

دوال كثيرات الحدود

اليوم :

التاريخ :

الحصة :

الاستراتيجية :

فيما سبق :

فكرة الدرس :

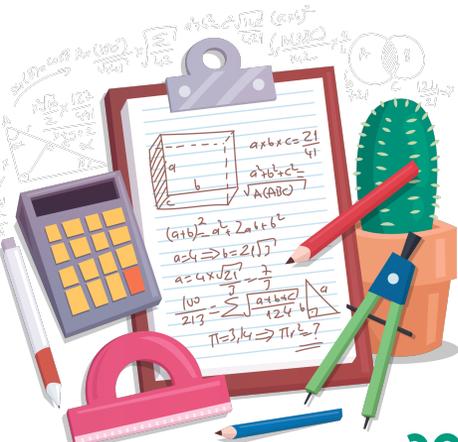
المفردات :

درستُ تحليل التمثيل البياني للدوال التربيعية .

- أجد قيم دوال كثيرات الحدود .
- أتعرف الأشكال العامة للتمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود , وأحدد عدد أصفارها الحقيقية .

- كثيرة حدود بمتغير واحد .
- المعامل الرئيسي .
- دالة كثيرة الحدود.
- دالة القوة .
- سلوك طرفي التمثيل البياني .
- صفر الدالة .

إعداد : نورة الحربي ، روية السلمي .





يمكن تمثيل حجم الهواء في رئتي الإنسان خلال دورة تنفس مدتها t ثانية بالدالة: $v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$ ، حيث v الحجم باللترات، t الزمن بالثواني. وهذه الدالة مثال على دالة كثيرة حدود.

مما تتكون دورة التنفس؟

باستعمال القانون، ما قيمة $v(1)$ ؟

ما أكبر قيمة لـ t تجعل النموذج معقولاً؟

كثيرة الحدود بمتغير واحد : هي عبارة جبرية على الصورة : $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

حيث $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ أعداد حقيقية , $a_n \neq 0$, n عدد صحيح غير سالب

وتكون كثيرة الحدود مكتوبة بالصيغة القياسية إذا كانت أسس المتغير في حدودها مرتبة ترتيباً تنازلياً ودرجة كثيرة الحدود هي أس المتغير ذي أكبر أس فيها .

المعامل الرئيسي : هو معامل الحد الأول في كثيرة الحدود المكتوبة بالصيغة القياسية .

المعامل الرئيسي	الدرجة	مثال	كثيرة الحدود
12	0	12	الثابتة
4	1	$4x - 9$	الخطية
5	2	$5x^2 - 6x - 9$	التربيعية
8	3	$8x^3 + 12x^2 - 3x + 1$	التكعيبية
a_n	n	$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$	الصيغة العامة

مثال : درجة كثيرة الحدود ومعاملها الرئيس

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيا يأتي ، واذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد ، فاذكر السبب :

$$(a) \quad 8x^5 - 4x^3 + 2x^2 - x - 3$$

هذه كثيرة حدود بمتغير واحد ، واكبر اس للمتغير فيها 5 ، لذا درجتها 5 ، والمعامل الرئيس 8 .

$$(b) \quad 12x^2 - 3xy + 8x$$

هذه ليست كثيرة حدود بمتغير واحد ، فهناك متغيران هما x, y

$$(c) \quad 3x^4 + 6x^3 - 4x^8 + 2x$$

هذه كثيرة حدود بمتغير واحد ، واكبر اس للمتغير فيها 8 ، والمعامل الرئيس 4 - .

تحقق من فهمك:

$$5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x} \quad (1A)$$

$$5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14 \quad (1B)$$

$$8x^4 - 2x^3 - x^6 + 3 \quad (1C)$$



تطوير - إنتاج - توثيق

دالة كثيرة الحدود : هي دالة متصلة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة حدود في متغير واحد .

مثل : $f(x) = 3x^3 - 4x + 6$ دالة كثيرة حدود تكعيبية .

دوال القوى : تكتب أبسط دوال كثيرات الحدود على الصورة $f(x) = ax^b$ حيث a عدد حقيقي , b عدد صحيح غير سالب .

إذا علمت عنصرًا في مجال دالة كثيرة حدود , تستطيع معرفة القيمة المقابلة له في المدى .

مثال : إيجاد قيمة دالة كثيرة حدود

التنفس : ارجع الى الفقرة في بداية الدرس , واوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها ثانيتان .

بتعويض العدد 2 في الدالة نجد $v(2)$, وهو حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها ثانيتين .

$$V(t) = - 0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173 t$$

$$V(2) = - 0.037(2)^3 + 0.152(2)^2 + 0.173 (2)$$

$$= - 0.296 + 0.608 + 0.346$$

$$= 0.658 L$$



تصل سعة الرئة لدى
الشخص البالغ السليم إلى
6 لترات تقريبًا.

2) تنفس : اوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها 4 ثوان .



يمكنك إيجاد قيم الدوال عند متغيرات وعبارات جبرية .

مثال : إيجاد قيم الدالة عند متغيرات

إذا كانت $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ، فأوجد : $f(3c - 4)$.

لايجاد قيمة $f(3c - 4)$ ، عوض $3c - 4$ بدلا من x في الدالة $f(x)$.

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$F(3c - 4) = (3c - 4)^2 + 2(3c - 4) - 3$$

$$c^2 - 24c + 16 + 6c - 8 - 39 =$$

$$= 9c^2 - 18c + 5$$

لايجاد قيمة $5f(c)$ ، عوض بدلا من x في الدالة $f(x)$ ، واضرب الناتج في العدد 5 .

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$5f(c) = 5(c^2 + 2c - 3)$$

$$= 5c^2 + 10c - 15$$

$$f(3c - 4) - 5f(c) = 9c^2 - 18c + 5 - (5c^2 + 10c - 15)$$

$$= 9c^2 - 18c + 5 - 5c^2 - 10c + 15$$

$$= 4c^2 - 28c + 20$$

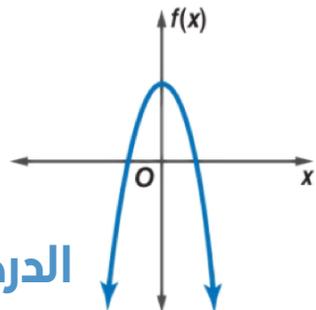
3B) إذا كانت $h(x) = 2x^2 + 5x + 3$ ، فأوجد $h(-4d+3) - 0.5h(d)$

3A) إذا كانت $g(x) = x^2 - 5x + 8$ ، فأوجد $g(5a - 2) + 3g(2a)$



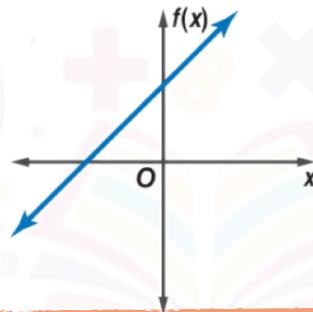
إن التمثيل البياني لدالة كثيرة حدود يظهر أكبر عدد من المرات التي قد يقطع فيها هذا التمثيل المحور x ، وهذا العدد يمثل درجة كثيرة الحدود .

الدالة التربيعية



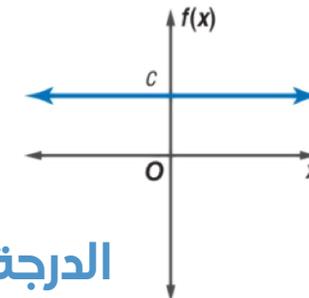
الدرجة 2

الدالة الخطية



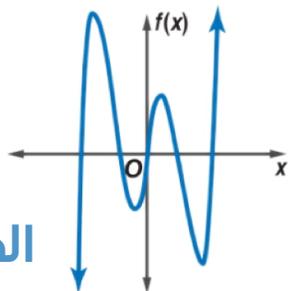
الدرجة 1

الدالة الثابتة



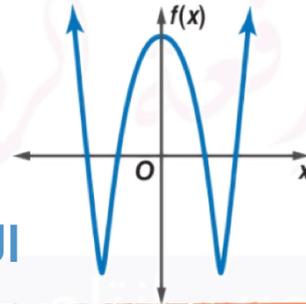
الدرجة 0

الدالة من الدرجة 5



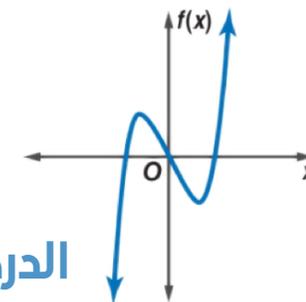
الدرجة 5

الدالة من الدرجة 4



الدرجة 4

الدالة التكعيبية



الدرجة 3

ملاحظات:

قراءة الرياضيات

الرمزان $+\infty$, $-\infty$

نعبر عن التزايد
غير المحدود لقيم
المتغير x ، باستعمال
الرمز $+\infty$ ويُقرأ
ما لا نهاية ويُكتب
 $x \rightarrow +\infty$
كما نعبر عن التناقص
غير المحدود لقيم
المتغير x ، باستعمال
الرمز $-\infty$ ويُقرأ
سالب ما لا نهاية ويُكتب
 $x \rightarrow -\infty$.

إرشادات للدراسة

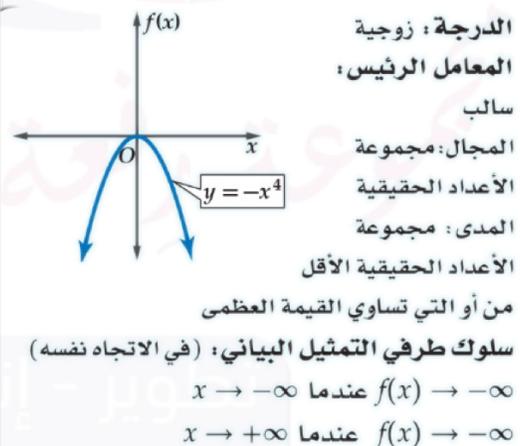
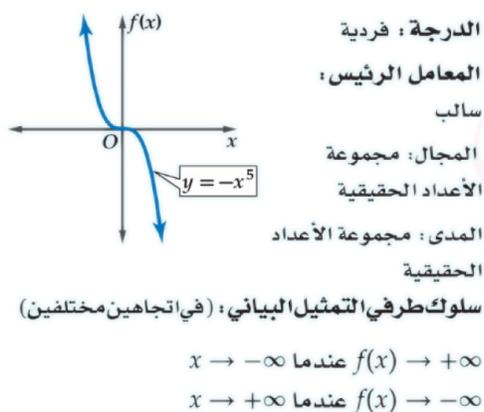
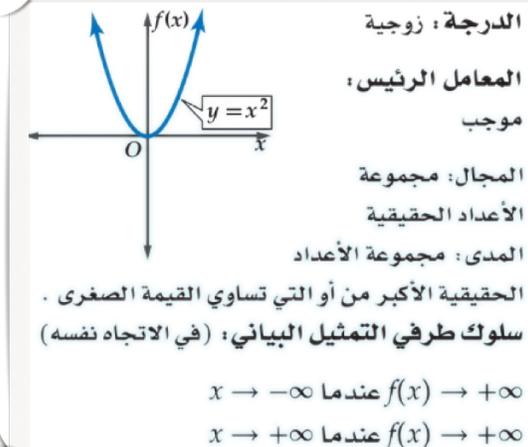
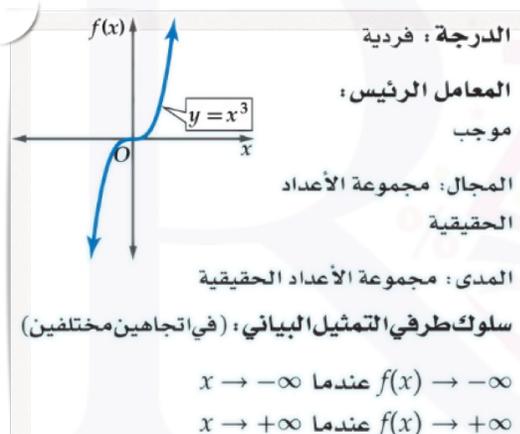
سلوك طرفي التمثيل

البياني

المعامل الرئيسي ودرجة
كثيرة الحدود هما
العاملان الوحيدان في
تحديد سلوك طرفي
التمثيل البياني.

مجال دالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية ويُحدد سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة $f(x)$ عندما تقترب x من المالانهاية $(x \rightarrow +\infty)$ ، أو سالب المالانهاية $(x \rightarrow -\infty)$ بكل من: درجة دالة كثيرة الحدود والمعامل الرئيس لها.

سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة حدود



ملاحظات:

إرشادات للدراسة

الضفر المكرر

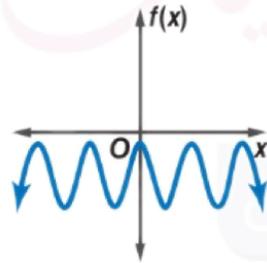
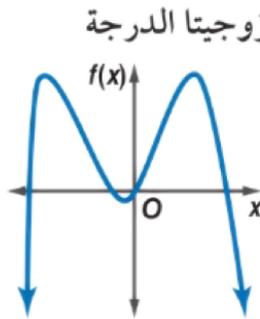
عندما يمس التمثيل
البياني المحور x ، يكون
للدالة صفران متساويان
(ضفر مكرر).

صفر الدالة هو الإحداثي x لنقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة مع المحور x ، لذا فإنه يمكن تحديد عدد الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية لمعادلة كثيرة الحدود من التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود المرتبطة بها. تذكر أن مقاطع x تحدد هذه الأصفار؛ ولذا فإن عدد مرات تقاطع التمثيل البياني مع محور x يساوي عدد هذه الأصفار.

أصفار الدوال الفردية والزوجية الدرجة

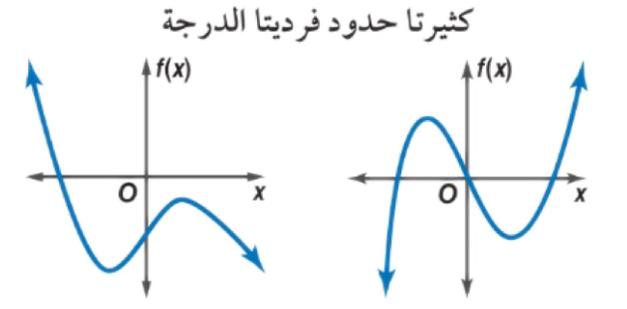
الزوجية الدرجة

يكون للدوال الزوجية الدرجة عدد زوجي من الأصفار أو لا يكون لها أصفار تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية.



الفردية الدرجة

يكون للدوال الفردية الدرجة عدد فردي من الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية.

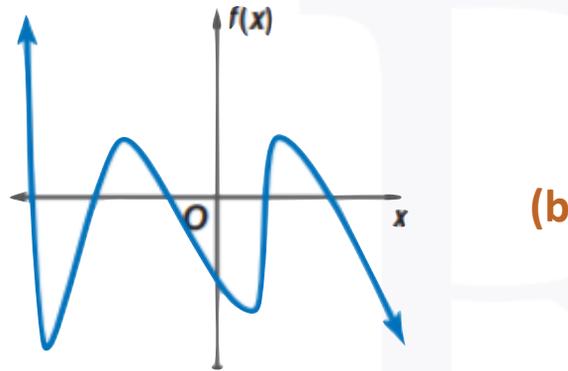


تطوير - إنتاج - توثيق

مثال : التمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود

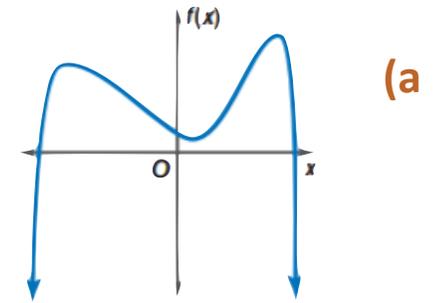
اجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

- ❖ صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
- ❖ حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية .
- ❖ اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة .



$$\begin{aligned} X \longrightarrow -\infty & \text{ عندما } F(x) \longrightarrow +\infty \\ X \longrightarrow +\infty & \text{ عندما } F(x) \longrightarrow -\infty \end{aligned}$$

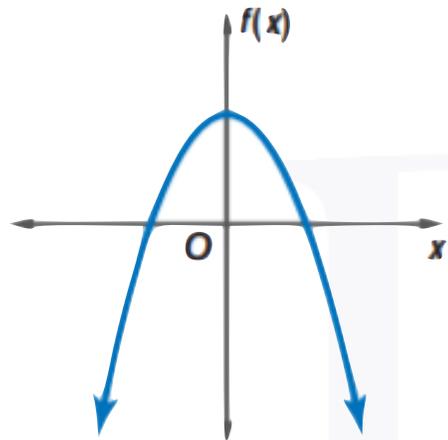
بما ان سلوك طرفي التمثيل البياني في اتجاهين مختلفين ، فالدالة فردية الدرجة ، وبما ان التمثيل البياني للدالة يقطع المحور x في 5 نقاط ، لذا فللدالة 5 اصفار حقيقية .



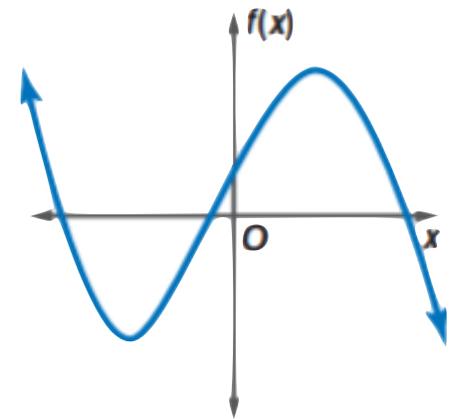
$$X \longrightarrow -\infty \text{ عندما } F(x) \longrightarrow -\infty$$

$$X \longrightarrow +\infty \text{ عندما } F(x) \longrightarrow -\infty$$

بما ان سلوك طرفي التمثيل البياني في الاتجاه نفسه ، فالدالة زوجية الدرجة ، وبما ان التمثيل البياني للدالة يقطع المحور x في نقطتين ، لذا فللدالة صفران حقيقيان .



(4B)



(4A)

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد فاذكر السبب:

$$-10x^7 - 5x^3 + 4x - 22 \quad (2)$$

$$11x^6 - 5x^5 + 4x^2 \quad (1)$$

$$8x^5 - 3x^2 + 4xy - 5 \quad (4)$$

$$14x^4 - 9x^3 + 3x - 4y \quad (3)$$

أوجد $w(5), w(-4)$ لكل من الدالتين الآتيتين:

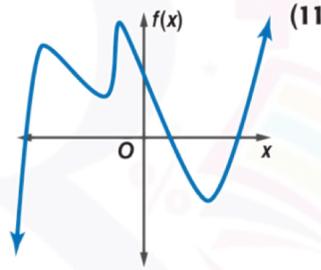
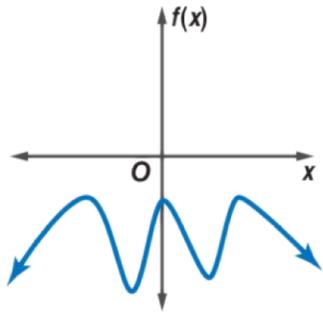
$$w(x) = -2x^3 + 3x - 12 \quad (5)$$

أجب عن الفروع a - c لكل من التمثيلين البيانيين أدناه:

(a) صف سلوك طرفي التمثيل البياني.

(b) حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.

(c) اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد فاذكر السبب:

$$3a^7 - 4a^4 + \frac{3}{a} \quad (14)$$

أوجد $p(3)$, $p(-6)$ لكل دالة ممّا يأتي:

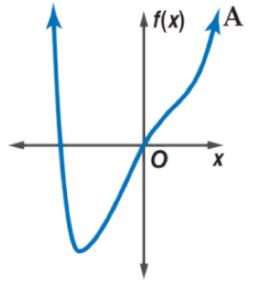
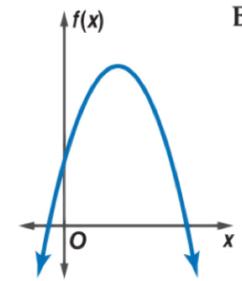
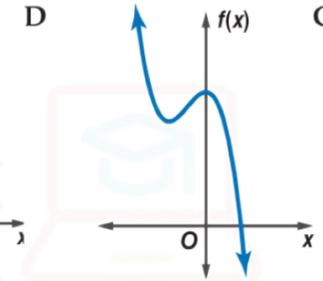
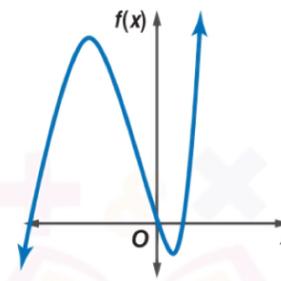
$$p(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x + 24 \quad (22)$$

$$(5 - 2y)(4 + 3y) \quad (18)$$

إذا كانت $c(x) = x^3 - 2x$, $d(x) = 4x^2 - 6x + 8$ فأوجد كلاً مما يأتي:

(43) $3c(a - 4) + 3d(a + 5)$

حدّد التمثيل البياني المناسب لكل دالة في الأسئلة (39-42) مستعملًا درجة كثيرة الحدود وسلوك طرفي التمثيل البياني لها.



(40) $f(x) = -2x^2 + 8x + 5$

(42) $f(x) = -4x^3 - 4x^2 + 8$

(39) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x$

(41) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 6x$

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

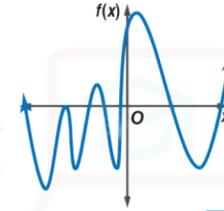
(57) إذا كان $i = \sqrt{-1}$ ، فإن $5i(7i)$ يساوي :

- 70 **A**
35 **B**
-35 **C**
-70 **D**

تدريب على اختبار

(56) ما باقي قسمة: $x^3 - 7x + 5$ على $x + 3$ ؟

- 11 **A**
1 **B**
-1 **C**
11 **D**

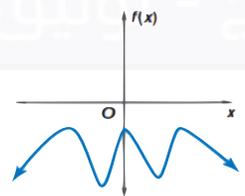


(52) **اكتشف الخطأ:** حدّد كل من ماجد و بدر عدد أصفار التمثيل البياني المجاور. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

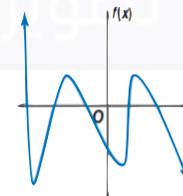
بدر
يوجد 7 أصفار، لأن التمثيل
البياني يقطع المحور x سبع
مرات.

ماجد
يوجد 8 أصفار، لأن التمثيل
البياني يقطع المحور x 7 مرات،
وأحد الجذور مكرر مرتين.

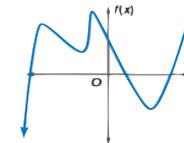
○ التمثيل البياني للدالة التي لها 4 اصفار حقيقية هو ...



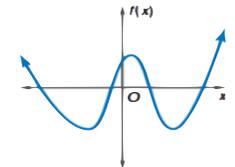
(D)



(C)



(B)



(A)

الواجب: