اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما

زوايا المثلث

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

المفردات

المستقيم المساعد
auxiliary line

الزاوية الخارجية
exterior angle

الزاويتان الداخليتان البعيدتان
remote interior angles

البرهان التسلسلي
flow proof

النتيجة
corollary

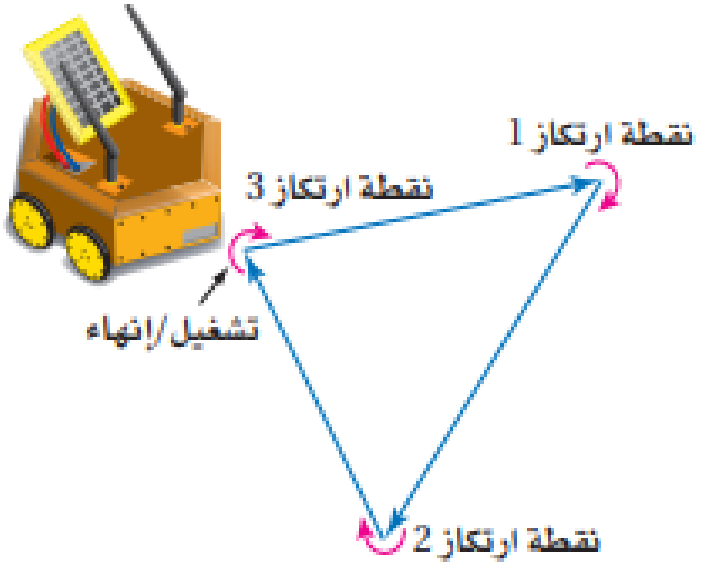
الأهداف

والآن:

- أطبق نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث.
- أطبق نظرية الزاوية الخارجية للمثلث.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث



لماذا؟

يرعى أحد معاهد التقنية مسابقة سنوية، حيث يصمّم الطلاب روبوتًا آليًّا يؤدّي مهامّ مختلفة. وقد تمَّت برمجة هذا الروبوت الآلي في أحد الاختبارات ليتحرك في مسار على شكل مثلث. على أن يكون مجموع قياسات الزوايا التي ينعطف فيها الروبوت الآلي عند نقاط الارتكاز الثلاث ثابتًا دائمًا.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

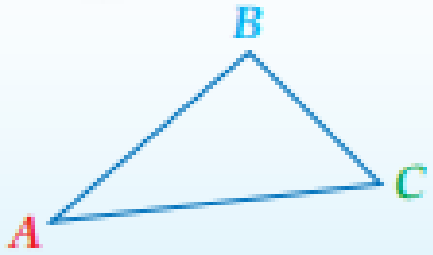
نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث: تُعبّر نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث عن العلاقة بين الزوايا الداخلية لأيّ مثلث.

نظرية 3.1 نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180°

مثال:



$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

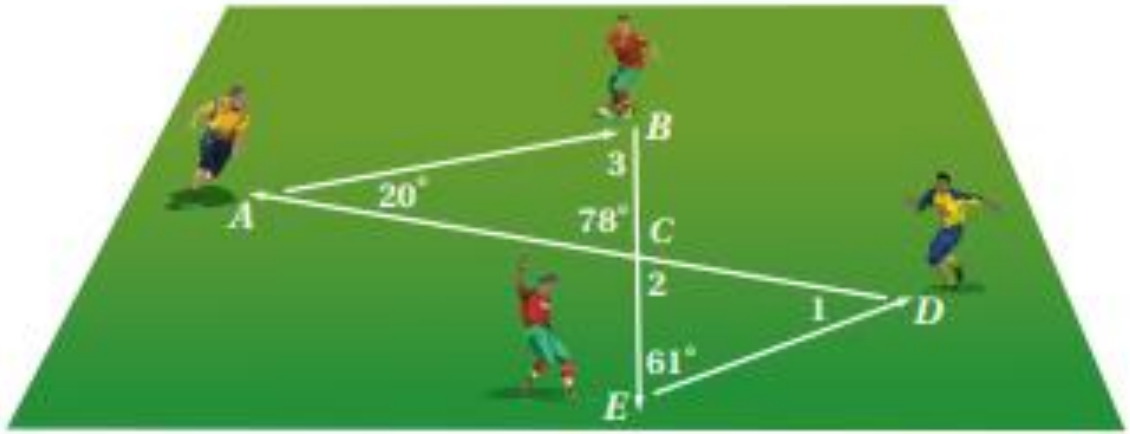
يتطلب برهان نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث استعمال مستقيم مساعِد، والمستقيم المساعد هو مستقيم إضافي (أو قطعة مستقيمة إضافية) يتم رسمه للمساعدة على تحليل العلاقات الهندسية، وكما تُبرر العبارات والاستنتاجات المُستعملة في البرهان، فإن خصائص المستقيم المساعِد يجب تبريرها.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

مثال :

كرة قدم: يبيِّن الشكل مسار الكرة في تدريب على تمريراتٍ نفَّذها أربعة لاعبين. أوجد قياسات الزوايا المرقمة.



إرشادات للدراسة

تجزئة المسألة

تُجزأ المسائل المركبة إلى مسائل يمكن التعامل مع كلٍّ منها بسهولة؛ مما يساعد على حلِّها. فمثلًا في المثال 1: عليك أن تجد $m\angle 2$ أولًا قبل أن تحاول إيجاد $m\angle 1$

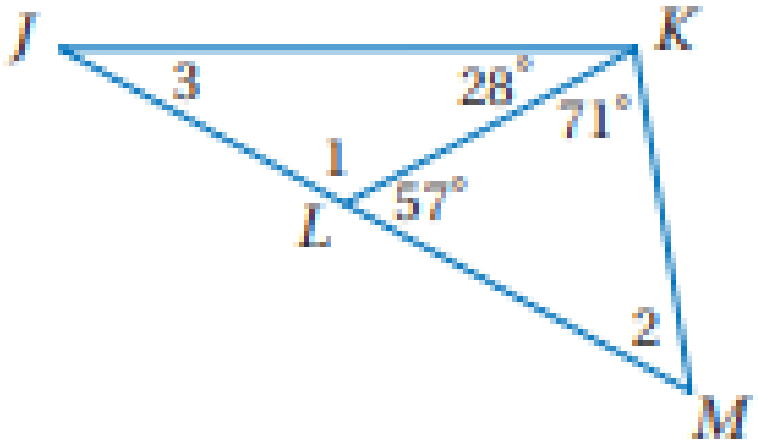
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

تحقق من فهمك

أوجد قياسات الزوايا المرقّمة فيما يأتي:

(1A



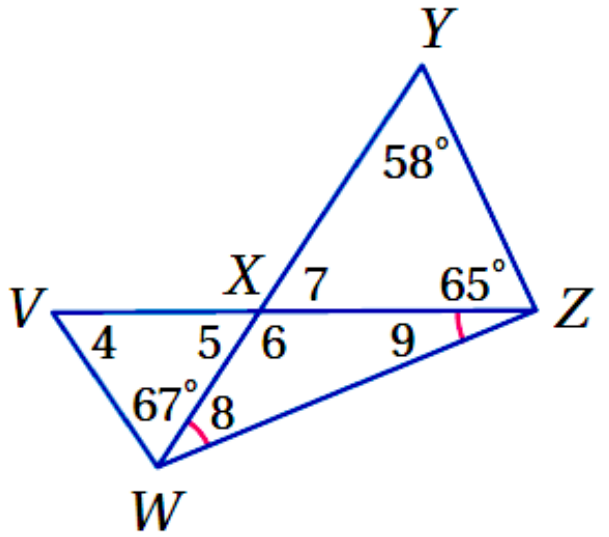
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

تحقق من فهمك

أوجد قياسات الزوايا المرقّمة فيما يأتي:

(1B

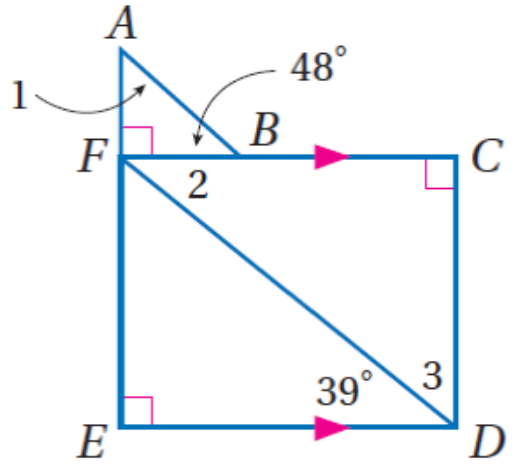


مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

تأكد :

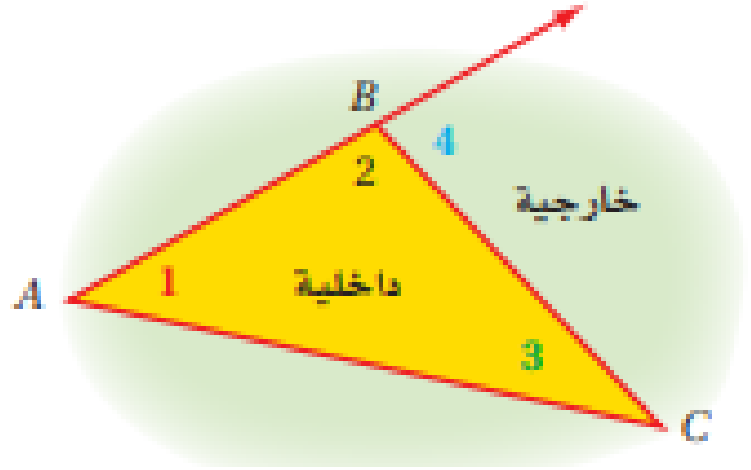
(2



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

نظرية الزاوية الخارجية للمثلث: بالإضافة إلى الزوايا الداخلية الثلاث، يمكن أن يكون للمثلث **زوايا خارجية** كلٌّ منها تتشكل من أحد أضلاع المثلث وامتداد ضلع مجاور له. ولكل زاوية خارجية **زاويتان داخليتان بعيدتان** غير مجاورتين لها.



$\angle 4$ زاوية خارجية لـ $\triangle ABC$،
وزاويتاها الداخليتان البعيدتان
هما $\angle 3$, $\angle 1$.

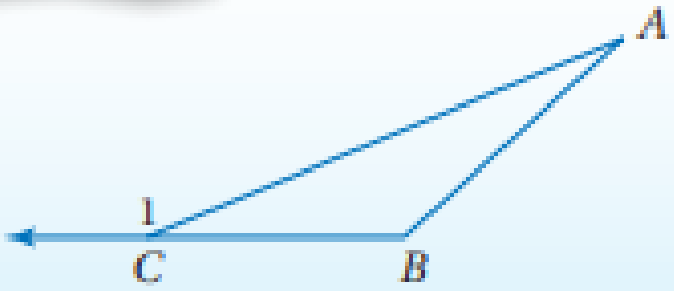
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

نظرية 3.2 نظرية الزاوية الخارجية

أضف إلى مطويتك

قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسَي الزاويتين الداخليتين البعيدتين.



مثال، $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

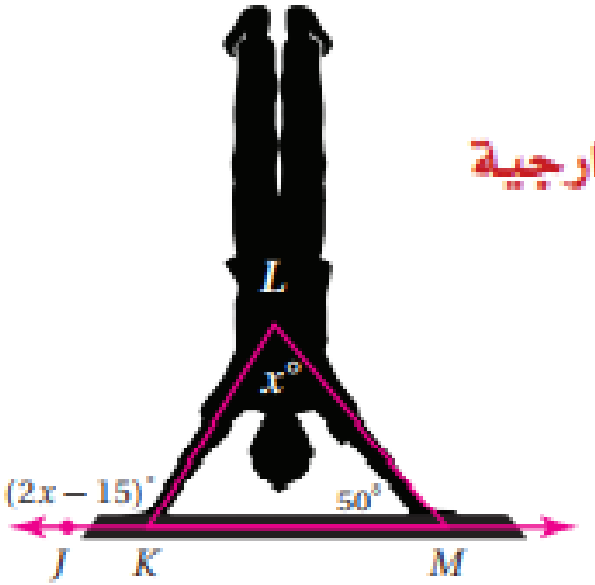
في **البرهان التسلسلي** تُستعمل عبارات مكتوبة في مستطيلات، وأسهم تبيِّن التسلسل المنطقي لهذه العبارات. ويُكتب أسفل كل مستطيل السبب الذي يبرِّر العبارة المكتوبة داخله، ويمكنك برهنة نظرية الزاوية الخارجية باستعمال البرهان التسلسليّ كما يأتي.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

مثال : استعمال نظرية الزاوية الخارجية

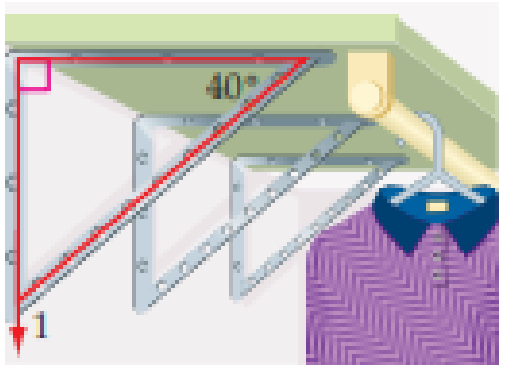
اللياقة البدنية: أوجد قياس $\angle JKL$ في الوضع الذي يظهر فيه المتدرب في الصورة.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

تحقق من فهمك



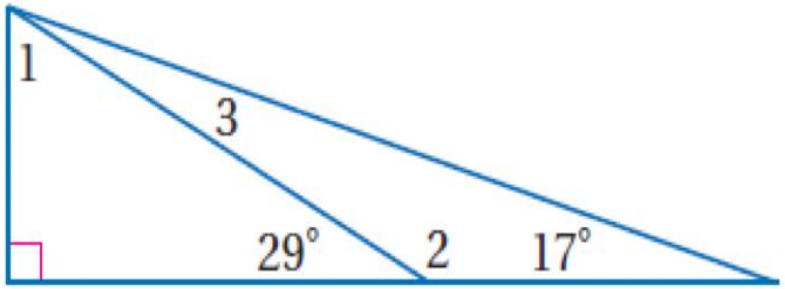
2) **تنظيم خزانة الملابس:** تثبّت لطيفة جسور الرفوف على جدار خزانتها. ما قياس $\angle 1$ التي يصنعها الجسر مع جدار الخزانة؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

تأكد :

معتمدًا على الشكل المجاور، أوجد القياسات التالية:



7) $m\angle 1$

8) $m\angle 3$

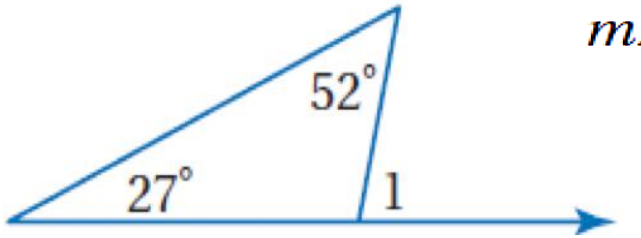
9) $m\angle 2$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

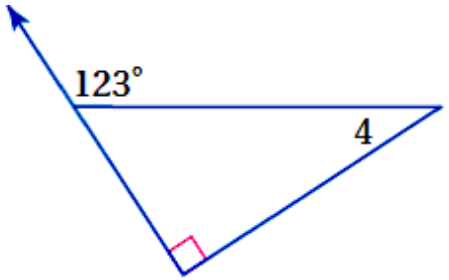
زوايا المثلث

تأكد :

(13 $m\angle 1$



(14 $m\angle 4$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

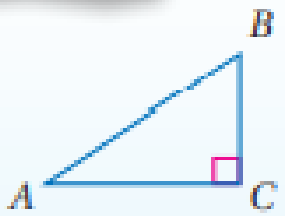
النتيجة هي نظرية يكون برهانها مبنيًّا على نظريةٍ أخرى، ويمكن استعمال النتيجة كأي نظرية أخرى لتبرير خطوات برهانٍ آخر، أو حلّ أسئلة ذات علاقة، وفيما يلي نتائج مباشرة لنظرية مجموع زوايا المثلث:

نتيجتان

أضف إلى مطويتك

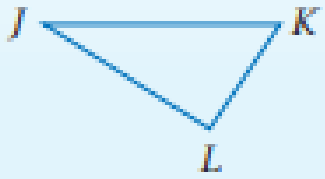
مجموع زوايا المثلث

3.1 الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان.



مثال: إذا كانت $\angle C$ قائمة، فإن $\angle B$ ، $\angle A$ زاويتان متتامتان.

3.2 توجد زاوية قائمة واحدة، أو زاوية منفرجة واحدة على الأكثر في أي مثلث.



مثال: إذا كانت $\angle L$ قائمة، فإن $\angle K$ ، $\angle J$ زاويتان حادتان.

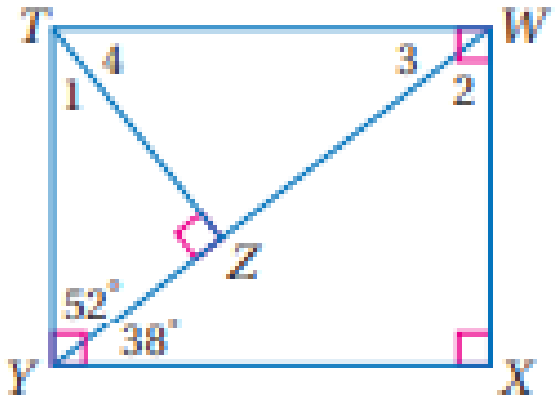
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

مثال :

إيجاد قياسات الزوايا في مثلثات قائمة الزاوية

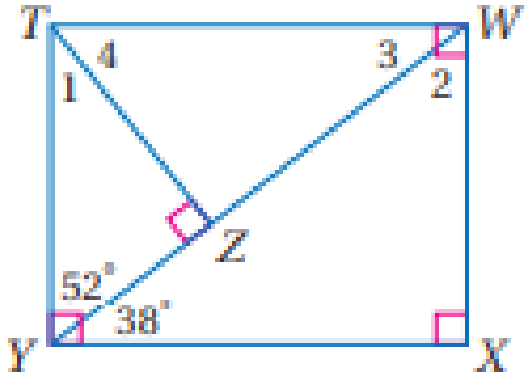
أوجد قياس كلٍّ من الزوايا المرقّمة في الشكل المجاور.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

تحقق من فهمك



(3A $\angle 2$

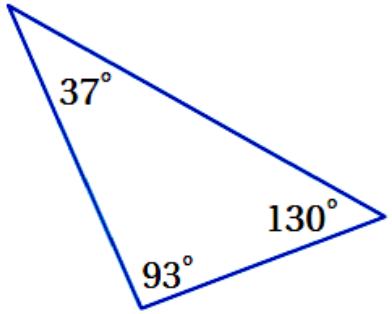
(3B $\angle 3$

(3C $\angle 4$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

تدرب :



33) اكتشف الخطأ : قام خالد بقياس زوايا المثلث وكتبها كما في الشكل.
فقال عادل: إنّ هناك خطأً في هذه القياسات. وضِّح بطريقتين مختلفتين على الأقل كيف توصّل عادل إلى هذه النتيجة.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

تدرب :

37) جبر: أيُّ المعادلات الآتية تكافئ المعادلة $7x - 3(2 - 5x) = 8x$ ؟

A $2x - 6 = 8$

B $22x - 6 = 8x$

C $-8x - 6 = 8x$

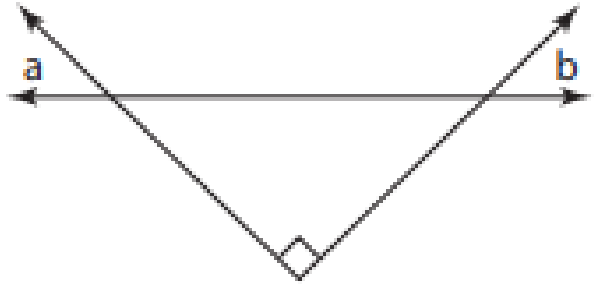
D $22x + 6 = 8x$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

تدرب :

38) أيُّ العبارات التالية تصف العلاقة الصحيحة بين الزاويتين a, b في الشكل أدناه؟



A $a + b < 90°$

B $a + b > 90°$

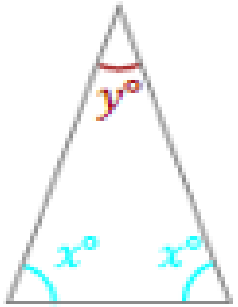
C $a + b = 90°$

D $a + b = 45°$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

في الشكل إذا كانت $x = 2y$ فما قيمة x ؟



(A) 30 (B) 36

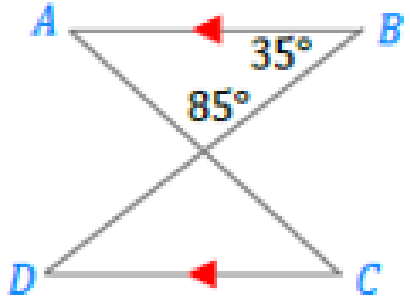
(C) 60 (D) 72

إذا كان المثلث ABC قائم الزاوية ومتطابق الضـــلعين؛ فإن قياس أي زاوية من زاويتيه الحادتين يساوي ..

(A) 60° (B) 45°

(C) 30° (D) 20°

في الشكل $m\angle C$ يساوي ..



(A) 85° (B) 60°

(C) 50° (D) 35°

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045

زوايا المثلث

لكي تنجح يجب أن تفوق رغبتك
في النجاح خوفك من الفشل.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
twitter @hameedah2045