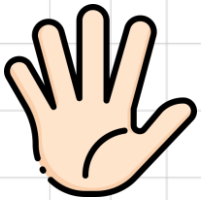
حل معادلات كثيرات الحدود
Solving Polynomial Equations

معلمة المادة / تغريد مسعود باجنيد

القوانين الصفية

إستمعي جيداً
لنصائح المعلمة



إرفعي يدك عند
المشاركة

حافظي على الممتلكات
ونظافة فصلك

إعملي مع زميلاتك
كفريق

حل الواجبات وإرسالها
في الوقت المحدد

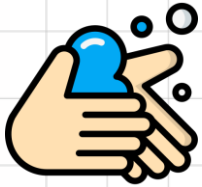
الالتزام بالوقت

الاستعداد الجيد وإبذلي
قصار جهدك

كن صبوراً؛ الدروس التي تتعلمها اليوم تفيدك غداً

الالتزام بارتداء الكمامة

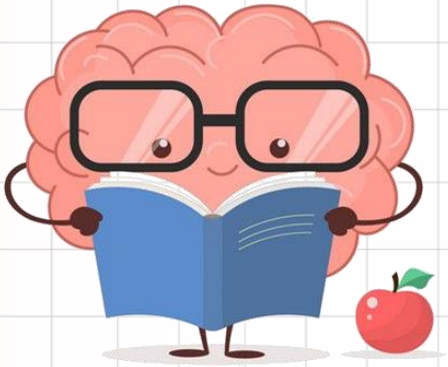
المحافظة على المسافة الأمنة



غسل اليدين وتعقيمها

تجنب المصافحة

الأفكار الرئيسية



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

1. أحلل كثيرات الحدود.

2. أحل معادلات كثيرات الحدود بالتحليل إلى عوامل.

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

الأهداف التي سيكتسبها الطالب في الدرس

- أن يحلل الطالب كثيرات الحدود.
- أن يحل الطالب معادلات كثيرات الحدود بالتحليل إلى العوامل.
- أن يوجد الطالب حلول تقريبية لمتباينة كثيرة الحدود باستخدام الحاسبة البيانية.

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

فيما سبق:

درست حل معادلات تربيعية بالتحليل إلى العوامل.

والآن:

- ✓ أحلل كثيرات الحدود.
- ✓ أحل معادلات كثيرات الحدود بالتحليل إلى العوامل.

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

المفردات

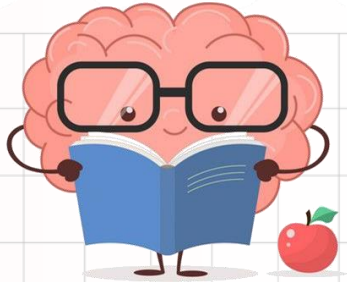
كثيرة حدود أولية

الصورة التربيعية

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

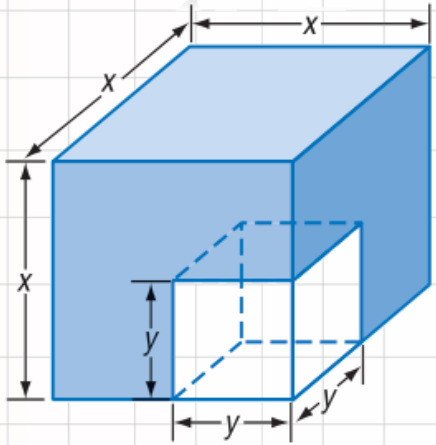
التاريخ:



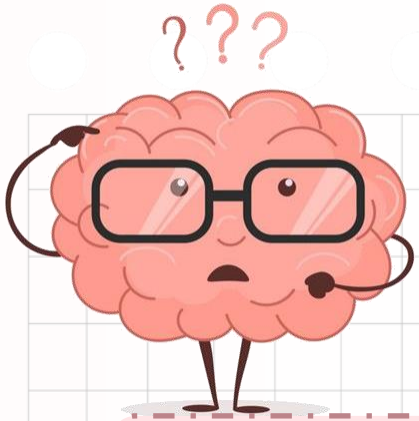
مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟



قُطع مكعب صغير من آخر كبير كما في الشكل المجاور، وأُعطي حجم الجزء المتبقي والعلاقة بين بعدي المكعبين، والمطلوب إيجاد أبعاد المكعبين الصغير والكبير. لاحظ أنه يمكن إيجادها بتحليل كثيرة الحدود التكعيبية x^3-y^3.



الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

ما قانون حجم المكعب؟

ما حجم المكعب الكبير في الشكل إذا كان $x = 5in$ ؟

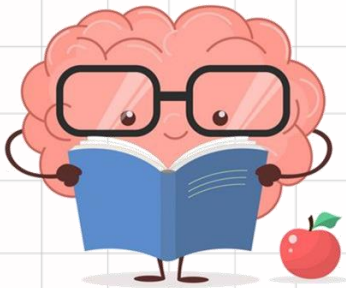
ما الفرق بين حجمي المكعبين إذا كان $x - 5in, y = 2in$ ؟

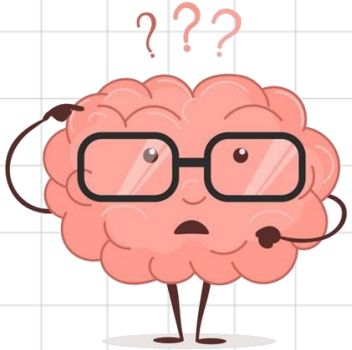
الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

جدول التعلم





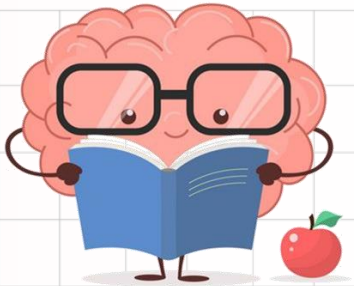
ماذا اعرف؟!	ما أريد أن أعرف؟!	ماذا تعلمت اليوم؟!

المفردات الجديدة:

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

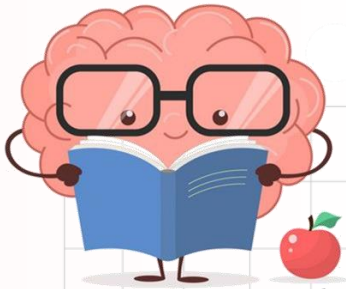


مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

سنتعرف في هذا الدرس على:

- مجموع مكعبين والفرق بينهما
- التحليل بتجميع الحدود
- التحليل باستعمال الفرق بين مربعين ومجموع مكعبين والفرق بين مكعبين
- حل معادلات كثيرات الحدود بالتحليل
- كتابة عبارة بالصورة التربيعية
- حل معادلات كثيرات الحدود باستعمال الصورة التربيعية



تحليل كثيرات الحدود: تعلمت سابقًا أنه يمكنك تحليل كثيرات الحدود التربيعية تمامًا كما تحلل الأعداد الكلية، ولكن عواملها ستكون كثيرات حدود أخرى، وكما هو الحال في كثيرات الحدود التربيعية يمكنك تحليل بعض كثيرات الحدود التكعيبية بقوانين خاصة.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

مجموع مكعبين والفرق بينهما

طريقة التحليل	الحالة العامة
مجموع مكعبين	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
الفرق بين مكعبين	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

تُسمى كثيرة الحدود التي لا يمكن تحليلها إلى كثيرتي حدود درجة كل منهما أقل من درجة كثيرة الحدود المُعطاة **كثيرة حدود أولية**.

مثال 1 مجموع مكعبين والفرق بينهما

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين تحليلًا تامًّا، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية :

(a $16x^4 + 54xy^3$

أخرج العامل المشترك الأكبر $16x^4 + 54xy^3 = 2x(8x^3 + 27y^3)$

كل من $8x^3$ و $27y^3$ مكعب كامل، لذا تستطيع استعمال طريقة مجموع مكعبين.

$8x^3 = (2x)^3;\ 27y^3 = (3y)^3$ $8x^3 + 27y^3 = (2x)^3 + (3y)^3$

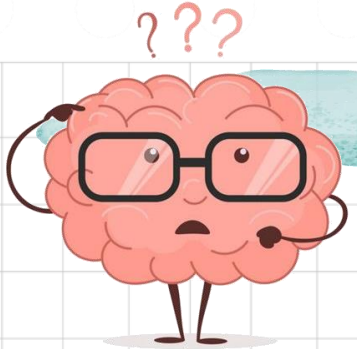
مجموع مكعبين $= (2x + 3y)[(2x)^2 - (2x)(3y) + (3y)^2]$

بسّط $= (2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$

اكتب العامل المشترك الأكبر $16x^4 + 54xy^3 = 2x(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$

(b $8y^3 + 5x^2$

الحد الأول مكعب كامل، لكن الحد الثاني ليس كذلك، لذا لا يمكن تحليل كثيرة الحدود باستعمال طريقة مجموع مكعبين، ولا يمكن تحليلها كذلك بطرائق تحليل كثيرات الحدود التربيعية، أو بإخراج العامل المشترك الأكبر؛ لذا فهي كثيرة حدود أولية.



إرشادات للدراسة

التحليل التام لكثيرات الحدود

يعد تحليل كثيرة الحدود تحليلًا تامًّا إذا كتبت في صورة ناتج ضرب كثيرات حدود جميعها أولية، أي إذا حللت إلى أقصى درجة ممكنة.

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

(1A $5y^4 - 320yz^3$

(1B $-54w^4 - 250wz^3$

اليوم:

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

يلخص الجدول الآتي معظم الطرائق المستعملة لتحليل كثيرات الحدود، وعندما تريد تحليل كثيرة حدود ابحث أولًا عن العامل المشترك الأكبر، ثم حدد ما إذا كانت كثيرة الحدود الناتجة بعد إخراج العامل المشترك الأكبر قابلة للتحليل أم لا مستعملًا واحدة أو أكثر من الطرائق المذكورة في الجدول أدناه:

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

طرائق التحليل

عدد الحدود	طريقة التحليل	نموذج
أي عدد	إخراج العامل المشترك الأكبر	$4a^3b^2 - 8ab = 4ab(a^2b - 2)$
حدّان	الفرق بين مربعين مجموع مكعبين الفرق بين مكعبين	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
ثلاثة حدود	ثلاثية حدود المربع الكامل	$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
	ثلاثية الحدود بالصورة العامة	$acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
أربعة حدود أو أكثر	تجميع الحدود	$ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$ $= (a + b)(x + y)$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 2 التحليل بتجميع الحدود

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين تحليلًا تامًّا، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية:

(a $8ax + 4bx + 4cx + 6ay + 3by + 3cy$

العبارة الأصلية	$8ax + 4bx + 4cx + 6ay + 3by + 3cy$
جمّع لإخراج العامل المشترك الأكبر	$= (8ax + 4bx + 4cx) + (6ay + 3by + 3cy)$
أخرج العامل المشترك الأكبر لكل تجميع	$= 4x(2a + b + c) + 3y(2a + b + c)$
خاصية التوزيع	$= (4x + 3y)(2a + b + c)$

(b $20fy - 16fz + 15gy + 8hz - 10hy - 12gz$

العبارة الأصلية	$20fy - 16fz + 15gy + 8hz - 10hy - 12gz$
جمّع لإخراج العامل المشترك الأكبر	$= (20fy + 15gy - 10hy) + (-16fz - 12gz + 8hz)$
أخرج العامل المشترك الأكبر لكل تجميع	$= 5y(4f + 3g - 2h) - 4z(4f + 3g - 2h)$
خاصية التوزيع	$= (5y - 4z)(4f + 3g - 2h)$

إرشادات للدراسة

التحقق من الإجابة :

للتحقق من صحة إجابتك، اضرب العوامل لتتحقق من صحة تحليل كثيرة الحدود.

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

$30ax - 24bx + 6cx - 5ay^2 + 4by^2 - cy^2$ **(2A**

$13ax + 18bz - 15by - 14az$ **(2B**

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

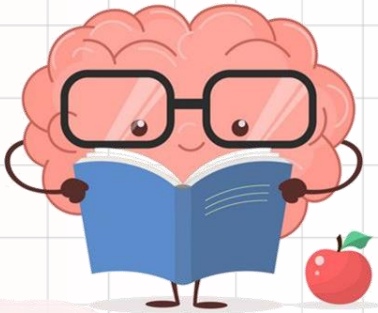
اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تُعد طريقة التحليل بتجميع الحدود هي الطريقة الأساسية لتحليل كثيرات الحدود المكونة من أربعة حدود أو أكثر، أما كثيرات الحدود المتضمنة حدين أو ثلاثة حدود فيمكنك تحليلها اعتمادًا على إحدى الطرائق الموجودة في الجدول أعلاه .



اليوم:

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

مثال 3 التحليل باستعمال الفرق بين مربعين، ومجموع مكعبين، والفرق بين مكعبين

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب كثيرة حدود أولية:

a) $x^6 - y^6$

يمكن اعتبار كثيرة الحدود هذه فرقًا بين مربعين أو فرقًا بين مكعبين، وفي مثل هذه الحالة يجب أن يتم التحليل أولًا على اعتبار أنها فرق بين مربعين قبل التحليل على اعتبار أنها فرق بين مكعبين؛ تسهيلًا للتحليل.

$$x^6 - y^6 = (x^3 + y^3)(x^3 - y^3)$$ الفرق بين مربعين

$$= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)(x^2 + xy + y^2)$$ مجموع مكعبين والفرق بين مكعبين

b) $a^3x^2 - 6a^3x + 9a^3 - b^3x^2 + 6b^3x - 9b^3$

بما أن كثيرة الحدود هذه من 6 حدود ، إذن حلل أولًا بتجميع الحدود.

$$a^3x^2 - 6a^3x + 9a^3 - b^3x^2 + 6b^3x - 9b^3$$

$$= (a^3x^2 - 6a^3x + 9a^3) + (-b^3x^2 + 6b^3x - 9b^3)$$ جمّع لإخراج العامل المشترك الأكبر

$$= a^3(x^2 - 6x + 9) - b^3(x^2 - 6x + 9)$$ أخرج العامل المشترك الأكبر لكل تجميع

$$= (a^3 - b^3)(x^2 - 6x + 9)$$ خاصية التوزيع

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(x^2 - 6x + 9)$$ الفرق بين مكعبين

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(x - 3)^2$$ ثلاثية حدود المربع الكامل

إرشادات للدراسة

التحليل باستعمال الفرق بين مكعبين:

في مثال 3a، إذا بدأت بالتحليل على اعتبار أن كثيرة الحدود المعطاة فرق بين مكعبين؛ فإنك تحصل على التحليل التالي:

$(x^2-y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$

وهو تحليل غير تام ويصعب إتمامه.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

(3A $a^6 + b^6$

(3B $x^5 + 4x^4 + 4x^3 + x^2y^3 + 4xy^3 + 4y^3$

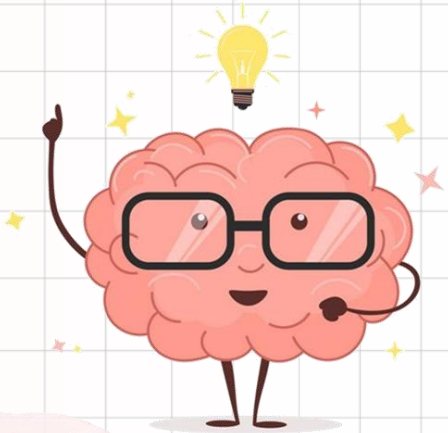
الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حل معادلات كثيرات الحدود: يمكنك تطبيق طرائق حل المعادلات التربيعية في حل معادلات كثيرات الحدود ذات الدرجات الأعلى من الدرجة الثانية.

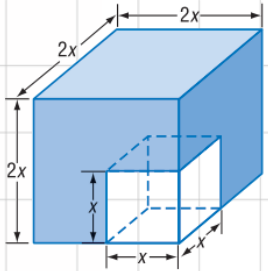


اليوم:

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

مثال 4 من واقع الحياة

حل معادلات كثيرات الحدود بالتحليل



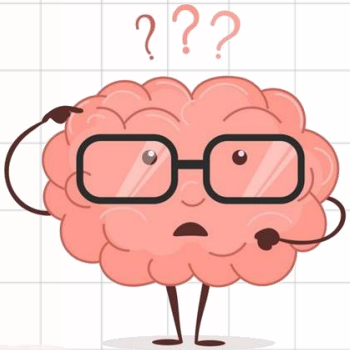
هندسة: ارجع إلى فقرة لماذا في بداية هذا الدرس. إذا كان طول حرف المكعب الصغير يساوي نصف طول ضلع المكعب الكبير، وحجم الجزء المتبقي $7000\,m^3$، فما بُعدا المكعبين؟

بما أن طول حرف المكعب الصغير يساوي نصف طول ضلع المكعب الكبير فيمكن أن يعبَّر عن طول ضلع المكعب الصغير بـ x، وطول ضلع المكعب الكبير بـ $2x$.

لاحظ أن حجم الجزء المتبقي يساوي حجم المكعب الكبير مطروحًا منه حجم المكعب الصغير.

$(2x)^3 - x^3 = 7000$	حجم الجزء المتبقي
$8x^3 - x^3 = 7000$	$8x^3 = (2x)^3$
$7x^3 = 7000$	بالطرح
$x^3 = 1000$	اقسم على 7 للطرفين
$x^3 - 1000 = 0$	اطرح 1000 من كلا الطرفين
$(x - 10)(x^2 + 10x + 100) = 0$	فرق بين مكعبين
$x - 10 = 0$ أو $x^2 + 10x + 100 = 0$	خاصية الضرب الصفري
$x = 10$ $\quad x = -5 \pm 5i\sqrt{3}$	

وبما أن العدد 10 هو الحل الحقيقي الوحيد. فإن طولي ضلعي المكعبين هما $10cm, 20cm$.



الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

00:01:00

Start Clear

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

4) **هندسة:** إذا كان طول حرف المكعب الصغير ثلث طول ضلع المكعب الكبير، وحجم الجزء المتبقي $3250cm^3$، فأوجد بُعدي المكعبين.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تستطيع أحيانًا أن تكتب كثيرة حدود فيها المتغير x على الصورة $au^2 + bu + c$ ، فمثلًا بفرض أن $u = x^2$، يمكنك كتابة كثيرة الحدود $x^4 + 12x^2 + 32$ على الصورة $(x^2)^2 + 12(x^2) + 32$ أو $u^2 + 12u + 32$.
وكثيرة الحدود الجديدة هذه تكافئ كثيرة الحدود الأصلية، ولكنها مكتوبة على **الصورة التربيعية**.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الصورة التربيعية

التعبير اللفظي: الصورة التربيعية لكثيرة الحدود هي: au^2+bu+c ، $a\neq0$ ، a,b,c أعداد حقيقية، ويمكن أن نكتب بعض كثيرات الحدود في المتغير x على هذه الصورة، وذلك بعد تعريف u بدلالة x.

مثال: $12x^6 + 8x^3 + 1 = 3(2x^3)^2 + 4(2x^3) + 1$

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

إرشادات للدراسة

الصورة التربيعية

لكتابة كثيرة حدود على الصورة التربيعية، اختر العبارة المكافئة لـ u بالنظر إلى الحدود التي تحوي متغيرات، واهتم خصوصًا بأسس المتغير الأصلي في تلك الحدود. فهناك كثيرات حدود لايمكن كتابتها على الصورة التربيعية.

مثال 5 كتابة عبارات في الصورة التربيعية

اكتب كلًّا من العبارتين الآتيتين في الصورة التربيعية إن أمكن ذلك:

a) $150n^8 + 40n^4 - 15$

ابحث عن عاملين للعدد 150؛ أحدهما مربع كامل، وعن عاملين للعدد 40؛ أحدهما الجذر التربيعي لأحد عاملي العدد 150.

$150 = 6\times25,\ 40 = 8\times5$

$150n^8 + 40n^4 - 15 = 6\times25n^8 + 8\times5n^4 - 15$

$25n^8 = (5n^4)^2$

$= 6(5n^4)^2 + 8(5n^4) - 15$

b) $y^8 + 12y^3 + 8$

لا يمكن كتابتها على الصورة التربيعية؛ لأن $y^8 \neq (y^3)^2$.

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

00:01:00

Start Clear

تحقق من فهمك

(5A $x^4 + 5x + 6$

(5B $8x^4 + 12x^2 + 18$

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

يمكنك في بعض الأحيان استعمال الصورة التربيعية لحل معادلات كثيرات الحدود ذات درجات أكبر من الدرجة الثانية.

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

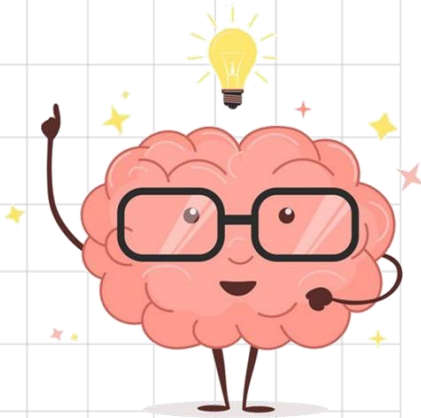
مثال 6

حل معادلات كثيرات الحدود باستعمال الصورة التربيعية

حل المعادلة: $18x^4 - 21x^2 + 3 = 0$.

$18x^4 - 21x^2 + 3 = 0$	المعادلة الأصلية
$2(3x^2)^2 - 7(3x^2) + 3 = 0$	$18x^4 = 2(3x^2)^2$
$2u^2 - 7u + 3 = 0$	افرض أن $u = 3x^2$
$(2u - 1)(u - 3) = 0$	حلّل إلى العوامل
$u = \frac{1}{2}$ أو $u = 3$	خاصية الضرب الصفري
$3x^2 = \frac{1}{2}$ $\quad 3x^2 = 3$	عوّض $3x^2$ بدلًا من u
$x^2 = \frac{1}{6}$ $\quad x^2 = 1$	اقسم على 3
$x = \pm\frac{\sqrt{6}}{6}$ $\quad x = \pm 1$	أوجد الجذر التربيعي

حلول المعادلة هي: $-1, 1, \frac{\sqrt{6}}{6}, -\frac{\sqrt{6}}{6}$.



الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

(6A $4x^4 - 8x^2 + 3 = 0$

(6B $8x^4 + 10x^2 - 12 = 0$

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تأكد

الأمثلة 3-1 حلّل كلَّ كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تامًّا. وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية :

1) $3ax + 2ay - az + 3bx$

2) $16g^3 + 2h^3$

3) $12qw^3 - 12q^4$

4) $a^6x^2 - b^6x^2$

5) $x^3y^2 - 8x^3y + 16x^3 + y^5 - 8y^4 + 16y^3$

6) $8c^3 - 125d^3$

اليوم:

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

تدرب وحل المسائل

الأمثلة 3-1 حلّل كلَّ كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تامًّا. وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية:

(12 $8c^3 - 27d^3$

(13 $64x^4 + xy^3$

(14 $a^8 - a^2b^6$

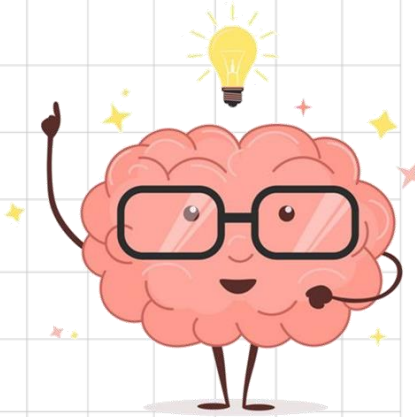
(15 $x^6y^3 + y^9$

(16 $gx^2 - 3hx^2 - 6fy^2 - gy^2 + 6fx^2 + 3hy^2$

(17 $18x^6 + 5y^6$

(18 $8x^5 - 25y^3 + 80x^4 - x^2y^3 + 200x^3 - 10xy^3$

(19 $12ax^2 - 20cy^2 - 18bx^2 - 10ay^2 + 15by^2 + 24cx^2$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

مسائل مهارات التفكير العليا

65) **تحد:** حلّل المقدار $36x^{2n} + 12x^n + 1$ إلى عوامله.

66) **تبرير:** أعط مثالًا مضادًّا للعبارة: $a^2 + b^2 = (a + b)^2$.

67) **مسألة مفتوحة:** إذا كانت الصورة التكعيبية لمعادلة هي: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$، فاكتب معادلة من الدرجة السادسة يمكن كتابتها على الصورة التكعيبية.

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تدريب على اختبار

69) إجابة قصيرة حل المعادلة: $x^3 + 27 = 0$.

70) إذا كان الفرق الموجب بين العددين $\frac{1}{12}, k$ مساويًا للفرق الموجب بين العددين $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$، فما قيمة k ؟

A $\frac{1}{60}$

B $\frac{1}{20}$

C $\frac{1}{15}$

D $\frac{13}{60}$

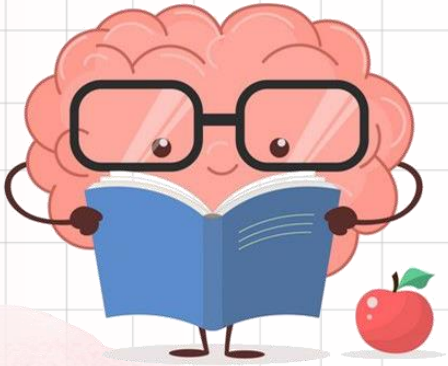
الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

فالعلم نبراس ونيّرة وبصيّرة لكل من أراده،
وبالعلم تسمو الأمم وتنهض وتعلو وترتفع،
فاجلعوه طريقًا ومسلكًا لكمْ.



الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اختاري الوجه التعبيري المناسب و اجيبي عن السؤال المرفق معه بالدردشة

لدي سؤال

اليوم تعلمت

لم أفهم

الجزء الذي أعجبني من الدرس

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

الواجب

الموضوع: حل معادلات كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

إنتهى درس اليوم