سلسلة رفعة الرياضيات

الشامل في خرائط الرياضيات المفاهيمية

المرحلة المتوسطة

١

٢

٣

لنخبة من معلمي الرياضيات

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمدلله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

مجموعة رفعة هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة العربية السعودية ، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات ، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام ، والإنتاج الموثق لكل مايخص الرياضيات والتعليم العام .

المقدمة

إلى من سينير هذا العالم بأحد أهم المداخل بعالمنا وهو مدخل علم الرياضيات نقدم لك ملخصاً مفاهيمياً صُنع بكل الحب والأمل بأن تكونوا من رواد هذا العالم الرائع

إلى شعاع مستخدمي العالم الرقمي (عالم الرياضيات) إلى أصحاب الفكر المنطقي والمهتمين بالتفاصيل الصغيرة إلى القياديين أصحاب العزم والقوة والتفكير الأستدلالي وأصحاب التطور المعرفي والمهارات الرياضية نحن نرى المستقبل بكم ونتطلع بأن يكون الكتاب هو سلاحكم لهذا العالم الرقمي ...

يُحرك الرياضيات الإبتكار ، إذ إن العمل في مجال الرياضيات وتطبيقاته يعزز لديكم القدرة على الإبتكار من أجل الوصول إلى الحلول ، فالابتكار يعتبر عاملاً متزايد الأهمية بالنسبة للاقتصاد العالمي ، وذلك من خلال مساهمته في نمو الاقتصاد بشكل عام ، ونمو بعض القطاعات الاقتصادية بشكل خاص .

فالشخص الذي يتعامل بشكل أفضل مع مسائل الرياضيات ويفهمها جيداً تكون له الأفضلية عند التقدم لأي وظيفة ؛ حيث يرغب أرباب العمل دائماً بتوظيف أشخاص قادرين على حل المشكلات المعقدة ويمتلكون مهارات رياضية تمكنهم من التحليل المالي وحساب التكاليف وغيرها من الأمور الرياضية .

تلك هي أهمية الرياضيات في حياتنا المهنية والحياتية نتعلمها حتى نواكب التطور حتى نواكب العصر ومع الرؤية الأقبال على تعلمها وتعليمها أصبح أكبر وأعظم مدخل من مداخل العلوم التطبيقية المثيرة للفكر والتفكير مدخل نستخدمه طوال الوقت وبإستمرار اذاً لنتقنه مع كتابنا .

سائلين الله عزوجل بإن يكون هذا العمل خالصاً لوجهه الكريم خادماً لوطننا لمجتمعنا لمعلمينا لطلابنا بالعلم والتعلم والتطور .

هيا ننطلق للتعلم !

المؤلفين

أ / ابتسام عبدالرحيم محمد باوزير

أ / عادل منيور نوار المطيري

أ / محمد علي أحمد الشواف

أ / مريم هادي عبدالله الزبيدي

أ /منى عيضة عوض الله الثبيتي

أ / نورة علي عوض الحربي

المراجعين

أ / عائشة فهران علي الشهري

أ / عبدالرحيم حضيض حامد الرويثي

أ / حسناء حسن طيب كيلاني

أ / نوال جزاع محمد الجبل

منسقين الكتاب

أ / عادل منيور نوار المطيري

أ / محمد علي أحمد الشواف

تصميم الغلاف

أ / دلال عبدالله الغفيص

كتابة المقدمة

أ / نجود مترك النفيعي

رقم الإيداع	التاريخ	الردمك
1442/7188	1442/08/15	978-603-03-7596-7
1442/7457	1442/08/23	978-603-03-7697-1

بسم الله الرحمن الرحيم

الفصل ١

المعادلات الخطية

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعادلات الخطية

المعادلة : هي جملة تحتوي على عبارتين تفصل بينهما علامة (=)

أنواع حلول المعادلات

حل وحيد

مقطع سيني واحد
أو مكرر

جميع الأعداد الحقيقية

تسمى متطابقة

مثال :

$٣(ب + ١) = ٣ب + ٣$

مستحيلة الحل

مجموعة الحل $\varnothing$
لايوجد مقطع سيني

مجموعة رقمية الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعادلات الخطية

أشكال المعادلات الخطية

ذات الخطوة الواحدة

يمكن استعمال خاصية
الطرح في المساواة لحلها

مثال : ٦٣ + م = ٧٩

-٦٣ = -٦٣

م = ١٦

يمكن استعمال خاصية
الجمع في المساواة لحلها

مثال : ن - ١٦ = ٢٩

+١٦ = +١٦

ن = ٤٥

متعددة الخطوات

لحل هذه المعادلة نستخدم
الحل عكسياً

مثال : ٢س - ٦ = ٤

+٦ = +٦

$\frac{٢س}{٢} = \frac{١٠}{٢}$

س = ٥

نظرية الأعداد : حل مسائل تتضمن
أعداد صحيحة متتالية

صور الأعداد الصحيحة المتتالية :
ن ، ن + ١ ، ن + ٢ ، .....

صور الأعداد الصحيحة الزوجية أو الفردية المتتالية :
ن ، ن + ٢ ، ن + ٤ ، .....

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المعادلات الخطية

أشكال المعادلات الخطية

معادلات تحتوي متغيراً في طرفيها

لحل هذا النوع من المعادلات نستعمل خاصية الجمع أو الطرح لكتابة معادلة مكافئة تكون المتغيرات في أحد طرفيها فقط ثم خاصية الضرب أو القسمة في المساواة لحلها .

مثال : $٢ك + ٥ = ٣ك - ٦$

$-٣ك = -٣ك$

$٢ك = -٦ + ٢$

$\frac{٢ك}{٢} = \frac{-٨}{٢}$

$ك = -٤$

معادلات تتضمن القيمة المطلقة

حساب عبارة جبرية تتضمن قيمة مطلقة

مثال :

$|٣ - هـ| + ١٣$ ، $هـ = ٥$

$= |٣ - ٥| + ١٣$

$= |-٢| + ١٣$

$= ٢ + ١٣$

$= ١٥$

حل معادلة ذات القيمة المطلقة

العبارة داخل القيمة المطلقة موجبة أو صفر

مثال :

$|ص + ٢| = ٤$

$ص + ٢ = ٤$ ، $ص + ٢ = -٤$

$ص = ٢$ ، $ص = -٦$

العبارة داخل القيمة المطلقة سالبة

لايوجد حل

مثال :

$|٣ن - ٤| = -١$

كتابة المعادلة ذات القيمة المطلقة من خلال التمثيل

نقطة المنتصف $= \frac{٦ + (-٦)}{٢} = ٠$

$|س - \text{نقطة المنتصف}| = \text{عدد الوحدات}$

$|س - ٠| = ٣$

$|س| = ٣$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل ٢

العلاقات والدوال الخطية

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

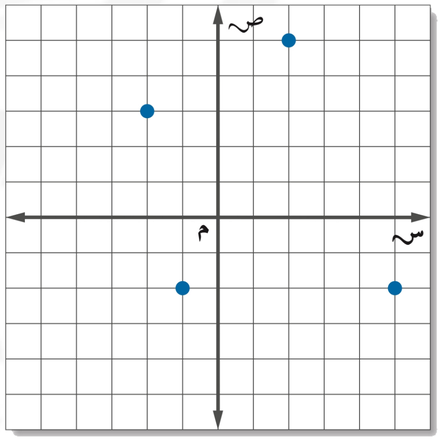
العلاقات

تمثل العلاقات باستخدام

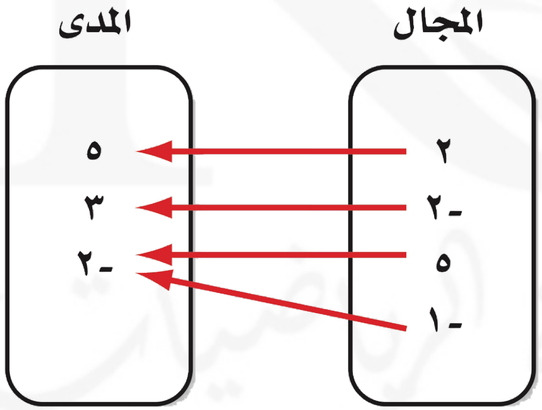
جدول

س	ص
٢	٥
٢-	٣
٥	٢-
١-	٢-

تمثيل بياني



مخطط سهمي



أزواج مرتبة

{(٢، ٥)، (٢-، ٣)، (٥، ٢-)، (١-، ٢-)}

المجال : هو قيم المدخلات س
المدى : هو قيم المخرجات ص
المتغير المستقل : هو الذي يحدد قيم مخرجات العلاقة
المتغير التابع : هو الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل
أمثلة العلاقات : الدوال

الدوال

الدالة : هي علاقة تربط كل عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط من المدى

مثال { (٢ ، ١) ، (٣ ، -٢) ، (٣ ، ١) ، (٢ ، -٢) } لاتمثل دالة

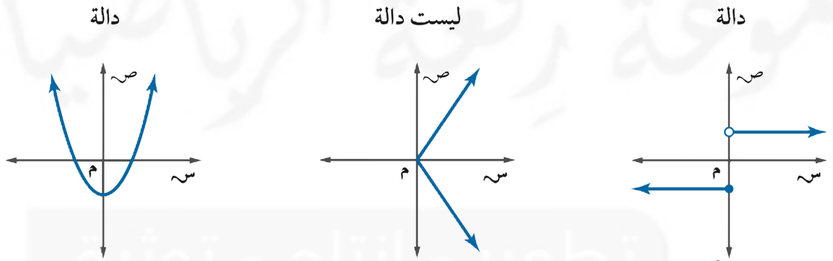
دالة متصلة

تمثل بخط أو منحنى دون انقطاع

دالة منفصلة

تمثل بيانياً بنقاط غير متصلة

يمكن استخدام اختبار الخط الرأسي لتتحقق مما إذا كان التمثيل البياني يمثل دالة ،
فإذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة ، فإن العلاقة لاتمثل دالة



وبما أن المعادلة هي تمثيل للعلاقة فإذا كانت العلاقة دالة فإن المعادلة تمثل دالة

- أ س + ب ص = جـ — دالة
- أ س = جـ — ليست دالة
- ب ص = جـ — دالة

تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

تمييز المعادلة الخطية

الصورة القياسية للمعادلة الخطية :

أس + ب ص = جـ حيث أ ≥ ٠

ولا تكون أ ، ب = ٠ معاً
أ ، ب ، جـ أعداد صحيحة والعامل المشترك الأكبر بينهما = ١

٣س + ٢ص = ٥

أ = ٠

ب ص = جـ

مثال :

٢ص = ٥

ب = ٠

أ س = جـ

مثال :

٣س = ٥

جـ = ٠

أ س + ب ص = ٠

مثال :

٣س + ٢ص = ٠

يمكن تمثيل المعادلة الخطية عن طريق جدول أو باستعمال المقطعين السيني والصادي
وذلك بالتعويض في المعادلة عن قيمة س بصفر وايجاد المقطع الصادي ثم التعويض
عن ص بصفر لإيجاد المقطع السيني

معدل التغير والميل

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

معدل التغير غير ثابت

معدل التغير ثابت

في هذه الحالة
تسمى الدالة خطية

مثال : أوجد معدل التغير .

عدد ألعاب الحاسوب (س)	التكلفة (ريال) (ص)
٢	٧٨
٤	١٥٦
٦	٢٣٤

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

$$= \frac{١٥٦ - ٧٨}{٤ - ٢}$$

$$= \frac{٧٨}{٢}$$

$$= \frac{٣٩}{١}$$

كل لعبة تكلف ٣٩ ريال

معدل التغير والميل

الميل : ميل المستقيم المار بالنقطتين (س١، ص١) ، (س٢، ص٢)

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

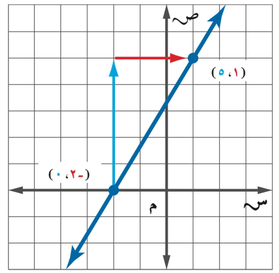
الميل الموجب

مثال : ميل المستقيم المار بالنقطتين (-٢، ٠) ، (١، ٥)

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$= \frac{٥ - ٠}{١ - (-٢)}$$

$$= \frac{٥}{١ + ٢} = \frac{٥}{٣}$$



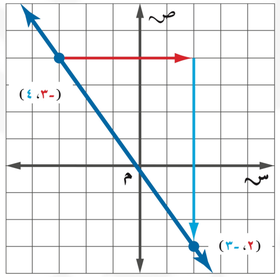
الميل السالب

مثال : (-٣، ٤) ، (٢، -٣)

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$= \frac{-٣ - ٤}{٢ - (-٣)}$$

$$= \frac{-٧}{٥}$$



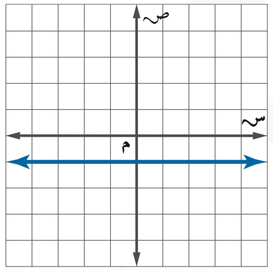
صفر

مثال : (-٣، -١) ، (٢، -١)

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$= \frac{-١ - (-١)}{٢ - (-٣)}$$

$$= \frac{٠}{٥} = ٠$$



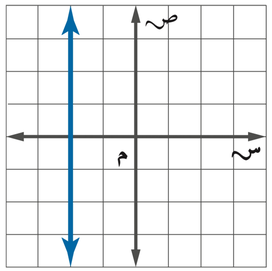
غير معرف

مثال : (-٢، ٤) ، (-٢، -٣)

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$= \frac{-٣ - ٤}{-٢ - (-٢)}$$

$$= \frac{-٧}{٠}$$



إيجاد الإحداثي إذا عُلم الميل

مثال : أوجد قيمة ر التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (-٢، ٦) ، (ر، -٤) ، م = -٥

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$-٥ = \frac{-٤ - ٦}{ر - (-٢)}$$

$$\frac{-١٠}{ر + ٢} = \frac{-٥}{١}$$

$$-٥ (ر + ٢) = -١٠$$

$$-٥ر - ١٠ = -١٠$$

$$-٥ر = ٠$$

$$ر = ٠$$

المتتابعات الحسابية كدوال خطية

تمييز المتتابعة الحسابية

إذا كان الفرق بين كل حد والذي يليه ثابت فالمتتابعة حسابية

مثال :

٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، .....

٢ ٢ ٢ ← الأساس

ملاحظة :

إذا كانت حدود المتتابعة الحسابية متزايدة فالأساس (الفرق) موجب

وإذا كانت متناقصة فالأساس سالب

إيجاد الحد التالي

١- نوجد الأساس

٢- نضيف الأساس إلى الحد الاخير في المتتابعة لنجد الحد التالي

الحد النوني

معادلة الحد النوني

أن = أ١ + (ن - ١) د

أ) إيجاد معادلة الحد النوني :

-١٢ ، -٨ ، -٤ ، .....

٤ ← الأساس

أن = أ١ + (ن - ١) د

الحد الأول — الأساس

أن = -١٢ + (ن - ١) ٤

= -١٢ + ٤ن - ٤

أن = ٤ن - ١٦

ب) إيجاد حدود معينة باستعمال معادلة الحد النوني

من المثال السابق

الحد التاسع في المتتابعة -١٢ ، -٨ ، -٤ ، ٠ ، .....

معادلة الحد النوني

أن = ٤ن - ١٦

أ٩ = ٤ (٩) - ١٦

أ٩ = ٢٠

جـ) إيجاد أن : مالحد الذي قيمته ٣٢ في المتتابعة -١٢ ، -٨ ، -٤ ، ٠

أن = ٤ن - ١٦

٣٢ = ٤ن - ١٦

٤ن = ٤٨

٤ ٤

ن = ١٢

عند تمثيل المتتابعة الحسابية

تكون خط مستقيم وهي دالة خطية

ن متغير مستقل

أن متغير تابع

د هو الميل

وبصورة عامة تكتب :

ق (ن) = (ن - ١) د + أ١

الفصل
٣

الدوال الخطية

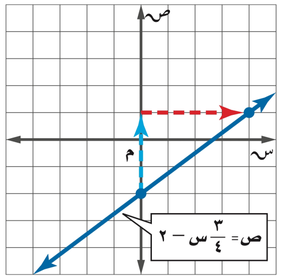
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الدوال الخطية

تمثيل المعادلة بصيغة الميل والمقطع

لتحديد النقطة الثابتة التي يمر بها المستقيم انطلاقاً من النقطة التي تمثل المقطع الصادي نستعمل الميل
إذا كان موجباً نتحرك لأعلى وإلى اليمين وإذا كان سالباً فإما أن يكون البسط سالباً فنتحرك إلى الأسفل وأما المقام سالباً فنتحرك إلى اليسار وفي كلتا الحالتين نحصل على المستقيم نفسه

$ص = \frac{٣}{٤} س - ٢$



كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

إذا علم نقطة وميل

١) نوجد المقطع الصادي وذلك بالتعويض في صورة المعادلة ص = م س + ب عن القيم ص ، م ، س

٢) نكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع

إذا علم نقطتان

١) نوجد الميل المار بالنقطتين :

$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

٢) نستعمل اياً من النقطتين لإيجاد المقطع الصادي

٣) نكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع

كتابة المعادلة بصيغة الميل ونقطة

المعطى : ميل ونقطة

١) نعوض عن القيم م ، $س_١$، $ص_١$ في المعادلة $ص - ص_١ = م (س - س_١)$ أو نعوض عن قيم م ، س ، ص في صيغة الميل والمقطع

٢) نعيد كتابة المعادلة بالصيغة المطلوبة

المعطى : نقطتان

١) إيجاد الميل

٢) اختيار احدى النقطتين

٣) اتبع الخطوات نفسها الواردة سابقاً في كتابة معادلة المستقيم إذا علم ميل ونقطة

المستقيمات المتوازية والمتعامدة

إذا علم نقطة ومستقيم موازي :

١) ميل المستقيمات المتوازية هو نفسه

٢) نوجد المعادلة المطلوبة بنفس الخطوات السابقة حسب المطلوب ميل ونقطة أو ميل ومقطع

إذا علم نقطة ومستقيم معامد :

١) ميل المستقيمات المتعامدة معكوس مقلوب الآخر
مثال : م = ٢
معكوس ومقلوب = $-\frac{١}{٢}$

٢) نكتب المعادلة المطلوبة بنفس الخطوات السابقة في الميل ونقطة والميل ومقطع

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل ٤

المتباينات الخطية

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

المتباينات الخطية

أ) حل المتباينات بالجمع أو الطرح

١- الحل بالجمع في متباينة الطرح
والحل بالطرح في متباينة الجمع

٢- كتابة الحل بالصفة المميزة
مثال : { س ∣ س اشارة المتباينة العدد }

ب) حل المتباينات بالضرب أو القسمة

١- الحل بالضرب في متباينة القسمة
والحل بالقسمة في متباينة الضرب
وإذا ضرب أو قسم طرفي المتباينة
على عدد سالب تقلب اشارة المتباينة

٢- كتابة الحل بالصفة المميزة

٣- تمثيل الحل على خط الأعداد مع
توضيح اتجاه الحل حسب اشارة المتباينة

جـ) حل المتباينات المتعددة الخطوات

يمكن حل المتباينات المتعددة الخطوات بإلغاء
أثر العمليات بالطريقة نفسها التي تم اتباعها
في معادلات المتعددة الخطوات

حل المتباينات المركبة

متباينات تحتوي الرابط (و)

$-٢ \geq س - ٣ < ٤$

$+٣ \quad +٣ \quad +٣$

$١ \geq س < ٧$

ح = { س ∣ $١ \geq س < ٧$ }

الحل يكون تقاطع

متباينات تحتوي الرابط (أو)

$-٢م + ٧ \geq ١٣$ أو $٥م + ١٢ > ٣٧$

$-٧ \quad -٧$ $\quad -١٢ \quad -١٢$

$-٢م \geq ٦$ $\quad ٥م > ٢٥$

$م \leq -٣$ $\quad م > ٥$

ح = { م ∣ $م \leq -٣$ أو $م > ٥$ }

الحل اتحاد

حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

عند حل متباينات القيمة المطلقة توجد حالتان :

١- أن تكون العبارة داخل القيمة المطلقة
غير سالبة ويمكن حلها حسب اشارة
المتباينة ، اما الحل تقاطع أو اتحاد
ونتبع خطوات المتباينات المركبة في الحل

٢- أن تكون العبارة داخل القيمة المطلقة
سالبة ، فإن مجموعة الحل تكون
مجموعة خالية

حل متباينات القيمة المطلقة
التي تتضمن اشارة
$\geq ، >$
فإن الحل تقاطع

حل متباينات القيمة المطلقة
التي تتضمن اشارة
$\leq ، <$
الرابط أو الحل اتحاد

المراجع

- ماجروهيل رياضيات أول متوسط الفصل الدراسي الأول، وزارة التعليم مجموعة العبيكان للاستثمار.
- ماجروهيل رياضيات أول متوسط الفصل الدراسي الثاني، وزارة التعليم مجموعة العبيكان للاستثمار.
- ماجروهيل رياضيات ثاني متوسط الفصل الدراسي الأول، وزارة التعليم مجموعة العبيكان للاستثمار.
- ماجروهيل رياضيات ثاني متوسط الفصل الدراسي الثاني، وزارة التعليم مجموعة العبيكان للاستثمار.
- ماجروهيل رياضيات ثالث متوسط الفصل الدراسي الأول، وزارة التعليم مجموعة العبيكان للاستثمار.
- ماجروهيل رياضيات ثالث متوسط الفصل الدراسي الثاني، وزارة التعليم مجموعة العبيكان للاستثمار.