سلسلة رِفعَة تقدم

الشامل في خرائط الرياضيات المفاهيمية

لنخبة من معلمي الرياضيات

المرحلة الثانوية

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

نسخة مجانية إلكترونية لاتباع

المؤلفين

رياضيات ١-٢	أ. غادة محمد الفضلي أ. جواهر علي البيشي أ. ابتسام عاتق الطاهري
رياضيات ٣ - ٤	أ. بدرية يحيى الزهراني أ. هند علي العديني أ. نادية عبدالله السلطان
رياضيات ٥ - ٦	أ. بندر رأفت بوقري أ. خوله حميد العمراني أ. هدى عبدالله الغفيص

رقم الإيداع	التاريخ	الردمك
1442/6233	1442/07/21هـ	978-603-03-7027-6
1442/7227	1442/08/18هـ	978-603-03-7603-2
1442/7396	1442/08/19هـ	978-603-03-7613-1

رؤية مجموعة رِفعة

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

مجموعة رِفعة هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة العربية السعودية، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام .

حسابات مجموعة رفعة

المقدمة

إلى من سينير هذا العالم بأحد أهم المداخل بعالمنا وهو مدخل علم الرياضيات نقدم لك ملخصاً مفاهيمياً صُنع بكل الحب والأمل بأن تكونوا من رواد هذا العالم الرائع...

نتطلع بِكم ونرى بكم الحياة كلنا أمل بأن تكونوا عباقرة، فلاسفة ،أصحاب فكر رقمي ، أنتم فعلًا تستحقون هذا الكتاب الذي أُعد لكم من قبل مجموعة أضافة سنوات من الخبرات والمعلومات والمعارف والمهارات حتى تكون بين أيديكم الآن هي قيّمة جداً وأنتم من يستحقها

كيف لا نضع بكم الأمل ! والمستقبل أنتم ،والرؤية أنتم، والتكنولوجيا أنتم، والعلم أنتم ، وأصحاب القدرة في التحمل العقلي أنتم ،أصحاب التفكير الناقد أنتم

الذكاء الاصطناعي ليس سحرًا. إنها مجرد رياضيات ، الأفكار الكامنة وراء آلات التفكير وإمكانية تقليد السلوك البشري إنها مجرد رياضيات .

لذلك فكن صديقاً للرياضيات محب لاكتشاف هذا الصديق فهو لن يخذلك وسيقف معك دائماً بصورة لم تتوقعها ابداً

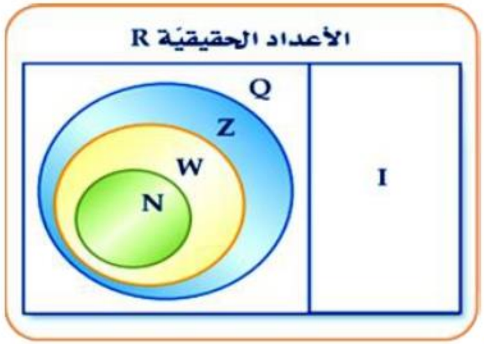
سائلين الله بإن يكون هذا العمل خالصاً لوجهه الكريم ...خادماً لوطننا، لمجتمعنا، لمعلمينا، لطلابنا ...بالعلم والتعلم والتطور ...

هيا أيها الصديق الرائع لنتعمق أكثر في عالمنا الآن!

الأعداد الحقيقية

خواص الأعداد الحقيقية لكل $a, b, c \in R$ فإن		
الخاصية	عملية الجمع	عملية الضرب
الانغلاق	$a + b \in R$	$a . b \in R$
الإبدال	A + b = b + a	$a \cdot b = b \cdot a$
التجميع	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
العنصر المحايد	$a + 0 = 0 + a = a$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
النظير	$a + (-a) = (-a) + a = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$
التوزيع	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$	

مجموعة الأعداد الحقيقية



$N = \{1, 2, 3, \dots \dots \dots\}$

$W = \{0, 1, 2, 3, \dots \dots \dots\}$

$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \dots \dots\}$

$Q = \{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$

$Q =$ كسور عشرية منتهية أو دورية

$I =$ كسور عشرية غير منتهية وغير دورية (الجذور الصماء) + العددان π و e

تبسيط العبارات الجبرية:

١) فك الأقواس (التوزيع).
٢) تجميع الحدود المناسبة (تجميع وأبدال).
٣) تبسيط.

العلاقات و الدوال

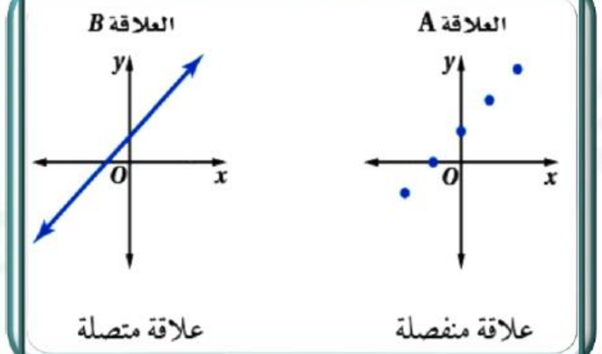
المجال

مجموعة إحداثيات x في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

المدى

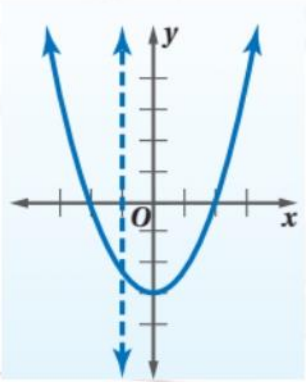
مجموعة إحداثيات y في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

أنواع العلاقات

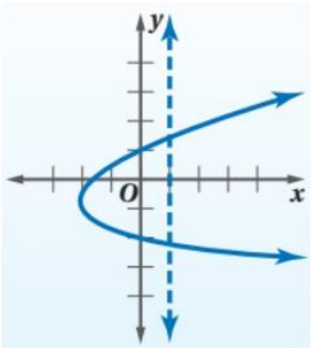


اختبار الخط الرأسي

إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة فالعلاقة دالة.



إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في أكثر من نقطة فالعلاقة ليست دالة.



دوال خاصة

دالة القيمة المطلقة

١) نساوي ما داخل القيمة المطلقة بالصفر لإيجاد صفرها

٢) نكون جدول نضع فيه صفر القيمة المطلقة و نختار نقاط حوله.

٣) نمثل الدالة و يكون مجالها R و يكون على شكل حرف V

تمثيل دالة متعددة التعريف

١) نكون جدول بفرض قيم x حسب شروط التعريف

٢) نعوض في الدالة المناسبة حسب التعريف

٣) نمثل الدالة في الفترات المختلفة

كتابة دالة متعددة التعريف

١) نختار نقطتين و اضحتين على كل جزء مرسوم

٢) نوجد الميل $m=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

٣) نوجد معادلة المستقيم $y-y_1=m(x-x_1)$ بالتعويض بقيمة الميل و أحدى النقطتين

٤) نكتب الدالة المتعددة التعريف

$$f(x)=\begin{cases} \dots x<\cdots \\ \dots<x<\cdots \\ \cdots x>\cdots \end{cases}$$

دوال خاصة

$|x|$ دالة القيمة المطلقة

$[x]$ دالة الصحيح (الدرجية)

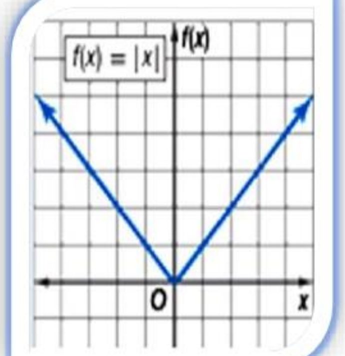
المجال

R

مجموعة الأعداد الحقيقية

دالة القيمة المطلقة

المنحنى البياني على شكل ∨ أو ∧



المدى

$$y = a|mx + b| + c$$

a موجب

$y \geq c$

a سالب

$y \leq c$

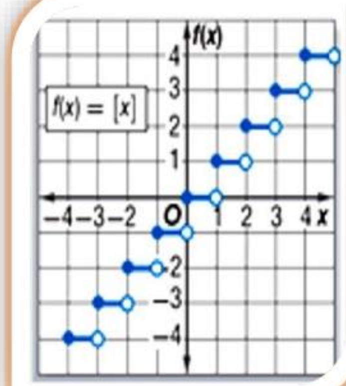
دالة الصحيح (الدرجية)

المدى

مجموعة الأعداد الصحيحة Z

أو مجموعة جزئية منها

المنحنى البياني



تمثيل المتباينات الخطية

- نكتب المعادلة المرتبطة بتحويل إشارة التباين إلى تساوي
- نكون جدول و نختار قيم x ويفضل اختيار المقاطع مع المحورين ثم نمثل النقاط
- نوصل النقاط بالمسطر خط متصل إذا وجدت علامة تساوي في المتباينة و متقطع إذا لم يوجد
- نختبر منطقة الحل باستخدام نقطة لا تقع على حد المتباينة بالتعويض في المتباينة الأساسية أو بالاعتماد على علامة التباين بشرط أن يكون معامل y موجبًا ثم نظلل منطقة الحل.

تمثيل متباينات القيمة المطلقة

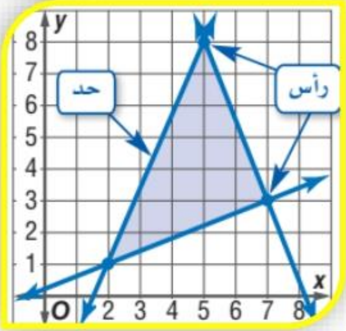
- نكتب المعادلة المرتبطة بتحويل إشارة التباين إلى تساوي
- نكون جدولا بعد تحديد صفر القيمة المطلقة و اختيار نقاط حوله
- نوصل النقاط بالمسطر خط متصل إذا وجدت علامة تساوي في المتباينة و متقطع إذا لم يوجد
- نختبر منطقة الحل باستخدام نقطة لا تقع على حد المتباينة بالتعويض في المتباينة الأساسية أو بالاعتماد على علامة التباين بشرط أن يكون معامل y موجبًا ثم نظلل منطقة الحل.

حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيا

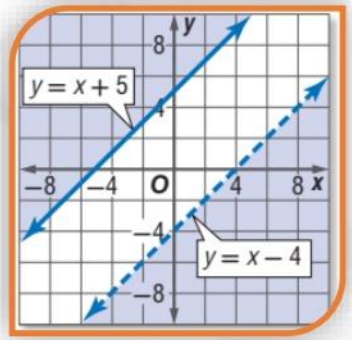
نمثل كل متباينة بيانيا و نظلل منطقة حلها.

نحدد منطقة الحل المشتركة بين مناطق حل المتباينات و التي تمثل حل النظام.

منطقة مغلقة نحدد رؤوس منطقة الحل و هي إحداثيات نقط تقاطع المستقيمات المحددة للمنطقة



منطقة حل غير متقاطعة تعني أنه لا يوجد حل للنظام



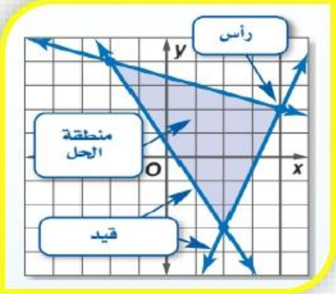
البرمجة الخطية والحل الأمثل

إيجاد القيمة العظمى و الصغرى للدالة تحت قيود معينة

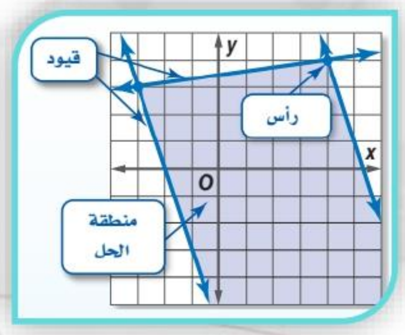
١) نمثل المتباينات و نحدد رؤوس منطقة الحل.
٢) نوجد قيمة الدالة عند كل رأس و أكبر قيمة هي القيمة العظمى و أصغر قيمة هي القيمة الصغرى.

(x, y)	$4x - 2y$	$f(x, y)$	
$(-3, 3)$	$4(-3) - 2(3)$	-18	
$(1.5, 3)$	$4(1.5) - 2(3)$	0	← قيمة عظمى
$(0, 6)$	$4(0) - 2(6)$	-12	
$(-2, 6)$	$4(-2) - 2(6)$	-20	← قيمة صغرى

إذا كانت منطقة الحل محدودة يوجد قيمة عظمى و قيمة صغرى للدالة



إذا كانت منطقة الحل غير محدودة يوجد أما قيمة عظمى فقط أو قيمة صغرى فقط



المصفوفات

تعريف المصفوفات	هي ترتيب للأعداد أو المتغيرات على شكل صفوف أفقية وأعمدة رأسية وتكتب بين القوسين [ ] أو ( ). ويرمز لها بأحرف كبيرة مثل: ..... ، $\underline{B}$ ، $\underline{A}$	$\underline{A} = \begin{bmatrix} 8 & 22 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & -3 & 6 \\ 7 & -8 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ ثلاثة صفوف أربعة أعمدة العنصر -1 موجود في الصف 2 والعمود1 . ويرمز له بالرمز a_{21} العنصر -8 موجود في الصف 3 والعمود 2 . ويرمز له بالرمز a_{32}.
رتبة المصفوفة	عدد الصفوف وعدد الأعمدة على الترتيب. $\underline{A} = n \times m$ رتبة المصفوفة حيث n عدد الصفوف و m عدد الأعمدة	
أنواع المصفوفات	مصفوفة صف: وتحتوي على صف واحد.	مثال: $A_{1\times4} = [2\ 0\ 4\ 6]$
	مصفوفة عمود: وتحتوي على عمود واحد.	مثال: $B_{3\times1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
	مصفوفة صفرية: جميع عناصرها أصفار وهي المصفوفة المحايدة في عملية جمع المصفوفات.	مثال: $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
	مصفوفة مستطيلة: عدد صفوفها لا يساوي عدد أعمدتها.	مثال: $F_{3\times4} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 7 & -1 \\ 4 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، $E_{2\times3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 5 & 6 \end{bmatrix}$
	مصفوفة مربعة: عدد صفوفها يساوي عدد أعمدتها.	مثال: $C_{2\times2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
	مصفوفة قطرية: هي مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار ماعدا عناصر القطر الأساسي على الأقل أحدها لا يساوي صفر.	مثال: $\begin{bmatrix} 2 & 0 & o \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
	مصفوفة وحدة: هي مصفوفة قطرية جميع عناصر قطرها الرئيسي تساوي واحد.	مثال: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

المصفوفات

مقدمة في المصفوفات

يتم تحديد عنصر في المصفوفة بتحديد رقم الصف ثم العمود الموجود فيه العنصر.

العنصر a_{21} موجود في الصف ٢، والعمود ١

$a_{21} = 9$

$$\begin{array}{r} \text{صف ٢} \rightarrow \\ \\ \end{array}\begin{bmatrix} -8 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix}$$

عمود ١

إذا كان عدد صفوف المصفوفة n وعدد أعمدتها m فإن رتبة المصفوفة $n \times m$

$$\text{صف}\left\{\begin{bmatrix} -18 & 6 & 38 \\ 9 & -9 & 22 \end{bmatrix}\right.$$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{عمود}}$

شروط تساوي المصفوفات:

١/ تساوي الرتبة.

٢/ العناصر المتناظرة متطابقة.

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان متساويتان

العمليات على المصفوفات

عند ضرب مصفوفة بعدد ثابت يتم ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في ذلك العدد الثابت.

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ C & d \end{bmatrix}$ و k عدد ثابت فإن:

$$k \cdot \underline{A} = k\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

شرط جمع أو طرح المصفوفات:

١/ تساوي الرتب.

٢/ نجمع أو نطرح العناصر المتناظرة.

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ C & d \end{bmatrix}, \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ C+g & d+h \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} - \underline{B} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ C-g & d-h \end{bmatrix}$$

ضرب المصفوفات

شرط ضرب مصفوفتين:

عدد أعمدة الأولى يساوي عدد صفوف الثانية.

$$\underline{A}_{m\times r} \cdot \underline{B}_{r\times n} = \underline{AB}_{m\times n}$$

متساويان

رتبة $\underline{A} \cdot \underline{B}$

يمكن إيجاد ناتج ضرب مصفوفتين بضرب عناصر صفوف الأولى في أعمدة الثانية بالترتيب ثم جمع النواتج.

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{AB}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

المحددات

محددات الدرجة الثانية

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$|\underline{A}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - c \cdot b$$

حاصل ضرب عناصر القطر الرئيس مطروحًا منها حاصل ضرب عناصر القطر الآخر.

محددات الدرجة الثالثة

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

محدد الدرجة الثانية

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a \cdot \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \cdot \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \cdot \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

قاعدة الأقطار

$$|A| = \left| \begin{array}{ccc|cc} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{array} \right.$$

١/ أعد كتابة العمود الأول و الثاني يمين المحدد

٢/ أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الرئيس وموازيته و أجمعها.

٣/ أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الآخر و موازيته و أجمعها.

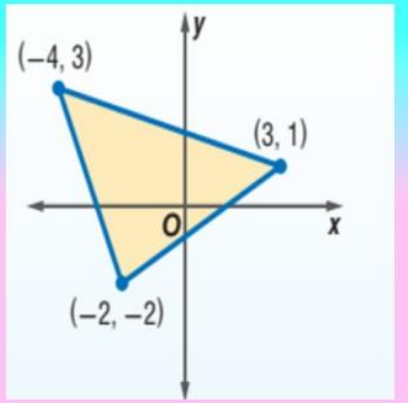
٤/ نطرح الناتجين في الخطوتين ٣ من ٢.

مساحة المثلث

مساحة المثلث الذي رؤوسه

(a , b) ، (c , d) ، (e , f)

هي القيمة المطلقة للمقدار A.



$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

مثال:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

خطوات إيجاد
النظير الضربي للمصفوفة:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

١/ نوجد محدد:

$$|\underline{A}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

ويجب أن لا يساوي الصفر.

٢/ نوجد النظير الضربي و يساوي $\frac{1}{|\underline{A}|}$ مضروب في المصفوفة الناتجة عن تبديل موضعي عناصر القطر الأساسي و تغيير إشارة القطر الآخر.

٣/

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$$

خطوات حل نظام معادلتين خطيتين باستخدام قاعدة كرامر

١/ لابد أن تكون المعادلات على الصورة القياسية.

$$\begin{aligned} ax + by &= n \\ cx + dy &= m \end{aligned}$$

٢/ نوجد محدد المصفوفة.

$$\Delta = |\underline{c}| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

٣/ لإيجاد x نستبدل معاملات x في محدد مصفوفات المعاملات بالحد الثابت و نقسم على محدد مصفوفة المعاملات.

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} n & b \\ m & d \end{vmatrix}}{|\underline{c}|}$$

٤/ لإيجاد y نستبدل معاملات y في محدد مصفوفات المعاملات بالحد الثابت و نقسم على محدد مصفوفة المعاملات.

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a & n \\ c & m \end{vmatrix}}{|\underline{c}|}$$

خطوات حل نظام معادلتين خطيتين
باستخدام المعادلات المصفوفية

١/ لابد أن تكون المعادلات على الصورة القياسية.

$$\begin{aligned} ax + by &= n \\ cx + dy &= m \end{aligned}$$

٢/ المعادلة المصفوفية للنظام.

$$\underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$$

٣/ حل النظام.

$$\underline{X} = \underline{A}^{-1} \cdot \ \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n \\ m \end{bmatrix}$$

خطوات حساب قوى i (i^n)

i^n

n عدد زوجي

١/ نجزئ الأسس. $(i^2)^{\frac{n}{2}}$

٢/ نعوض عن $(i^2 = -1)$ $(-1)^{\frac{n}{2}}$

- ١ إذا كان $\frac{n}{2}$ زوجيًا.
- -1 إذا كان $\frac{n}{2}$ فرديًا.

n عدد فردي

$(i^{n-1} \cdot i)$

$\left((i^2)^{\frac{n-1}{2}} \cdot i\right)$

$\left((-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot i\right)$

- i إذا كان $\frac{n-1}{2}$ زوجيًا.
- $-i$ إذا كان $\frac{n-1}{2}$ فرديًا.

طريقة أخرى

لإيجاد (i^n) نقسم n على 4

- إذا كان باقي القسمة صفر ← $i^n = 1$
- إذا كان باقي القسمة 1 ← $i^n = \mathrm{i}$
- إذا كان باقي القسمة 2 ← $i^n = -1$
- إذا كان باقي القسمة 3 ← $i^n = -\mathrm{i}$

الأعداد المركبة

العمليات على الأعداد التخيلية البحتة

$\sqrt{-a} = \sqrt{a}\, i \;,\qquad \sqrt{-1} = i$

نضرب المتشابه

$ai \cdot bi = ab \cdot i^2 = -ab$

مثال:

$3i \cdot 4i = 12i^2 = -12$

###

$\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b} = \sqrt{a}\mathrm{i} \cdot \sqrt{b}\mathrm{i}$

$= \sqrt{ab} \cdot \mathrm{i}^2 = -\sqrt{ab}$

مثال:

$\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-15} = \sqrt{6}\, i \cdot \sqrt{15}\, i$

$\sqrt{6.15} \cdot i^2 = -3\sqrt{10}$

العمليات على الأعداد المركبة $(a + ib)$

الجمع و الطرح

نجمع حقيقي مع حقيقي وتخيلي مع تخيلي وكذلك الطرح بالمثل.

مثال على الجمع

$(-2 + 5i) + (1 - 7i)$

$= (-2 + 1) + (5 - 7)I$

$= -1 - 2i$

الضرب

توزيع وفك أقواس وعند ظهور i^2 نعوض عنها بـ -1 ثم نجمع حقيقي مع حقيقي وتخيلي مع تخيلي.

مثال على الضرب

$(-2 + 5i).(1 - 7i)$

$= (-2 \times 1) + (-2 \times (-7i))$

$+ (5i \times 1) + (5i \times (-7i))$

$= -2 + 14i + 5i + 35$

$= 33 + 19i$

القسمة

١/ نضرب في مرافق المقام.

٢/ في البسط ضرب عددين مركبين فك أقواس وفي المقام

$(a + b\mathrm{i}) \cdot (a - b\mathrm{i}) = a^2 + b^2$

٣/ نبسط ثم نجمع حقيقي مع حقيقي وتخيلي مع تخيلي.

٤/ نكتب الناتج على الصورة.

مثال على القسمة

$$\frac{3 + 4i}{2 - 3i} \cdot \frac{2 + 3i}{2 + 3i}$$

$$\frac{(3 + 4i)(2 + 3i)}{2^2 + 3^2}$$

$$= \frac{6 + 9i + 8i + 12i^2}{13},\quad i^2 = -1$$

$$= \frac{6 + 17i - 12}{13} = -\frac{6}{13} + \frac{17}{13}i$$

القانون العام

لحل المعادلة التربيعية
$ax^2 + bx + c = 0 \quad ,a \neq 0$
بالقانون العام لابد أن تكون في الصورة القياسية.

a معامل x^2 ، b = معامل x
c = الحد الثابت

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال: حل المعادلة الآتية باستعمال القانون العام:

$x^2 - 6x = -10$

الحل: $x^2 - 6x + 10 = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$

$x = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2}$

$x = \frac{6 \pm 2i}{2}$

$x = 3 \pm i$

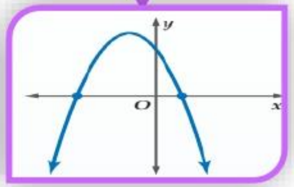
لتحديد عدد جذور معادلة تربيعية
نوجد المميز: $b^2 - 4ac$

موجب $b^2 - 4ac > 0$

للمعادلة جذران حقيقيان.

نسبيان إذا كان المميز مربعًا كاملاً.

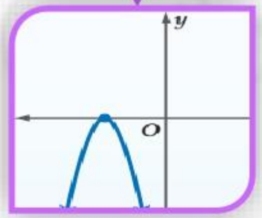
غير نسبيان إذا كان المميز ليس مربعًا كاملاً.



يقطع محور x في نقطتين.

$b^2 - 4ac = 0$

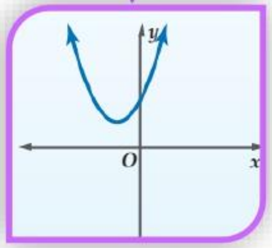
للمعادلة جذر حقيقي مكرر مرتين.



يمس محور x في نقطة..

سالب $b^2 - 4ac < 0$

للمعادلة جذران مركبان مترافقان.



لا يقطع محور x .

تحليل كثيرات الحدود

اخراج العامل المشترك الأكبر إن وجد

حدان

- الفرق بين مربعين: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- الفرق بين مكعبين: $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$
- مجموع مكعبين: $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

ثلاثة حدود

- مربع كامل:
  - $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  - $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- الصورة العامة: تحليل مقدار ثلاثي.

أربعة حدود أو أكثر

١/ تجميع مناسب للحدود.

٢/ إخراج العامل المشترك الأكبر.

٣/ إخراج العامل المشترك الأكبر لكل تجميع.

نظرية الباقي والعوامل

إيجاد قيمة دالة باستعمال التعويض التركيبي.

باستخدام القسمة التركيبية

قيمة دالة عند عدد r تساوي باقي قسمة الدالة على (x – r)

نكتب معاملات f(x) مع مراعاة ترتيب القوى وحفظ الخانة بالصفر في حالة عدم وجود الأس التالي ونضع العدد المطلوب حساب قيمة الدالة عنده في الصندوق r وبإجراء القسمة يكون باقي القسمة هو قيمة الدالة عند r

مثال: إذا كان $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 2$

فأوجد $f(4)$ باستعمال التعويض التركيبي.

الحل:

4	3	-2	0	5	2
		12	40	160	660
	3	10	40	165	662

$f(4) = 662$

استعمال التعويض التركيبي لتحديد ما إذا كانت ثنائية حد عاملاً من عوامل كثيرة حدود.

١/ نحدد ما إذا كان (x – r) عاملاً بإجراء عملية القسمة ولابد أن يكون باقي القسمة يساوي صفر.

٢/ لإيجاد باقي العوامل نحلل ناتج القسمة من الخطوات السابقة.

مثال: حدد ما إذ كان x - 5 عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $p(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$ أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى.

الحل: ١/ يكون $(x - 5)$ عاملاً إذا كان $p(5) = 0$

5	1	-7	7	15
		5	-10	-15
	1	-2	-3	0

٢/ لإيجاد باقي العوامل نحلل ناتج القسمة من الخطوة السابقة.

ناتج القسمة = $x^2 - 2x - 3$

$= (x + 1)(x - 3)$

3 / عوامل كثيرة الحدود هي:

$(x - 5)$ ، $(x + 1)$, $(x - 3)$

الجذور والأصفار

تحديد عدد جذور (أصفار) كثيرة الحدود و أنواعها.

١/ عدد جذور (أصفار) كثيرة الحدود يساوي درجتها أي أكبر أس فيها.
٢/ لإيجاد الجذور نساوي الدالة بالصفر ثم نحل المعادلة حسب نوعها.

تحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة و السالبة و التخيلية لكثيرة الحدود.

١/ عدد الأصفار n = (درجة كثيرة الحدود.)
٢/ لتحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة نحدد عدد مرات تغير إشارة $f(x)$ ثم نطرح منه 2 حتى نصل للعدد 1 أو 0.
٣/ لتحديد عدد الأصفار الحقيقية السالبة نوجد $f(-x)$ و ذلك بعكس إشارة معاملات الحدود فردية الدرجة ثم نحدد عدد مرات تغير إشارة $f(-x)$ ثم نطرح منه 2 حتى نصل للعدد 1 أو 0.
٤/ لتحديد عدد الأصفار التخيلية نعمل جدول نوجد فيه كل الاحتمالات الممكنة لعدد الأصفار الحقيقية ثم نطرح مجموع عدد الأصفار الحقيقة من n(درجة كثيرة لحدود).

كتابة كثيرة حدود بأقل درجة بمعرفة أصفارها.

١/ من السؤال معطاه جذور أو أصفار كثيرة الحدود لكل جذر نوجد العامل حيث الجذر $-\ x$ = العامل
عامل $(x-r) \Rightarrow$ جذر r
٢/ إذا كان أحد جذور كثيرة الحدود عدد مركب فإن مرافقه أيضًا جذر لها.
عامل $\left(x-(a+ib)\right) \Rightarrow$ جذر $a+ib$
عامل $\left(x-(a+ib)\right) \Rightarrow$ جذر أيضًا $a-ib$
٣) نضرب العوامل لإيجاد كثيرة الحدود.
مثال: اكتبي عوامل كثيرة الحدود التي جذورها i - 5 ،1-
العوامل هي:
$$(x+1),\left(x-(5-i)\right),\left(x-(5+i)\right)$$

المراجع

- ماجروهيل – رياضيات 1 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 2 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 3 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 4 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 5 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)
- ماجروهيل – رياضيات 6 – وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار – المملكة العربية السعودية (2008)

المراجعون	
أ. منال سعد الرويلي	أ. لطيفة سلامة العمار
أ. ابتسام عاتق الطاهري	أ. هند علي العديني
أ. غادة محمد الفضلي	أ. جواهر علي البيشي
أ. بندر رأفت بوقري	أ. هدى عبدالله الغفيص
أ. خوله حميد العمراني	

تصميم الغلاف : أ. دلال عبدالله الغفيص

كتابة المقدمة: أ. نجود مترك النفيعي

تنسيق الكتاب : أ. هدى عبدالله الغفيص