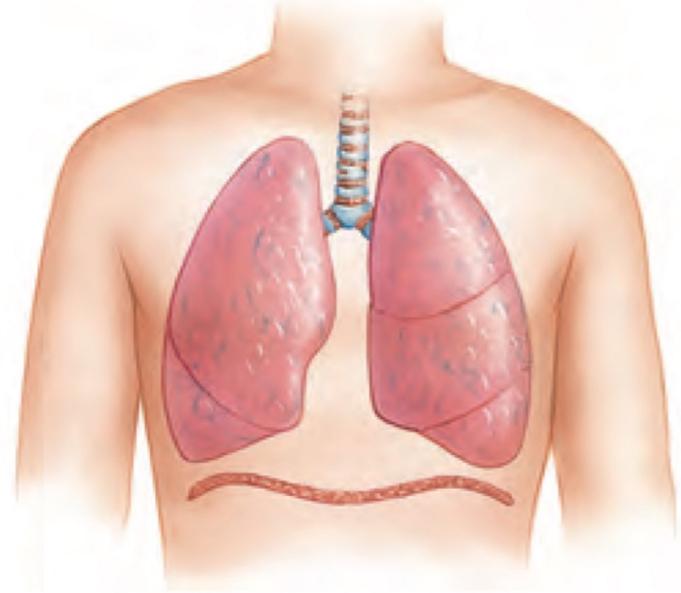
درست تحليل التمثيل
البياني للدوال التربيعية.
(مهارة سابقة)

والآن:

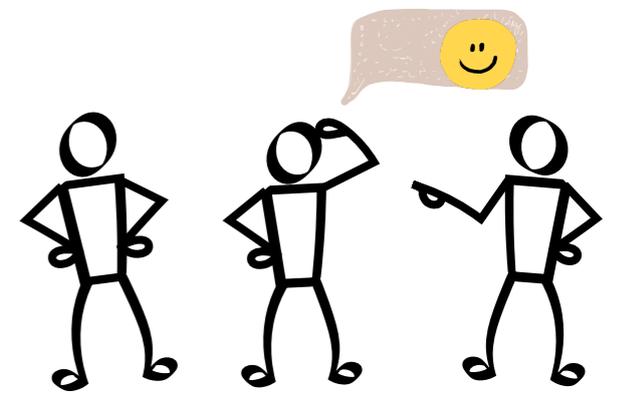
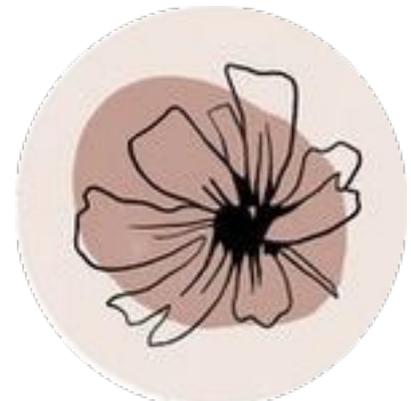
- أجد قيم دوال كثيرات الحدود.
- أتعرف الأشكال العامة للتمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود، وأحدد عدد أصفارها الحقيقية.



لماذا؟



يمكن تمثيل حجم الهواء في رئتي الإنسان خلال دورة تنفس مدتها t ثانية بالدالة: $v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$ ، حيث v الحجم باللترات، t الزمن بالثواني. وهذه الدالة مثال على دالة كثيرة حدود.



كثيرة الحدود بممتغير واحد : هي عبارة جبرية على الصورة :

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

حيث $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ أعداد حقيقية $a_n \neq 0$, n عدد صحيح غير سالب

وتكون كثيرة الحدود مكتوبة بالصيغة القياسية إذا كانت أس المتغير في حدودها مرتبة ترتيباً تنازلياً ودرجة كثيرة الحدود هي أس المتغير ذي أكبر أس فيها

المعامل الرئيسي : هو معامل الحد الأول في كثيرة الحدود المكتوبة بالصيغة القياسية

كثيرة الحدود	مثال	الدرجة	المعامل الرئيسي
الثابتة	12	0	12
الخطية	$4x - 9$	1	4
التربيعية	$5x^2 - 6x - 9$	2	5
التكعيبية	$8x^3 + 12x^2 - 3x + 1$	3	8
الصيغة العامة	$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$	n	a_n



مثال

درجة كثيرة الحدود ومعاملها الرئيس

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد، فاذكر السبب:

$$12x^2 - 3xy + 8x \quad (\text{b})$$

$$8x^5 - 4x^3 + 2x^2 - x - 3 \quad (\text{a})$$

$$3x^4 + 6x^3 - 4x^8 + 2x \quad (\text{c})$$



تحقق من فهمك

$$5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14 \quad \text{(1B)}$$

$$5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x} \quad \text{(1A)}$$



دالة كثيرة الحدود:

هي دالة متصلة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة حدود في متغير واحد .

مثال: $f(x) = 3x^3 - 4x + 6$ دالة كثيرة حدود تكعيبية

دوال القوى:

تكتب أبسط دوال كثيرات الحدود على صورة $f(x) = ax^b$

حيث a عدد حقيقي، b عدد صحيح غير سالب

إذا علمت عنصرا في مجال دالة كثيرة حدود ، تستطيع معرفة القيمة المقابلة له في المدى



إيجاد قيمة دالة كثيرة حدود

مثال

التنفس: ارجع إلى الفقرة في بداية الدرس، وأوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها ثانيتان.



تحقق من فهمك

(2) **تنفس:** أوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها 4 ثوانٍ.



قيمة دالة كثيرة الحدود عند متغير

مثال

إذا كانت $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ، فأوجد: $f(3c - 4) - 5f(c)$.



تحقق من فهمك

(3A) إذا كانت $g(x) = x^2 - 5x + 8$ ، فأوجد $g(5a - 2) + 3g(2a)$.



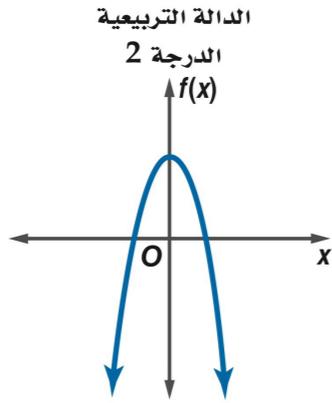
تحقق من فهمك

(3B) إذا كانت $h(x) = 2x^2 + 5x + 3$ ، فأوجد $h(-4d + 3) - 0.5h(d)$.

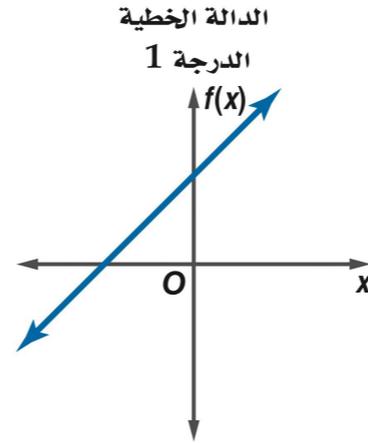


التمثيل البياني لدوال كثيرة الحدود

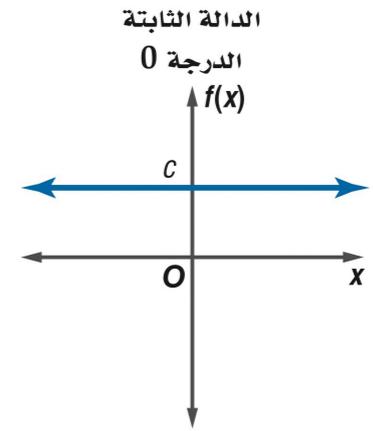
الدالة التربيعية



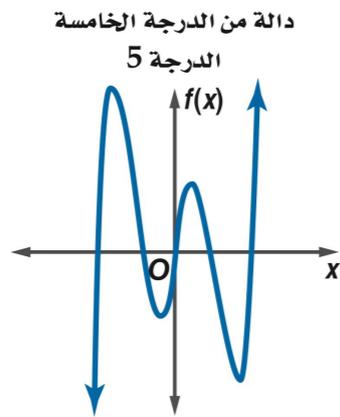
الدالة الخطية



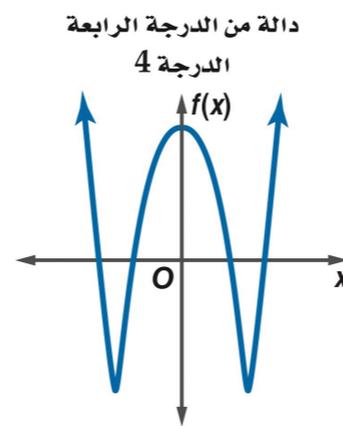
الدالة الثابتة



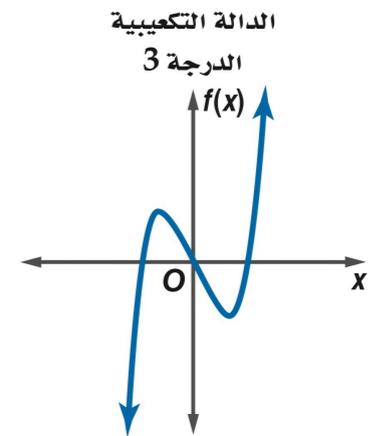
الدالة من الدرجة 5



الدالة من الدرجة 4

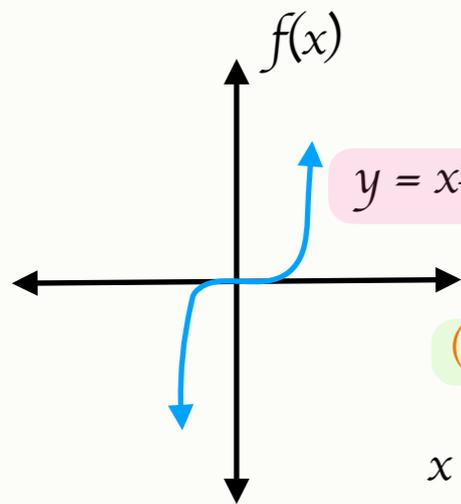


الدالة التكعيبية



سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود

دالة فردية



$$y = x^3$$

المعامل الرئيسي : موجب

\mathbb{R}

المجال :

\mathbb{R}

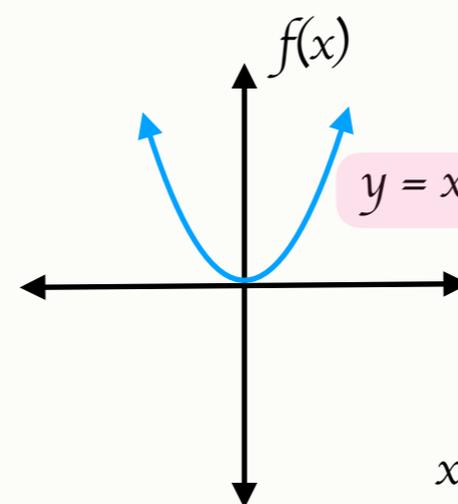
المدى :

سلوك طرفي الدالة : (في اتجاهين مختلفين)

$$\text{عندما } x \rightarrow -\infty \text{ فإن } f(x) \rightarrow -\infty$$

$$\text{عندما } x \rightarrow +\infty \text{ فإن } f(x) \rightarrow +\infty$$

دالة زوجية



$$y = x^2$$

المعامل الرئيسي : موجب

\mathbb{R}

المجال :

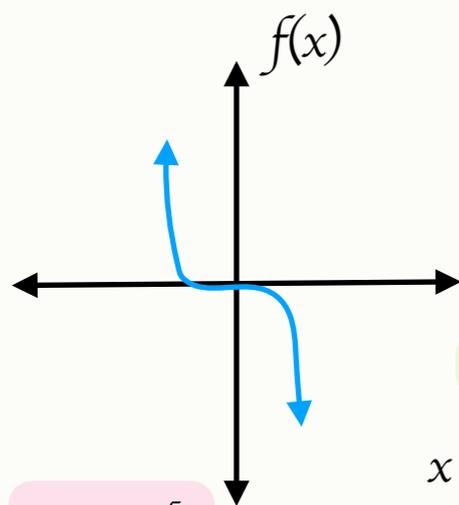
$$f(x) \geq 0$$

المدى :

سلوك طرفي الدالة : (في الاتجاه نفسه)

$$\text{عندما } x \rightarrow -\infty \text{ فإن } f(x) \rightarrow +\infty$$

$$\text{عندما } x \rightarrow +\infty \text{ فإن } f(x) \rightarrow +\infty$$



$$y = -x^5$$

المعامل الرئيسي : سالب

\mathbb{R}

المجال :

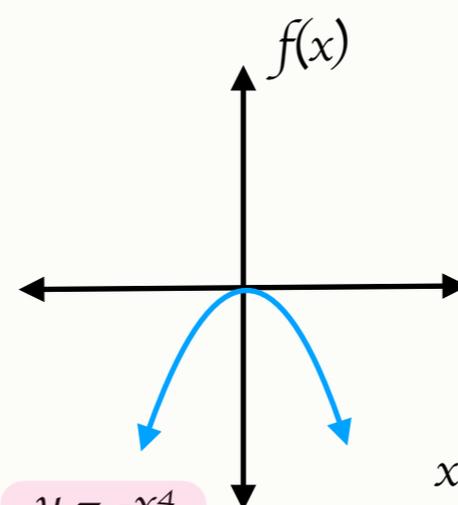
\mathbb{R}

المدى :

سلوك طرفي الدالة : (في اتجاهين مختلفين)

$$\text{عندما } x \rightarrow -\infty \text{ فإن } f(x) \rightarrow +\infty$$

$$\text{عندما } x \rightarrow +\infty \text{ فإن } f(x) \rightarrow -\infty$$



$$y = -x^4$$

المعامل الرئيسي : سالب

\mathbb{R}

المجال :

$$f(x) \leq 0$$

المدى :

سلوك طرفي الدالة : (في الاتجاه نفسه)

$$\text{عندما } x \rightarrow -\infty \text{ فإن } f(x) \rightarrow -\infty$$

$$\text{عندما } x \rightarrow +\infty \text{ فإن } f(x) \rightarrow -\infty$$

الرمزان $+\infty$, $-\infty$

نعبر عن التزايد

غير المحدود لقيم

المتغير x ، باستعمال

الرمز $+\infty$ ويُقرأ

ما لا نهاية ويُكتب

$x \rightarrow +\infty$

كما نعبر عن التناقص

غير المحدود لقيم

المتغير x ، باستعمال

الرمز $-\infty$ ويُقرأ

سالب ما لا نهاية ويُكتب

$x \rightarrow -\infty$

صفر الدالة هو الإحداثي x لنقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة مع المحور x ،

أضف إلى

مطوبتك

أصفار الدوال الفردية الدرجة والزوجية الدرجة

مفهوم أساسي

يكون للدوال الفردية الدرجة عدد فردي من الأصفار المنتمة لمجموعة الأعداد الحقيقية، ويكون للدوال الزوجية الدرجة عدد زوجي من الأصفار أو لا يكون لها أصفار تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية.

إرشادات للدراسة

الصفر المكرر

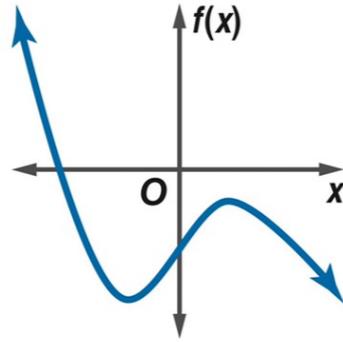
عندما يمس التمثيل

البياني المحور x ، يكون

للدالة صفران متساويان

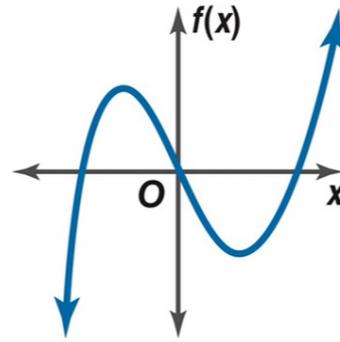
(صفر مكرر).

كثيرون حدود فردية الدرجة



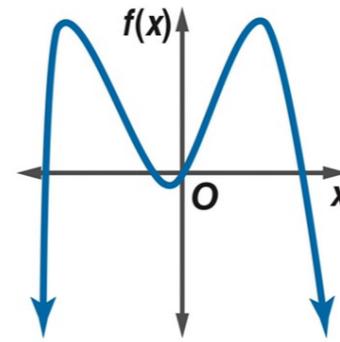
لها صفر واحد حقيقي

كثيرون حدود زوجية الدرجة

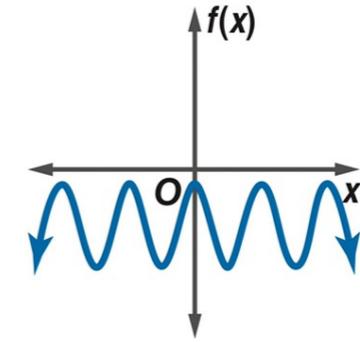


لها 3 أصفار حقيقية

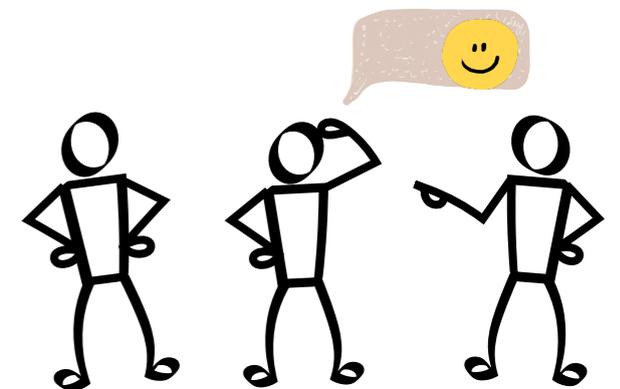
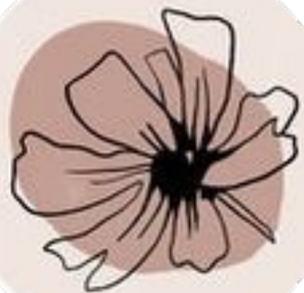
كثيرون حدود زوجية الدرجة



لها 4 أصفار حقيقية

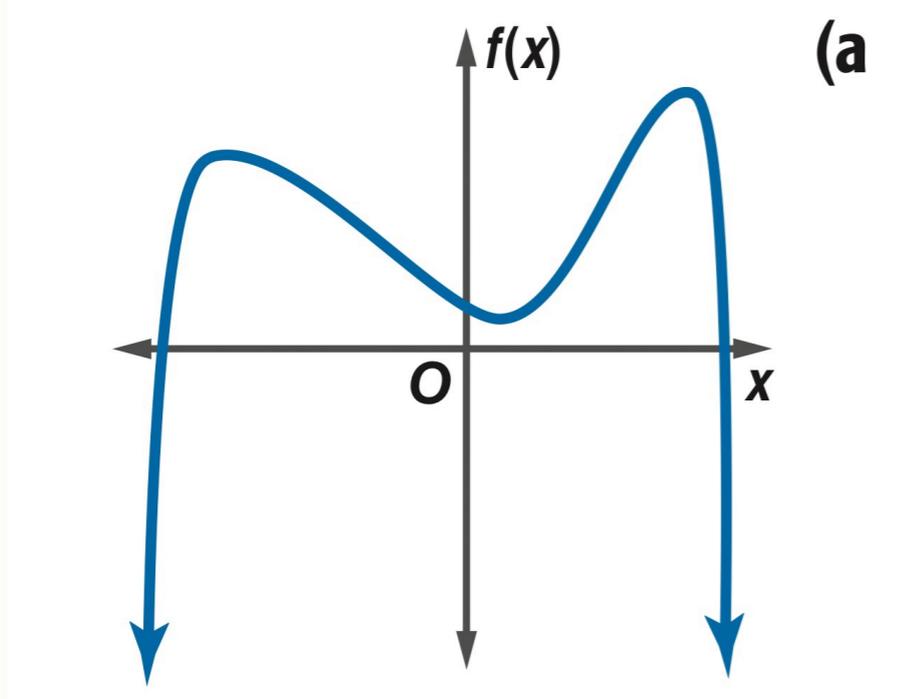


ليس لها أصفار حقيقية



وصف دالة كثيرة الحدود من تمثيلها البياني

مثال

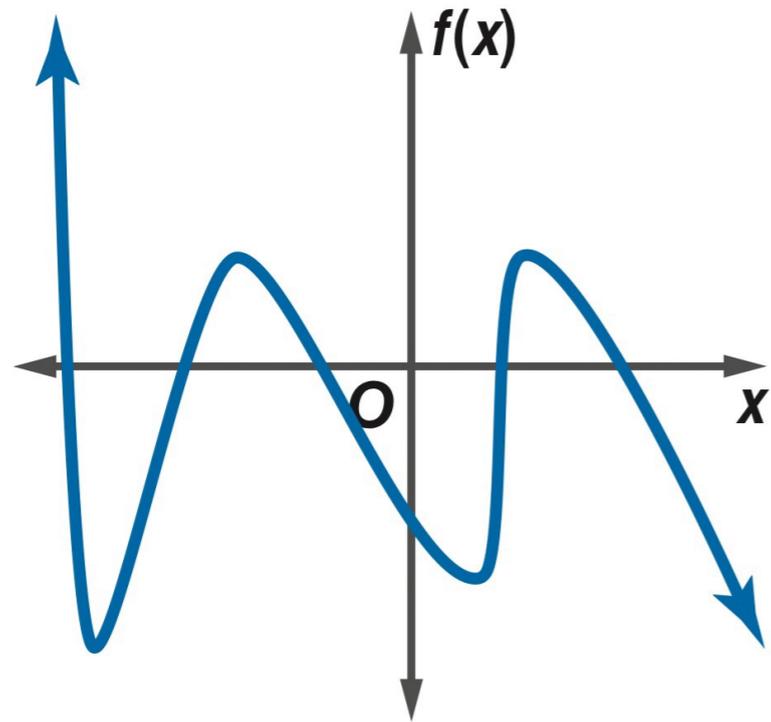


- أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :
- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
 - حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
 - اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



وصف دالة كثيرة الحدود من تمثيلها البياني

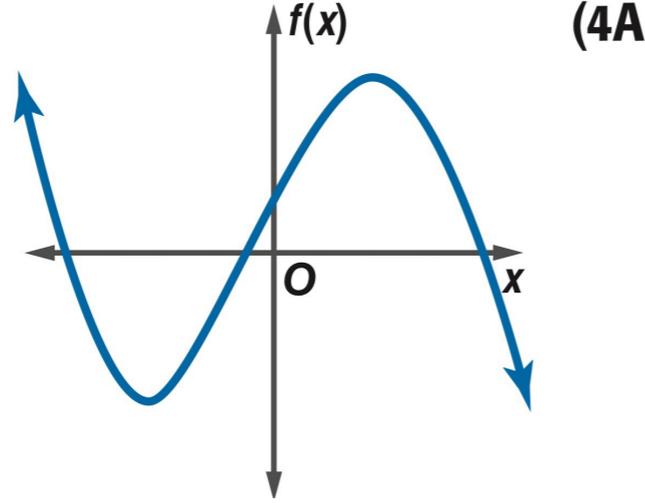
مثال



- أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :
- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
 - حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
 - اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



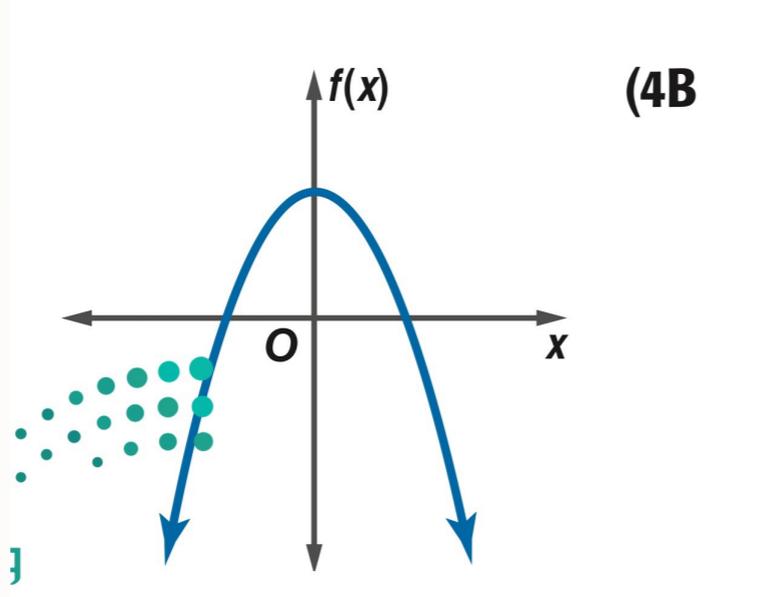
تحقق من فهمك



- أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :
- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
 - حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
 - اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



تحقق من فهمك



- أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :
- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
 - حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
 - اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



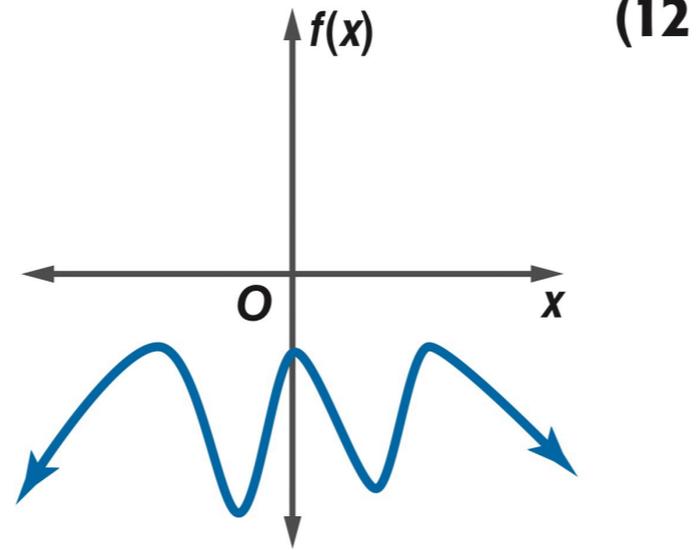
تأكد

إذا كانت $c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$, $d(x) = 3x^2 + 6x - 10$ فأوجد

$$-4[d(3z)] \quad (8)$$



تأكد

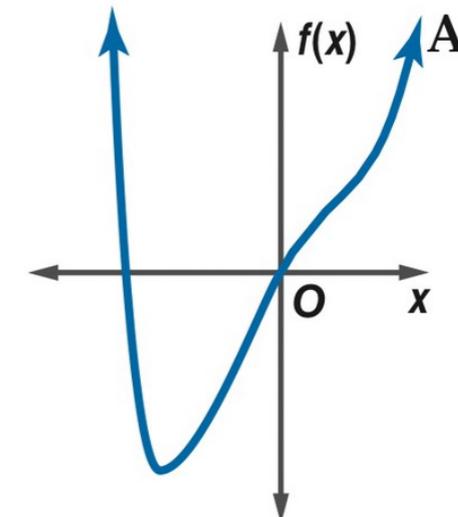
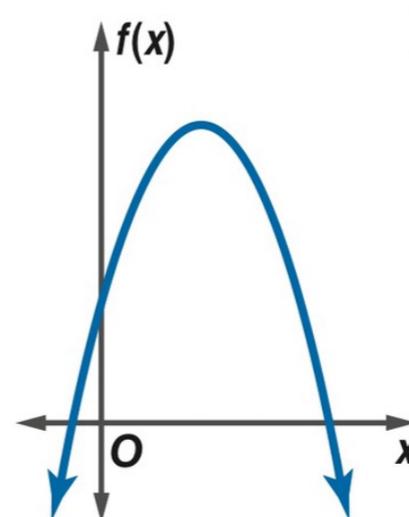
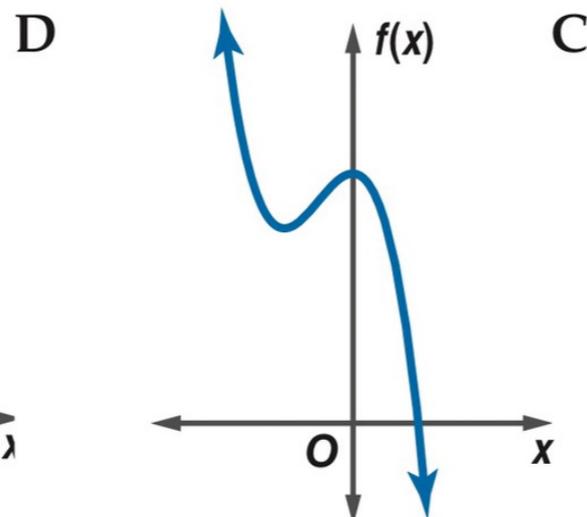
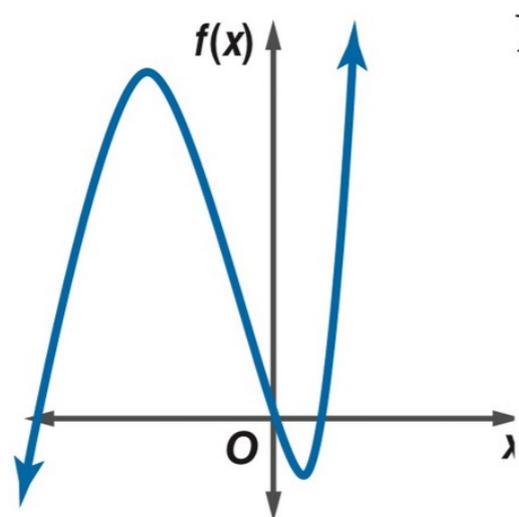


- أجب عن الأسئلة الآتية
- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
 - حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
 - اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



تدرب

حدّد التمثيل البياني المناسب لكل دالة في الأسئلة (39–42) مستعملًا درجة كثيرة الحدود وسلوك طرفي التمثيل البياني لها.



$$f(x) = -2x^2 + 8x + 5 \quad (40)$$

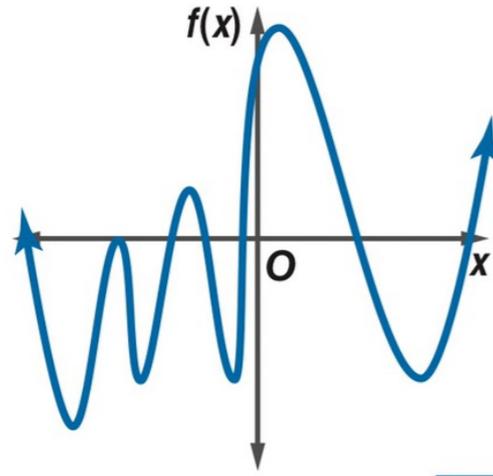
$$f(x) = -4x^3 - 4x^2 + 8 \quad (42)$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x \quad (39)$$

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + 6x \quad (41)$$



مسائل مهارات التفكير العليا



(52) **اكتشف الخطأ:** حدّد كل من ماجد وبدر عدد أصفار التمثيل البياني المجاور. فأيُّهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

بدر

يوجد 7 أصفار؛ لأن التمثيل
البياني يقطع المحور x سبع
مرات.

ماجد

يوجد 8 أصفار؛ لأن التمثيل
البياني يقطع المحور x 7 مرات،
وأحد الجذور مكرّر مرتين.



تحصيلي

أيّ كثيرات الحدود التالية درجته 3 ؟

$x^3 + x^2 - 4x^4$ (A)

$-2x^2 - 3x + 4$ (B)

$x^2 + x + 12^3$ (C)

$1 + x + x^3$ (D)

