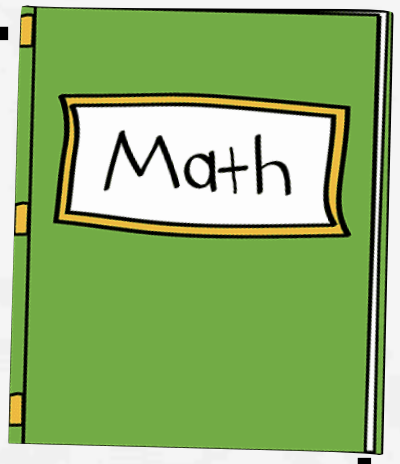


مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

حلول (تحقق من فهمك)

رياضيات ٥

تأليف :

أ. جواهر حمدان العنزي

مراجعة :

أ. هند علي العديني

أ. محمد السحاري

نسخة مجانية لاتباع

أ. جواهر حمدان العنزي
فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
حلول تحقق من فهمك (رياضيات ٥)

رقم الإيداع : 1443/1127

تاريخ : 29/1/1443

هـ ورقم ردمك : 7 – 9042 – 03 – 603 – 978

المقدمة

الحمد الله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

نبذه تعريفيه بمجموعة رفعه

هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة

وهي قائمة على التطوير المهني للمعلمين والمعلمات وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام .

وبهدف التيسير والتسهيل لمادة الرياضيات

أقدم لكم حلول لتحقق من فهمك لكتاب رياضيات ٥

كتبتها لطالباتي في جائحة كورونا وأول عام دراسي عن بعد

بهدف الفائدة والتيسير والتسهيل عليهم

ومن باب نشر العلم أحببت اقدمه لكم

وأسأل الله أن يجعله خالصاً لوجهه وأن تجدوا فيه الفائده

قناة رياضيات ٥

حسابات مجموعة رفعة الرياضيات

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

الفصل الأول تحليل الدوال

(1-1)	الدوال
(1-2)	تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات
(1-3)	الإتصال والنهايات
(1-4)	القيم القصوى ومتوسط معدل التغير
(1-5)	الدوال الرئيسية الأم والتحويلات الهندسية
(1-6)	العمليات على الدوال وتركيب دالتين
(1-7)	العلاقات والدوال العكسية

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

الدوال

تحقق من فهمك

اكتب كل من مجموعات الأعداد باستعمال الصفة المميزه للمجموعة :

1A) $\{1,2,3,4\ldots\ldots\}\{x\,|\,x \geq 1, x \in N\}$

1B) $x \leq -3 \quad \{x\,|\,x \leq -3, x \in R]$

1c) $-1 \leq x \leq 5$

$\{x\,|\,-1 \leq x \leq 5, x \in R\}$

اكتب كل من مجموعات الأعداد باستعمال رمز الفترة :

2A) $-4 \leq y < -1 \; [-4, -1)$

2B) $a \geq -3 \qquad [-3, \infty)$

2c) $x > 9, x < -2$

$(-\infty, -2) \cup (9, \infty)$

3A) **تمثل قيم x كمية الاستهلاك الشهري لأسرة من الكهرباء اما قيم y المبلغ المستحق مقابل الاستهلاك**

دالة لأن كل قيمة لـ x بقيمة واحدة ل y اذ لايمكن للإستهلاك الشهري الحصول على قيمتين مختلفتين في شهر واحد

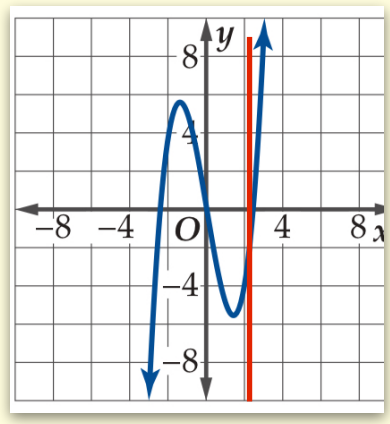
تحقق من فهمك

3B)

x	y
-6	-7
2	3
5	8
5	9
9	22

ليست دالة لأن يوجد x مرتبطه بقيمتين من y وهو العدد 5

3c)



دالة لأن أي خط رأسي يقطع التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط

3D) $3y + 6x = 18$

$3y = 18 - 6x$

$y = \dfrac{18 - 6x}{3}$

$y = 6 - 2x$

دالة لأن كل قيمة لـ x ترتبط بقيمة واحدة فقط لـ y

الدوال

تحقق من
فهمك

حدد مجال كل من الدوال الآتيه :

5A) $f(x)=\dfrac{5x-2}{x^2+7x+12}$

تكون الدالة غير معرفة عندما المقام يساوي صفر

$$x^2+7x+12=0$$
$$(x+3)(x+4)=0$$
$$x=-3, x=-4$$
$$D=R-\{-3,-4\}$$

5B) $h(a)=\sqrt{a^2-4}$

تكون الدالة غير معرفة اذا كان المقام أكبر من أو يساوي الصفر

$$a^2-4\geq 0$$
$$a^2\geq 4$$
$$|a|\geq 2$$
$$a\geq +2 \quad or \quad a\leq -2$$

$$D=(-\infty,2]\cup[2,\infty)$$

5c) $g(x)=\dfrac{8x}{\sqrt{2x+6}}$

تكون الدالة غير معرفة اذا كان المقام أكبر من الصفر

$$2x+6>0$$
$$2x>-6$$
$$x>-3$$
$$D=(-3,\infty)$$

تحقق من
فهمك

إذا كانت $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2-2x+1}$
فأوجد قيمة الدالة في كل مما يأتي:

4A) $f(12)$

$$f(12)=\frac{2(12)+3}{(12)^2-2(12)+1}$$
$$f(12)=\frac{27}{121}$$

4B) $f(6x)$

$$f(6x)=\frac{2(6x)+3}{(6x)^2-2(6x)+1}$$
$$f(6x)=\frac{12x+3}{36x^2-12x+1}$$

4c) $f(-3a+8)$

$$f(-3a+8)=\frac{2(-3a+8)+3}{(-3a+8)^2-2(-3a+8)+1}$$
$$=\frac{-6a+16+3}{9a^2-48a+64+6a-16+1}$$
$$=\frac{-6a+19}{9a^2-42a-49}$$

الدوال

اسئلة تحصيلي

العدد الذي ينتمي الى مجموعة الأعداد الغير نسبية :							
أ	-5	ب	$\sqrt{15}$	ج	$\sqrt{49}$	د	$\sqrt{\frac{9}{4}}$
مجال الدالة $f(x)=\frac{x-3}{2x-5}$:							
أ	R	ب	R-{2}	ج	$R-\left\{\frac{5}{2}\right\}$	د	R-{5}
اذا كان $f(x)=4x^2-8$ فما قيمة $f(x-1)$							
أ	$4x^2-8x-4$	ب	$4x^2-8$	ج	x^2-1	د	$x-1$

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

(6)سرعة

اذا كانت سرعة مركبة $v(t)$ بالميل كل ساعة تعطى بالدالة المتعددة التعريف الآتيه حيث الزمن t بالثواني:

$$v(t)=\begin{cases}4t & , \ 0\le t\le 15\\ 60 & , \ 15<t<240\\ -6t+1500 & , \ 240\le t\le 250\end{cases}$$

6A) $v(5)$

$$V(t)=4t$$

$$V(5)=4\times 5=20$$

6B) $v(15)$

$$V(t)=4t$$

$$V(15)=4\times 15=60$$

6c) $v(245)$

$$V(t)=-6t+1500=0$$

$$V(245)=-6(245)+1500$$

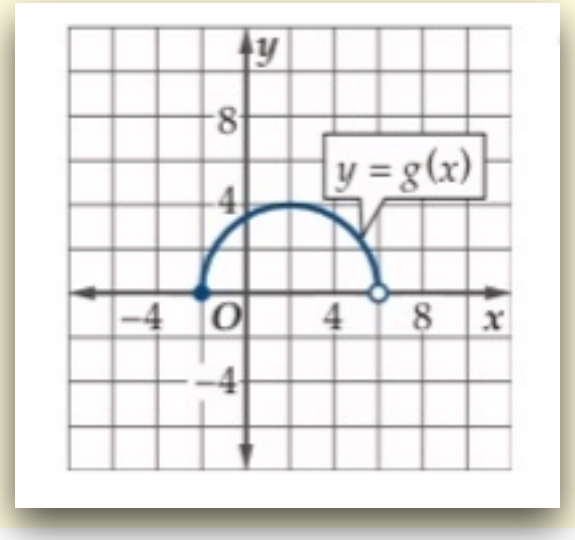
$$=30$$

البداية الجيدة هي نصف الإنجاز🌸🌿

تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

تحقق من فهمك

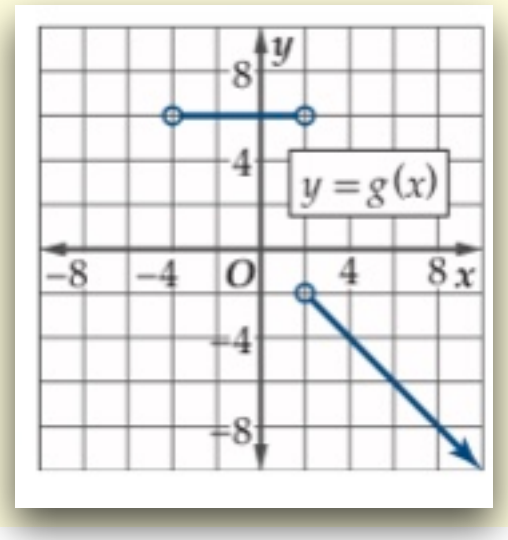
2A)



$$D_g = [-2,6)$$

$$R_g = [0,4]$$

2B)



$$D_g = (-4,2)\ U\ (2,\infty)$$

$$R_g = \{6\} \cup (-\infty, -2)$$

تحقق من فهمك

1A)

1) **استثمار:** تمثل الدالة: $v(d) = 0.002d^4 - 0.11d^3 + 1.77d^2 - 8.6d + 31,\ 0 \le d \le 20$ تقديرًا لاستثمارات أحد رجال الأعمال في السوق المحلية؛ حيث $v(d)$ قيمة الاستثمارات بملايين الريالات في السنة d.

1A) استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة الاستثمارات في السنة العاشرة. ثم تحقّق من إجابتك جبريًّا.

1B) استعمل التمثيل البياني لتحديد السنوات التي بلغت فيها قيمة الاستثمارات 30 مليون ريال. ثم تحقّق من إجابتك جبريًّا.

$$v(10) = 0.002(10)^4 - 0.11(10)^3 + 1.77(10)^2 - 8.6(10) + 31$$

$$= 20 - 110 + 177 - 86 + 31 = 32$$

$$= 32 \quad \text{مليون}$$

عند السنة التاسعة والسنة الخامسة عشر

التحقق جبرياً

1B) $v(d) = 0{,}002d^4 - 0.11d^3 + 1.77d^2 - 8.6d + 31$

$$d = 9$$

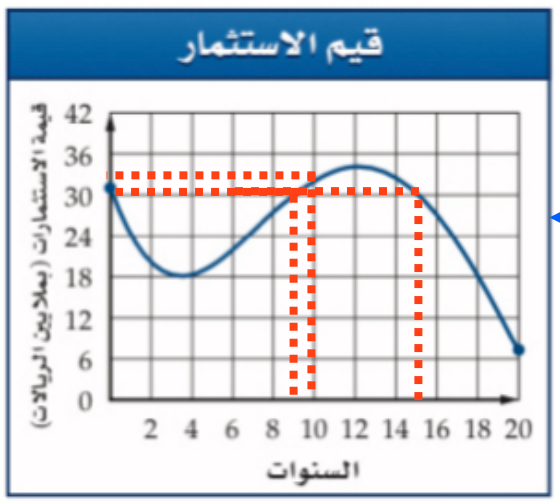
$$v(9) = 0.002(9^4) - 0.11(9^3) + 1.77(9^2) - 8.6(9) + 31$$

$$v(9) = 30$$

$$d = 15$$

$$v(15) = 0.002(15^4) - 0.11(15^3) + 1.77(15^2) - 8.6(15) + 31$$

$$v(15) = 30$$

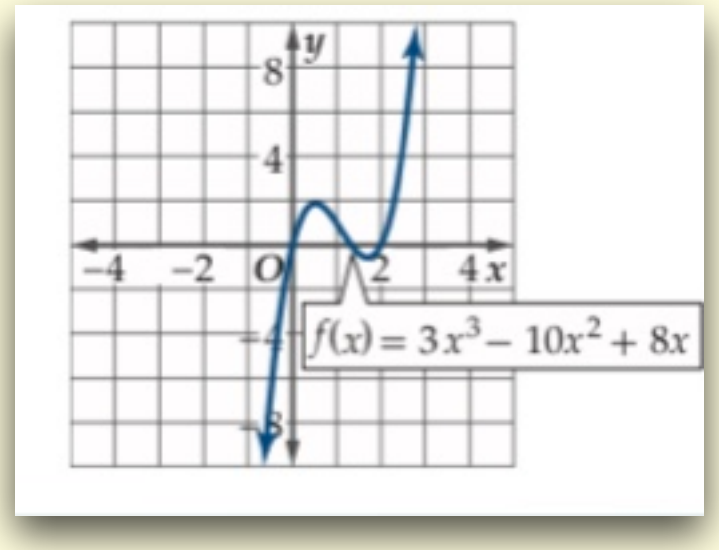


ومن خلال التمثيل البياني نلاحظ أنه مطابق الحل الجبري

تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

تحقق من فهمك

4A)



يتضح من التمثيل البياني ان مقطع المحور x

هي : 0 و 1.3 و 2

التحقق جبرياً

$$f(x) = 3x^3 - 10x^2 + 8x$$

$$x(3x^2 - 10x + 8) = 0$$

$$x = 0, 3x^2 - 10x + 8 = 0$$

$$a = 3, b = -10, c = 8$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4(3)(8)}}{2(3)}$$

$$= \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{6}$$

$$\frac{10 + \sqrt{4}}{6}, \frac{10 - \sqrt{4}}{6}$$

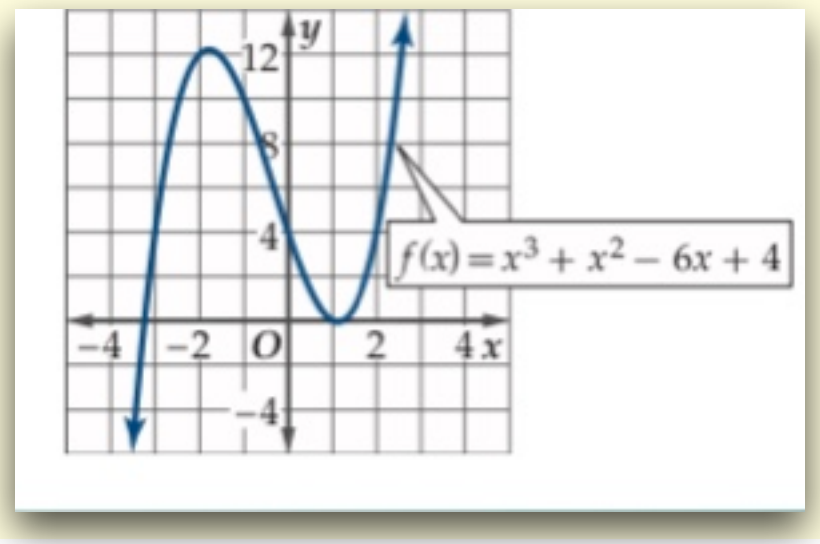
$$= \frac{10 + 2}{6}, \frac{10 - 2}{6}$$

$$2,1 \cdot 3$$

$$x = 0, x = 2, x = 1.3$$

تحقق من فهمك

3A)



يتضح من الشكل أن $f(x)$ يقطع المحور y عند

النقطة $(0,4)$ وعليه فإن المقطع y هو 4

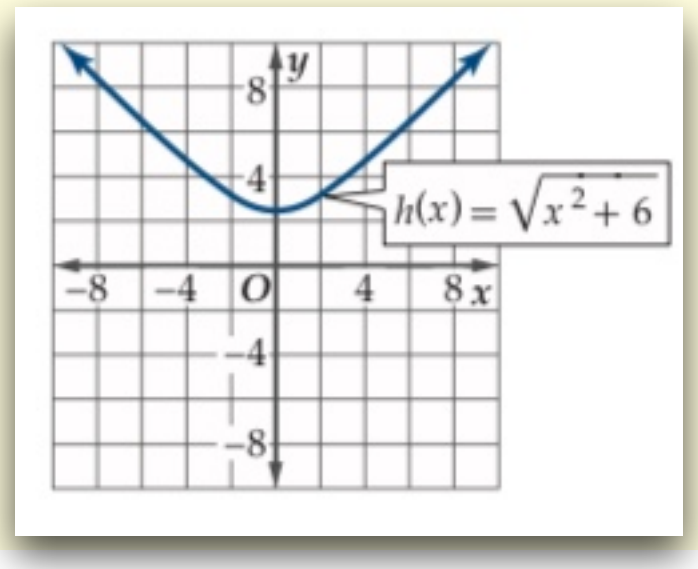
التحقق جبرياً

$$f(x) = x^3 + x^2 - 6x + 4$$

$$f(0) = 0 + 0 - 0 + 4$$

$$(0,4)$$

3B)



يتضح من الشكل أن $h(x)$ يقطع المحور y عند النقطة

$(0,2.4)$ وعليه فإن المقطع y هو 2.4

التحقق جبرياً

$$h(x) = \sqrt{x^2 + 6}$$

$$h(0) = \sqrt{0 + 6}$$

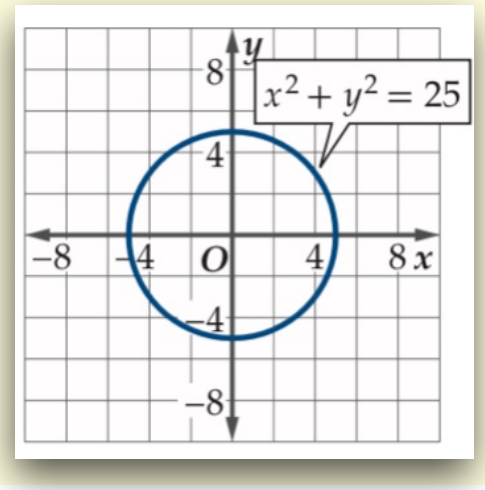
$$h(0) = \sqrt{6}$$

$$h(0) = 2 \cdot 4$$

تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

تحقق من فهمك

5B)



*المنحنى متماثل حول نقطة الأصل لأن لكل نقطة (x, y) على المنحنى يوجد نقطة $(-x, -y)$

*المنحنى متماثل حول محور x لأن لكل نقطة (x, y) على المنحنى يوجد نقطة $(x, -y)$

على نفس المنحنى

* المنحنى متماثل حول محور y لأن لكل نقطة (x, y) على المنحنى يوجد نقطة $(-x, y)$ على نفس المنحنى

* التحقق عددياً :

x	3	−3	4	−4
y	4±	4±	3±	3±
(x,y)	(3,4) (3,−4)	(−3,4) (−3,−4)	(4,3) (4,−3)	(−4,3) (−4,−3)

التحقق جبرياً

$x^2 + y^2 = 25$

$f(-x, -y) = (-x)^2 + (-y)^2$

$f(-x, -y) = x^2 + y^2$

$= f(x, y)$

التحقق جبرياً

$x^2 + y^2 = 25$

$f(x, -y) = x^2 + (-y)^2$

$f(x, -y) = x^2 + y^2$

$= f(x, y)$

التحقق جبرياً

$x^2 + y^2 = 25$

$f(-x, y) = (-x)^2 + y^2$

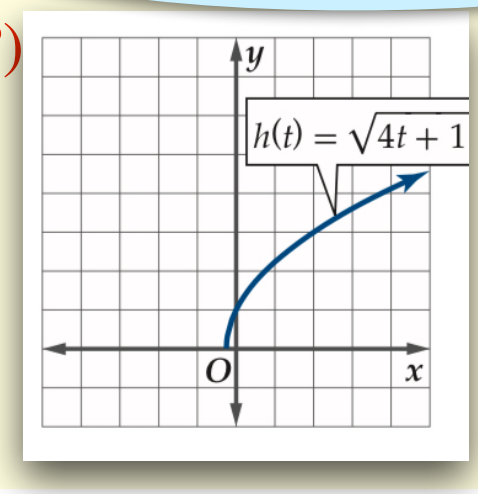
$f(-x, y) = x^2 + y^2$

$= f(x, y)$

المنحنى متماثل حول نقطة الأصل وحول المحور y وحول المحور x

تحقق من فهمك

4B)



يتضح من التمثيل البياني أن مقطع محور x هو $-0,2$

التحقق جبرياً

$h(t) = \sqrt{4t + 1}$

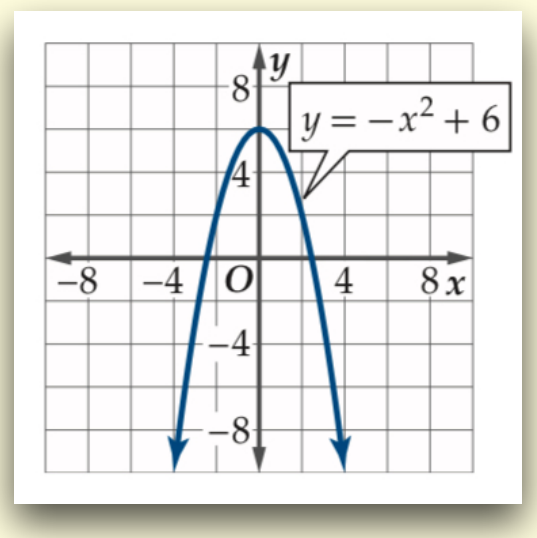
$4t + 1 = 0$

$4t = -1$

$t = -\frac{1}{4}$

$t = -0,2$

5A)



التحقق بيانياً : المنحنى متماثل على محور y لأن لكل نقطة (x, y) على المنحنى يوجد نقطة $(-x, y)$ على نفس المنحنى

التحقق عددياً

x	2	−2	3	−3
y	2	2	−3	−3
(x,y)	(2,2)	(-2,2)	(3,-3)	(-3,-3)

التحقق جبرياً : نعوض بدل x بـ $(-x)$

$y = -x^2 + 6$

$y = -(-x)^2 + 6$

$y = -x^2 + 6$

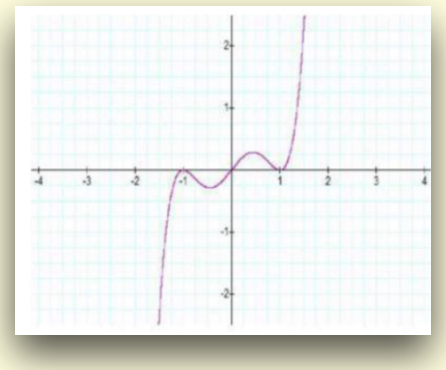
المعادلة لم تتغير

∴ المنحنى متماثل حول محور y

تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

تحقق من فهمك

6c) $h(x) = x^5 - 2x^3 + x$



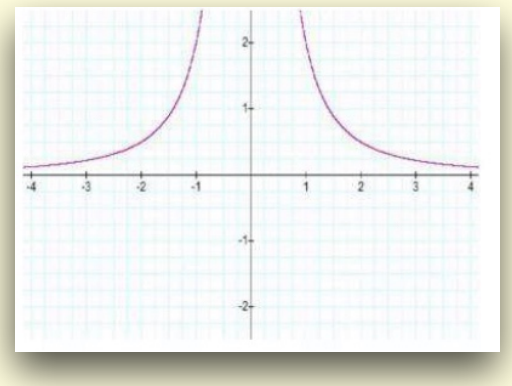
من التمثيل البياني يتضح أن الدالة فردية لأنها متماثلة حول نقطة الأصل

التحقق جبرياً

$$f(-x) = (-x)^5 - 2(-x)^3 + (-x)$$
$$f(-x) = -\left(x^5 - 2x^3 + x\right)$$
$$= -f(x)$$

تحقق من فهمك

6A) $f(x) = \dfrac{2}{x^2}$

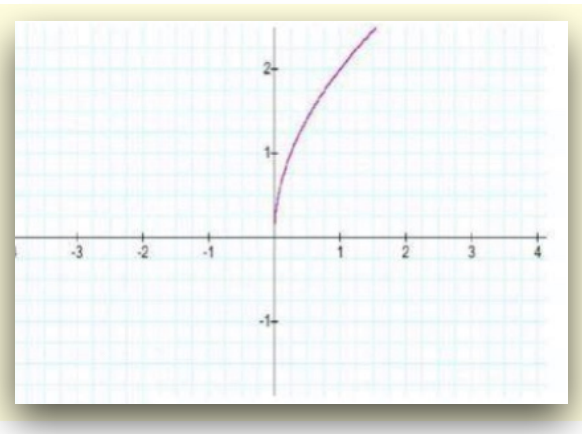


من التمثيل البياني يتضح أن الدالة زوجية لأنها متماثلة حول محور y

التحقق جبرياً

$$f(-x) = \frac{2}{(-x)^2} = \frac{2}{x^2}$$
$$= f(x)$$

6B) $g(x) = 4\sqrt{x}$



من التمثيل البياني يتضح أن الدالة ليست زوجية ولا فردية

التحقق جبرياً

$$f(-x) = 4\sqrt{-x}$$
$$\neq f(x)$$

تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

اسئلة تحصيلي

منحنى الدالة $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ يقطع المحور y عند النقطة :							
أ	10	ب	5	ج	3	د	2
مامدى الدالة $f(x) = x^2 + 1$ اذا كان مجالها $-2 < x < 3$							
أ	$5 < f(x) < 9$	ب	$5 < f(x) < 10$	ج	$1 < f(x) < 9$	د	$1 \le f(x) < 10$
منحنى الدالة $f(x) = x^5 - 6x^3 + 10x$ متماثل حول :							
أ	محور x	ب	محور y	ج	نقطة الأصل	د	المستقيم $y = x + 3$
الدالة $f(x) = x^3 + 5x^2 - x$ هي دالة :							
أ	زوجية	ب	فردية	ج	زوجية وفردية معاً	د	ليست زوجية ولافردية

الثقة بالله ليست مُجرَّد كلمات تجري على اللِّسان ؛ بل شعورٌ يغمُرُ القلب مِنْ دون أدنى ذرَّةِ شكٍ ؛ أنَّ الله حكيمٌ فيما قدَّرهُ وقضاه ؛ رحيمٌ بِمَنْ التجأ إليه ودعاه 🌻💗.

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

الإتصال والنهايات

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كانت الدالتين متصلتين عن قيم x $2A)$
وحدد نوع الإتصال :

$$x=0, f(x)=\frac{1}{x^2}$$

١) هل $f(0)$ موجودة ؟ غير معرفة $f(0)=\frac{1}{0^2}=$

الدالة غير معرفة عند $x=0$

٢) هل $\lim_{x\to 0} f(x)$ موجودة ؟

X	-,1	-,01	-,001	0	,001	,01	,1
f(x)	100	10000	1000000	0	1000000	10000	100

قيم الدالة من اليمين واليسار تقترب من ∞

إذن : $\lim_{x\to 0} f(x)$ غير موجودة

الدالة غير متصلة

نوع الدالة : عدم اتصال لانهائي

$$2B)\quad x=2,\quad f(x)=\begin{cases}5x+4 . x>2\\ 2-x, x\le 2\end{cases}$$

١) هل $f(2)$ موجودة ؟ موجوده $f(2)=2-2=0$

٢) هل $\lim_{x\to 2} f(x)$ موجودة ؟

$2-x$ ← → $5x+4$

X	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
f(x)	,1	,01	,001	0	14,005	14,05	14,5

قيم الدالة من اليمين واليسار معرفه ولكنها مختلفه

أي أن $lim_{x\to 2^+}(x) \neq \lim_{x\to 2^-} f(x)$

الدالة غير متصلة

نوع الدالة : عدم اتصال قفزي

تحقق من فهمك

حدد ماإذا كانت الدالتين متصلتين عند $x=0$ $1A)$
ثم برر إجابتك باستعمال اختبار الإتصال

$$f(x)=x^3$$

١) هل $f(0)$ موجودة ؟ $f(0)=0^3=0$ الدالة معرفة عند $x=0$

٢) هل $\lim_{x\to 0} f(x)$ موجودة ؟

X	-,1	-,01	-,001	0	,001	,01	,1
f(x)	-,0001	-,000001	-,000000001	0	,000000001	,000001	,0001

قيم الدالة من اليمين واليسار تقترب من العدد 0

$$\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)$$

إذن الدالة متصلة عند النقطة $x=0$

$$1B)\quad f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}, x<0\\ x, x\ge 0\end{cases}$$

١) هل $f(0)$ موجودة ؟ الدالة $f(0)=0$ معرفة عند $x=0$

٢) هل $\lim_{x\to 0} f(x)$ موجودة ؟

$\frac{1}{x}$ ← → x

X	-,1	-,01	-,001	0	,001	,01	,1
f(x)	-10	-100	-1000	0	,001	,01	,1

قيم الدالة من اليمين واليسار لاتقترب الى نفس القيمة

$\lim_{x\to 0} f(x)$ غير معرفه

$$\lim_{x\to 0} f(x)\neq f(0)$$

إذن الدالة غير متصلة عند النقطة $x=0$

الإتصال والنهايات

تحقق من فهمك

3) أعد تعريف الدالة $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ لتصبح متصلة عند $x=1$

$$f(1)=\frac{1-1}{1-1}=\frac{0}{0}$$ أي أن $f(1)$ غير معرفة

نبحث عن قيم الدالة عندما تقترب x من 1

X	,9	,99	,999	1	1,001	1,01	1,1
f(x)	,20	1,99	1,999		2,001	2,01	2,1

يظهر من الجدول ان قيم $f(x)$ تقترب من 2 عندما تقترب x من 1

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1}, x=1\\ 2, x=1\end{cases}$$

حدد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الاصفار الحقيقية للدوال الاتيه:

4A) $f(x)=x^3+2x^2-8x+3$

$[-6,4]$

X	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)	-93	-32	3	18	19	12	3	-2	3	24	67

بما أن $f(-5)$ سالبة و $f(-4)$ موجبه يوجد صفر للدالة $f(x)$ في الفترة $(-5,-4)$

وكذلك يوجد صفر حقيقي الدالة في الفترة $(0,1)$ و $(1,2)$

تحقق من فهمك

4B) $f(x)=\dfrac{x^2-6}{x+4}$

$[-3,4]$

X	-3	-2	-1	-0	1	2	3	4
f(x)	3	-1	1,67	-1,5	-1	-,33	,43	1,25

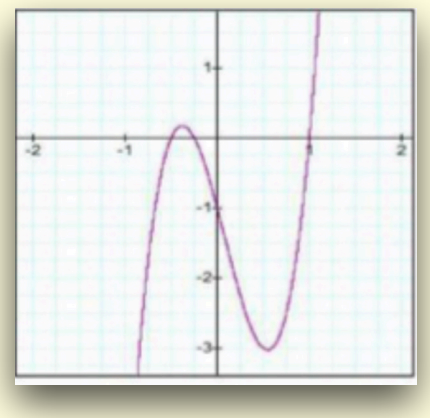
بما أن $f(-3)$ موجبة و $f(-2)$ سالبة يوجد صفر للدالة $f(x)$ في الفترة $(-3,-2)$

وكذلك يوجد صفر الدالة في الفترة $(2,3)$

5A) $f(x)=8x^3-2x^2-5x-1$

$[-5,5]$

X	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-1026	-525	-220	-63	-6	-1	0	45	182	459	924



من الرسم يتضح يوجد صفرين حقيقين للدالة في الفترة $(-1,0)$

وكذلك عندما $x=1$

للتوضيح ⇐

الإتصال والنهايات

تحقق من فهمك

5B)

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 18x - 14$$

$$[0,4]$$

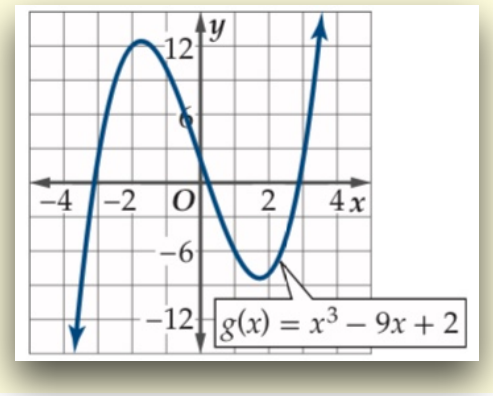
X	0	1	2	3	4
f(x)	-14	-2	2	4	10

بما أن $f(1)$ سالبة و $f(2)$ موجبة يوجد صفر حقيقي للدالة $f(x)$ في الفترة $(1,2)$

للتوضيح ⇐

استعمل التمثيل البياني للدوال الاتية لوصف سلوك طرفي التمثيل البيانى ثم عزز إجابتك عددياً

6A)



يتضح من التمثيل البياني أن $\lim_{x\to\infty} g(x) = \infty$ وأن

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$$

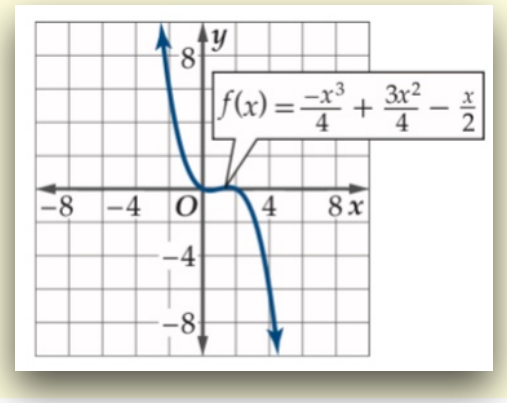
X	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
f(x)	-1.10^{12}	-1.10^{9}	-1.10^{6}	2	1.10^{6}	1.10^{9}	1.10^{12}

نلاحظ انه عندما $x \to \infty$ فإن $g(x) \to \infty$

وإنه عندما $x \to -\infty$ فإن $g(x) \to -\infty$

تحقق من فهمك

6B)

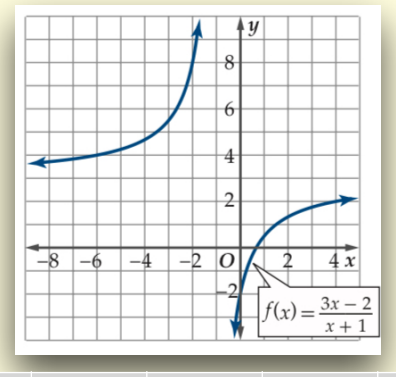


X	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
f(x)	2.10^{11}	2.10^{8}	2.10^{5}	0	-2.10^{5}	-2.10^{8}	-2.10^{11}

نلاحظ انه عندما $x \to \infty$ فإن $f(x) \to -\infty$

وإنه عندما $x \to -\infty$ فإن $f(x) \to \infty$

7A)



X	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
f(x)	3,0005	3,005	3,05	-2	2,95	2,99	2,9995

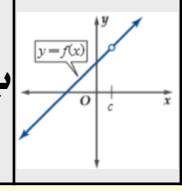
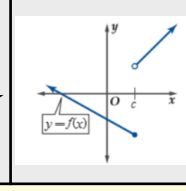
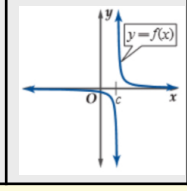
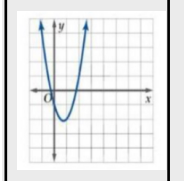
نلاحظ انه عندما $x \to \infty$ فإن $f(x) \to 3$

وإنه عندما $x \to -\infty$ فإن $f(x) \to 3$

الإتصال والنهايات

اسئلة تحصيلي

الدالة التي تمثل عدم اتصال لانهائي :

أ		ب		ج		د	

اذا كانت الدالة $f(x)=\begin{cases} x^2+1, x\geq 2 \\ ax+1, X<2 \end{cases}$ **متصلة عند** 2
فما قيمة a

أ	2	ب	-2	ج	1	د	-1

الدالة $f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$ **غير متصلة عند :**

أ	X=2	ب	x=-2	ج	x=0	د	x=4

النهاية $\lim_{x\to\infty}\frac{10x^4-2}{5x^4+3x^2-2x}$ **تساوي :**

أ	15	ب	10	ج	5	د	2

في أي الفترات يقع صفر الدالة $f(x)=\sqrt{x^2-6}-6$

أ	[6،7]	ب	[7،8]	ج	[8،9]	د	[9،10]

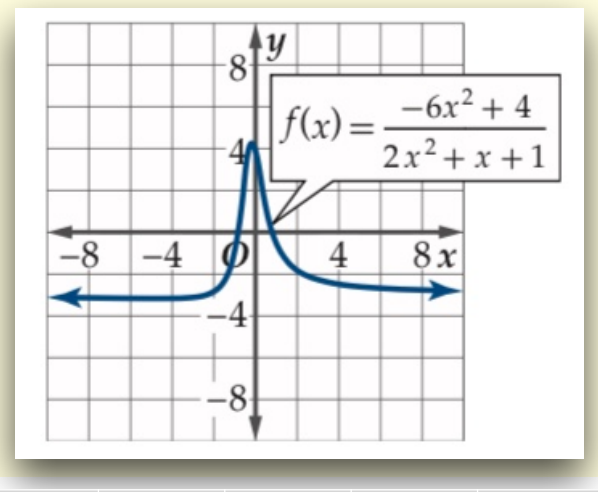
إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

7B)

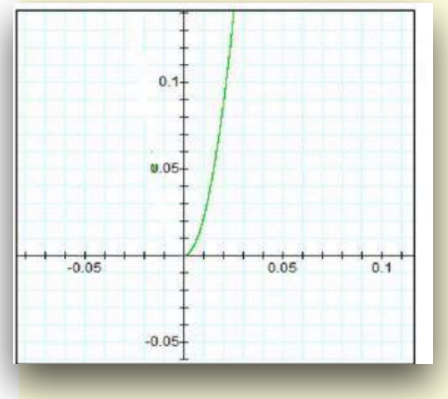


X	-10000	-1000	-100	0	100	1000	10000
f(x)	-3,0001	-3,001	-3,01	4	-2,98	-2,99	-2,998

نلاحظ انه عندما $x\to\infty$ فإن $f(x)\to -3$

وإنه عندما $x\to-\infty$ فإن $f(x)\to -3$

8) **فيزياء:** الضغط الديناميكي هو قياس الضغط الناتج عن حركة جزيئات الغاز ويعطى بالقاعدة $q(v)=\frac{\rho v^2}{2}$، حيث ρ (ويقرأ روه) كثافة الغاز، و v السرعة التي يتحرك بها الجزيء. ماذا يحدث للضغط الديناميكي لجزيئات الغاز عندما تستمر سرعة الجزيئات في التزايد؟



$q(v)=\frac{pv^2}{2}$

حيث p ثابت من التمثيل البياني انه عندما

فإن $v\to\infty$

$q(v)\to\infty$

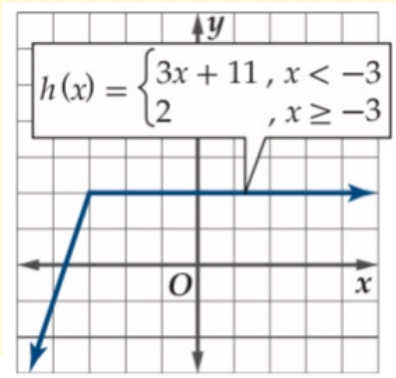
وعندما $v=0$

فإن $q(v)=0$

القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

تحقق من فهمك

1B)



يبين من الرسم البياني ان الدالة $h(x)$ متزايدة من الفترة $(-\infty, -3)$ وثابته في الفترة $(-3,\infty)$

الفترة $(-\infty, -3)$

x	-6	-5	-4	-3
h(x)	-7	-4	-1	2

يوضح الجدول كلما تناقصت قيم x تناقصت قيم $h(x)$ اذن هي متزايده في هذه الفترة

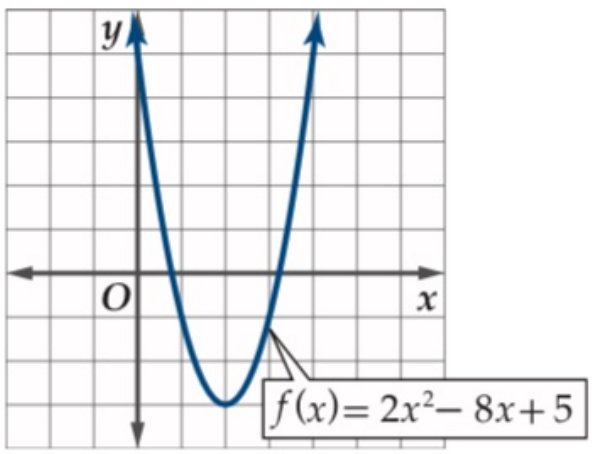
الفترة $(-3,\infty)$

x	-3	-2	-1	0
h(x)	2	2	2	2

وفي الجدول وكلما تزايدت قيم x اصبحت قيم $h(x)$ ثابته اذن هي ثابته في هذه الفترة

تحقق من فهمك

1A) استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين الاتيتين لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايده او متناقصة أو ثابته ثم عزز إجابتك عدديا



يبين من الرسم البياني ان الدالة $f(x)$ متناقصة من الفترة $(-\infty,2)$ ومتزايده في الفترة $(2,\infty)$

الفترة $(2,\infty)$

x	2	3	4	5
f(x)	-3	-1	5	15

يوضح الجدول كلما تزايدت قيم x تزايدت قيم $f(x)$ اذن هي متزايده في هذه الفترة

الفترة $(-\infty,2)$

x	-1	0	1	2
f(x)	15	5	-1	-3

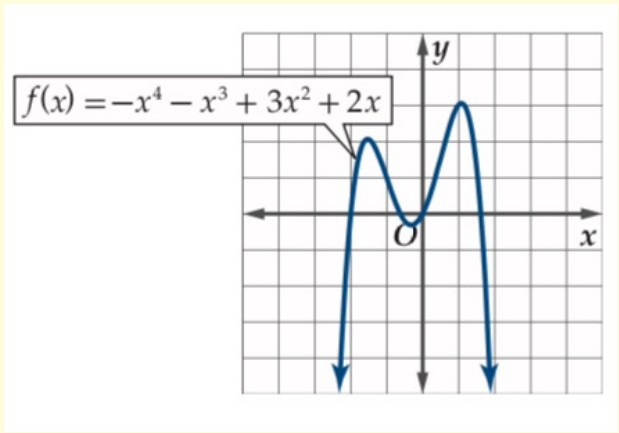
ومن الجدول كلما تناقصت قيم x تزايدت قيم $f(x)$ اذن هي متناقصة في هذه الفترة

القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

تحقق من فهمك

استعمل التمثيل البياني لتقدير قيم x التي يكون للدالة فيها قيم قصوى وأوجد قيم الدالة عندها وبين نوع القيم القصوى ثم عزز إجابتك عددياً

2A)



يوضح التمثيل البياني أن للدالة $f(x)$ قيمة عظمى محلية عند $x = -1.5$ ومقدارها 2

كما توجد قيمة صغرى محلية عند $x = -0.5$ ومقدارها -0.3

كما توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 1$ ومقدارها 3

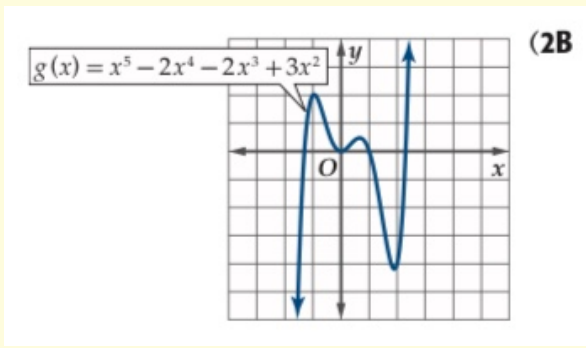
التعزيز عددياً

x	-100	-2	-1.5	-0.5	1	100
f(x)	-98970200	0	2	-0.3	3	-1009698

يتضح من الجدول القيمة العظمى المحليه عند $x = -1.5$ والقيمة العظمى المطلقه عند $x = 1$ والقيمة الصغرى المحلية عند $x = -0.5$ كما تبين في التمثيل البياني

تحقق من فهمك

2B)



يوضح التمثيل البياني ان الدالة $g(x)$ لها قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ ومقدارها 2

وقيمة صغرى محلية عند $x = 0$ ومقدارها 0

وقيمة عظمى محلية عند $x = 0.5$ ومقدارها 0.4

وقيمة صغرى محلية عند $x = 2$ ومقدارها -4

ولا يوجد قيمة عظمى مطلقة ولا قيمة صغرى مطلقة

x	-100	-1	0	0.5	2	100
g(x)	-1.01×10^{10}	2	0	0.4	-4	979803000

يتضح من الجدول القيمة العظمى المحليه عند $x = 0.5$ وقيمة عظمى محلية عند $x = -1$ والقيمة صغرى محلية عند $x = 0$ وقيمة صغرى محلية عند $x = 2$ كما تبين في التمثيل البياني

القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

تحقق من فهمك

تحقق من فهمك

4) صناعة : يرغب صاحب مصنع زجاج في إنتاج كأس أُسطوانية الشكل مفتوحة من أعلى مساحتها الكلية $10\pi \text{ in}^2$. أوجد طول نصف قطر الكأس وارتفاعه اللذين يجعلان حجمها أكبر ما يمكن.

$$M = 2rh\pi + r^2\pi$$

$$10\pi = 2rh\pi + r^2h\pi \Rightarrow 10 = 2rh + r^2h$$

$$h = \frac{10 - r^2}{2r}$$

$$V(r) = r^2h\pi \Rightarrow = r^2\pi(\frac{10 - r^2}{2r}) \Rightarrow = \frac{1}{2}r\pi(10 - r^2)$$

$$V'(r) = \pi(5 - \frac{3}{2}r^2) \Rightarrow r = \pm\sqrt{\frac{10}{3}}, r \simeq 1.83in$$

M المساحة الكلية
r نصف القطر
h الارتفاع
V الحجم

$$h = \frac{10 - (1.83)^2}{2(1.83)}, h \simeq 1.83in$$

اوجد متوسط معدل التغير للدوال الاتيه في كل من الفترات المجاورة لها :

$$5A) \quad f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 2, [2,3]$$

$$m = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2}$$

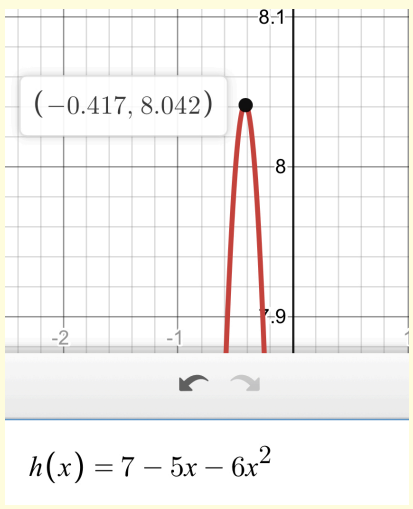
$$= \frac{2 - (-4)}{3 - 2}$$

$$= \frac{6}{1} = 6$$

تحقق من فهمك

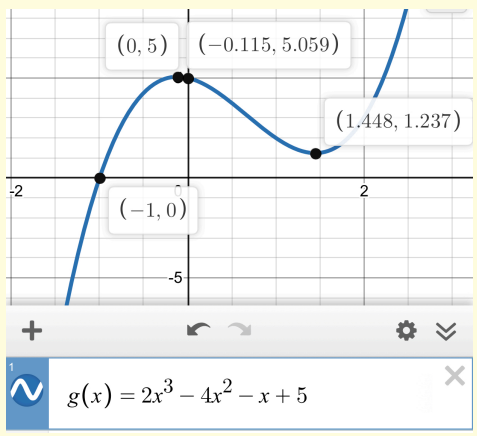
استعمل الحاسبة البيانية لتحديد القيم القصوى المحلية والمطلقة لكل من الدوال وحدد قيم x التي تكون عندها هذه القيم

$$3A) \quad h(x) = 7 - 5x - 6x^2$$



يتضح من الرسم البياني أنه يوجد قيمة عظمى مطلقة للدالة عند النقطة $(-0.42, 8.04)$

$$3B) \quad g(x) = 2x^3 - 4x^2 - x + 5$$



يتضح من الرسم البياني أنه يوجد قيمة عظمى محلية بـ 5.06 وتكون عند $x = -0.12$ وقيمة صغرى محلية بـ 1.24 عند النقطة $x = 1.45$

القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

اسئلة تحصيلي

القيمة العظمى للدالة $f(x)=x^3+12x$ على الفترة $[-1,1]$ تساوي :							
أ	33	ب	23	ج	13	د	0
متوسط معدل التغير للدالة $f(x)=x^2-3x-4$ في الفترة $[3,5]$:							
أ	3	ب	4	ج	5	د	6

لا تأتي الأمور على قدر
حلمك ..
إنما تأتي على قدر
سعيك إليها ..🌸🌿

إعداد : أ/ جواهر العنزي
@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

5B) $f(x)=x^4-6x^2+4x,[-5,-3]$

$$m=\frac{f(x_2)-f(x)_1}{x_2-x_1}$$
$$=\frac{f(-3)-f(-5)}{-3-(-5)}$$
$$=\frac{15-(455)}{-3+5}$$
$$=\frac{-440}{2}=-220$$

فيزياء: قُذِفَ جسم إلى أعلى من ارتفاع 4 ft عن سطح الأرض، فإذا كان ارتفاعه عن سطح الأرض يُعطى بالدالة $d(t)=-16t^2+20t+4$، حيث t الزمن بالثواني بعد قذفه و $d(t)$ المسافة التي يقطعها، إذا أهملت مقاومة الهواء، فأوجد السرعة المتوسطة للجسم في الفترة من 0.5 إلى 1 ثانية.

6) $d(t)=-16t^2+20t+4,[0.5,1]$

$$m=\frac{d(t_2)-d(t_1)}{t_2-t_1}$$
$$=\frac{d(1)-d(0.5)}{1-0.5}$$
$$=\frac{8-(10)}{0.5}$$
$$=\frac{-2}{0.5}=-4$$

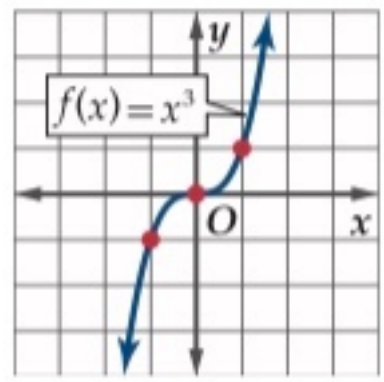
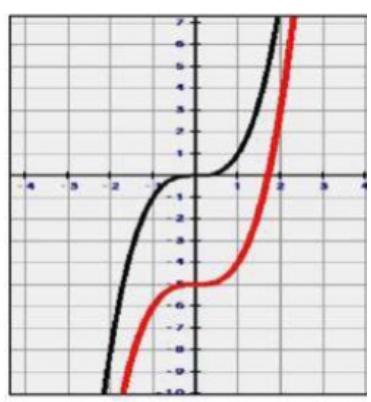
سرعة الجسم تتناقص في الفترة من 0.5 إلى 1 ثانية

الدوال الرئيسية الأم والتحويلات الهندسية

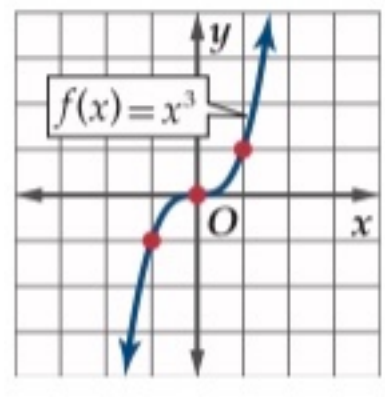
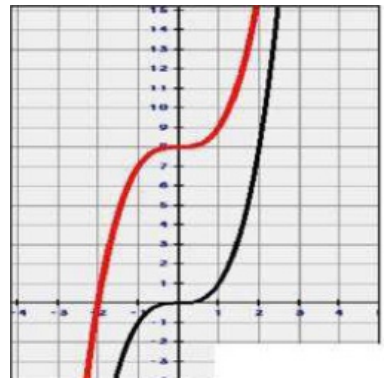
تحقق من فهمك

استعمل منحنى الدالة الرئيسية الام $f(x) = x^3$ لتمثيل كل دالة من الدوال الاتيه بيانياً :

2A) $h(x) = x^3 - 5$

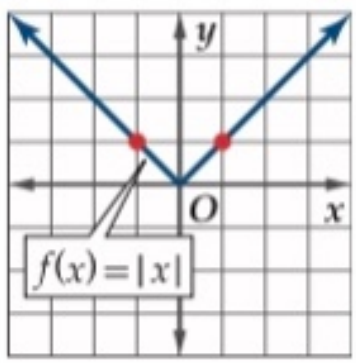
الدالة الرئيسية الأم	حدث لها انسحاب 5 وحدات للأسفل
	

2B) $h(x) = 8 + x^3$

الدالة الرئيسية الأم	حدث لها انسحاب 8 وحدات للأعلى
	

تحقق من فهمك

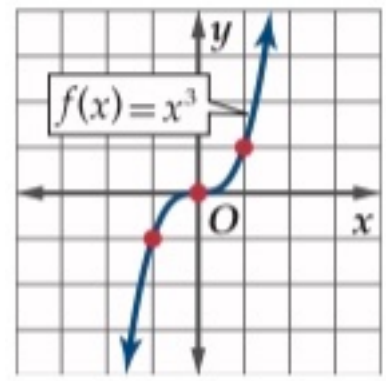
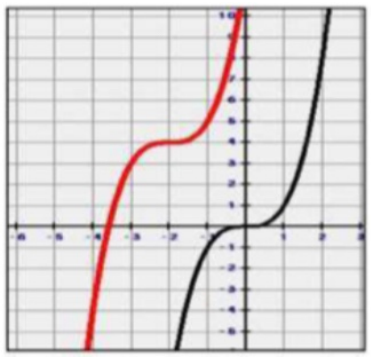
1) ارسم الدالة المعطاة وحدد المجال والمدى والمقطع x والمقطع y والتماثل والاتصال وسلوك طرفي التمثيل البياني وفترات التزايد والتناقص : $f(x) = |x|$

المطلوب	الحل
الرسم	
المجال	D=R
المدى	R= $[0,\infty)$
مقطع x،y	للمنحنى مقطع واحد $(0،0)$
الاتصال	متصلة عند جميع قيم المجال
سلوك طرفي التمثيل البياني	يبدأ المنحنى عند x=0 $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$
فترات التزايد والتناقص	متناقصة من $(-\infty,0)$ متزايدة من $(0,\infty)$
التماثل	دالة زوجية متماثله حول محور y

الدوال الرئيسية الأم والتحويلات الهندسية

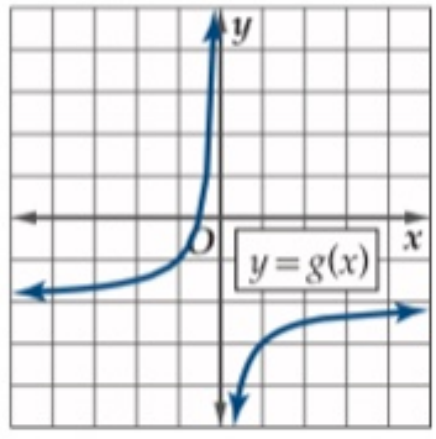
تحقق من فهمك

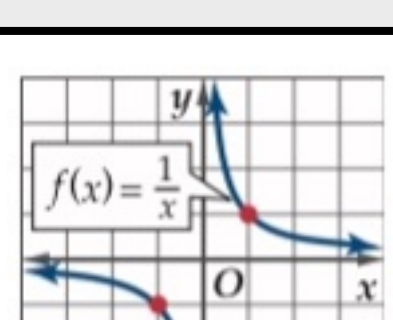
2c) $h(x) = (x+2)^3 + 4$

الدالة الرئيسية الأم	حدث لها انسحاب وحدتين لليسار و 4 وحدات للأعلى
	

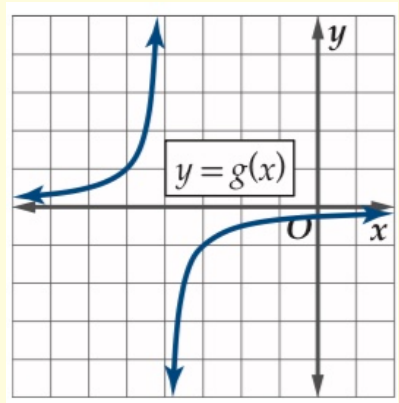
صف العلاقة بين منحنيي $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x)$ ثم اكتب معادلة $g(x)$ في كل من السؤالين الاتيين :

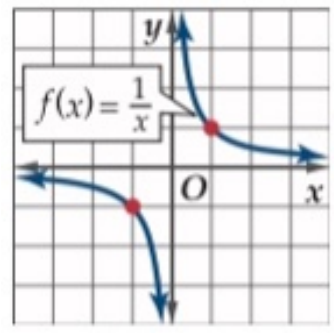
3A)



الدالة الرئيسية الأم	العلاقة بين المنحنيين ومعادلة المنحنى $g(x)$
	انعكاس حول محور x وانسحاب وحدتين للأسفل $g(x) = -\frac{1}{x} - 2$

3B)



الدالة الرئيسية الأم	العلاقة بين المنحنيين ومعادلة المنحنى $g(x)$
	انعكاس حول محور x وانسحاب 4 وحدات لليسار $g(x) = -\frac{1}{x+4}$

تحقق من فهمك

عين الدالة الرئيسية الأم $f(x)$ للدالة $g(x)$ في كل مماياتي ثم صف العلاقة بين المنحنيين:

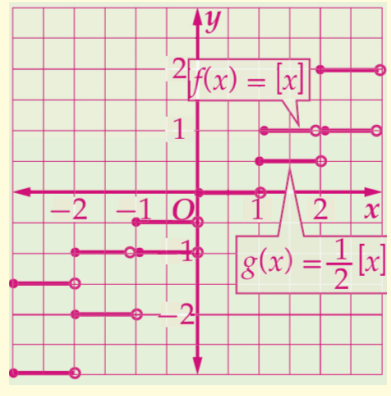
4A) $g(x) = \frac{1}{2}[x]$

منحنى الدالة $g(x)$ هو تضيق رأسي لمنحنى الدالة

$f(x) = [x]$

$g(x) = \frac{1}{2}[x]$

$= \frac{1}{2} f(x)$



الدوال الرئيسية الأم والتحويلات الهندسية

تحقق من فهمك

6) **كهرباء:** إذا كانت شدة التيار $I(x)$ بالأمبير الذي يمر بجهاز DVD تعطى بالدالة $I(x)=\sqrt{\frac{x}{11}}$، حيث x القدرة بالواط والعدد 11 هو المقاومة بالأوم.

A) صف التحويلات التي تمت على الدالة $f(x)=\sqrt{x}$ للحصول على الدالة $I(x)$.

B) اكتب دالة تصف مرور تيار في مصباح مقاومته 15 أوم.

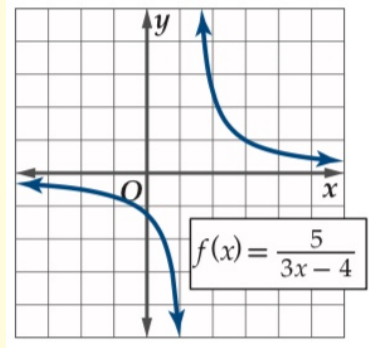
A) منحنى الدالة $f(x)$ هو توسع أفقي لمنحنى الدالة $f(x)=\sqrt{x}$

B) عندما تكون المقاومة 15 فإن

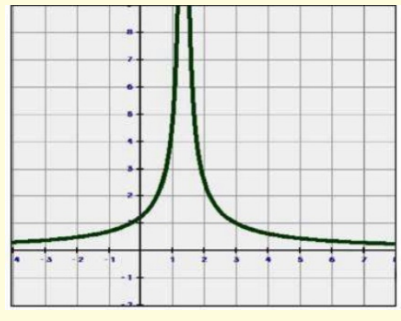
$$I(x)=\sqrt{\frac{x}{15}}$$

استعمل منحنى الدالة $f(x)$ في كل من الشكلين ادناه لتمثيل كل من الدالتين $g(x)=|f(x)|$ و $h(x)=f(|x|)$ بيانياً :

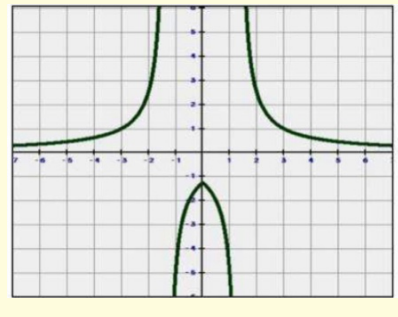
7A)



$g(x)=|f(x)|$

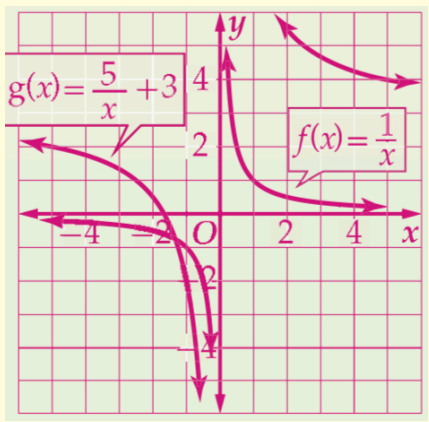


$g(x)=f(|x|)$



تحقق من فهمك

4B) $g(x)=\frac{5}{x}+3$



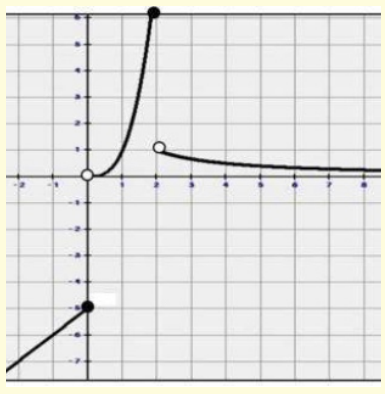
$f(x)=\frac{1}{x}$

منحنى $g(x)$ هو توسع رأسي بمقدار خمس وحدات وانسحاب ثلاث وحدات للأعلى

مثل الدوال الآتيه بيانياً :

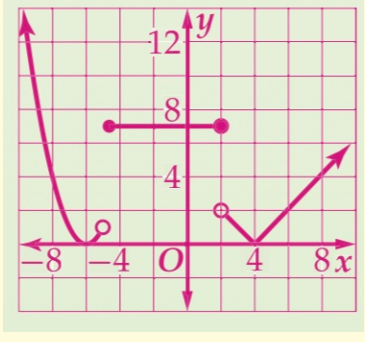
5A)

$$g(x)=\begin{cases}x-5, x\le 0\\ x^3, 0<x\le 2\\ \frac{2}{x}, x>2\end{cases}$$



5B)

$$h(x)=\begin{cases}(x+6)^2, x<-5\\ 7, -5\le x\le 2\\ |x-4|, x>2\end{cases}$$



الدوال الرئيسية الأم والتحويلات الهندسية

اسئلة تحصيلي

مدى الدالة $f(x)=[x]$ هو :							
أ	N	ب	W	ج	R	د	Z

اذا كان منحنى $g(x)$ ينتج من منحنى $f(x)=\sqrt{x}$ بانسحاب وحدتين لليسار ثم انعكاس حول محور x ثم انسحاب ثلاث وحدات للأسفل فأي مما يأتي يمثل الدالة $g(x)$

أ	$g(x)=\sqrt{-x+2}-3$	ب	$g(x)=-\sqrt{x+2}-3$	ج	$g(x)=-\sqrt{x-2}+3$	د	$g(x)=\sqrt{x+2}-3$

مامدى الدالة $f(x)=\lvert x-2\rvert+3$							
أ	$(0,\infty)$	ب	$[3,\infty)$	ج	$(2,\infty)$	د	$(1,\infty)$

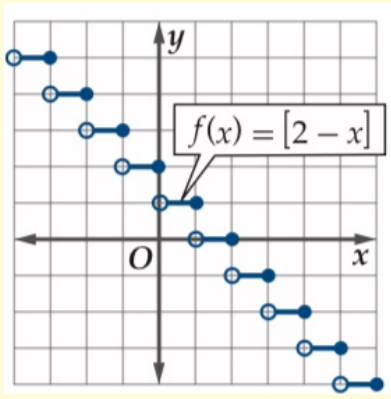
إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

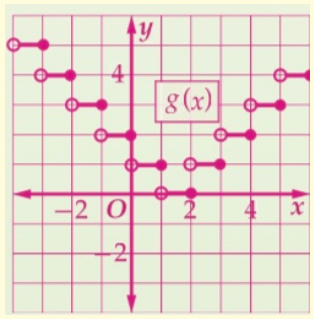
العودة للفهرس

تحقق من فهمك

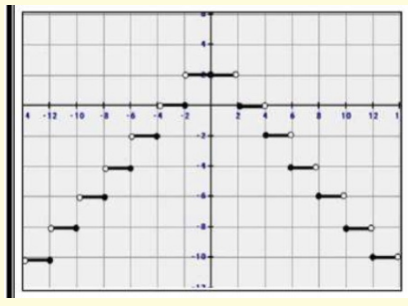
7B)



$g(x)=|f(x)|$



$g(x)=f(|x|)$



لا تنطفئ
ربٌ الحياةِ
معك ..

العمليات على الدوال وتركيب دالتين

تحقق من فهمك

أوجد $(f+g)(x), (f-g)(x)\ (f\cdot g)(x), \left(\frac{f}{g}\right)(x)$

في كل مما يأتي ثم أوجد مجال الدوال الناتجة ؟

1A) $f(x) = x - 4$

$g(x) = \sqrt{9 - x^2}$

$D_f = R$

$9 - x^2 \geq 0$

$-x^2 \geq -9$

$x^2 \leq 9$

$-3 \leq x \leq 3$

$Dg = [-3,3]$

$(F+g)(x) = x - 4 + \sqrt{9 - x^2}$

$D_{f+g} = [-3,3]$ تقاطع المجالين

$(F-g)(x) = x - 4 - \sqrt{9 - x^2}$

$D_{f-g} = [-3,3]$ تقاطع المجالين

$(f\cdot g)(x) = (x-4)\left(\sqrt{9-x^2}\right)$

$= x\sqrt{9-x^2} - 4\sqrt{9-x^2}$

$D_{F.g} = [-3,3]$ تقاطع المجالين

$\frac{f}{g}(x) = \frac{x-4}{\sqrt{9-x^2}}$

المجال ← $9 - x^2 > 0$

$-x^2 > -9$

$x^2 < 9$

$-3 < x < +3$

$\frac{D_f}{g} = (-3,3)$

تحقق من فهمك

1B) $f(x) = x^2 - 6x - 8$

$g(x) = \sqrt{x}$

$D_f = R$

$X \geq 0$

$D_g = [0,\infty)$

$f_{+g}(x) = x^2 - 6x - 8 + \sqrt{x}$

$D_{F+g} = [0,\infty)$ تقاطع المجالين

$F - g(x) = x^2 - 6x - 8 - \sqrt{x}$

$D_{F-g} = [0,\infty)$ تقاطع المجالين

$f\cdot g(x) =$

$x^2\sqrt{x} - 6x\sqrt{x} - 8\sqrt{x}$

$D_{f.g} = [0,\infty)$ تقاطع المجالين

$\frac{f}{g}(x) = \frac{x^2 - 6x - 8}{\sqrt{x}}$

$\frac{D_f}{g} = (0,\infty)$ ← المجال

العمليات على الدوال وتركيب دالتين

تحقق من فهمك

حدد مجال الدالة fog ثم أوجد fog في كل من الحالتين الاتيتين:

3A) $f(x)=\sqrt{x+1}$

$g(x)=x^2-1$

$f\circ g(x)=f\left(g(x)\right)$

$=f\left(x^2-1\right)$

$=\sqrt{x^2-1+1}=\sqrt{x^2}$

$=|x|$

$D_{fog}=R$

3B) $f(x)=\dfrac{5}{x}$

$g(x)=x^2+x$

الدالة $f(x)$ غير معرفة عند $x=0$

$f\circ g(x)=f\left(x^2+x\right)$

$=\dfrac{5}{x^2+x}$ ← المجال

$x^2+x=0$

$x(x+1)=0$

$x=0,x=-1$

$D_{fog}=\mathbb{R}-\{0,-1\}$

تحقق من فهمك

أوجد $[f\circ g](x),[g\circ f](x),[f\circ g](3)$ في كل مما يأتي :

2A) $f(x)=3x+1,g(x)=5-x^2$

$[fog](x)=f[g(x)]$

$=3\left(5-x^2\right)+1$

$=15-3x^2+1$

$=16-3x^2$

$[g\circ f](x)=g[f(x)]$

$=g(3x+1)$

$=5-(3x+1)^2$

$=5-\left(9x^2+6x+1\right)$

$=4-9x^2-6x$

$[f\circ g](3)=$

$\left[16-3x^2\right](3)=$

$16-3(3)^2=-11$

2B) $f(x)=6x^2-4,g(x)x+2$

$[f\circ g](x)=f[g(x)]$

$=f(x+2)$

$=6(x+2)^2-4$

$=6\left(x^2+4x+4\right)-4$

$=6x^2+24x+24-4$

$=6x^2+24x+20$

$[g\circ f](x)=g[f(x)]$

$=g\left(6x^2-4\right)$

$=6x^2-4+2$

$=6x^2-2$

$[f_og](3)=$

$\left[6x^2+24x+20\right](3)=$

$6(3)^2+24(3)+20$

$=146$

العمليات على الدوال وتركيب دالتين

اسئلة تحصيلي

اذا كان $f(x)=x^2+2, g(x)=x-3$ ماهي النقطة التي تجعل $(fog)(x)=(gof)(x)$							
أ	x=1	ب	x=-1	ج	x=2	د	x=-2
اذا كان $f(3)=4, g(2)=5$ $f(2)=3, g(3)=2$ فما قيمة $[fog](3)$							
أ	2	ب	3	ج	4	د	5

لايصل الإنسان إلى حديقة
النجاح من دون أن يمر بمحطات
التعب والفشل .. وصاحب
الإرادة القوية لايطيل الوقوف
عند هذا المحطات..🌸🌿

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

أوجد دالتين f, g بحيث يكون $h(x)=[fog](x)$
على الا تكون أي منهما الدالة المحايدة :

4A) $h(x)=x^2-2x+1$

$h(x)=(x-1)(x-1)$
$=(x-1)^2$
$f(x)=x^2, g(x)=x-1$

للتأكد
$f\circ g(x)=f(g(x))$
$=f(x-1)$
$=(x-1)^2$
$=x^2-2x+1=h(x)$

4B) $h(x)=\frac{1}{x+7}$

$f(x)=\frac{1}{x}$
$g(x)=x+7$

للتأكد
$f\circ g(x)=f(g(x))$
$=f(x+7)$
$=\frac{1}{x+7}=h(x)$

5) **أعمال:** أعلن محل تجاري عن خصم مقداره 15% على ثمن أجهزة الحاسوب لطلاب الجامعات، كما وزّع قسائم يستفيد حاملها بخصم مقداره 100 ريال من ثمن الحاسوب.

5A) عبّر عن هذه البيانات بدالتين c و d .

5B) أوجد $[c\circ d](x)$ و $[d\circ c](x)$. وماذا يعني كلٌّ منهما؟

5C) أي التركيبين $c\circ d$ أو $d\circ c$ يعطي سعرًا أقل؟ وضح إجابتك.

5A) $C(x)=x-100$
$d(x)=.85x$

5B) $[cod](x)=c(d(x))$
$=c(\cdot 85x)$
$=.85x-100$

تمثل سعر الحاسوب بالاستفادة أولاً من الخصم

$[doc](x)=d(c(x))$
$=d(x-100)$
$=.85(x-100)$
$=.85x-85$

تمثل سعر الحاسوب بالاستفادة من القسيمة أولاً ثم الخصم

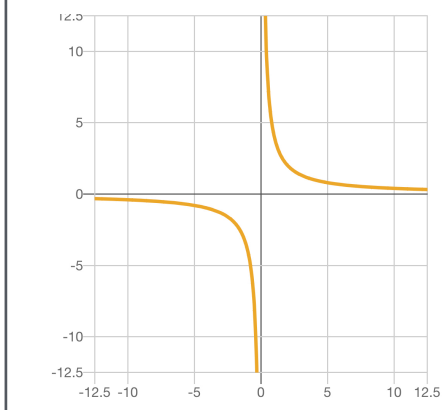
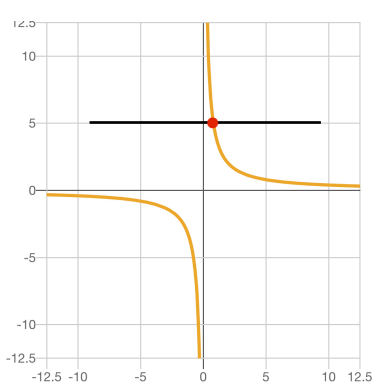
5c) $[cod](x)$ الاستفادة من الخصم أولاً ثم القسيمة او يجعل السعر أقل ..

العلاقات والدوال العكسية

تحقق من فهمك

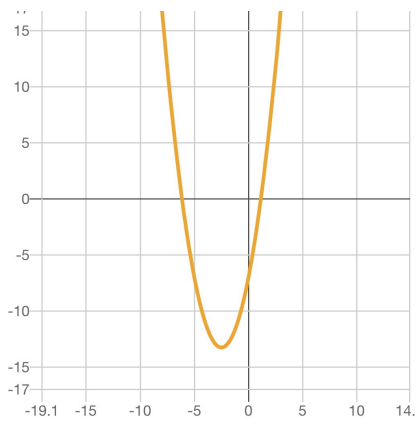
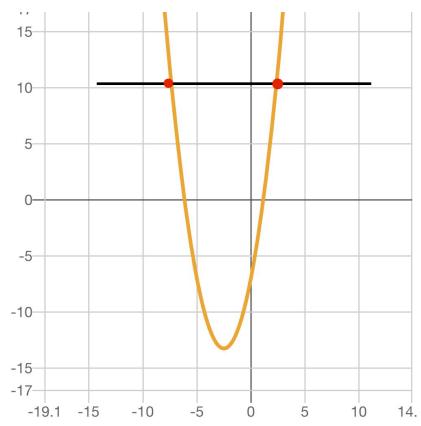
مثل كل من الدوال الاتيه بيانياً ثم طبق اختبار الخط الأفقي لتحديد ان كانت الدالة العكسية موجودة ام لا :

1A) $h(x) = \frac{4}{x}$

رسم الدالة	تطبيق الخط الافقي على الدالة
	

نعم لها معكوس لأن الخط الافقي يقطع الدالة بنقطة واحدة فقط

1B) $f(x) = x^2 + 5x - 7$

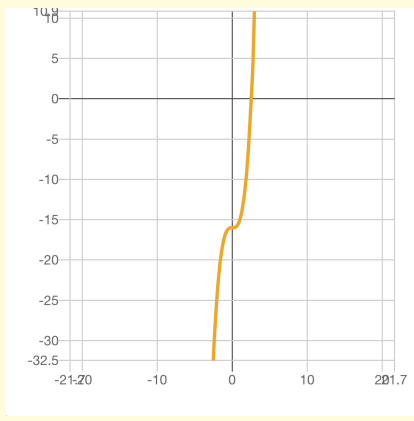
رسم الدالة	تطبيق الخط الافقي على الدالة
	

ليس لها معكوس لأن الخط الافقي يقطع الدالة بأكثر من نقطة .

تحقق من فهمك

f^{-1} في كل مما يأتي أوجد الدالة العكسية إن امكن وحدد مجالها واذا لم يكن ذلك فاكتب غير موجوده

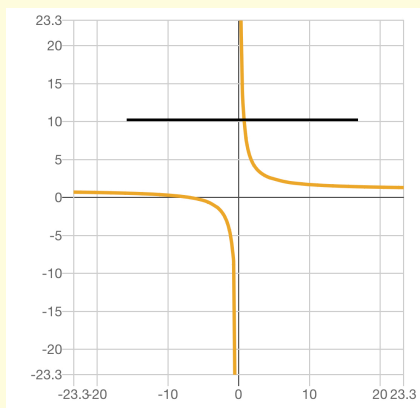
2A) $f(x) = -16 + x^3$



يتضح من الرسم أن لها معكوس لأن الخط الأفقي يقطع الدالة في نقطة واحده

$$y = -16 + x^3$$
$$x = -16 + y^3$$
$$y^3 = 16 + x$$
$$y = \sqrt[3]{16 + x}$$
$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{16 + x}$$

2B) $f(x) = \frac{x+7}{x}$



يتضح من الرسم أن لها معكوس لأن الخط الأفقي يقطع الدالة في نقطة واحده

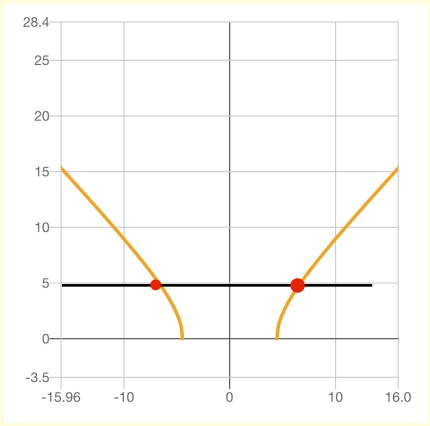
$$f(x) = 1 + \frac{7}{x}$$
$$y = 1 + \frac{7}{x}$$
$$x = 1 + \frac{7}{y}$$
$$x - 1 = \frac{7}{y}$$
$$y(x-1) = 7$$
$$y = \frac{7}{x-1}$$

$$f(x)^{-1} = \frac{7}{x-1}, x \neq 1$$

العلاقات والدوال العكسية

تحقق من فهمك

$2c)$ $f(x) = \sqrt{x^2 - 20}$



يتضح من الرسم أن
الدالة ليس معكوس لأن
الخط الافقي قطع
الدالة بأكثر من نقطة .

اثبت جبرياً كلاً من الدالتين f, g تمثل دالة عكسية للأخرى في كل مما يأتي :

$3A)$ $f(x) = 18 - 3x$

$g(x) = 6 - \frac{x}{3}$

$$f \circ g(x) = f\left(6 - \frac{x}{3}\right)$$

$$= 18 - 3\left(6 - \frac{x}{3}\right)$$

$$= 18 - 18 + x$$

$$= x$$

$$g \circ f(x) = g(18 - 3x)$$

$$= 6 - \frac{18 - 3x}{3}$$

$$= 6 - \frac{3(6 - x)}{3}$$

$$= 6 - 6 + x$$

$$= x$$

$$f \circ g(x) = g \circ f(x) = x$$

كل دالة عكسية للأخرى.

تحقق من فهمك

$3B)$ $f(x) = x^2 + 10$

$g(x) = \sqrt{x - 10}$

$$f \circ g(x) = f\left(\sqrt{x - 10}\right)$$

$$= \left(\sqrt{x - 10}\right)^2 + 10$$

$$= x - 10 + 10$$

$$= x$$

$$g \circ f(x) = g\left(f(x)\right)$$

$$= g\left(x^2 + 10\right)$$

$$= \sqrt{x^2 + 10} - 10$$

$$= \sqrt{x^2} = x$$

$$f \circ g(x) = g \circ f(x) = x$$

كل دالة عكسية للأخرى.

العلاقات والدوال العكسية

تحقق من فهمك

توفير: يتبقى لأحمد بعد سداد أقساط منزله وبعض الالتزامات 65% من راتبه الشهري، فإذا خصّص منها 1800 ريال لنفقات المعيشة، وقدّر أن بإمكانه توفير 20% من المبلغ المتبقي تقريبًا، فإن مقدار التوفير الشهري يعطى بالدالة: $f(x) = 0.2(0.65x - 1800)$، حيث x الراتب الشهري.

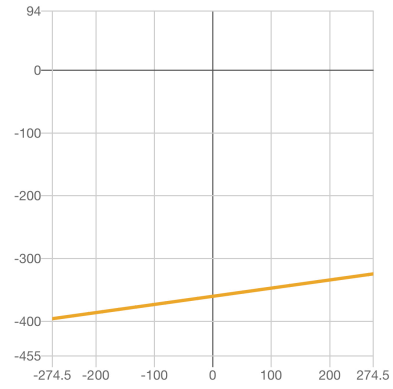
5A) أثبت أن $f^{-1}(x)$ موجودة، ثم أوجدها.

5B) ماذا تمثّل كل من $f^{-1}(x), x$ في الدالة العكسية؟

5C) حدد أية قيود على كل من مجال $f(x), f^{-1}(x)$ إن وجدت. وبرّر إجابتك.

5D) إذا وفّر أحمد 500 ريالًا في الشهر، فأوجد راتبه الشهري.

يحقق منحنى الدالة اختبار الخط الافقي لذا فإن الدالة لها معكوس



5A)

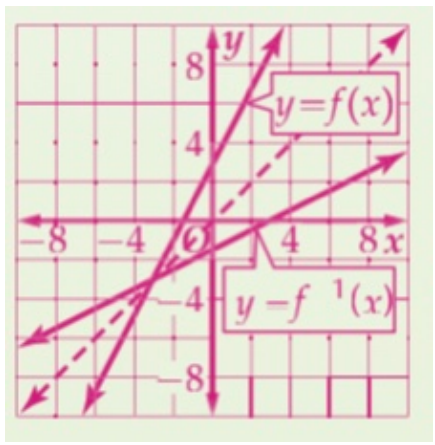
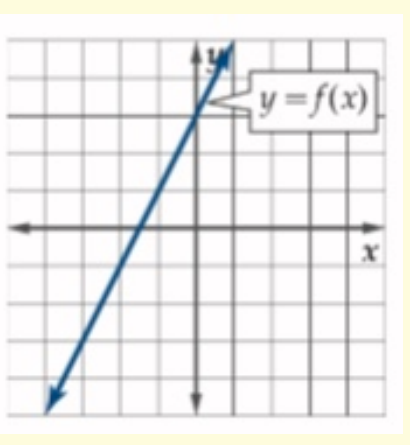
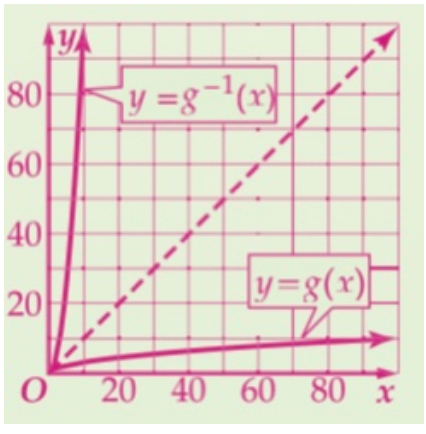
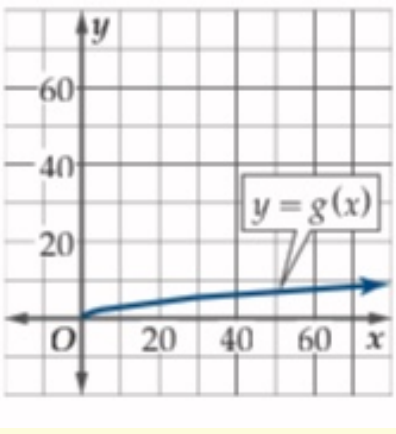
$$y = 0.2\left(0 \cdot 65x - 1800\right)$$
$$x = 0.2\left(0 \cdot 65y - 1800\right)$$
$$x = 0.13y - 360$$
$$0 \cdot 13y = x + 360$$
$$y = \frac{x + 360}{0.13}$$
$$f(x)^{-1} = \frac{x + 360}{0.13}$$

5B) في الدالة العكسية تمثل x مقدار التوفير الشهري

تمثل الراتب الشهري $f^{-1}(x)$

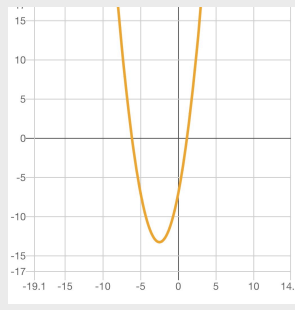
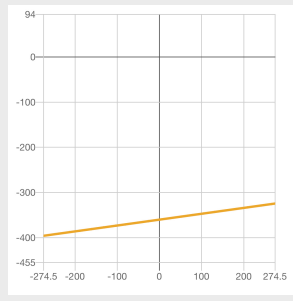
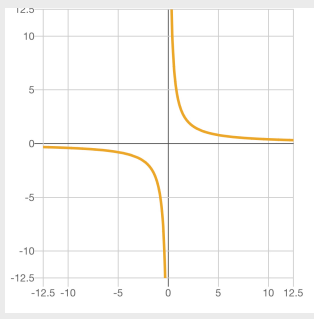
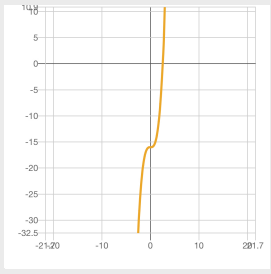
تحقق من فهمك

استعمل التمثيل البياني للدالة $f(x)$ لتمثيل $f^{-1}(x)$

نمثل بيانياً المستقيم y=x ونعين بعض النقاط على المنحنى f(x) ثم نجد صور النقاط بالانعكاس	4A)
	
نمثل بيانياً المستقيم y=x ونعين بعض النقاط على المنحنى f(x) ثم نجد صور النقاط بالانعكاس	4B)
	

العلاقات والدوال العكسية

اسئلة تحصيلي

معكوس الدالة : $f(x) = 3x - 1$							
أ	$f^{-1}(x) = 3x + 1$	ب	$f^{-1}(x) = -3x + 1$	ج	$f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$	د	$f^{-1}(x) = x + \frac{1}{3}$
الدالة التي ليس لها معكوس :							
أ		ب		ج		د	

اغرس بذور الأمل والفأل في روحك، وحافظ على جذورها ريّانةً دائمًا، حتّى إذا ما داهمتك أعاصيرٌ وعواصف كنت كشجرةٍ باسقةٍ مورقة 💌🎈🤍

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل الثاني

العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية

(2-1)	الدوال الأسية
(2-2)	حل المعادلات والمتباينات الأسية
(2-3)	اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية
(2-4)	خصائص اللوغاريتمات
(2-5)	حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية
(2-6)	اللوغاريتمات العشرية

إعداد : أ/ جواهر العنزي

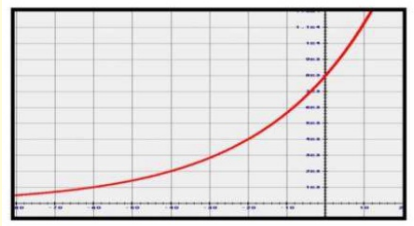
@Jwaher_H5

الدوال الأسيـــة

تحقق من فهمك

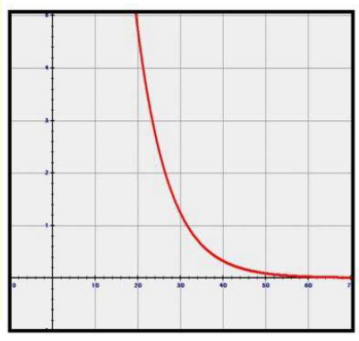
3) **ثقافة مالية:** يتوقع أن يزداد إنفاق عائلة بما نسبته 8.5% سنويًّا، إذا كان إنفاق العائلة عام 1430 هـ هو 80000 ريال، فأوجد معادلة أسية تمثِّل إنفاق العائلة منذ عام 1430 هـ، ثم مثِّلها بيانيًّا باستعمال الحاسبة البيانية.

$$y = a(1+r)^t$$
$$a = 8000$$
$$r = 8.5\,\% = 0.085$$
$$y = 8000\,(1+0.085)^t$$
$$y = 8000\,(1.085)^t$$



4) يحتوي كوب من الشاي الأسود على $68mg$ من الكافايين. أوجد معادلة أسية تمثِّل كمية الكافايين المتبقية في جسم شخص يافع بعد شربه كوبًا من الشاي الأسود، ومثِّلها بيانيًّا مستعملًا الحاسبة البيانية، ثم قدِّر كمية الكافايين المتبقية في جسمه بعد ساعتين من شربه الكوب.

$$y = a(1-r)^t$$
$$= 68\,(1-0.125)^t$$
$$= 68\,(0.875)^t$$



كمية الكافيين بعد ساعتين:

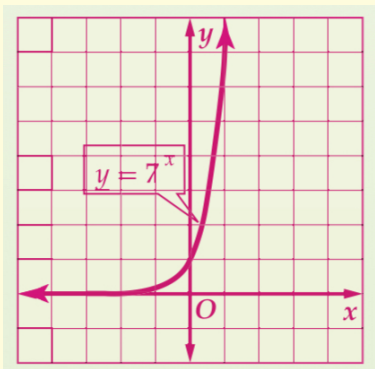
$$A(2) = 68\,(0.875)^2$$
$$= 52.06mg$$

تحقق من فهمك

مثل الدالة بيانياً واوجد المقطع المحور y وحدد مجالها ومداها
ثم استعمل التمثيل البياني لتقدير قيمة $7^{0.5}$

1A) $y = 7^x$

X	7^x	y
-2	$7^{-2} = 0.02$	0.02
-1	$7^{-1} = 0.1$	0.1
0	$7^0 = 1$	1
1	$7^1 = 7$	7
2	$7^2 = 49$	49



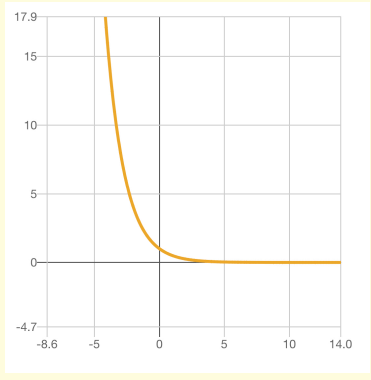
$R = y > 0, \quad D = R$

المحور y : $y = 7^0 = 1$

1B) $7^{0.5} = 2.6$

2A) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

X	$\left(\frac{1}{2}\right)^x$	y
-2	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$	4
-1	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$	2
0	$\left(\frac{1}{2}\right)^{0} = 1$	1
1	$\left(\frac{1}{2}\right)^{1} = 0.5$	0.5
2	$\left(\frac{1}{2}\right)^{2} = 0.25$	0.25



$R = y > 0, \quad D = R$

المحور y : $y = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$

2B) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2.5} \simeq 5.6$

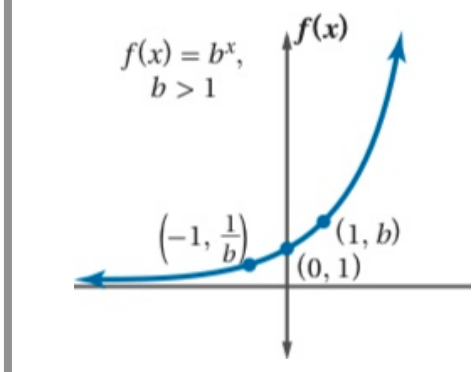
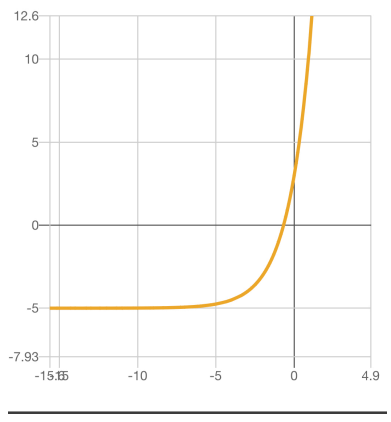
الدوال الأسيـــة

تحقق من فهمك

مثل كل دالة بيانياً وحدد مجالها ومداها :

5A) $y = 2^{x+3} - 5$

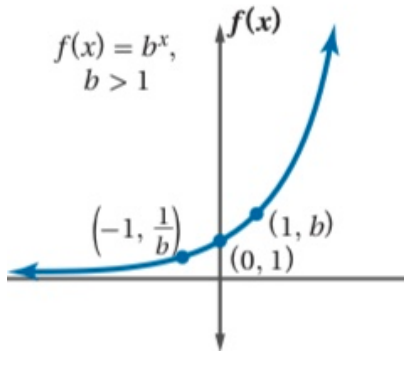
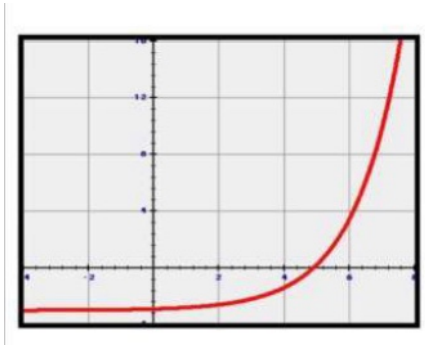
التمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = 2^x$ **بإزاحة** 3 **وحدات لليسار و**5 **وحدات للأسفل**

الدالة الأم	الدالة بعد التحويل
	

المجال : $D = R$ **المدى :** $R = y > -5$

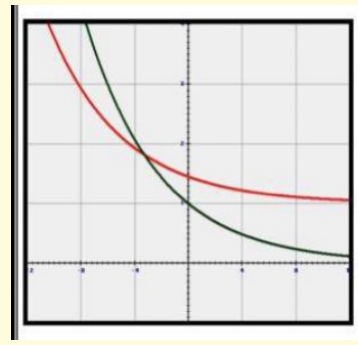
5B) $y = 0.1(6)^x - 3$

التمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = 6^x$ **تضيق رأسي معامله** 0.1 **وانسحاب** 3 **وحدات للأسفل**

الدالة الأم	الدالة بعد التحويل
	

المجال : $D = R$ **المدى :** $R = y > -3$

6) $y = \frac{3}{8}\left(\frac{5}{6}\right)^{x-1} + 1$



التمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = = \left(\frac{5}{6}\right)^x$ **تضيق رأسي معامله** $\frac{3}{8}$ **وانسحاب وحدة لليمين ووحدة للأعلى**

المجال : $D = R$ **المدى :** $R = y > 1$

اسئلة تحصيلي

مجال الدالة	$f(x) = 2^x + 3$								
أ	I	ب	Q	ج	R	د	Z		

عندما تتغير الحياة لتصبح أصعب غير نفسك لتكون أقوى .. 🌸🌿

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

حل المعادلات والمتباينات الاسية

تحقق من فهمك

تحقق من فهمك

3) استثمر علي مبلغ 100000 ريال في مشروع تجاري متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 12% ، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال مرتين شهريًا. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 5 سنواتٍ مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

$$P = 100000$$
$$r = 0.12, n = 24$$
$$t = 5$$
$$A = 100000\left(1 + \frac{0.12}{24}\right)^{24 \times 5}$$
$$= 181939.67$$

حل كل متباينة مما يأتي :

4A) $3^{2x-1} \geq \frac{1}{243}$

$$3^{2x-1} \geq \frac{1}{3^5}$$
$$3^{2x-1} \geq 3^{-5}$$
$$2x - 1 \geq -5$$
$$2x \geq -5 + 1$$
$$2x \geq -4$$
$$x \geq -2$$

4B) $2^{x+2} > \frac{1}{32}$

$$2^{x+2} > \frac{1}{2^5}$$
$$2^{x+2} > 2^{-5}$$
$$x + 2 > -5$$
$$x > -5 - 2$$
$$x > -7$$

تحقق من فهمك

حل كل معادلة مما يأتي :

1A) $4^{2n-1} = 64$

$$4^{2n-1} = 4^3$$
$$2n - 1 = 3$$
$$2n = 3 + 1$$
$$2n = 4$$
$$n = 2$$

1B) $5^{5x} = 125^{x+2}$

$$5^{5x} = 5^{3(x+2)}$$
$$5x = 3(x + 2)$$
$$5x = 3x + 6$$
$$5x - 3x = 6$$
$$2x = 6$$
$$x = 3$$

2) **إعادة تصنيع:** أنتج مصنع 3.2 ملايين عبوة بلاستيكية عام 1436 هـ ، وفي عام 1440 هـ أنتج 420000 عبوة بإعادة تصنيع العبوات التي أنتجها عام 1436 هـ.

2A) مفترضًا أن إعادة التصنيع استمرت بالمعدل نفسه، اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل عدد العبوات المعاد تصنيعها y بعد x سنة مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين.

2B) كم تتوقع أن يكون عدد العبوات المُعادة التصنيع عام 1481 هـ؟

2A) $y = ab^x$

$$420000 = 3200000b^4$$
$$0.13 = b^4$$
$$\sqrt[4]{0.13} = \sqrt[4]{b^4}$$
$$b = 0.6$$
$$y = 3200000\left(.6\right)^x$$

2B) $y = 3200000(0.6)^{45}$

صفر تقريباً

حل المعادلات والمتباينات الاسية

اسئلة تحصيلي

اذا كانت $3^{x-1}=27$ فإن قيمة x هي :							
أ	x=4	ب	x=3	ج	x=2	د	x=1
اذا كان $3^x \leq 9$ فإن حل المتباينة :							
أ	$x \leq 9$	ب	$x \leq 2$	ج	$x \geq 2$	د	$x=2$

تظن أن الأمر صعب ويفوق تحمّلك و استطاعتك، حتى إذا وضِعت في مواجهة أمامه، فتِحَت لك نوافذ لا تعلمها، واستحال عُسره يُسرًا، والقاسي منه ليّنًا، وما تخشاه بردًا وسلامًا ☕💕.

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية

تحقق من فهمك

دون استعمال الالة الحاسبة اوجد قيمة مايأتي :

4A) $log_9 81$

$log_9 81 = log_9 9^2 = 2$

4B) $3^{log_3 1} \Rightarrow 3^0 = 1$

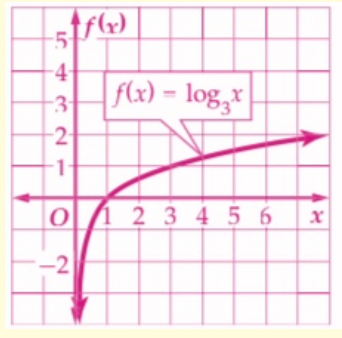
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً :

5A) $f(x) = log_2 x$

$b = 2$ نحدد الاساس

$2 > 1$

X	$log_2 x$	y
$\frac{1}{2}$	-1	$(\frac{1}{2}, -1)$
1	0	(1,0)
2	1	(2,1)



تحقق من فهمك

اكتب كل معادلة لوغاريتمية على الصورة الاسية :

1A) $log_4 16 = 2 \Rightarrow 4^2 = 16$

1B) $log_3 729 = 6 \Rightarrow 3^6 = 729$

اكتب كل معادلة اسية على الصورة اللوغاريتيمية:

2A) $4^3 = 64 \Rightarrow log_4 64 = 3$

2B) $125^{\frac{1}{3}} = 5 \Rightarrow \log_{125} 5 = \frac{1}{3}$

دون استعمال الالة الحاسبة اوجد قيمة مايلي:

3A) $log_3 81$

$\log_3 81 = y$

$3^y = 81$

$3^y = 3^4$

$y = 4$

$\log_3 81 = 4$

3B) $\log_{\frac{1}{2}} 256$

$log_{\frac{1}{2}} 256 = y$

$\left(\frac{1}{2}\right)^y = 256$

$\left(\frac{1}{2}\right)^y = 2^8$

$2^{-y} = 2^s$

$y = -8$

$log_{\frac{1}{2}} 256 = -8$

اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية

تحقق من فهمك

$$6B)\ f(x)=\frac{1}{4}\log_{\frac{1}{2}}(x+1)-5$$

الدالة الام	حدث لها تضيق رأسي وانسحاب وحده لليسار و 5وحدات للأسفل

اوجد الدالة العكسية:

$$7)\quad y=0.5^x$$

$$x=0.5^y$$

$$\log_{0.5} x=y$$

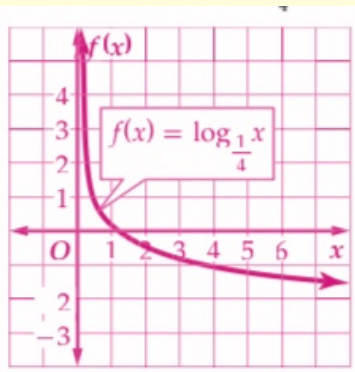
تحقق من فهمك

$$5B)\ f(x)=\log_{\frac{1}{8}} x$$

$$b=\frac{1}{8}\quad \text{نحدد الاساس}$$

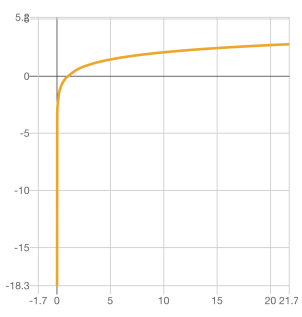
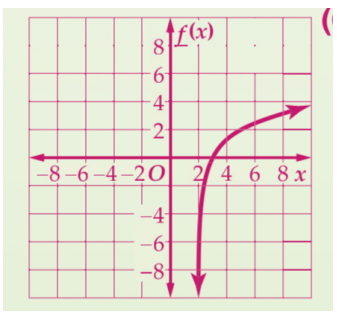
$$0<\frac{1}{8}<1$$

X	$\log_{\frac{1}{8}} x$	y
$\frac{1}{8}$	1	$(\frac{1}{8},1)$
1	0	(1,0)
8	-1	(8,-1))



مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

$$6A)\ f(x)=2log_3(x-2)$$

الدالة الام	حدث لها توسع راسي وانسحاب وحدتين لليمين
	

اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية

اسئلة تحصيلي

المعادلة اللوغاريتمية $log_2 8 = 3$ تكون صورتها الأسية :

أ	$8^3 = 2$	ب	$3^2 = 8$	ج	$2^3 = 8$	د	$3^8 = 2$

ماقيمة x في المعادلة $log_8 16 = x$:

أ	$\frac{1}{2}$	ب	$\frac{3}{4}$	ج	$\frac{4}{3}$	د	2

الطف شيء عِندما تفخّر بإنجاز بَسيط ، عُندما تفرح عِندما تتطور أو تصعد خُطوة نحو الحلم ، تغير شيئاً ما بداخلك ذلك شيء رائع جداً ✨.

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

خصائص اللوغاريتمات

تحقق من فهمك

(4)

اذا كان $log_3 7 = 1.7712$ فقرب قيمة $log_3 49$:

$$\log_3 49 = \log_3 7^2$$
$$\simeq 2\log_3 7$$
$$= 2(1 \cdot 7712)$$
$$\simeq 3.5424$$

دون استعمال الحاسبة اوجد مايلي:

5A) $log_6 \sqrt[3]{36}$

$$\log_6 \sqrt[3]{36} = \log_6 36^{\frac{1}{3}}$$
$$= \log_6 (6^2)^{\frac{1}{3}}$$
$$= \log_6 6^{\frac{2}{3}}$$
$$= \frac{2}{3}(1) = \frac{2}{3}$$

تحقق من فهمك

1- استعمل $log_4 2 = 0.5$ لايجاد قيمة $log_4 32$

$$\log_4 32 = \log_4 (2 \times 16)$$
$$= \log_4 2 + \log_4 16$$
$$= log_4 2 + \log_4 4^2$$
$$= 0.5 + 2$$
$$= 2.5$$

2- استعمل $log_3 2 = 0.63$ لتقريب $log_3 4.5$:

$$\log_3 4.5 = \log_3 \left(\frac{9}{2}\right)$$
$$\simeq \log_3 9 - \log_3 2$$
$$= \log_3 3^2 - 0.63$$
$$= 2 - 0.63$$
$$= 1.37$$

ملحوظه

$$\frac{45}{10} = \frac{9}{2}$$

3- استعمل $log_3 2 = 0.63$ لتقريب $log_3 4.5$:

$$PH = \log_{10} \frac{1}{H}$$
$$2 \cdot 1 = \log_{10} \frac{1}{H}$$
$$2 \cdot 1 = \log_{10} 1 - \log_{10} H$$
$$2 \cdot 1 = -\log_{10} H$$
$$-2 \cdot 1 = \log_{10} H$$
$$10^{-2 \cdot 1} = H$$

خصائص اللوغاريتمات

تحقق من فهمك

اكتب كل عباره بالصورة المختصرة :

7A) $-5log_2(x+1)+3log_2(6x)$

$$= \log_4 (x+1)^{-5} + \log_2 (6x)^3$$

$$= \log_2 \left(\frac{6^3 x^3}{(x+1)^5} \right)$$

$$= \log_2 \frac{216x^3}{(x+1)^5}$$

7B) $\log_3 (2x-1) - \frac{1}{4}\log_3 (x+1)$

$$\log_3 (2x-1) - \log_3 (x+1)^{\frac{1}{4}}$$

$$= \log_3 (2x-1) - \log_3 \sqrt[4]{x+1}$$

$$= \log_3 \left(\frac{2x-1}{\sqrt[4]{x+1}} \right)$$

تحقق من فهمك

5B) $log_7 \sqrt[6]{49}$

$$\log_7 \sqrt[6]{49} = \log_7 49^{\frac{1}{6}}$$

$$\log_7 (7^2)^{\frac{1}{6}} = \log_7 7^{\frac{2}{6}}$$

$$\frac{2}{6}(1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

اكتب كل عبارة لوغاريتمية بالصورة المطولة:

6A) $log_{13} 6a^3 bc^4$

$= log_{13}6 + log_{13}a^3 + log_{13}b + log_{13}c^4$

$= log_{13}6 + 3log_{13}a + log_{13}b + 4log_{13}c$

6B) $log_6 5x^3 y^7 z^{0.5}$

$= log_6 5 + log_6 x^3 + log_6 y^7 + log_6 z^{0.5}$

$= log_6 5 + 3log_6 x + 7log_6 y + 0.5log_6 z$

6c) $\log_4 \frac{\sqrt[3]{1-x}}{2x+1}$

$$= \log_4 \sqrt[3]{1-x} - \log_4 (2x+1)$$

$$= \log_4^{\frac{1}{3}} (1-x) - \log_4 (2x+1)$$

$$= \frac{1}{3}\log_4 (1-x) - \log_4 (2x+1)$$

خصائص اللوغاريتمات

اسئلة تحصيلي

ماقيمة $\log_6 \sqrt[3]{36}$							
أ	6	ب	1	ج	$\frac{1}{3}$	د	$\frac{2}{3}$
الصورة المختصرة للمقدار $3log_5x - 4log_5y + 2log_5z$							
أ	$log_5\frac{x^3z^2}{y^4}$	ب	$\frac{x^3z^2}{y^4}$	ج	$\log_5 x^3y^4z^2$	د	$\log_5 \frac{x^2y^4}{z^2}$

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

الحياة فرص والأمل لا يموت والطرق تتسع لا تضيق ، وأنت وحدك صاحب القرار ، فاختر ماييليق بطموحك

🌿"💛

حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

تحقق من فهمك

حل المعادلات التالية

3A) $2log_7 x = log_7 27 + log_7 3$

$\log_7 x^2 = log_7 (27 \times 3)$

$x^2 = 81$

$x = \pm 9$

$x = 9$ ← الحل الصحيح

$x = -9$ ← الحل الدخيل

لان اللوغاريتمات لايمكن ان تكون سالبة مجالها الاعداد الحقيقية الموجبة

3B) $log_6 x + log_6 (x+5) = 2$

$\log_6 x(x+5) = 2$

$x(x+5) = 36$

$x^2 + 5x - 36 = 0$

$(x+9)(x-4) = 0$

$x = -9$ ← الحل الدخيل

$x = 4$ ← الحل الصحيح

تحقق من فهمك

حل المعادلات الاتية :

1A) $\log_9 x = \frac{3}{2}$

$x = 9^{\frac{3}{2}}$

$x = (3^2)^{\frac{3}{2}}$

$x = 3^3$

$x = 27$

1B) $\log_{16} x = \frac{5}{2}$

$x = 16^{\frac{5}{2}}$

$x = (4^2)^{\frac{5}{2}}$

$x = 4^5$

$x = 1024$

حل المعادلة

2) $log_3(x^2 - 15) = log_3 2x$

$x^2 - 15 = 2x$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$(x-5)(x+3) = 0$

$x = 5$ ← الحل الصحيح

$x = -3$ ← الحل الدخيل

لان اللوغاريتمات لايمكن ان تكون سالبة مجالها الاعداد الحقيقية الموجبة

حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

اسئلة تحصيلي

حل المعادلة $log_2(x^2-4)=log_2 3x$

أ	ب	ج	د
4	2	-1	-2

وإن لك في الغيب فرحاً
أبيضاً، سيسكبه الله
لك مطراً ،يروي منه
أطرافك وينبت به زهراً
"💛'💛🌿

إعداد : أ/ جواهر العنزي
@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

أوجد مجموعة حل المتباينات التالية :

3B) $\log_2 x < 4$

$x < 2^4$

$x < 16$

$\{x \mid 0 < X < 16, x \in R\}$

نأخذ فقط الاعداد الموجبة لان اللوغاريتمات السالبة غير معرفة

3A) $\log_4 x \geq 3$

$x \geq 4^3$

$x \geq 64$

$\{x \mid x \geq 64, x \in R\}$

اوجد مجموعة حل المتباينة

$$\log_5 (2x+1) \leq \log_5 (x+4)$$

$$2x+1 \leq x+4$$

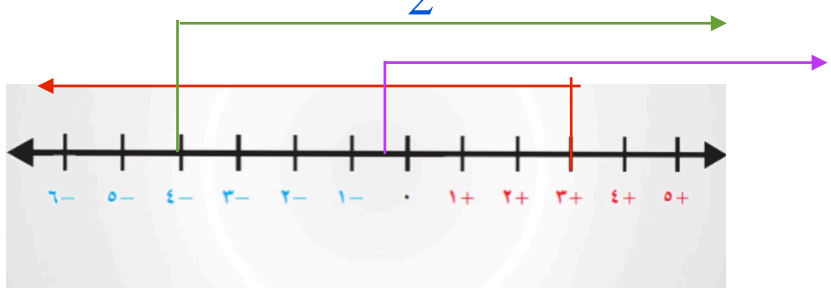
$$2x-x \leq 4-1$$

$$x \leq 3$$

ثم نستثن قيم x التي تجعل $2x+1 \leq 0, x+3 \leq 0$

$2x+1>0, x+4>0$

$$x \geq \frac{-1}{2}, x \geq -4$$



مجموعة الحل $[x \mid -\frac{1}{2} < x \leq -3, x \in R]$

اللوغاريتمات العشرية

تحقق من فهمك

استعمل الحاسبة لايجاد قيمة مما يأتي مقرباً الى اقرب جزء من عشرة الاف :

1A) $log7 = 0.8451$

1B) $log0.5 = -0.3010$

2) **هزات أرضية :** ترتبط كمية الطاقة E مقيسة بوحدة الإيرج التي تطلقها الأرض مع قوة الهزة الأرضية على مقياس ريختر M بالمعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استعمل المعادلة لتجد كمية الطاقة التي تطلقها الأرض عند هزة أرضية بقوة 9 درجات على مقياس ريختر.

$$\log E = 11 \cdot 8 + 1 \cdot 5M$$
$$\log E = 11 \cdot 8 + 1 \cdot 5(9)$$
$$\log E = 11.8 + 13.5$$
$$\log E = 25 \cdot 3$$
$$E = 10^{25.3}$$
$$E = 2 \times 10^{25}$$

حل المعادلات الاتيه وقرب الى اقرب جزء من عشرة الاف :

3A) $3^x = 15$

$$\log 3^x = \log 15$$
$$x \log 3 = \log 15$$
$$x = \frac{log15}{log3}$$
$$x = 2.4650$$

تحقق من فهمك

3B) $6^x = 42$

$$\log 6^x = \log 42$$
$$x \log 6 = \log 42$$
$$x = \frac{log42}{\log 6}$$
$$x = 2.0860$$

اوجد مجموعة حل المتباينات التالية :

4A) $3^{2x} \geq 6^{x+1}$

$$2x \log 3 \geq (x+1)\, 1_8 g 6$$
$$2x \log 3 \geq x \log 6 + \log 6$$
$$2x \log 3 - x \log 6 \geq \log 6$$
$$x\left(2 \log 3 - \log 6\right) \geq \log 6$$
$$x \geq \frac{log6}{2 \log 3 - \log 6}$$
$$x \geq 4.4190$$
$$\{x \mid x \geq 4.4190\}$$

اللوغاريتمات العشرية

حافِظ على قابليتك ، شغفك ، مزاجك ، وإصرارك على الحياة ، أحبّ ما أنت عليه، لِتحسِن التغيير بسهولة.. اغمر روحك بالحُب الذاتي ولا تفكر كثيراً فيما لا يعينك 🌱💛.

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

4B) $4^y < 5^{2y+1}$

$$log4^y < \log 5^{2y+1}$$
$$y\log 4 < (2y+1)\log 5$$
$$y\log 4 < 2y\log 5 + \log 5$$
$$y\log 4 - 2y\log 5 < \log 5$$
$$y(\log 4 - 2\log 5) < \log 5$$
$$y < \frac{1095}{\log 4 - 2\log 5}$$
$$y > -0.8782$$
$$\{y \mid > -0.8782\}$$

اكتب $log_6 8$ بدلالة اللوغاريتم العشري ثم أوجد قيمته مقرباً الى اقرب جزء من عشرة الاف

$$\log_6 8 = \frac{\log_{10} 8}{log6}$$
$$10$$
$$\simeq 1.1606$$

تحقق من فهمك

6) حدد الزمن اللازم لتحليل خوارزمية مكونة من 160خطوة

$$R = \log_2 (160)$$
$$\simeq \frac{\log 160}{\log 2}$$
$$= 7 \cdot 32$$

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل الثالث

المتطابقات والمعادلات المثلثية

(3-1)	المتطابقات المثلثية
(3-2)	إثبات صحة المتطابقات المثلثية
(3-3)	المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما
(3-4)	المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها
(3-5)	حل المعادلات المثلثية

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

المتطابقات المثلثية

تحقق من فهمك

1A) أوجدي القيمة الدقيقة ل $sin\theta$ اذا كان $\cos\theta = \frac{1}{3}$

$$270 < 0 < 360$$

$$\sin^2 0 + \cos^2 0 = 1$$

$$\sin^2\theta + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2\theta = 1 - \frac{1}{9}$$

$$sin^2 0 = \frac{8}{9}$$

$$\sin\theta = \pm\sqrt{\frac{8}{9}}$$

$$\sin\theta = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

بما أن sin تقع في الربع الأخير فإن

$$\sin\theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

اوجد القيمة الدقيقة ل $\sec\theta$ اذا كان

$$180 < \theta < 270 ، \sin\theta = -\frac{2}{7}$$ 1B)

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\left(-\frac{2}{7}\right)^2 + \cos^2\theta = 1$$

$$\frac{4}{49} + \cos^2\theta = 1$$

تحقق من فهمك

$$\cos^2\theta = 1 - \frac{4}{49}$$

$$\cos^2\theta = \frac{45}{49}$$

$$\cos\theta = \pm\sqrt{\frac{45}{49}} = \pm\frac{3\sqrt{5}}{7}$$

بما أن cos تقع في الربع الثالث فإن

$$\cos\theta \simeq -\frac{3\sqrt{5}}{7}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\sec\theta = \frac{-7}{3\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$\sec\theta = \frac{-7\sqrt{5}}{15}$$

بسط العبارات التالية :

2A) $\dfrac{\tan^2\theta \csc^2\theta - 1}{\sec^2\theta}$

$$\frac{\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \cdot \frac{1}{\sin^2\theta} - 1}{\frac{1}{\cos^2\theta}} \quad \Big| \quad = \frac{\frac{1 - \cos^2\theta}{cos^2\theta}}{\cos^2\theta}$$

$$= \frac{\frac{1}{\cos^2\theta} - 1}{\frac{1}{\cos^2\theta}} \quad \Big| \quad = 1 - \cos^2\theta$$

$$\Big| \quad = \sin^2\theta$$

المتطابقات المثلثية

اسئلة تحصيلي

اذا كانت $\tan\theta = -3, \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{4}$ فما هو الربع الذي تقع فيه θ							
أ	الأول	ب	الثاني	ج	الثالث	د	الرابع
تبسيط العبارة $\frac{\sec\theta}{\csc\theta}$							
أ	$\tan\theta$	ب	$\sin\theta$	ج	$\cot\theta$	د	$\sec\theta$

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

$$2B)\ \frac{sec\theta}{\sin\theta}\left(1-\cos^2\theta\right)$$

$$= \frac{\sec\theta}{\sin\theta}\left(\sin^2\theta\right)$$

$$= \sec\theta \cdot sin\theta$$

$$= \frac{1}{\cos\theta} \cdot \sin\theta$$

$$= \tan\theta$$

تحقق من فهمك

3) تعلم أن مقدار العزم (τ) يساوي حاصل ضرب القوة (F) في ذراعها، ويعطى بالمعادلة $\tau = Fr\sin\theta$. أعد كتابة المعادلة السابقة بدلالة (F).

$$T = Fr\sin\theta$$

$$\frac{T}{r\sin\theta} = F$$

$$F = \frac{T}{r}\csc\theta$$

كل فترة سيئة سيأتي
بعدها فترات رائعة وكل
لحظة حزن خلفها لحظات
من الفرح والمسرة لا تحزن
ما دام اللّه هو المدبر
لحياتك💛💛.

اثبات صحة المتطابقات المثلثية

تحقق من فهمك

(3) اثبت صحة المتطابقة :

$$\csc^2\theta - \cot^2\theta = \cot\theta\tan\theta$$

نبسط الطرف الايمن

$$\cot\theta\tan\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\cdot\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 1$$

نبسط الطرف الايسر

$$= \frac{1}{sin^2\theta} - \frac{\cos^2\theta}{sin^2\theta} = \frac{1-\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = \frac{\sin^2\theta}{sin^2\theta} = 1$$

بما أن الطرفان يساويان المقدار نفسه فالطرفان متساويان

اسئلة تحصيلي

أي عبارة مما يأتي تكافئ العبارة $\dfrac{\tan^2\theta + 1}{\tan^2\theta}$

أ	ب	ج	د
$sin^2\theta$	$tan^2\theta$	$cot^2\theta$	$csc^2\theta$

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

(1) اثبت صحة المتطابقة :

$$\cot^2\theta - \cos^2\theta = \cot^2\theta\cos^2\theta$$

$$\text{الطرف الأيسر} = \frac{\cos^2\theta}{sin^2\theta} - \cos^2\theta$$

$$= \cos^2\theta\left(\frac{1}{\sin^2\theta} - 1\right)$$

$$= \cos^2\left(\csc^2\theta - 1\right)$$

$$= \cos^2\theta\cot^2\theta$$

$$= \text{الطرف الأيمن}$$

2) أي مما يأتي يكافئ العبارة $\tan^2\theta(\cot^2\theta - \cos^2\theta)$ ؟

A $\cot^2\theta$ B $\tan^2\theta$

C $\cos^2\theta$ D $\sin^2\theta$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\left(\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} - \cos^2\theta\right)$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\cos^2\theta\left(\frac{1}{\sin^2\theta} - 1\right)$$

$$= \sin^2\theta\left(\csc^2\theta - 1\right)$$

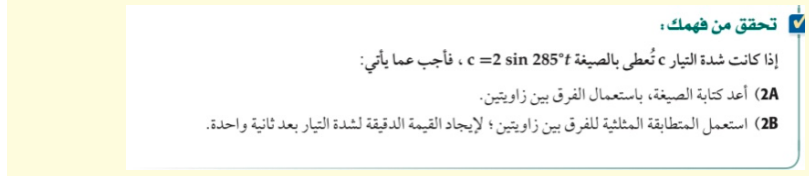
$$= \sin^2\theta\cot^2\theta$$

$$= \sin^2\theta\cdot\frac{\cos^2\theta}{sin^2\theta}$$

$$= \cos^2\theta$$

المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

تحقق من فهمك



تحقق من فهمك:

إذا كانت شدة التيار c تُعطى بالصيغة $c = 2 \sin 285°t$ ، فأجب عما يأتي:

2A) أعد كتابة الصيغة، باستعمال الفرق بين زاويتين.

2B) استعمل المتطابقة المثلثية للفرق بين زاويتين؛ لإيجاد القيمة الدقيقة لشدة التيار بعد ثانية واحدة.

2A)

$$c = 2(sin315t - 30t)$$

2B)

$$2sin(315 - 30)$$

$$= 2(sin315cos30 - cos315sin30)$$

$$= 2\left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}\right)$$

$$= 2\left(\frac{-\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

$$= -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

تحقق من فهمك

دون استعمال الالة الحاسبة أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يلي :

1A) $sin15°$

$$sin(45 - 30) = sin45cos30 - cos45sin30$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

1B) $cos(-15)$

$$cos(30 - 45) = cos30cos45 + sin30sin45$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

اسئلة تحصيلي

قيمة : $cos(90-\theta)$

أ	$sin\theta$	ب	$-sin\theta$	ج	$cos\theta$	د	$sec\theta$

ما قيمة $sin20°cos10° + cos20°sin10°$

أ	$\frac{1}{2}$	ب	30	ج	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	د	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

القيمة الدقيقة لـ $cos(105°)$

أ	$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	ب	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$	ج	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	د	$\frac{2+\sqrt{6}}{4}$

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

اثبت صحة كل من المتطابقات الاتية

3A) $sin(90° - \theta) = cos\theta$

$= sin90cos\theta - cos90sin\theta$

$= 1 \times cos\theta - 0 \times sin\theta$

$= cos\theta$ الطرف الايمن

3B) $tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = \frac{1 + tan\theta}{1 - \tan\theta}$

$= \frac{\tan\frac{\pi}{4} + \tan\theta}{1 - \tan\frac{\pi}{4}\tan\theta}$

$= \frac{\tan 45 + \tan\theta}{1 - \tan 45\tan\theta}$

$= \frac{1 + \tan\theta}{1 - \tan\theta}$ الطرف الايمن

توكّل ولا تخشَ
من خطوةٍ
فقد تلمسُ الغيمَ أو
قد تكاد 🌿

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

تحقق من فهمك

أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي علماً بأن

$$\cos\theta = -\frac{1}{3}\text{ ، }90^\circ < \theta < 180^\circ$$

2A) $cos2\theta$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

$$\cos 2\theta = 2\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 1$$

$$= 2\left(\frac{1}{9}\right) - 1$$

$$= \frac{2-9}{9} = \frac{-7}{9}$$

تحقق من فهمك

اوجد القيمة الدقيقة ل $sin2\theta$ اذا كان

$$90^\circ < \theta < 180^\circ \text{ ، } \cos\theta = -\frac{1}{3}$$

$$sin2\theta = 2sin\theta cos\theta$$

لكي نوجد قيمة $sin\theta$ نستخدم المتطابقة

$$sin^2\theta + cos^2\theta = 1$$

$$\sin^2\theta + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

$$sin^2\theta + \frac{1}{9} = 1$$

$$\sin^2\theta = 1 - \frac{1}{9}$$

$$sin^2\theta = \frac{8}{9}$$

$$\sin\theta = \pm\sqrt{\frac{8}{9}}$$

$$\sin\theta = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

بما أن $sin\theta$ تقع في الربع الثاني فقيمتها موجبة

$$\sin\theta = +\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

نعوض في المتطابقة

$$sin2\theta = 2sin\theta cos\theta$$

$$\sin 2\theta = 2\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$\sin 2\theta = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$$

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

تحقق من فهمك

أوجد القيمة الدقيقة ل $\sin\frac{\theta}{2}$ ، علماً بأن $\sin\theta = \frac{2}{3}$

θ تقع في الربع الثاني

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$$

لكي نوجد $cos\theta$ نستخدم متطابقة فيثاغورس

$$cos^2\theta + sin^2\theta = 1$$

$$\cos^2\theta + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$$

$$\cos^2\theta + \frac{4}{9} = 1$$

$$\cos^2\theta = 1 - \frac{4}{9}$$

$$\cos^2\theta = \frac{5}{9}$$

$$\cos\theta = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$$

بما أن θ تقع في الربع الثاني فقيمتها سالبة

$$\cos\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

يتبع الحل ..

تحقق من فهمك

2B) $tan2\theta$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$\sin\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ من تحقق 1 وجدنا قيمة

$$\tan\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3} \div -\frac{1}{3}$$

$$\tan\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{-3}{1}$$

$$\tan\theta = -2\sqrt{2}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

$$= \frac{2\left(-2\sqrt{2}\right)}{1-8}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

تحقق من فهمك

تحقق من فهمك

يعطى تسارع الجاذبية الأرضية عند مستوى سطح البحر (بالسنتمتر لكل ثانية تربيع) تقريبًا بالصيغة: $g = 978 + 5.17\sin^2 L - 0.014 \sin L \cos L$، حيث L تمثل زاوية دائرة العرض

4A) بسِّط هذه العلاقة مستعملًا المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية.

4B) استعمل الصيغة المبسطة التي أوجدتها في الفرع 4A، واحسب قيمة **g** عندما $L = 45°$.

$$4A)\quad g = 978 + 5.17\sin^2 L - 0.014 \sin L \cos L$$

نستخدم المتطابقة

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\frac{\sin 2\theta}{2} = \sin\theta\cos\theta$$

$$g = 978 + 5.17\sin^2 L - 0.014\frac{\sin 2L}{2}$$

$$g = 978 + 5.17\sin^2 L - 0.007\sin 2L$$

$$4B)$$

$$g = 978 + 5.17\sin^2(45) - 0.007\sin 2(45)$$

$$g = 980.578$$

تحقق من فهمك

نعوض في متطابقة نصف الزاوية ..

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{5}}{3}}{2}}$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3} \div 2}$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3} \times \frac{1}{2}}$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{6}}$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\frac{\sqrt{18+6\sqrt{5}}}{6}$$

ويما أن θ تقع في الربع الثاني فقيمتها موجبة

$$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{18+6\sqrt{5}}}{6}$$

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

تحقق من فهمك

اثبت صحة المتطابقة

$$4cos^2x - sin^2 2x = 4cos^4 x$$

الطرف الأيسر $4cos^2x - sin^2 2x$

نعوض في المتطابقة

$$sin2x = 2sinxcosx$$

$$= 4cos^2x - 4sin^2 xcos^2 x$$

$$= 4\cos^2 x\left(1 - sin^2 x\right)$$

$$= 4\cos^2 x\cos^2 x$$

$$= 4\cos^4 x$$

الطرف الايمن

وغداً تخضرّ
أرضي، وأرى في
مكان الشوك
وردًا وخُزامَى..🌿

اسئلة تحصيلي

ماقيمة : $sin^2 22.5 + cos^2 22.5$							
أ	$\sqrt{2}$	ب	-1	ج	2	د	1
اذا كان $tan\theta = 2$ **اوجد** $tan2\theta$ ، $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$							
أ	1	ب	$\frac{3}{4}$	ج	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	د	$\frac{-4}{3}$
اذا كان $\cos\theta = \frac{1}{2}$ **أوجد** $\cos 2\theta$ **حيث** θ **تقع في الربع الأول**							
أ	1	ب	$\frac{1}{2}$	ج	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	د	$\frac{-1}{2}$
اذا كان $\cos\theta = \frac{1}{2}, 0 < \theta < 90$ **فإن** $\cos\frac{\theta}{2}$ **تساوي :**							
أ	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	ب	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	ج	$\frac{4\pi}{3}$	د	$\frac{3\pi}{4}$

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

حل المعادلات المثلثية

تحقق من فهمك

حل كلاً من المعادلتين الاتيتين :

1A) $cosxsinx = 3cosx \quad ,0 \le x \le 2\pi$

$$\cos x \sin x - 3cosx = 0$$

$$\cos x \left(\sin x - 3\right) = 0$$

$cos\theta = 0$

نوجد الزوايا اما من دائرة الوحدة بشكل مباشر فتكون الزوايا

$\theta = 90,270$

$\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}$ وقياسها بالراديان

أو $\sin\theta - 3 = 0$

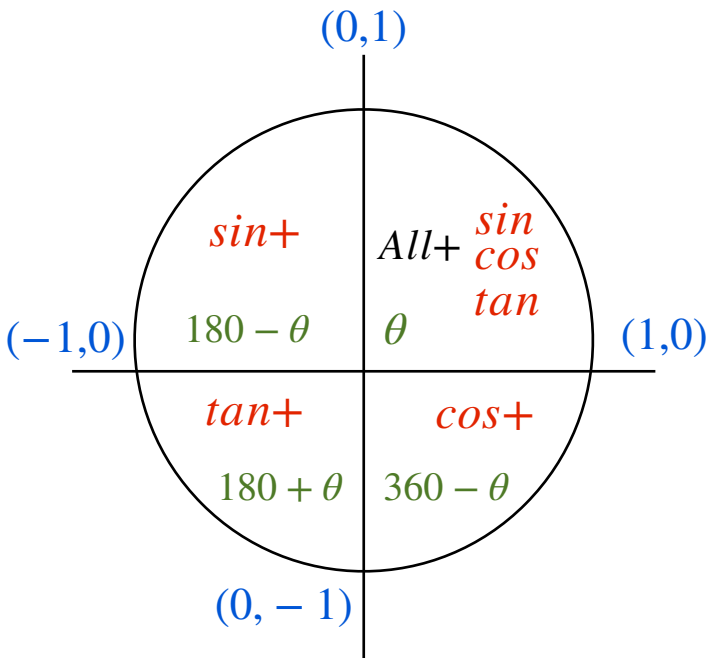
$\sin\theta = 3$

ليس لها حل لان قيم sin بين 1،-1

الحلول : $\left\{\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}\right\}$

للتحقق من صحة الحلول نستخدم الآلة الحاسبة فإذا حققت المعادلة تكون حلاً لها واذا لم تحقق المعادلة تعتبر حلول دخيلة

مقدمة

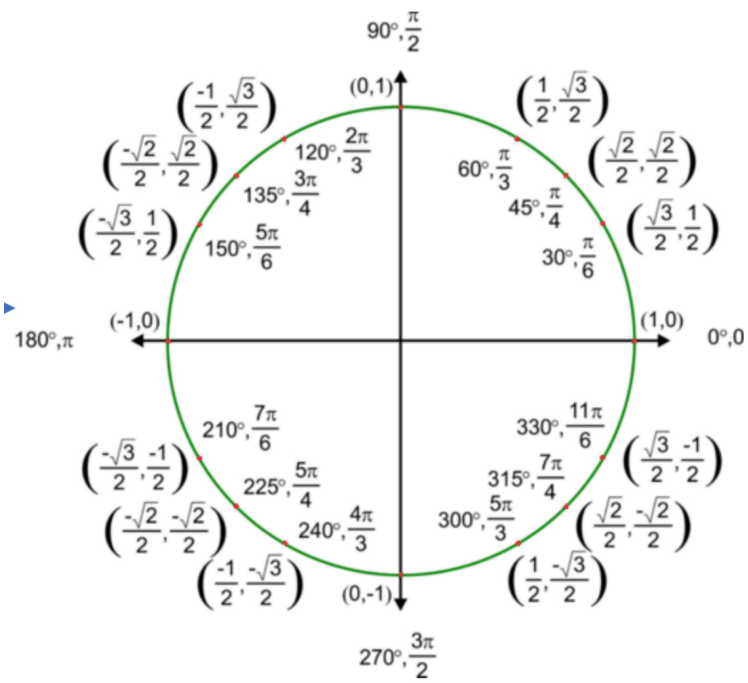


قيم $sin\theta$ و $cos\theta$ محصورة بين $(1, -1)$

لتحويل الزوايا من الدرجات الى الراديان

$$\text{درجات} \xleftarrow{\theta \times \frac{\pi}{180}} \text{راديان}$$

القياس بالدرجات والراديان



حل المعادلات المثلثية

تحقق من فهمك

حل كلاً من المعادلتين الاتيتين :

$$2A)\quad 4\sin x = 2\sin x + \sqrt{2}$$

$$4\sin x - 2\sin x = \sqrt{2}$$

$$2\sin x = \sqrt{2}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = 45,135$$

الزوايا بالراديان

$$\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$$

الحل :

$$\left\{\frac{\pi}{4} + 2\pi k, \frac{3\pi}{4} + 2\pi k\right\}$$

$$2B)\quad 2sin\theta = -1$$

$$\sin\theta = -\frac{1}{2}$$

$$\theta = 210,330$$

الزوايا بالراديان

$$\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{4}$$

الحل :

$$\left\{\frac{7\pi}{6} + 2\pi k, \frac{11\pi}{6} + 2\pi k\right\}$$

تحقق من فهمك

$$1B)\quad 4sin^2\theta + 4cos^2\theta - 8sin\theta cos\theta = 0$$

$$0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$$

$$4(sin^2\theta + cos^2\theta) - 8sin\theta cos\theta = 0$$

نعوض متطابقة فيثاغورس

$$sin^2\theta + cos^2\theta = 1$$

$$4(1) - 8sin\theta cos\theta = 0$$

نقسم على 4

$$1 - 2sin\theta cos\theta = 0$$

$$1 - sin2\theta = 0$$

$$sin2\theta = 1$$

$$2\theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

حل المعادلات المثلثية

تحقق من
فهمك

4)
حل المعادلة الاتية اذا كان قياس θ بالدرجات

$$cos^2\theta + 3 = 4 - sin^2\theta$$

$$cos^2\theta + \sin^2\theta + 3 = 4$$
$$1 + 3 = 4$$
$$4 = 4$$

متطابقة لها عدد لانهائي من الحلول

5A) $sin\theta cot\theta - cos^2\theta = 0$

$$\sin\theta\frac{c\ os\theta}{\sin\theta} - \cos^2\theta = 0 \quad , sin\theta \neq 0$$
$$(cos\theta - \cos^2\theta = 0$$
$$\cos\theta(1 - \cos\theta) = 0$$

$$1 - \cos\theta = 0 \qquad \cos\theta = 0$$
$$\cos\theta = 1 \qquad \theta = 90,270$$
$$\theta = 0,360$$

هذا الحل مرفوض لأن
عندها المقام $= 0$

الحل :
$$\{90 + k.180\}$$

تحقق من
فهمك

3) كم من الوقت تحتاج من بداية دوران العجلة ليكون ارتفاع مقعدك 41 متراً فوق سطح الأرض للمرة الأولى ؟:

$$h = 21 - 20cos3\pi T$$

$$41 = 21 - 20\cos 3\pi T$$
$$20\cos 3\pi T = 21 - 41$$
$$20\cos 3\pi T = -20$$
$$\cos 3\pi T = -1$$
$$3\pi t = cos^{-1}(-1)$$

$\cos\theta = -1$
$\theta = \pi$

لها عدد لانهائي من الحلول
$\pi + 2\pi k$

$$3\pi T = \pi + 2\pi k$$
$$3T = 1 + 2k$$
$$T = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}k$$

أقل قيمة نحصل عليها عندما
k=0
$T = \frac{1}{3}$ دقيقة

$T = 20$ أو ثانية

حل المعادلات المثلثية

اسئلة تحصيلي

حل المعادلة : $\sin\theta = \frac{1}{2}$

حيث $0 \le \theta \le 360$

أ	30،150	ب	30،45	ج	60،120	د	30،120

اي مما يأتي ليس حلاً للمعادلة :

$$sin\theta cos\theta tan^2\theta = 0$$

أ	$\frac{5\pi}{2}$	ب	$\frac{7\pi}{4}$	ج	2π	د	$\frac{3\pi}{4}$

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

5B) $\frac{\cos\theta}{\cot\theta} + 2\sin^2\theta = 0$

$$\frac{\frac{\cos\theta}{\cos\theta}}{sin\theta} + 2\sin^2\theta = 0, sin\theta \neq 0, cos\theta \neq 0$$

$$\sin\theta + 2\sin^2\theta = 0$$

$$\sin\theta\left(1 + 2\sin\theta\right) = 0$$

$\sin\theta = 0$

حل مرفوض

لأن المقام $\neq 0$

$1 + 2sin\theta = 0$

$2\sin\theta = -1$

$\sin\theta = -\frac{1}{2}$

$\theta = 210,330$

لها عدد لانهائي من الحلول :

$\{210 + 2\pi k, 330 + 2\pi k\}$

اذا كنت تريد النجاح.. لا تقف وتتأمل الدرج.. بل اسرع وابدأ في الصعود.. قد تتعثر أحيانًا..وتسقط أحيانًا أخرى..لكن انهض وواصل الطريق حتى تصل لاهدافك واحلامك🦋🌼⭐.

الفصل الثالث

القطوع المخروطية

(4-1)	**القطوع المكافئة**
(4-2)	**القطوع الناقصة والدوائر**
(4-3)	**القطوع الزائدة**
(4-4)	**تحديد أنواع القطوع المخروطية**

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

القطوع المكافئة

تحقق من فهمك

حدد خصائص القطع المكافئ ثم مثل منحناه بيانياً :

1A) $8(y+3)=(x-4)^2$

المنحنى على الصورة : $(x-h)^2=4c(y-k)$

منحنى مفتوح رأسياً للأعلى

أولاً نوجد قيم h,k,c

$$-h=-4, h=4$$

$$-k=3, k=-3$$

$$4c=8, c=2$$

الرأس : $(h,k)=(4,-3)$

البؤرة : $(h,k+c)=(4,-3+2)=(4,-1)$

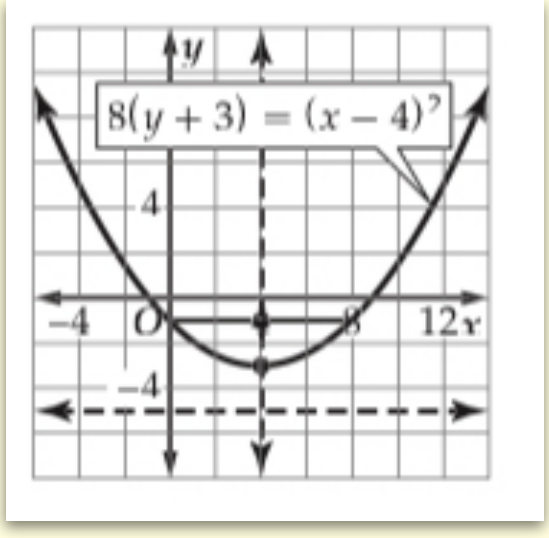
محور التماثل : $x=h, x=4$

معادلة الدليل : $y=k-c, y=-3-2$

$$y=-5$$

طول الوتر البؤري : $|4c|=|4\times 2|=8$

التمثيل البياني :



تحقق من فهمك

1B) $2(x+6)=(y+1)^2$

المنحنى على الصورة : $(y-k)^2=4c(x-h)$

منحنى مفتوح أفقياً لليمين

أولاً نوجد قيم h,k,c

$$-h=6, h=-6$$

$$-k=1, k=-1$$

$$4c=2, c=\frac{1}{2}$$

الرأس : $(h,k)=(-6,-1)$

البؤرة : $(h+c,k)=(-6+\frac{1}{2},-1)$

$$(-5.5,-1)$$

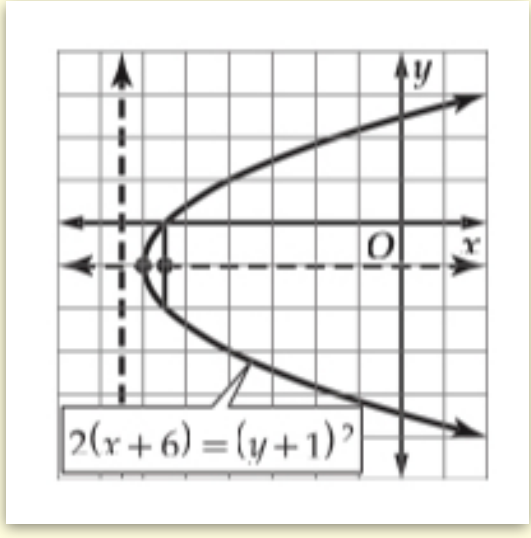
محور التماثل : $y=k, y=-1$

معادلة الدليل : $x=h-c, x=-6-\frac{1}{2}$

$$x=-6.5$$

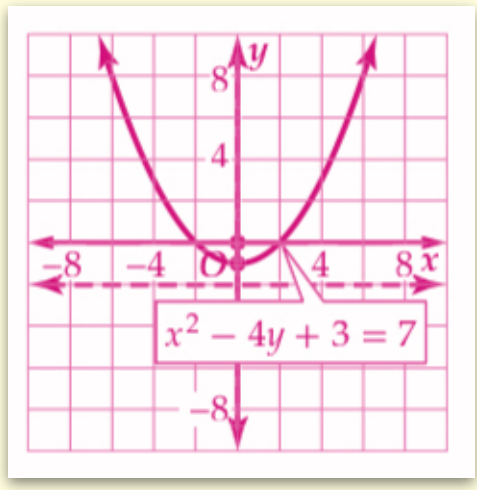
طول الوتر البؤري : $|4c|=|4\times\frac{1}{2}|=2$

التمثيل البياني :



القطوع المكافئة

تحقق من فهمك



3B) $3y2 + 6y + 15 = 12x$

نكتب المعادلة على الصورة القياسية

بالقسمة على 3 :

$$y^2 + 2y + 5 = 4x$$

نكمل المربع بأخذ نصف معامل y ثم نربعه

ثم نجمعه ونطرحه للمعادلة

$$y^2 + 2y + 1 - 1 + 5 = 4x$$

$$(y^2 + 2y + 1) + 4 = 4x$$

$$(y + 1)^2 = 4x - 4$$

$$(y + 1)^2 = 4(x - 1)$$

المعادلة على الصورة $(y - k)^2 = 4c(x - h)$

منحنى افقي مفتوح لليمين

نوجد قيم h, k, c

$$-h = -1, h = 1$$

$$-k = 1, k = -1$$

$$4c = 4, c = 1$$

يتبع

تحقق من فهمك

تحقق من فهمك

2) **فلك:** عُد إلى فقرة "لماذا؟" في بداية الدرس. افترض أنه يمكن تمثيل القطع المكافئ الظاهر في الصورة باستعمال المعادلة $x^2 = 44.8\ (y - 6)$، حيث $-5 \le x \le 5$. إذا كانت x, y بالأقدام، فأين تقع آلة التصوير بالنسبة إلى رأس القطع المكافئ؟

فوق رأس القطع المكافئ بمسافة

$$4c = 44.8$$

$$c = 11.2$$

اكتب المعادلات على الصورة القياسية ثم حدد خصائص القطع المكافئ ومثلها بيانياً :

3A) $x^2 - 4y + 3 = 7$

نكتب المعادلة على الصورة القياسية

$$x^2 = 7 - 3 + 4y$$

$$x^2 = 4 + 4y$$

$$x^2 = 4(y + 1)$$

المعادلة على الصورة : $(x - h)^2 = 4c(y - k)$

المنحنى مفتوح رأسياً للأعلى

أولاً نوجد قيم h, k, c

$$h = 0$$

$$-k = 1, k = -1$$

$$4c = 4, c = 1$$

الرأس : $(h, k) = (0, -1)$

البؤرة : $(h, k + c) = (0, -1 + 1) = (0,0)$

محور التماثل : $x = h, x = 0$

معادلة الدليل : $y = k - c, y = -1 - 1$

$$y = -2$$

طول الوتر البؤري : $|4c| = |4 \times 1| = 4$

التمثيل البياني

القطوع المكافئة

تحقق من
فهمك

اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي ثم مثل منحناه بيانياً :

4A) البؤرة $(-6,2)$ والرأس $(-6,-1)$

البؤرة والرأس تشتركان في الاحداثي x

اذن المنحنى مفتوح رأسياً

الرأس $(h,k)=(-6,-1), h=-6, k=-1$

البؤرة : $(h,k+c)$

$$k+c=2$$

$$-1+c=2, c=3$$

بما أن قيمة c موجبة فالمنحنى رأسي مفتوح لأعلى

طول الوتر البؤري : $|4c|=|4(3)|=12$

محور التماثل : $x=h, x=-6$

معادلة الدليل : $y=k-c, -1-3=-4$

$$y=-4$$

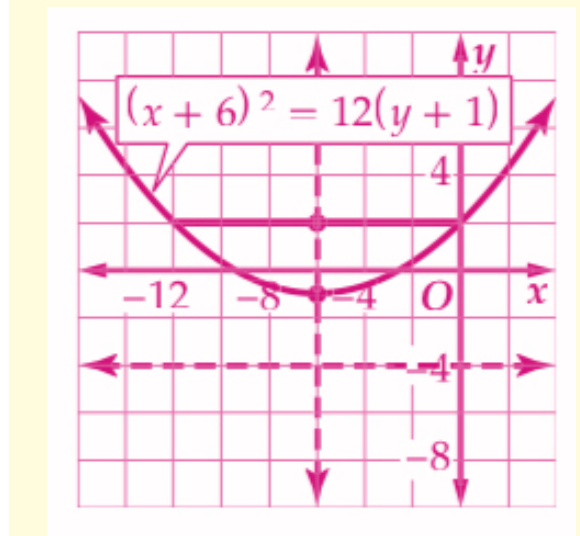
الصورة القياسية للقطع المكافئ :

$$(x-h)^2=4c(y-k)$$

معادلة القطع المكافئ من الخصائص المعطاة :

$$(x+6)^2=12(y+1)$$

التمثيل البياني :



$(h,k)=(1,-1)$: الرأس

البؤرة : $(h+c,k)=(1+1,-1)=(2,-1)$

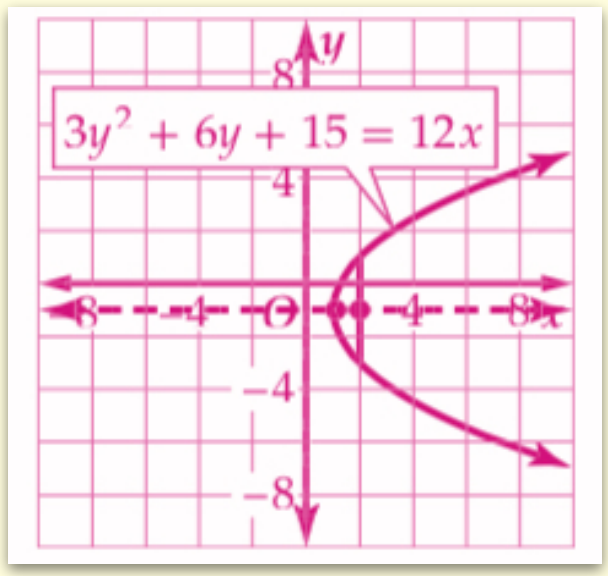
محور التماثل : $y=k, y=-1$

معادلة الدليل : $x=h-c=1-1$

$$x=0$$

طول الوتر البؤري : $|4c|=|4\times 1|=4$

التمثيل البياني :



القطوع المكافئة

تحقق من فهمك

4c) البؤرة $(-3,-4)$ المنحنى مفتوح للأسفل يمر بالنقطة $(5,-10)$

بما أن المنحنى مفتوح لأسفل فإن المنحنى رأسي والصورة القياسية له هو:

$$(x-h)^2 = 4c(y-k)$$

البؤرة : $(h, k+c) = (-3,-4)$

$$h = -3$$

$$k + c = -4, k = -4 - c$$

الرأس : $(h,k) = (-3,-4-c)$

لإيجاد قيمة c نعوض بالصورة القياسية والنقطة $(5,-10)$

$$(x-h)^2 = 4c(y-k)$$

$$(5+3)^2 = 4c(-10-(-4-c)$$

$$64 = 4c(-10+4+c)$$

$$64 = 4c(-6+c)$$

$$64 = -24c + 4c^2$$

بالقسمة على 4 :

$$16 = -6c + c^2$$

$$c^2 - 6c - 16 = 0$$

$$(c-8)(c+2) = 0$$

$$c = 8, c = -2$$

بما أن المنحنى مفتوح لأسفل فتكون قيمة $c = -2$

الرأس : $(-3,-4-c) = (-3,-2)$

محور التماثل : $x = h, x = -3$

معادلة الدليل : $y = k - c = -2 - (-2)$

$$y = 0$$

معادلة القطع المكافئ من خصائصه :

$$(x+3)^2 = -8(y+2)$$

يتبع التمثيل البياني ⟶

تحقق من فهمك

4B) الرأس $(9,-2)$ الدليل $x = 12$

من معادلة الدليل فالمنحنى أفقي

الرأس : $(h,k) = (9,-2)$

$$h = 9, k = -2$$

معادلة الدليل : $x = h - c$

$$12 = 9 - c$$

$$c = -3$$

بما أن قيمة c سالبة فالمنحنى افقي مفتوح لليسار

البؤرة : $(h+c, k) = (6,-2)$

محور التماثل : $y = k, y = -2$

طول الوتر البؤري : $|4c| = |4(-3)| = 12$

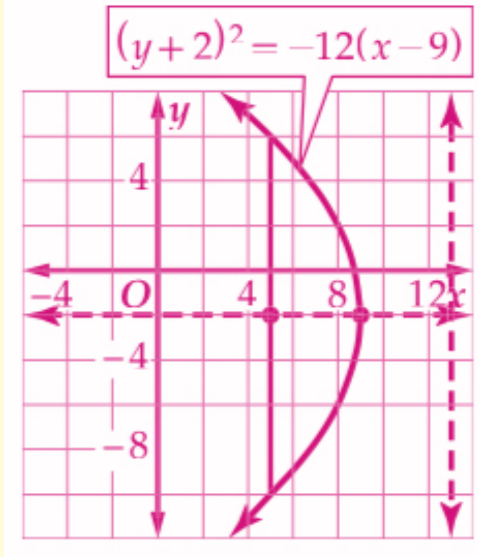
الصورة القياسية :

$$(y-k)^2 = 4c(x-h)$$

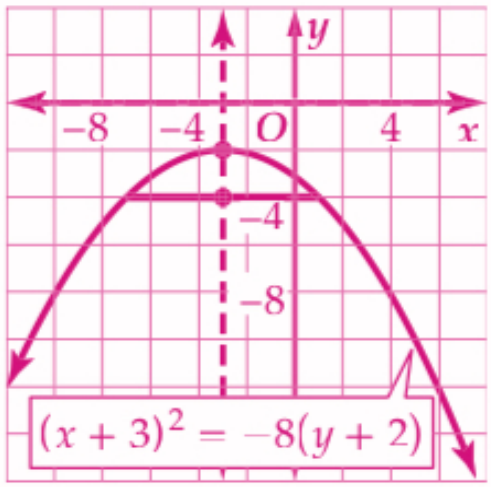
المعادلة من خصائص القطع المكافئ:

$$(y+2)^2 = -12(x-9)$$

التمثيل البياني :



القطوع المكافئة



4D) البؤرة $(-1,5)$ المنحنى مفتوح لليمين يمر بالنقطة

$(8,-7)$

بما أن المنحنى مفتوح لليمين فإن المنحنى أفقي والصورة القياسية له هو:

$$(y-k)^2=4c(x-h)$$

البؤرة : $(h+c,k)=(-1,5)$

$$h+c=-1$$

$$h=-1-c, k=5$$

الرأس : $(h,k)=(-1-c,,5)$

لإيجاد قيمة c نعوض بالصورة القياسية والنقطة $(8,-7)$

$$(y-k)^2=4c(x-h)$$

$$(-7-5)^2=4c(8-(-1-c))$$

$$144=4c(8+1+c)$$

$$144=4c(9+c)$$

$$144=36c+4c^2$$

نقسم على 4 :

$$36=9c+c^2$$

$$c^2+9c-36=0$$

$$(c+12)(c-3)=0$$

$$c=-12, c=3$$

نختار القيمة الموجبة لأن المنحنى مفتوح لليمين

$$c=3$$

الرأس : $(-1-c,5)$

$$(-1-3,5)$$

$$(-4,5)$$

محور التماثل $y=k$

$$y=5$$

معادلة الدليل : $x=h-c$

$$x=-4-3$$

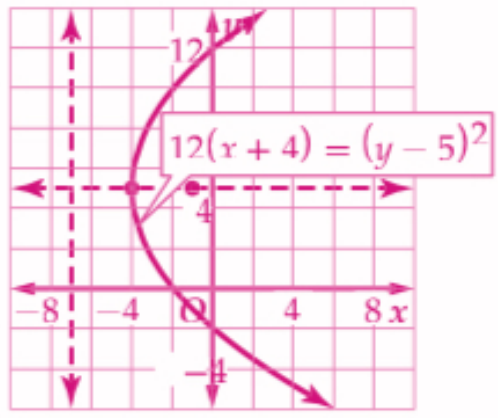
$$x=-7$$

طول الوتر البؤري : $|4c|=12$

معادلة القطع المكافئ:

$$(y-5)^2=12(x+4)$$

التمثيل البياني :



القطوع المكافئة

تحقق من
فهمك

اكتب معادلة مماس منحنى القطوع المكافئة التالية:

5A) $y = 4x^2 + 4$ عند النقطة $(-1,8)$

$$4x^2 = y - 4$$

$$x^2 = \frac{1}{4}(y-4)$$ بالقسمة على 4 :

$$(x-0)^2 = \frac{1}{4}(y-4)$$

المنحنى رأسي مفتوح لأعلى

الرأس : $(h,k) = (0,4)$

البؤرة : $(h, k+c)$

نوجد قيمة c : $4c = \frac{1}{4}$

$$c = \frac{1}{16} = 0.0625$$

البؤرة : $(0,4.0625)$

نوجد d وهي المسافة بين البؤرة ونقطة التماس $(-1,8)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(-1-0)^2 + (8-4.625)^2}$$

$$d = 4.0625$$

نوجد النقطة A وهي نقطة نهاية الضلع الآخر للمثلث
المتطابق الضلعين وتقع على محور التماثل

بما أن $d = 4.0625$

واحداثيات البؤرة : $(0,4.0625)$

والنقطة تقع على محور التماثل فإن الإحداثي y لها
يقل عن الإحداثي y للبورة بمقدار 4.0625 والاحداثي x
لها هو نفس الإحداثي x للبؤرة

$$A = (0,4.0625 - 4,0625)$$

$$A = (0,0)$$

ونقطة التماس $(-1,8)$

نوجد الميل لإيجاد معادلة المماس: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \frac{8-0}{-1-0} = -8$$

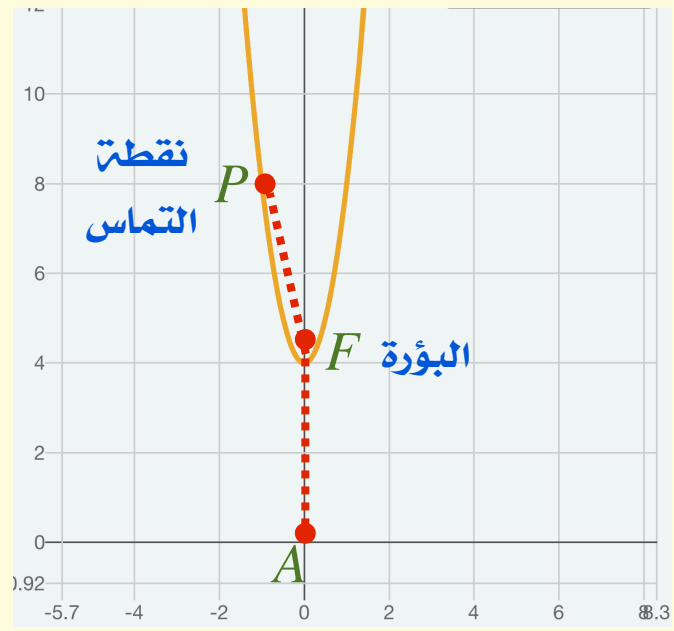
معادلة المماس :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 8 = -8(x+1)$$

$$y = -8x$$

الرسم للتوضيح



القطوع المكافئة

نوجد معادلة المماس

تقع النقطتان A, P

على مماس منحنى القطع المكافئ

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{0+4}{9-1} = \frac{1}{2}$$

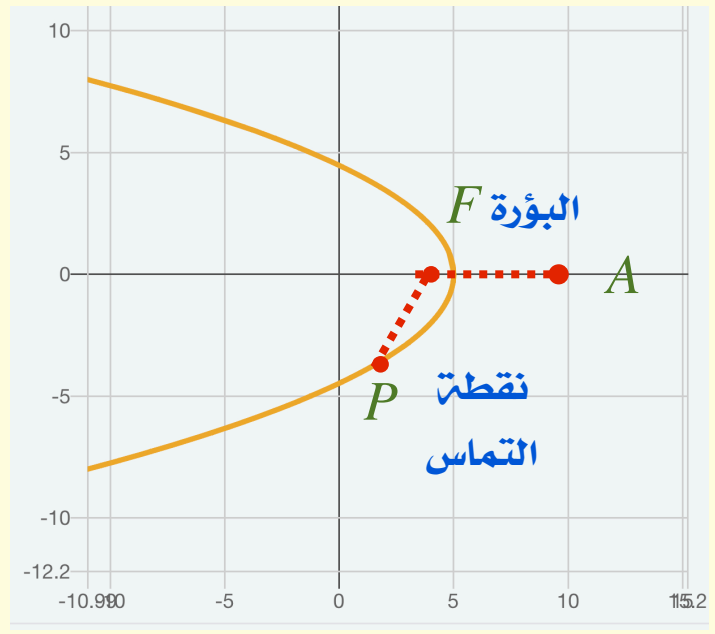
معادلة المماس :

$$y - y_1 = m\left(x - x_1\right)$$

$$y + 4 = \frac{1}{2}(x - 1)$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{9}{2}$$

الرسم للتوضيح:



تحقق من
فهمك

5B) $x = 5 - \frac{y^2}{4}, (1, -4)$

بالضرب في 4 :

$$4x = 20 - y^2$$

$$y^2 = 20 - 4x$$

$$(y-0)^2 = -4(x-5)$$

المنحنى مفتوح أفقي لليسار

الرأس : $(h,k) = (5,0)$

البؤرة : $(h+c,k) =$

لإيجاد c : $4c = -4, c = -1$

البؤرة : $(4,0)$

نوجد d **وهي المسافة بين البؤرة** $F(4,0)$

ونقطة التماس $P(1,-4)$

$$d = \sqrt{\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2}$$

$$= \sqrt{(1-4)^2 + (-4-0)^2}$$

$$= \sqrt{25} = 5$$

نوجد النقطة A **وهي نقطة نهاية الضلع الاخر للمثلث**

المتطابق الضلعين ويقع على محور التماثل

وبما أن $d = 5$ **واحداثيات البؤرة** $(4,0)$

والنقطة A **تقع على محور التماثل الإحداثي** x

لها يزيد عن الإحداثي x **للبؤرة بمقدار** 5

والاحداثي y **لها نفس احداثي** y **للبؤرة** $(4,0)$

$$A = (4+5,0)$$

$$A = (9,0)$$

القطوع المكافئة

اسئلة تحصيلي

معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $(2,1)$ ورأسه $(2,-3)$ هي :	
أ- $(y-2)^2=16(x+3)$	ج- $(x-2)^2=16(y+3)$
ب- $(y+2)^2=16(x-3)$	د- $(x+2)^2=16(y-3)$

معادلة محور التماثل للقطع $y^2=-8(x-1)$ هي :

أ	$y=0$	ب	$y=-8$	ج	$x=1$	د	$x=8$

معادلة القطع المكافئ الذي مركزه $(0,0)$ وطول الوتر البؤري 12 ومفتوح في x الموجبة :

أ	$y^2=4x$	ب	$y^2=12x$	ج	$y^2=6(x+1)$	د	$x^2=12y$

أحلامك اليوم
واقعك غداً ..

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

القطوع الناقصة والدوائر

تحقق من
فهمك

حدد خصائص القطع الناقص ثم مثل منحناه بيانياً :

1A) $\frac{(x-6)^2}{9}+\frac{(y+3)^2}{16}=1$

المعادلة على الصورة القياسية :

$$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$$

اولاً نوجد قيم h,k,a,b,c

$$-h=-6\Rightarrow h=6$$
$$-k=3\Rightarrow k=-3$$

$$b^2=9\Rightarrow b=3$$
$$a^2=16\Rightarrow a=4$$

لإيجاد قيمة C من العلاقة :

$$c^2=a^2-b^2$$
$$c^2=16-9=7$$
$$c=\sqrt{7}$$

المركز : $(h,k)=(6,-3)$

البؤرتان :
$$(h,k+c)=\left(6,-3+\sqrt{7}\right)$$
$$(h,k-c)=(6,-3-\sqrt{7})$$

الرأسان :
$$(h,k+a)=(6,1)$$
$$(h,k-a)=(6,-7)$$

الرأسان المرافقان :
$$(h+b,k)=(9,-3)$$
$$(h-b,k)=(3,-3)$$

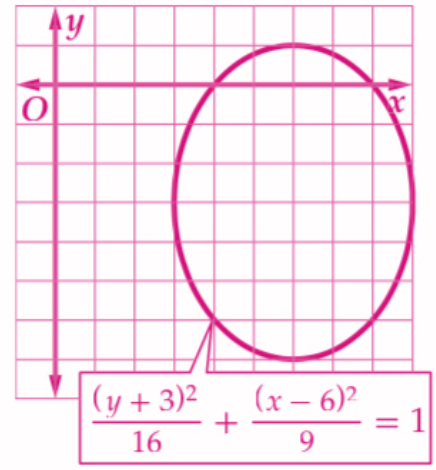
المحور الاكبر : $x=h\Rightarrow x=6$

طوله $2a=2(4)=8$

المحور الأصغر : $y=k\Rightarrow y=-3$

طوله : $2b=2(3)=6$

التمثيل البياني :



1B) $x^2+4y^2+4x-40y+103=0$

$$(x^2+4x)+(4y^2-40y)=-103$$
$$(x^2+4x)+4(y^2-10y)=-103$$

نكمل المربع :

$$(x^2+4x+4)+4(y^2-10y+25)=-103+4(25)+4$$
$$(x+2)^2+4(y-5)^2=1$$

مقام المقام بسط فقط لتكون على الصورة القياسية1

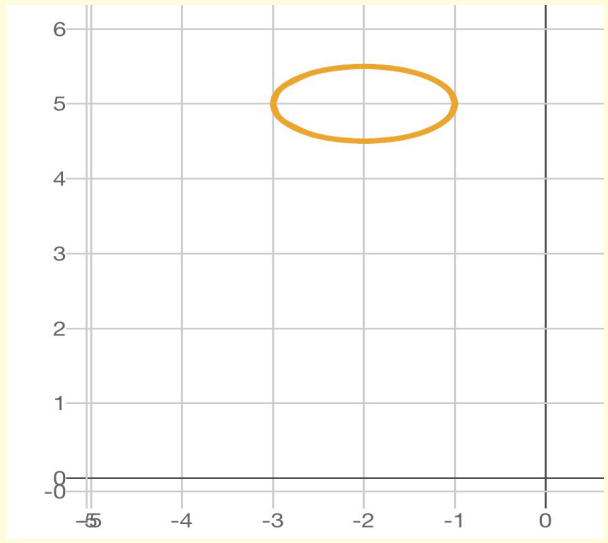
$$\frac{(x+2)^2}{1}+\frac{(y-5)^2}{\frac{1}{4}}$$

اصبحت المعادلة على الصورة القياسية

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

القطوع الناقصة والدوائر

التمثيل البياني :



اكتب معادلة القطع الناقص الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مايأتي :

2A) البؤرتان $(19,3),(-7,3)$ وطول المحور الأكبر 30 وحدة

البؤرتان تشتركان في المحور y

فتكون معادلتها على الصورة القياسية:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

البؤرتان : $(h+c,k),(h-c,k)$

$$(19,3),(-7,3)$$

$$k=3$$

$$h+c=19$$

$$h-c=-7$$

نجمع المعادلتين لنوجد قيمة h

$$2h=12, h=6$$

لإيجاد قيمة c نعوض بإحدى المعادلتين

$$h+c=19$$

$$6+c=19, c=13$$

اولاً نوجد قيم h,k,a,b,c

$$-h=2\Rightarrow h=-2$$

$$-k=-5\Rightarrow k=5$$

$$a^2=1\Rightarrow a=1$$

$$b^2=\frac{1}{4}\Rightarrow b=\frac{1}{2}$$

لإيجاد قيمة C من العلاقة :

$$c^2=a^2-b^2\Rightarrow 1-\frac{1}{4}$$

$$c^2=\frac{3}{4}\Rightarrow c=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

المركز : $(h,k)=(-2,5)$

البؤرتان :

$$(h+c,k)\Rightarrow\left(-2+\frac{\sqrt{3}}{2},5\right)$$

$$(h-c,k)\Rightarrow\left(-2-\frac{\sqrt{3}}{2},5\right)$$

الرأسان :

$$(h+a,k)=(-1,5)$$

$$(h-a,k)=(-3,5)$$

الرأسان المرافقان :

$$(h,k+b)=(-2,5\cdot 5)$$

$$(h,k-b)=(-2,4\cdot 5)$$

المحور الأكبر : $y=k\Rightarrow y=-5$

طوله : $2a=2(1)=2$

المحور الأصغر : $x=h\Rightarrow x=-2$

طوله : $2b=2\times\frac{1}{2}=1$

القطوع الناقصة والدوائر

لإيجاد قيمة a نعوض بإحدى المعادلتين :

$$k+a=8$$

$$2+a=8, a=6$$

من المعطيات طول المحور الاصغر 10

$$2b=10, b=5$$

نعوض في الصورة القياسية لإيجاد معادلة القطع الناقص

$$\frac{(x+2)^2}{25}+\frac{(y-2)^2}{36}=1$$

تحقق من
فهمك

حدد الاختلاف المركزي للقطوع الناقصة التالية :

3A) $\dfrac{x^2}{18}+\dfrac{(y+8)^2}{48}=1$

$$e=\frac{c}{a}$$

$$b^2=18, a^2=48$$

$$c^2=a^2-b^2$$

$$c^2=48-18$$

$$c^2=30$$

$$c=\sqrt{30}$$

$$e=\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{40}}=0.87$$

نوجد a, b

طول المحور الاكبر المعطى في السؤال 30

$$2a=39, a=15$$

لإيجاد b نعوض في العلاقة :

$$c^2=a^2-b^2$$

$$(13)^2=(15)^2-b^2$$

$$b^2=225-169$$

$$b^2=56$$

نعوض في الصورة القياسية لإيجاد معادلة القطع الناقص

$$\frac{(x-6)^2}{225}+\frac{(y-3)^2}{56}=1$$

2B) الرأسان $(-2,-4),(-2,8)$

طول المحور الأصغر 10 وحدات

الرأسان يشتركان في المحور x

فتكون معادلتها على الصورة القياسية:

$$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$$

الرأسان : $(h,k+a),(h,k-a)$

$$(-2,-4),(-2,8)$$

$$h=-2$$

$$k+a=8$$

$$k-a=-4$$

نجمع المعادلتين لنوجد قيمة k

$$2k=4, k=2$$

القطوع الناقصة والدوائر

تحقق من فهمك

اكتب معادلة الدائرة لكل مما يلي :

5A) المركز $(0,0)$ ونصف القطر 3

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$
$$(x-0)^2+(y-0)^2=3^2$$
$$x^2+y^2=9$$

5B) المركز $(5,0)$ و القطر 10

القطر 10 ، نصف القطر $r=5$

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$
$$(x-5)^2+(y-0)^2=5^2$$
$$(x-5)^2+y^2=25$$

تحقق من فهمك

3B) $\dfrac{(x-4)^2}{19}+\dfrac{(y+7)^2}{17}=1$

$$e=\frac{c}{a}$$
$$a^2=19, b^2=17$$
$$c^2=a^2-b^2$$
$$c^2=19-17$$
$$c^2=2$$
$$c=\sqrt{2}$$

$$e=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{19}}=0.32$$

4- الإختلاف المركزي لعين مصابة بقصر النظر هو 0.39 فاذا كان عمق العين 25 فما ارتفاعها :

$$2a=25, a=12.5$$

$$e=\frac{c}{a}$$
$$0.39=\frac{c}{12\cdot 5}$$
$$c=4\cdot 9$$
$$c^2=a^2-b^2$$
$$24=156.25-b^2$$
$$b^2=132\cdot 25$$
$$b=11.5$$

الارتفاع :

$$2b=2(11.5)$$
$$2b=23m$$

القطوع الناقصة والدوائر

اسئلة تحصيلي

للقطع الناقص $\frac{(x+2)^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

طول المحور الاكبر يساوي:

أ	9	ب	8	ج	13	د	6

الاختلاف المركزي للقطع الناقص :

$$\frac{(x-6)^2}{100}+\frac{(y-3)^2}{36}=1$$

أ	0.8	ب	8	ج	0.6	د	0.4

اي المعادلات الاتيه هي معادلة دائرة مركزه نقطة الاصل :

أ	$x^2+y^2=4$	ب	$(x-1)^2+(y+2)^2=4$	ج	$5x^2+3y^2=1$	د	$x+y=1$

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

تحقق من فهمك

6) اوجد معادلة الدائرة اذا كان طرفا قطر فيها $(3,-3),(1,5)$

معادلة الدائرة : $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

لايجاد المركز نستخدم صيغة نقطة المنتصف

$$(h,k)=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$=\left(\frac{(3+1)^2}{2},\frac{(-3+5)^2}{2}\right)$$

$$(h,k)=(2,1)$$

لايجاد طول نصف القطر نستخدم صيغة المسافة بين النقطتين $(2,1),(3,-3)$

$$r=\sqrt{(x_2-x_1)^2_+(y_2-y_1)^2}$$

$$=\sqrt{(3-2)^2+(-3-1)^2}$$

$$=\sqrt{1+16}=\sqrt{17}$$

$$r=\sqrt{17}$$

اخيراً نوجد معادلة الدائرة:

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

$$(x-2)^2+(y-1)^2=17$$

دعك مما حصل بالأمس ' ابتسم و تجاوز ليُزهر قلبك و يُشرق وجهك الجميل.

القطوع الزائدة

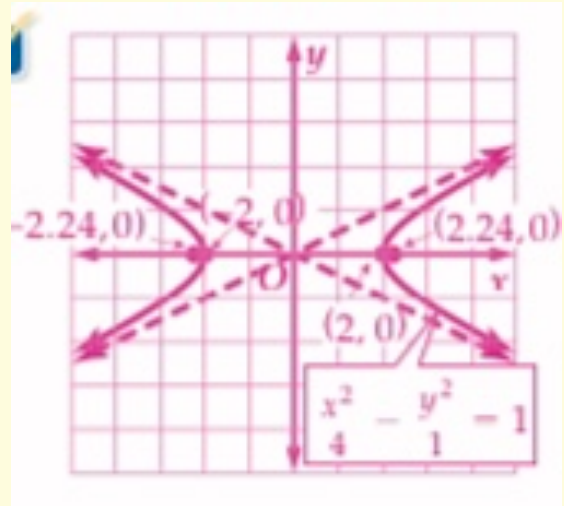
خطا التقارب :

$$y-k=\pm\frac{b}{a}(x-h)$$

$$y-0=\pm\frac{1}{2}(x-0)$$

$$y=\frac{1}{2}x, y=-\frac{1}{2}x$$

التمثيل البياني :



1B) $\dfrac{(y+4)^2}{64}-\dfrac{(x+1)^2}{81}=1$

المحور القاطع رأسي المعادلة على الصورة القياسية : $\dfrac{(y-k)^2}{a^2}-\dfrac{(x-h)^2}{b^2}=1$

نوجد h,k,b,a,c

$$h=-1, k=-4$$

$$a^2=64\Rightarrow a=8$$

$$b^2=81\Rightarrow b=9$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$c^2=64+81=145$$

$$c=\pm\sqrt{145}$$

تحقق من فهمك

حدد خصائص القطع الزائد ثم مثل منحناه بيانياً :

1A) $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{1}=1$

المحور القاطع أفقي المعادلة على الصورة القياسية :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

اولاً نوجد قيم h,k,a,b,c

$$h=0, k=0$$

$$a^2=4\Rightarrow a=2$$

$$b^2=1\Rightarrow b=1$$

لإيجاد قيمة C من العلاقة :

$$c^2=a^2+b^2$$

$$c^2=4+1=5$$

$$c=\pm\sqrt{5}$$

المركز : $(h,k)=(0,0)$

البؤرتان : $(h+c,k),(h-c,k)$

$$\left(\sqrt{5},0\right),\left(-\sqrt{5},0\right)$$

الرأسان : $(h+a,k),(h-a,k)$

$$(2,0),(-2,0)$$

المحور القاطع : $y=k\Rightarrow y=0$

طوله : $2a=2(2)=4$

المحور المرافق : $x=h\Rightarrow x=0$

طوله : $2b=2(1)=2$

القطوع الزائدة

تحقق من فهمك

اكتب معادلة القطع الزائد على الصورة القياسية ثم حدد خصائصه ومثل منحناه بيانياً :

2A) $4y^2 - 9x^2 - 8y - 36x = 68$

$$(4y^2 - 8y) - (9x^2 + 36x) = 68$$
$$4(y^2 - 2y) - 9(x^2 + 4x) = 68$$

نكمل المربع :

$$4(y^2 - 2y + 1 - 1) - 9(x^2 + 4x + 4 - 4) = 68$$
$$4(y^2 - 2y + 1) - 4 - 9(x^2 + 4x + 4) + 36 = 68$$
$$4(y-1)^2 - 9(x+2)^2 = 68 + 4 - 36$$
$$4(y-1)^2 - 9(x+2)^2 = 36$$

بالقسمة على 36

$$\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x+2)^2}{4} = 1$$

المحور القاطع رأسي المعادلة على الصورة :

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

نوجد h, k, a, b, c

$$h = -2, k = 1$$
$$a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$
$$b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$$
$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 9 + 4 = 13$$
$$C = \sqrt{13}$$

المركز : $(h,k) = (-2,1)$

الرأسان :

$$(h, k+a) \Rightarrow (-2,4)$$
$$(h, k-a) \Rightarrow (-2,-2)$$

المركز : $(h,k) = (-1,-4)$

البؤرتان :

$$(h, k+c) \Rightarrow \left(-1, -4+\sqrt{145}\right)$$
$$(h, k-c) \Rightarrow \left(-1, -4-\sqrt{145}\right)$$

الرأسان :

$$(h, k+a) \Rightarrow (-1,4)$$
$$(h, k-a) \Rightarrow (-1,-12)$$

المحور القاطع : $x = h \Rightarrow x = -1$

طوله : $2a = 2(8) = 16$

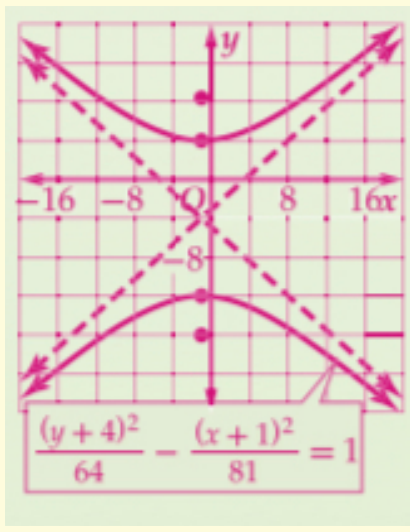
المحور المرافق : $y = k \Rightarrow y = -4$

طوله : $2b = 2(9) = 18$

خطا التقارب :

$$y - k = \pm\frac{a}{b}(x-h)$$
$$y+4 = \frac{8}{9}(x+1), y+9 = -\frac{8}{9}(x+1)$$

التمثيل البياني:



القطوع الزائدة

2B) $2x^2 - 3y^2 - 12x - 36 = 0$

$$(2x^2 - 12x) - 3y^2 = 36$$

$$2(x^2 - 6x) - 3y^2 = 36$$

نكمل المربع

$$2(x^2 - 6x + 9 - 9) - 3y^2 = 36$$

$$2(x^2 - 6x + 9) - 18 - 3y^2 = 36$$

$$2(x-3)^2 - 3y^2 = 36 + 18$$

$$2(x-3)^2 - 3y^2 = 54$$

بالقسمة على 54

$$\frac{(x-3)^2}{27} - \frac{y^2}{18} = 1$$

المحور القاطع أفقي على الصورة

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

نوجد h, k, a, b, c

$$h = 3, k = 0$$

$$a^2 = 27 \Rightarrow a = 3\sqrt{3}$$

$$b^2 = 18 \Rightarrow b = 3\sqrt{2}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 27 + 18 = 45$$

$$c = 3\sqrt{5}$$

المركز : $(h,k) = (3,0)$

الرأسان :

$$(h+a,k) = \left(3 + 3\sqrt{3}, 0\right)$$

$$(h-a,k) = \left(3 - 3\sqrt{3}, 0\right)$$

البؤرتان :

$$(h+c,k) = \left(3 + 3\sqrt{5}, 0\right)$$

$$(h-c,k) = \left(3 - 3\sqrt{5}, 0\right)$$

$$(h, k+c) \Rightarrow \left(-2, 1 + \sqrt{13}\right)$$

$$(h, k-c) \Rightarrow \left(-2, 1 - \sqrt{13}\right)$$ **البؤرتان :**

المحور القاطع : $x = h \Rightarrow x = -2$

طوله : $2a = 2(3) = 6$

المحور المرافق : $y = k \Rightarrow y = 1$

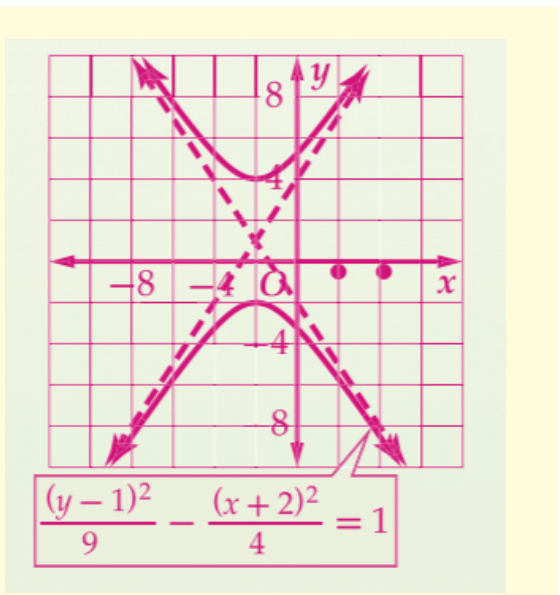
طوله : $2b = 2(2) = 4$

خطا التقارب :

$$y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h)$$

$$y - 1 = \pm \frac{3}{2}(x + 2)$$

التمثيل البياني:



القطوع الزائدة

تحقق من
فهمك

اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي :

3A)

الرأسان $(3,2)(3,6)$

طول المحور المرافق 10 **وحدات**

الرأسان يشتركان في المحور x

فإن المحور القاطع رأسي والمعادلة المطلوبة على الصورة :

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$

نوجد : h,k,a,b

الرأسان :

$$(h,k+a),(h,k-a)$$

$$(3,2),(3,6)$$

$$h=3$$

$$k+a=6$$

$$k-a=2$$

نجمع المعادلتين :

$$2k=8\Rightarrow k=4$$

لايجاد قيمة a **نعوض بإحدى المعادلتين**

$$k+a=6$$

$$a=6-k$$

$$a=6-4$$

$$a=2$$

من المعطيات طول المحور المرافق 10 **وحدات**

$$2b=10,b=5$$

نعوض في المعادلة بقيم h,k,a,b

$$\frac{(y-4)^2}{4}-\frac{(x-3)^2}{25}=1$$

المحور القاطع : $y=k\Rightarrow y=0$

طوله : $2a=2\left(3\sqrt{3}\right)=6\sqrt{3}$

المحور المرافق : $x=h\Rightarrow x=3$

طوله : $2b=2\left(3\sqrt{2}\right)=6\sqrt{2}$

خطا التقارب :

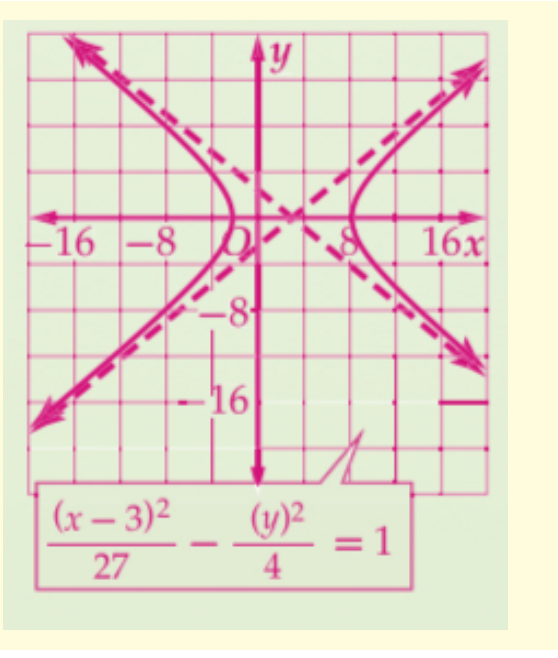
$$y-k=\pm\frac{b}{a}(x-h)$$

$$y-0=\pm\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}(x-3)$$

$$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}(x-3)$$

$$y=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}(x-3)$$

التمثيل البياني:



القطوع الزائدة

3B) البؤرتان $(2,-2),(12,-2)$

$$y=\frac{3}{4}x-\frac{29}{4}$$ وخطا التقارب :

$$y=-\frac{3}{4}x+\frac{13}{4}$$

البؤرتان تشتركان في الاحداثي y

فإن المحور القاطع أفقي والمعادلة المطلوبة

على الصورة :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

نوجد : h,k,a,b

البؤرتان :

$$(h+c,k),(h-c,k)$$

$$(2,-2),(12,-2)$$

$$k=-2$$

$$h+c=2$$

$$h-c=12$$

نجمع المعادلتين :

$$2h=14$$

$$h=7$$

نوجد قيمة c

$$h+c=12 \Rightarrow 7+c=12$$

$$c=5$$

خطا التقارب :

$$y-k=\pm\frac{b}{a}(x-h)$$

$$\frac{b}{a}=\frac{3}{4} \Rightarrow b=\frac{3}{4}a$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$(5)^2=a^2+(\frac{3}{4}a)^2$$

$$25=a^2+\frac{9}{16}a^2$$

$$a^2=16,\quad a=4$$

$$b=\frac{3}{4}a, b=\frac{3}{4}(4)$$

$$b=3, b^2=9$$

نعوض في المعادلة بقيم h,k,a,b

$$\frac{(x-7)^2}{16}-\frac{(y+2)^2}{9}=1$$

حدد الاختلاف المركزي للقطوع الزائدة التالية :

4A) $$\frac{(x+8)^2}{64}-\frac{(y-4)^2}{80}=1$$

$$e=\frac{c}{a}$$

$$a^2=64=\sqrt{64}$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$c^2=64+80$$

$$c^2=144$$

$$c=\sqrt{144}$$

$$e=\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{64}}=1.5$$

4B) $$\frac{(y-2)^2}{15}-\frac{(x+9)^2}{75}=1$$

$$e=\frac{c}{a}$$

$$a^2=15=\sqrt{15}$$

$$c^2=a^2+b^2$$

$$c^2=15+75$$

$$c^2=90$$

$$c=\sqrt{90}$$

$$e=\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{15}}=2.45$$

القطوع الزائدة

تحقق من فهمك

5) ملاحة بحرية : تعطلت سفينة عند نقطة في عرض البحر، بحيث كان الفرق بين بعدي السفينة عن أقرب محطتين إليها 80 ميلًا بحريًّا .

5A) إذا كان موقعا المحطتين يمثلان بؤرتي قطع زائد تقع السفينة عليه، فاكتب معادلة القطع الزائد عندما تقع المحطتان عند النقطتين $(100, 0)$,$(-100, 0)$.

5B) أوجد إحداثيي موقع السفينة إذا كانت تقع على المستقيم الواصل بين البؤرتين، وكانت اقرب إلى المحطة التي إحداثياها$(100, 0)$.

5A) البؤرتان تشتركان في الإحداثي y فإن المحور القاطع أفقي والمعادلة المطلوبة على الصورة :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

نوجد : h,k,a,b

البؤرتان :

$$(h+c,k),(h-c,k)$$

$$(-100,0),(100,0)$$

$$k=0$$

$$h+c=100$$

$$h-c=-100$$

نجمع المعادلتين :

$$2h=0$$

$$h=0$$

نوجد c بالتعويض في احدى المعادلتين :

$$h+c=-100$$

$$0+c=-100$$

$$c=-100$$

المحور القاطع من المعطيات :

$$2a=80$$

$$a=40$$

$$c^2=a^2+b$$

لايجاد b نعوض بالعلاقة $(-100)^2=(40)^2+b^2$

$$b^2=8400$$

نعوض في المعادلة التي على الصورة القياسية :

$$\frac{(x-0)^2}{1600}-\frac{(y-0)^2}{8400}=1$$

$$\frac{x^2}{1600}-\frac{y^2}{8400}=1$$

5B) المستقيم الواصل بين البؤرتين هو المحور القاطع وطوله:

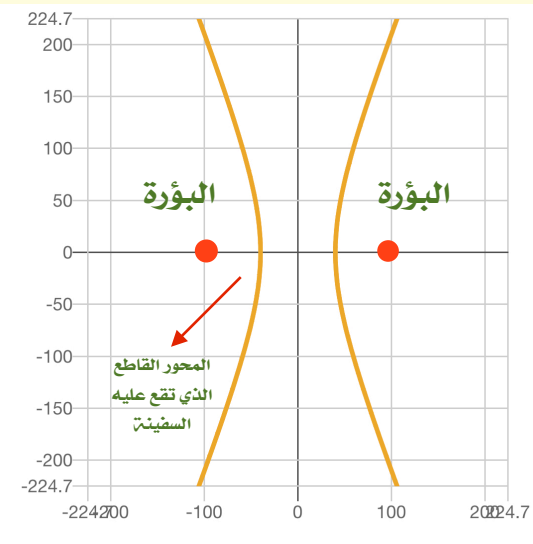
$$2a=80$$

$$a=40$$

احداثيي موقع السفينة :

$$(40,0)$$

رسم توضيحي :



القطوع الزائدة

اسئلة تحصيلي

للقطع الزائد $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{1}=1$ رأسان هما :							
أ	$(0,2)$ $(0,-2)$	ب	$(2,0)$ $(-2,0)$	ج	$(0,1)$ $(1,-1)$	د	$(1,2)$ $(1,-2)$
مركز القطع هو : $\frac{(x-2)^2}{12}-\frac{(y+3)^2}{16}=1$							
أ	$(2،3)$	ب	$(2،-3)$	ج	$(3،2)$	د	$(12،16)$
في القطع الزائد $\frac{(x+5)^2}{4}-\frac{(y-3)^2}{16}=1$ البعد بين المركز والرأس هو :							
أ	2	ب	4	ج	5	د	6

إعداد : أ/ جواهر العنزي

@Jwaher_H5

العودة للفهرس

لا تتمسك بأفكار لا وجود لها لا تهدُر حياتِك مِن اجل ايّام مضت ولا تّضيع الكثير مِن أجَل لا شيء ✨🦋.

تحديد أنواع القطوع المخروطية

تحقق من فهمك

اكتب المعادلة على الصورة القياسية ثم حدد نوع القطع المخروطي :

1) $4x^2 + y^2 - 16x + 8y - 4 = 0$

$$(4x^2 - 16x) + (y^2 + 8y) = 4$$
$$4(x^2 - 4x) + (y^2 + 8y) = 4$$

نكمل المربع :

$$4(x^2 - 4x + 4 - 4) + (y^2 + 8y + 16 - 16) = 4$$
$$4(x^2 - 4x + 4) - 16 + (y^2 + 8y + 16) - 16 = 4$$
$$4(x-2)^2 + (y+4)^2 = 4 + 16 + 16$$
$$4(x-2)^2 + (y+4)^2 = 36$$

بالقسمة على 36 :

$$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+4)^2}{36} = 1$$

نوع القطع المخروطي قطع ناقص مركزه $(2, -4)$

حدد نوع القطع المخروطي الذي تمثله كل معادلة مما يأتي دون كتابتها على الصورة القياسية:

2A) $8y^2 - 6x^2 + 4xy - 6x + 2y - 4 = 0$

$$a = -6, b = 4, c = 8$$
$$B^2 - 4AC = (4)^2 - 4(-6)(8)$$
$$= 208 > 0$$

قطع زائد

2B) $3xy + 4x^2 - 2y^2 + 9x - 3 = 0$

$$a = 4, b = 3, c = -2$$
$$B^2 - 4AC = (3)^2 - 4(4)(-2)$$
$$= 41 > 0$$

قطع زائد

2c) $3x^2 + 16x - 12y + 2y^2 - 6 = 0$

$$a = 3, b = 0, c = 2$$
$$B^2 - 4AC = (0)^2 - 4(3)(2)$$
$$= -24 < 0$$
$$A \neq c$$

قطع ناقص

اسئلة تحصيلي

نوع القطع في المعادلة: $4x^2 + 2xy + 3y^2 = 1$

أ	ب	ج	د	
قطع زائد	قطع مكافئ	قطع ناقص	د	دائرة

لكل النهايات الجميلة
بدايات صعبة 🌸🌿

إعداد : أ/ جواهر العنزي
@Jwaher_H5

العودة للفهرس

المراجع

رياضيات ٥ التعليم الثانوي نظام المقررات (مسار العلوم الطبيعية)
وزارة التعليم - الرياض ، ١٤٣٩ هـ

دليل المعلم " الرياضيات للصف الثالث الثانوي
وزارة التعليم - الرياض - الطبعة المعدلة ١٤٣٥ هـ

العبدالكريم ، ناصر عبدالعزيز الناصر
التحصيلي للتخصصات العلمية - بنين وبنات / ناصر عبدالعزيز ناصر
عبدالكريم - ط٥ - الرياض ، ١٤٤٠ هـ

جميع الحقوق محفوظة