

- قررت وزارة التعليم تدريس
- هذا الكتاب وطبعه على نفقتها



تطوير - إنتاج - توثيق

الرياضيات

الصف الثاني المتوسط

الفصل الدراسي الثاني



قام بالتأليف والمراجعة

فريق من المتخصصين

طبعة ١٤٤٤ - ٢٠٢٢

ح) وزارة التعليم ، ١٤٤٣هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
وزارة التعليم

الرياضيات - الصف الثاني المتوسط - التعليم العام - الفصل الدراسي الثاني.
وزارة التعليم - الرياض ، ١٤٤٣هـ .

١٦٧ ص ؛ ...سم

ردمك : ٩-٢٥٢-٥١١-٦٠٣-٩٧٨

١ - الرياضيات - تعليم - السعودية ٢ - التعليم المتوسط - السعودية -

كتب دراسية. أ. العنوان

١٤٤٤/٦٢

ديوي ٥١٠,٧

رقم الإيداع : ١٤٤٤/٦٢

ردمك : ٩-٢٥٢-٥١١-٦٠٣-٩٧٨

حول الغلاف

صورة الطائر على سطح الماء تمثل انعكاسًا على هذا السطح.
تدرس في الفصل الخامس الانعكاس باعتباره أحد أنواع
التحويلات الهندسية.



مواد إثرائية وداعمة على "منصة عين الإثرائية"



IEN.EDU.SA

تواصل بمقترحاتك لتطوير الكتاب المدرسي



FB.T4EDU.COM



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ





المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

تعد مادة الرياضيات من المواد الدراسية الأساسية التي تهيئ للطلاب فرص اكتساب مستويات عليا من الكفايات التعليمية، مما يتيح له تنمية قدرته على التفكير وحل المشكلات، ويساعده على التعامل مع مواقف الحياة وتلبية متطلباتها.

ومن منطلق الاهتمام الذي توليه حكومة خادم الحرمين الشريفين بتنمية الموارد البشرية، وعياً بأهمية دورها في تحقيق التنمية الشاملة، كان توجه وزارة التعليم نحو تطوير المناهج الدراسية وفي مقدمتها مناهج الرياضيات، بدءاً من المرحلة الابتدائية، سعياً للارتقاء بمخرجات التعليم لدى الطلاب، والوصول بهم إلى مصاف أقرانهم في الدول المتقدمة.

وتتميز هذه الكتب بأنها تتناول المادة بأساليب حديثة، تتوافر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تجعل الطالب يقبل على تعلمها ويتفاعل معها، من خلال ما تقدمه من تدريبات وأنشطة متنوعة، كما تؤكد هذه الكتب على جوانب مهمة في تعليم الرياضيات وتعلمها، تتمثل فيما يأتي:

- الترابط الوثيق بين محتوى الرياضيات وبين المواقف والمشكلات الحياتية.
 - تنوع طرائق عرض المحتوى بصورة جذابة مشوقة.
 - إبراز دور المتعلم في عمليات التعليم والتعلم.
 - الاهتمام بالمهارات الرياضية، والتي تعمل على ترابط المحتوى الرياضي وتجعل منه كلاً متكاملًا، ومن بينها: مهارات التواصل الرياضي، ومهارات الحس الرياضي، ومهارات جمع البيانات وتنظيمها وتفسيرها، ومهارات التفكير العليا.
 - الاهتمام بتنفيذ خطوات حل المشكلات، وتوظيف إستراتيجياته المختلفة في كيفية التفكير في المشكلات الرياضية والحياتية وحلها.
 - الاهتمام بتوظيف التقنية في المواقف الرياضية المختلفة.
 - الاهتمام بتوظيف أساليب متنوعة في تقويم الطلاب بما يتناسب مع الفروق الفردية بينهم.
- ونحن إذ نقدّم هذه الكتب لأعزائنا الطلاب، لنأمل أن تستحوذ على اهتمامهم، وتلبي متطلباتهم وتجعل تعلمهم لهذه المادة أكثر متعة وفائدة.

والله ولي التوفيق



الفصل ٤

النسبة المئوية

- ١١ التهيئة
- ١٢ ١-٤ إيجاد النسب المئوية ذهنيًا
- ١٦ ٢-٤ النسبة المئوية والتقدير
- ٣-٤ استراتيجية حل المسألة
- ٢١ التحقق من معقولية الإجابة
- ٢٣ اختبار منتصف الفصل
- ٢٤ ٤-٤ الجبر: المعادلة المئوية
- ٢٩ ٥-٤ التغير المئوي
- ٣٥ اختبار الفصل
- ٣٧-٣٦ الاختبار التراكمي (٤)

الفصل ٥

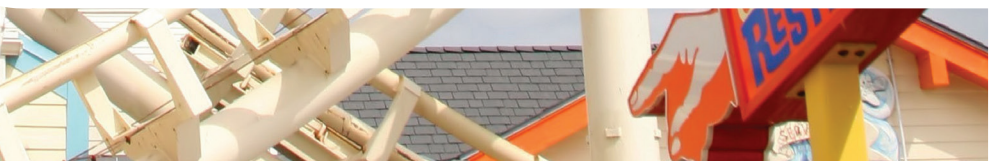
الهندسة والاستدلال المكاني

- ٣٩ التهيئة
- ٤٠ ١-٥ علاقات الزوايا والمستقيمتين
- ٤٦ توسع المثلثات
- ٢-٥ استراتيجية حل المسألة
- ٤٨ التبرير المنطقي
- ٥٠ ٣-٥ المضلعات والزوايا
- ٥٤ ٤-٥ تطابق المضلعات
- ٥٨ توسع استقصاء تطابق المثلثات
- ٦٠ اختبار منتصف الفصل
- ٦١ ٥-٥ التماثل
- ٦٦ ٦-٥ الانعكاس
- ٧١ ٧-٥ الانسحاب
- ٧٦ ٨-٥ الدوران
- ٨٣ اختبار الفصل
- ٨٥-٨٤ الاختبار التراكمي (٥)



٨٧	التهيئة
١-٦	استراتيجية حل المسألة
٨٨	إنشاء جدول
٩٠	٢-٦ المدرجات التكرارية
٩٦	توسيع تمثيل البيانات بالمدرجات التكرارية
٩٧	٣-٦ القطاعات الدائرية
	توسيع الخطوط والأعمدة والقطاعات
١٠٤	الدائرية
١٠٦	٤-٦ مقاييس النزعة المركزية والمدى
١١٢	توسيع المتوسط والوسيط والمنوال
١١٣	اختبار منتصف الفصل
١١٤	٥-٦ مقاييس التشتت
١١٩	٦-٦ التمثيل بالصندوق وطرفيه
١٢٥	٧-٦ التمثيل بالساق والورقة
١٣٠	٨-٦ اختيار طريقة التمثيل المناسبة
١٣٥	اختبار الفصل
١٣٦-١٣٧	الاختبار التراكمي (٦)

١٣٩	التهيئة
١٤٠	١-٧ عد النواتج
١٤٥	٢-٧ احتمال الحوادث المركبة
١٥١	٣-٧ الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي
١٥٦	اختبار منتصف الفصل
٤-٧	استراتيجية حل المسألة
١٥٧	تمثيل المسألة
١٥٩	٥-٧ استعمال المعاينة في التنبؤ
١٦٥	اختبار الفصل
١٦٦-١٦٧	الاختبار التراكمي (٧)



إليك عزيزي الطالب

ستركز في دراستك هذا العام على المجالات الرياضية الآتية:

- **الجبر:** تحليل الدوال الخطية وتمثيلها، وحل المعادلات الخطية في تطبيقات مختلفة.
- **القياس والهندسة:** تحليل الأشكال الثنائية والثلاثية الأبعاد.
- **تحليل البيانات:** تمثيل البيانات وتحليلها وتفسيرها.

وفي أثناء دراستك، ستتعلم طرائق جديدة لحلّ المسألة، وتفهم لغة الرياضيات وتستعمل أدواتها، وتنمّي قدراتك الذهنية وتفكيرك الرياضي.



كيف تستعمل كتاب الرياضيات؟

- **اقرأ** فكرة الدرس في بداية الدرس.
- **ابحث** عن المفردات المظللة باللون الأصفر، واقرأ تعريف كل منها.
- **راجع** المسائل الواردة في مثال ، والمحلولة بخطوات تفصيلية؛ لتذكرك بالفكرة الرئيسة للدرس.
- **استعمل** إرشادات للأسئلة لتعرف ما الأمثلة التي تساعدك على حل التمارين والواجبات المطلوبة.
- **ارجع** إلى إرشادات للدراسة حيث تجد معلومات وتوجيهات تساعدك في متابعة الأمثلة المحلولة.
- **راجع** ملاحظاتك التي دوّنتها في المَطَوِيَّات
- **زُر** الموقع www.ien.edu.sa وسوف تجد أمثلة وأنشطة إضافية تساعدك على حل بعض المسائل الصعبة.



النسبة المئوية

الفكرة العامة

- أستعمل التبرير التناسبي لحل مسائل متنوعة على النسبة المئوية، ومنها: الخصم، والنسبة المئوية للتغير.

المفردات الرئيسية:

الأعداد المتناغمة ص (١٦)

المعادلة المئوية ص (٢٤)

التغير المئوي ص (٢٩)

الربط بالحياة:

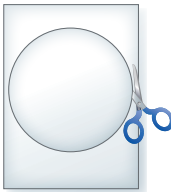


تمور: يمثل إنتاج المملكة العربية السعودية من التمور ١٧٪ من إجمالي الإنتاج العالمي، وتحتل المملكة المرتبة الثانية بين الدول المصدرة للتمور وفق إحصاءات عام ٢٠٢١م.

المطويات

مُنظَّم أفكار

النسبة المئوية: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بخمس أوراق A4 كما يأتي:



- ٢ ضع الأوراق الأربع بعضها فوق بعض، بحيث تكون الورقة التي رسمت عليها الدائرة هي العليا. وقص جميع الأوراق على شكل الدائرة.



- ١ ارسم دائرة كبيرة على إحدى تلك الأوراق.

الدرس
٥-٤
التغير
المئوي

- ٤ اكتب عناوين دروس الفصل على الوجه الأمامي لصفحات المطوية.

النسبة
المئوية

- ٣ ثبّت الدوائر معاً من جهة اليمين. وكتب عنوان الفصل على الصفحة الأولى.



التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

اختبار للتدريج

مراجعة للتدريج

مثال ١:

احسب قيمة $\frac{1}{4} \times 820$ ذهنيًا.
 $\frac{1}{4} \times 820$ تعني ربع الـ ٨٢٠ = ٢٠٥.

احسب ذهنيًا: (مهارة سابقة)

$$\begin{array}{ll} ١) 303 \times \frac{1}{3} & ٢) \frac{1}{2} \times 644 \\ ٣) 550 \times 0,1 & ٤) 0,5 \times 64 \end{array}$$

مثال ٢:

اكتب $\frac{5}{8}$ على صورة كسر عشري.
 لتحويل $\frac{5}{8}$ لكسر عشري اقسم ٥ على ٨.

$$\begin{array}{r} 0,625 \\ 8 \overline{) 5,000} \\ \underline{48} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 00 \end{array}$$

$$\text{لذا } 0,625 = \frac{5}{8}$$

اكتب كل كسر اعتيادي على صورة كسر عشري: (مهارة سابقة)

$$\begin{array}{ll} ٥) \frac{2}{5} & ٦) \frac{7}{8} \\ ٧) \frac{3}{4} & ٨) \frac{3}{8} \end{array}$$

٩) اختبارات: من ٢٠ سؤالاً، أجب نواف عن ١٨ سؤالاً
 إجابة صحيحة. اكتب درجته على صورة كسر عشري.

(مهارة سابقة)

مثال ٣:

$$\text{حل التناسب: } \frac{5}{6} = \frac{\text{س}}{12}$$

اكتب التناسب.

اضرب ضرباً تبادلياً.

بسط.

اقسم كل طرف على ٦.

بسط.

$$\frac{5}{6} = \frac{\text{س}}{12}$$

$$\text{س} \times 12 = 6 \times 5$$

$$60 = \text{س} \times 6$$

$$\frac{60}{6} = \frac{\text{س}}{6}$$

$$\text{س} = 10$$

حل المعادلة أو التناسب فيما يأتي: (مهارة سابقة)

$$١٠) 130 = د \times 0,25 \quad ١١) 12 = ر \times 48$$

$$١٢) 22 = م \times 0,4 \quad ١٣) 9 = ن \times 0,02$$

$$١٤) \frac{3}{5} = \frac{\text{س}}{10} \quad ١٥) \frac{14}{ب} = \frac{4}{9}$$

١٦) مقادير: يتطلب تحضير درزين من كعكات الشوكولاتة
 بيضيتين. ما عدد البيض اللازم لصنع ٧٢ كعكة؟

(مهارة سابقة)



إيجاد النسب المئوية ذهنياً

٤ - ١

استعد

كتب: تحتوي مكتبة على مجموعة متنوعة من الكتب كما هو مبين في الجدول المجاور .

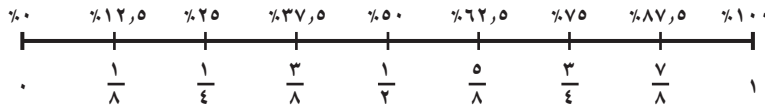
أنواع الكتب	عددتها
علمية	٤١٠
أدبية	٩٠
دينية	١٢٠
عامة	٣٦
فنية	٤
مخطوطات	٨

١ إذا كان تاريخ إصدار ٧٥٪ من الكتب الدينية بعد عام ١٤٣٥ هـ، فكيف يمكنك إيجاد ٧٥٪ من ١٢٠ ذهنياً؟

٢ استعمل الرياضيات الذهنية لإيجاد عدد الكتب الدينية الصادرة بعد عام ١٤٣٥ هـ.

٣ إذا كان ٢٥٪ من المخطوطات أصلية (غير مصورة)، فاستعمل الرياضيات الذهنية لإيجاد عدد المخطوطات الأصلية.

عندما تقوم بحساب نسبة مئوية شائعة، مثل ٢٥٪ أو ٧٥٪، فإنه من السهل عليك استعمال الكسر الاعتيادي المكافئ لها، ويبين خط الأعداد أدناه بعض النسب المئوية والكسور الاعتيادية المتكافئة.



وبما أن بعض النسب تستعمل بشكل متكرر أكثر من غيرها فمن المفيد أن تعرف المتكافئات المبينة أدناه.

نسبة مئوية وكسور اعتيادية متكافئة				
$\frac{1}{10} = 10\%$	$\frac{1}{8} = 12\frac{1}{2}\%$	$\frac{1}{6} = 16\frac{2}{3}\%$	$\frac{1}{5} = 20\%$	$\frac{1}{4} = 25\%$
$\frac{3}{10} = 30\%$	$\frac{3}{8} = 37\frac{1}{2}\%$	$\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}\%$	$\frac{2}{5} = 40\%$	$\frac{1}{2} = 50\%$
$\frac{7}{10} = 70\%$	$\frac{5}{8} = 62\frac{1}{2}\%$	$\frac{2}{3} = 66\frac{2}{3}\%$	$\frac{3}{5} = 60\%$	$\frac{3}{4} = 75\%$
$\frac{9}{10} = 90\%$	$\frac{7}{8} = 87\frac{1}{2}\%$	$\frac{5}{6} = 83\frac{1}{3}\%$	$\frac{4}{5} = 80\%$	$1 = 100\%$

استعمال الكسور الاعتيادية في الحساب الذهني

مثالان

١ احسب ٢٠٪ من ٤٥ ذهنياً .

$$20\% \text{ من } 45 = 45 \times \frac{1}{5} = 9$$



استعمل الكسر الاعتيادي المكافئ لـ ٢٠٪

٢ احسب $\frac{1}{3}$ من ٣٣٪ ذهنيًا. $\frac{1}{3}$ من ٩٣ = ٣١ $\frac{1}{3}$ من ٣٣٪ = ٩٣ $\times \frac{1}{3} = ٣١$ استعمل الكسر الاعتيادي المكافئ لـ $\frac{1}{3}$ من ٣٣٪.

تحقق من فهمك:

احسب ذهنيًا:
(أ) ٣٢ من ٢٥٪ (ب) $\frac{1}{4}$ من ١٢٪ (ج) ٨٠ من ٤٥

يمكنك أيضًا استعمال الكسور العشرية لإيجاد النسب المئوية ذهنيًا. تذكر أن $١٠٪ = ٠,١$ وأن $١٪ = ٠,٠١$.

مثالان

استعمال الكسور العشرية في الحساب الذهني

٣ احسب ذهنيًا:
١٠٪ من ٩٨ $٩٨ \times ٠,١ = ٩,٨$ $١٠٪$ من ٩٨ = ٩,٨
١٪ من ٢٣٥ $٢٣٥ \times ٠,٠١ = ٢٣,٥$ $١٪$ من ٢٣٥ = ٢٣,٥
٤ احسب ذهنيًا:
١٠٪ من ٦٥ $٦٥ \times ٠,١ = ٦,٥$ $١٠٪$ من ٦٥ = ٦,٥
٣٪ من ٢٢ $٢٢ \times ٠,٠٣ = ٦,٦$ $٣٪$ من ٢٢ = ٦,٥

تحقق من فهمك:

احسب ذهنيًا:

إرشادات للدراسة

الضرب في الكسور العشرية
للضرب في ٠,١ حرك
الفاصلة العشرية منزلة
واحدة إلى اليسار، وللضرب
في ٠,٠١ حرك الفاصلة
العشرية منزلتين إلى
اليسار.

مثال من واقع الحياة

٥ رياضة: فازت إحدى فرق كرة القدم السعودية بـ ٨٠٪ من المباريات التي لعبتها هذا العام. إذا كان الفريق قد لعب ٢٠ مباراة، فما عدد المباريات التي فاز بها؟

الطريقة الأولى استعمال كسر اعتيادي

٨٠٪ من ٢٠ = $\frac{٨٠}{١٠٠} \times ٢٠ = ١٦$ فكر: $\frac{٨٠}{١٠٠} = \frac{٨}{١٠} = \frac{٤}{٥}$ إذن $\frac{٤}{٥}$ من ٢٠ = $٤ \times ٤ = ١٦$.

الطريقة الثانية استعمال كسر عشري

٨٠٪ من ٢٠ = $٨٠ \times ٠,٢ = ١٦$ فكر: $٨٠ \times ٠,٢ = ٨٠ \times \frac{٢}{١٠} = ٨ \times ٢ = ١٦$.

إذن فاز الفريق بـ ١٦ مباراة.

اختر طريقتك

ز) قماش: باع صاحب محل للأقمشة ٢٠٪ من أحد الأنواع. إذا كان لديه ١٥,٥٠ مترًا من هذا النوع، فما عدد الأمتار المباعة؟

وزارة التعليم

Ministry of Education

١٣

٢٠٢٢ - ١٤٤٤

الدرس ٤ - ١: إيجاد النسب المئوية ذهنيًا



الاتحاد السعودي لكرة القدم
SAUDI ARABIAN FOOTBALL FEDERATION

الربط بالحياة:

الاتحاد العربي لكرة القدم
تأسس الاتحاد العربي لكرة
القدم عام ١٩٥٦م، ويعمل على تنظيم
مسابقات كرة القدم المحلية ومشاركات
المنتخبات والأندية السعودية دوليًا.

الأمثلة ١ - ٤ : احسب ذهنيًا :

- ١ ٥٠٪ من ١٢٠ ٢ $\frac{1}{3}$ ٣٣٪ من ٦٠ ٣ $\frac{1}{4}$ ٣٧٪ من ٧٢
٤ ١٪ من ٥٢ ٥ ١٠٪ من ٣٥٠ ٦ ٢٪ من ٦٣٠

المثال ٥

٧ **كتب :** يحصل مؤلف على ٢٥٪ من إجمالي مبيعات كتابه، إذا كان المبلغ الإجمالي للمبيعات يساوي ١٦٨٠٠٠ ريال، فما المبلغ الذي يحصل عليه ؟

تدرب وحل المسائل

احسب ذهنيًا :

- ٨ ٢٥٪ من ٤٤ ٩ $\frac{2}{3}$ ١٦٪ من ٥٤ ١٠ ٤٠٪ من ٣٥
١١ $\frac{1}{2}$ ٦٢٪ من ١٦٠ ١٢ ١٠٪ من ٥٧ ١٣ ١٪ من ٢٨، ٣
١٤ ٣٪ من ١٣٠ ١٥ ١٠٪ من ١٧، ١ ١٦ ٧٪ من ٢١٠

للأسئلة	انظر الأمثلة
١١ - ٨	٢، ١
١٦ - ١٢	٤، ٣
١٨، ١٧	٥

١٧ **زكاة :** إذا كانت النسبة المئوية للزكاة المستحقة على المال هي ٥ ، ٢٪ فما مقدار الزكاة التي يدفعها شخص عن مبلغ ١٢٠٠٠٠ ريال مضى عليه حول كامل ؟

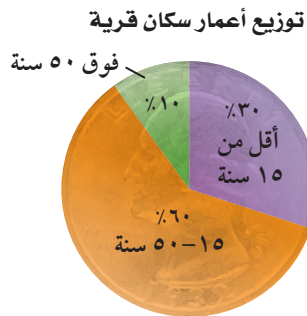
١٨ **سفر :** إذا كان ١٠٪ من رحلات السياحة في أحد البلدان تتضمن زيارة متحف، وكان عدد الرحلات جميعها ٩٢٠ رحلة، فما عدد الرحلات التي تتضمن زيارة متحف ؟

ضع إشارة < أو > أو = في • لتكون كل عبارة مما يأتي صحيحة :

- ١٩ $\frac{2}{3}$ ٦٦٪ من ١٨ • ٦٠٪ من ١٥ • ٢٠ ١٪ من ١٥٠ • ١٠٪ من ١٥

٢١ **قياس :** يعتبر نهر الأمازون ثاني أطول نهر في العالم، ويبلغ طوله ٤٠٠٠ ميل تقريبًا، إذا كان أطول نهر في العالم هو النيل، ويعادل طوله ١٠٤٪ من طول الأمازون، فما طول نهر النيل ؟

سكان : للسؤالين ٢٢، ٢٣ استعمل المعلومات الآتية :



يعيش في إحدى القرى ١٠٠٠٠ نسمة، مثل توزيع أعمارهم بالقطاعات الدائرية في الشكل المجاور.

٢٢ كم عدد سكان القرية الذين لا تزيد أعمارهم عن ٥٠ سنة ؟

٢٣ كم عدد سكان القرية الذين تقل أعمارهم عن ١٥ سنة ؟



مسائل مهارات التفكير العليا

٢٤ **تحذّر** : مجموع عددين صحيحين س، ص يساوي ٩٠. إذا كان ٢٠٪ من س يساوي ٨٠٪ من ص، فأوجد العددين، ووضح إجابتك.

٢٥ **مسألة مفتوحة** : أوجد عددين يمكنك حساب $\frac{2}{3}$ ٦٦٪ من كل منهما ذهنيًا، ووضح إجابتك.

٢٦ **اكتشف الخطأ** : يحاول ناصر وعلي حساب ١٠٪ من ٩٥. أيهما على صواب؟ فسر ذلك.



علي

١٠٪ من ٩٥ = ٩,٥

١٠٪ من ٩٥ = ٩٥,٠



ناصر

٢٧ **اكتب** : وضح كيف تحسب ٧٥٪ من ٤٠ ذهنيًا.

تدريب على اختبار

٢٩ زارت الهنوف متجرًا، واشترت الأصناف في القائمة أدناه. كم ريالاً ستوفر الهنوف إذا جرى تخفيض ٢٠٪ على السعر الأصلي لكل صنف منها؟

الصنف	قميص	تنورة	ربطة شعر	حذاء
السعر الأصلي (ريال)	٢٥	٤٢	١٦	٤٧

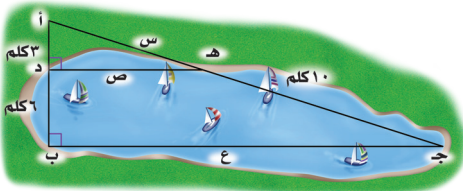
(أ) ١٠٤ ريالاً (ب) ٧٢ ريالاً
(ج) ٤٨ ريالاً (د) ٢٦ ريالاً

٢٨ سافر الأصدقاء أحمد وسعد وعبدالرحمن في رحلة عمرة بالسيارة من الدمام إلى مكة المكرمة مسافة ١٢٦٦ كيلو متراً، حيث قاد أحمد السيارة $\frac{1}{3}$ المسافة، وقاد سعد ٤٠٪ من المسافة، وقاد عبدالرحمن الجزء المتبقي من المسافة. ما أطول مسافة قادها أحدهم؟

(أ) ٣٣٧,٦ كلم (ب) ٤٢٢ كلم
(ج) ٥٠٦,٤ كلم (د) ٧٥٩,٦ كلم

مراجعة تراكمية

٣٠ **قياس** : يقطع الحلزون مسافة ميل واحد في ٣٠ ساعة. وفقاً لهذا المعدل ما المسافة التي يقطعها الحلزون في اليوم الواحد؟ (مهارة سابقة)



مخططات: يبين الشكل المجاور مخطط بحيرة، إذا كان $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

استعمل هذه المعلومات في الإجابة عن الأسئلة ٣١ - ٣٣: (مهارة سابقة)

٣١ أوجد قيمة س. ٣٢ أوجد قيمة ص. ٣٣ أوجد قيمة ع.

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : أوجد ناتج ضرب: (مهارة سابقة)

$$٤٥ \times \frac{3}{5} \quad ٣٦$$

$$٣٢ \times \frac{3}{4} \quad ٣٥$$

$$٣٠ \times \frac{1}{2} \quad ٣٤$$



وزارة التعليم

Ministry of Education

٢٠٢٢ - ١٤٤٤

الدرس ٤ - ١ : إيجاد النسب المئوية ذهنيًا



النسبة المئوية والتقدير

٢ - ٤

استعد

كواكب : تقدّر المسافة بين الأرض وبين الشمس بـ ١٩٪ من المسافة بين المشتري وبين الشمس:



فكرة الدرس

أقدّر باستعمال النسب المئوية والكسور الاعتيادية المتكافئة.

المفردات

الأعداد المتناغمة.

١. قدّر المسافة بين المشتري وبين الشمس إلى أقرب مئة مليون كيلومتر.
٢. قدّر ١٩٪ إلى أقرب نسبة مئوية عشرية (من مضاعفات عشرة).
٣. استعمل الرياضيات الذهنية لتقدير المسافة بين الأرض وبين الشمس.

عندما لا يكون هناك حاجة إلى إجابة دقيقة يمكنك تقدير نسبة مئوية من عدد ما باستعمال **الأعداد المتناغمة**. والعددان المتناغمان عدنان يسهل قسمتهما ذهنيًا.

أمثلة

تقدير النسب المئوية للأعداد

١. قدّر ١٩٪ من ٣٠.
 $\frac{1}{5} = 20\% \approx 19\%$
 $\frac{1}{5}$ الـ ٣٠ = ٦، لذا ١٩٪ من ٣٠ يساوي ٦ تقريبًا.
 ٥، ٣٠ عدنان متناغمان.
٢. قدّر ٢٥٪ من ٤١.
 $\frac{1}{4} = 25\%$ ، ٤١ تساوي ٤٠ تقريبًا.
 $\frac{1}{4}$ الـ ٤٠ = ١٠، لذا ٢٥٪ من ٤١ يساوي ١٠ تقريبًا.
 ٤، ٤٠ عدنان متناغمان.
٣. قدّر ٦٥٪ من ٧٦.
 $\frac{2}{3} = 66\% \approx 65\%$ ، ٧٦ تساوي ٧٥ تقريبًا.
 $\frac{2}{3}$ الـ ٧٥ = ٥٠، ٥٠ = ٢٥ × ٢ = ٧٥، ٥٠ = ٥٠.
 ٣، ٧٥ عدنان متناغمان.
 لذا ٦٥٪ من ٧٦ يساوي ٥٠ تقريبًا.

تحقق من فهمك:

قدّر ما يأتي، وفسّر إجابتك:

- (أ) ٢٤٪ من ٤٤ (ب) ٤٠٪ من ٤٩ (ج) ١٣٪ من ٢٥

يوفر التقدير أحياناً إجابة أفضل في المسائل المرتبطة بواقع الحياة.

مثال من واقع الحياة

نفط: تشير إحصاءات عام ٢٠١٦ إلى امتلاك المملكة العربية السعودية ١٩٪ من احتياطات النفط العالمية. إذا كان إجمالي الاحتياطي العالمي من النفط يبلغ ١٤٥٠ مليار برميل تقريباً، فاحسب حصة المملكة من هذا الاحتياطي.

$$\begin{aligned} 19\% \text{ من } 1450 \text{ ملياراً} &\approx 20\% \text{ من } 1450 \text{ ملياراً} \\ 19\% \text{ قريب من } 20\% \\ 1450 \times \frac{1}{5} &= 290 \text{ مليار برميل تقريباً} \end{aligned}$$

إذن تبلغ حصة المملكة من الاحتياطي العالمي للنفط ٢٩٠ مليار برميل تقريباً.

تحقق من فهمك:

د نفط: إذا علمت أن الكويت تمتلك ٨٪ من احتياطات النفط العالمية، فاحسب حصة الكويت من هذا الاحتياطي.

يمكنك استعمال طرائق مشابهة لتقدير النسبة المئوية.

تقدير النسب المئوية

أمثلة

قدر النسبة المئوية لما يلي:

٥ ٨ من ٢٥

$$\frac{1}{3} = \frac{8}{24} \approx \frac{8}{25}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = 33\%$$

لذا ٨ من ٢٥ يساوي تقريباً $\frac{1}{3}$ ٣٣٪.

٦ ١٤ من ٢٥

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{25} \approx \frac{14}{25}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} = 60\%$$

لذا ١٤ من ٢٥ يساوي تقريباً ٦٠٪.

٧ ٨٩ من ١٢١

$$\frac{90}{120} \approx \frac{89}{121}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} = 75\%$$

لذا ٨٩ من ١٢١ يساوي تقريباً ٧٥٪.

تحقق من فهمك:

قدر النسبة المئوية لما يلي، وفسّر إجابتك:

هـ ٧ من ٥٧ و ٩ من ٢٥ ز ٧ من ٧٩



الربط بالحياة:

تحتل المملكة العربية السعودية المرتبة الثانية عالمياً في احتياطات النفط المؤكدة، والخامسة عالمياً في احتياطات الغاز الطبيعي.

إرشادات للدراسة

تقدير

قدر بحيث تخير النسبة إلى أبسط صورة لها.



الأمثلة ٣-١: قدّر:

- ١ ٤٩٪ من ١٦٠ ٢ $\frac{2}{3}$ ٦٦٪ من ٢٠
٣ ٧٣٪ من ٦٥ ٤ ٤١٪ من ٣٩

المثال ٤: **مدرسة:** بينت نتائج دراسة مسحية أن مادة الرياضيات هي المادة المفضلة لدى ٢٨٪ من الطلاب تقريباً. قدّر عدد الطلاب الذين يعتبرون الرياضيات مادتهم المفضلة في فصل مكون من ٣٠ طالباً.

الأمثلة ٧-٥: قدّر النسبة المئوية لكل مما يلي:

- ٦ ٦ من ٣٥ ٧ ٨ من ٧٩
٨ ١٤ من ١٩ ٩ ٣٣ من ٩٨

تدرّب وحلّ المسائل

قدّر:

- ١٠ ٢٩٪ من ٥٠ ١١ ٦٧٪ من ٩٣
١٢ ٢١٪ من ٧١ ١٣ ٩٢٪ من ٤١

إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
١٣-١٠	٣-١
١٧-١٤	٧-٥
١٨	٤

قدّر النسبة المئوية لكل مما يلي:

- ١٤ ٧ من ٢٩ ١٥ ٩ من ٥٥
١٦ ٢ من ١٥ ١٧ ٧ من ١١

١٨: **قياس:** يبلغ طول جسم بالبوصة ٣٩٪ تقريباً من طوله بالسنتيمتر. قدّر طوله بالبوصة إذا كان طوله بالسنتيمتر يساوي ٥٠ سم.

١٩: **تحليل جدول:** قدّر النسبة المئوية لعدد المواطنين في كل فئة عمرية بالنسبة إلى الإجمالي، ثم حدّد الفئة الأعلى من حيث النسبة.

إحصائية عدد السكان حسب فئات العمر		
فئات العمر	المواطنون	إجمالي السكان
٩-٥	٢١٢٤٨٨٩	٢٨٣٥٦٥٧
١٤-١٠	١٩٠١٥١٥	٢٤٨٣٩٨٤
١٩-١٥	١٧٩١٣٥١	٢٢٦٥١٤٣

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء (١٤٣٧ هـ)



قدّر :

٢١ ١٢٤٪ من ٤١

٢٠ ٢٦,٥٪ من ١٢٣

٢٣ ١٦٧٪ من ٦٠

٢٢ ٢٤٩٪ من ١١٩

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٤ **الحسّ العدديّ** : استعمل الحساب الذهني لتحديد أيّهما أكبر: ٢٤٪ من ٤٨٠ أم ٥١٪ من ٢٤٠، فسّر إجابتك.

تحّد : هل العبارات الآتية صحيحة دائماً، أم أحياناً، أم غير صحيحة أبداً؟ فسّر إجابتك.

٢٥ إذا تم تقريب كل من العدد والنسبة المئوية إلى العدد الأكبر، فسيكون التقدير أكبر من الإجابة الحقيقية.

٢٦ إذا تم تقريب النسبة المئوية إلى النسبة الأكبر، وتقريب العدد إلى العدد الأصغر، فسيكون التقدير أكبر من الإجابة الحقيقية.

٢٧ **اكتب** مسألة من واقع الحياة تتضمن تقدير النسبة المئوية، يمكن حلّها باستعمال الكسور والأعداد المتناغمة، ثم حلّها.

تدريب على اختبار

٢٩ شارك ٣٢٥ طالباً في سباق جري، ووصل منهم ١٥٠ طالباً فقط إلى خط النهاية، قدّر النسبة المئوية للطلاب الذين وصلوا إلى خط النهاية.

(أ) ٤٠٪

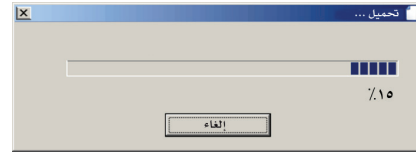
(ب) ٤٥٪

(ج) ٥٥٪

(د) ٦٠٪

٣٠ **إجابة قصيرة** : إذا كان معدّل درجة حرارة الأرض حوالي ٨٪ من معدّل درجة حرارة كوكب الزهرة التي تبلغ ٤٦٠°س، فقدّر معدّل درجة حرارة الأرض.

٢٨ بدأ فارس تحميل ملف حجمه ٦, ١٩ ميجابايت من الإنترنت، والشاشة أدناه تشير إلى أنه تم تحميل ١٥٪ من الملف، وقد قدّر فارس الجزء الذي تم تحميله بـ ٣ ميجابايت.



أيّ العبارات الآتية تبين الطريقة التي استعملها فارس في تقدير الجزء الذي تم تحميله من الملف؟

(أ) ١٥٪ من ١٩,٦ $\approx$ ١٥٪ من ١٥

(ب) ١٥٪ من ١٩,٦ $\approx$ ١٠٪ من ٢٠

(ج) ١٥٪ من ١٩,٦ $\approx$ ٢٠٪ من ٢٠

(د) ١٥٪ من ١٩,٦ $\approx$ ١٥٪ من ٢٠

مراجعة تراكمية

٣١ **سيارات:** بعد قطع مسافة ٢٤٢ كلم كان أبو محمد قد استعمل ٢٠ لترًا من الوقود ، ثم قطع مسافة ١٥٨ كلم أخرى استعمل فيها ١٢ لترًا. أوجد معدل تغير المسافة المقطوعة لكل لتر. (مهارة سابقة)

٣٢ **زراعة:** غرس عمّار ٢٨٠ شتلة أزهار ، إذا نما ٧٥٪ منها، فاحسب ذهنيًا عدد الشتلات التي نمت من بين ما غرسه عمّار. (الدرس ٤-١)

٣٣ **رياضة:** يرغب مدرس التربية البدنية في ترتيب الطلاب في أثناء أداء التمارين الرياضية على شكل مربع . إذا كان عدد طلاب الصف ٢٥ طالبًا، فكم طالبًا يجب أن يكون في كل صف ؟ (مهارة سابقة)

٣٤ **سياحة:** لدى شركة سياحة ١٥ حافلة تقوم بـ ١٢٠ رحلة أسبوعيًا، إذا توقعت الشركة أن يزيد عملها خلال الصيف بمقدار ٤٠ رحلة أسبوعيًا، فكم حافلة إضافية يلزمها لذلك ؟ (مهارة سابقة)

هندسة : مثل كل زوج مرتب مما يأتي، ثم احسب المسافة بين كل نقطتين إلى أقرب عُشر إذا لزم ذلك: (مهارة سابقة)

٣٥ (٣-، ٦)، (٤، ١)، (٥، ١-)، (٣-، ٢)

٣٦ (٠، ١-)، (٢-، ٥-)

٣٧ (١، ٣)، (٣-، ٢-)

٣٨ (٠، ١-)، (٢-، ٥-)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : ارسم الأشكال الثلاثة التالية في النمط الآتي:

٣٩





استراتيجية حل المسألة

فكرة الدرس : أحل المسائل باستعمال استراتيجية

"التحقق من معقولة الإجابة".

٣ - ٤



التحقق من معقولة الإجابة.

ريان : وفّر أخي مبلغ ١٥٥٠ ريالاً، ويريد أن يتبرع بـ ٤٠٪ منه عبر إحدى المنصات الرسمية للتبرع في شهر رمضان، ويُدّخر الباقي منه لمصاريف العيد. أظن أخي سيتبرع بـ ٨٠٠ ريال في شهر رمضان.

مهمتك : هل من المعقول أن يبلغ تبرع أخيه ٨٠٠ ريال؟

افهم	تعلم المبلغ الذي وفّره أخو ريان، وأنه يخطط للتبرع بـ ٤٠٪ منه، والمطلوب معرفة ما إذا كانت قيمة التبرع ٨٠٠ ريال على الأقل.
خَطِّط	استعمل الحساب الذهني لتحديد معقولة الإجابة.
حلّ	فكّر : ٤٠٪ قريبة من ٥٠٪ ، $\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ من ١٥٥٠ ريالاً = ٣٨٥ ريالاً . بما أن ٤٠٪ أقل من ٥٠٪ ، فالمبلغ الذي سيتم التبرع به يقل عن ٣٨٥ ريالاً . إذن ليس من المعقول أن يبلغ تبرعه ٨٠٠ ريال.
تَحَقَّق	أوجد ٤٠٪ من ١٥٥٠ ريالاً . $٤٠\% \text{ من } ١٥٥٠ = \frac{٤٠}{١٠٠} \times ١٥٥٠ = ٦٢٠$. بما أن $\frac{١}{١٠}$ من ١٥٥٠ = ١٥٥ ، $\frac{٤}{١٠}$ من ١٥٥٠ = ٦٢٠ ، وهذا يقل عن ٨٠٠ ريال . إذن سيتبرع أخو ريان بـ ٦٢٠ ريالاً . وهذا يقل عن ٨٠٠ ريال . ✓

حلّ الاستراتيجية

١ وضح لماذا تعد استراتيجية التحقق من معقولة الإجابة مناسبة لحل المسألة السابقة؟

٢ فسّر لماذا تعد مهارات الحساب الذهني مهمة لإيجاد درجة معقولة الإجابة؟



مسائل متنوعة

استعمل استراتيجية "التحقق من معقولية الإجابة" لحل المسائل ٣ - ٥:

٣ **نقود:** يرغب أيمن في شراء مجموعة من الكتب تكلف ١٢٩ ريالاً. إذا اشتراها في موسم التخفيضات بـ ٧٥٪ من ثمنها الأصلي، هل يكون ثمن الشراء ٣٠ أم ٦٠ أم ٩٠ ريالاً تقريباً؟ وضح إجابتك.

٤ **ملابس:** مع عزّام ٣٥٠ ريالاً، ويريد أن يشتري مجموعة من الملابس. إذا كان سعر الثوب ١٥٤ ريالاً، وسعر الغترة ٩٠ ريالاً، فهل يكفي المبلغ الذي يتبقى معه لشراء حذاء بمبلغ ١٢٦ ريالاً؟ وضح إجابتك.

٥ **أعمال:** يتقاضى بدر مبلغ ٣٠ ريالاً عن كل ساعة عمل. إذا خطط لادّخار مبلغ لشراء هاتف نقال ثمنه ١١٦٠ ريالاً، فهل تكفي ٢٠ أو ٣٠ أو ٤٠ ساعة عمل لذلك؟ فسّر إجابتك.

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦ - ١١:

من استراتيجيات حل المسألة:

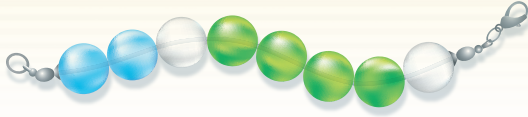
- الحل عكسياً
- البحث عن نمط
- الرسم

٦ **نظرية الأعداد:** ادرس النمط الآتي:

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \times 1 \\ 121 &= 11 \times 11 \\ 12321 &= 111 \times 111 \\ 1234321 &= 1111 \times 1111 \end{aligned}$$

أوجد ناتج 1111111×1111111 دون إجراء عملية الضرب.

٧ **حلي:** تصنع ليان قلادة باستعمال نمط من الخرز الأزرق والأخضر والأبيض، كما في الشكل أدناه. ما النسبة المئوية للخرزات البيضاء في القلادة؟



٨ **حفل:** يخطط حسين للاحتفال بمناسبة اجتماعية أسرية، وقد كلفه استئجار المكان $\frac{1}{4}$ المبلغ الذي معه، وكلفه التجهيز $\frac{1}{3}$ ما تبقى من المبلغ، وبقي معه ٧٥٠ ريالاً. ما المبلغ الذي كان معه؟

٩ **سكان:** يعيش ٦,٧٥٪ تقريباً من مواطني المملكة العربية السعودية في منطقة المدينة المنورة. إذا كان عدد المواطنين في المملكة في عام ١٤٣٧ هـ هو ٢٠٠٠٠٠٠٠ نسمة تقريباً، فما العدد التقريبي للمواطنين في منطقة المدينة المنورة؟

١٠ **رياضة:** في دراسة مسحية أجاب ٤٤٪ من الطلاب أنهم يمارسون الرياضة. إذا كان عدد الطلاب الذين تم سؤالهم ١٥٣٢ طالباً، فهل يعتبر ٦٠٠ طالب أو ٦٧٥ طالباً أو ٧١٥ طالباً تقديرًا معقولاً لعدد الطلاب الذين يمارسون الرياضة؟ فسّر إجابتك.



اختبار منتصف الفصل

الدروس من ٤-١ إلى ٤-٣

الفصل

٤

احسب ذهنيًا: (الدرس ٤-١)

- ١ ٢٥٪ من ٦٤ ٢ ١٪ من ٥٨,٥
٣ $\frac{2}{3}$ ٦٦٪ من ٤٥ ٤ ٣٪ من ٦٠٠

٥ اختيار من متعدد: في كيس ١٩٢ كرة ملونة؛

$\frac{1}{3}$ ٣٣٪ منها لونها أحمر. ما عدد الكرات غير

الحمراء؟ (الدرس ٤-١)

١٢٨ (أ) ٦٠ (ج)

٦٤ (ب) ٥٧ (د)

٦ يحمل ثلاثة رجال صندوقًا كتلته ١٢٠ كجم. إذا كان

على كل منهم أن يحمل $\frac{1}{3}$ ٣٣٪ من كتلة الصندوق،

فما الكتلة التي يجب أن يحملها كل رجل؟

(الدرس ٤-١)

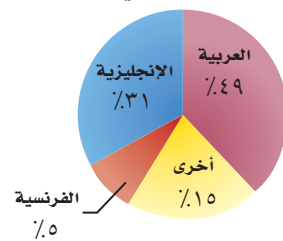
٧ اختيار من متعدد: شركة لديها ٦٠٠ موظف،

يبين التمثيل بالقطاعات الدائرية النسبة المئوية للغة

الأصلية التي يتكلمون بها. قدر عدد الموظفين الذين

لغتهم الأصلية اللغة الإنجليزية. (الدرس ٤-٢)

اللغة الأصلية لموظفي شركة



٣٠ (أ) ١٨٠ (ج)

٩٠ (ب) ٢١٠ (د)

٨ مسابقات: اشترك ٥٨٪ من طلاب مدرسة ما

في مسابقة المدرسة الثقافية. إذا كان عدد طلاب

المدرسة ٤٠٠ طالب، فقدر عدد الطلاب الذين

اشتركوا في مسابقة المدرسة الثقافية؟ (الدرس ٤-٢)

قدر: (الدرس ٤-٢)

٩ ٣٩٪ من ٦٠ ١٠ $\frac{2}{3}$ ٦٦٪ من ٨٠

١١ ٧٤٪ من ٤١ ١٢ ٢١٪ من ١٩

١٣ كتب: تحتوي مكتبة مدرسية على مجموعة من

الكتب كما يبين الجدول أدناه:



أنواع الكتب	عددتها
علمية	٢٩٧
أدبية	١٦٣
دينية	٢١٧
عامة	٨٤
أخرى	٤٢

قدر النسبة المئوية لعدد الكتب من كل نوع بالنسبة

إلى العدد الكلي للكتب في المكتبة. (الدرس ٤-٢)

١٤ تجارة: وضع نايف ١٥٠٠٠٠ ريال في تجارة

بلغت أرباحها ٢١٠٠٠ ريال، وتوقع نايف أن نسبة

أرباحه زادت على ٢٥٪، فهل هذا معقول؟ وضح

إجابتك. (الدرس ٤-٣)

١٥ سفر: سافرت نورة وأهلها من الرياض إلى لندن،

فانطلقت الطائرة الساعة ٩:١٠ صباحًا على أن

تصل لندن الساعة ٣:١٥ مساءً. إذا نظرت نورة

إلى ساعتها وقدرت أن المسافة التي قطعوها

هي ٦٣٪ من المسافة إلى لندن، فهل الوقت ١١

صباحًا، أم ١٢ ظهرًا، أم ١:٠٠ بعد الظهر تقديرًا

معقولًا للوقت الذي نظرت فيه نورة إلى ساعتيها؟

فسّر إجابتك. (الدرس ٤-٣)

وزارة التعليم

Ministry of Education

٢٠٢٢ - ١٤٤٤

٢٠٢٢ - ١٤٤٤

٢٠٢٢ - ١٤٤٤

٢٠٢٢ - ١٤٤٤

٢٠٢٢ - ١٤٤٤

الفصل ٤: اختبار منتصف الفصل



الجبر: المعادلة المئوية

٤ - ٤

استعد

جغرافيا : تبلغ المساحة الإجمالية للمملكة العربية السعودية ٢٢٥٠٠٠٠ كلم^٢ تقريباً ، ٩٠٪ منها صحارى وهضاب صخرية .

١ استعمل تناسباً مئوياً لإيجاد مساحة الصحارى والهضاب الصخرية .

٢ عبّر عن النسبة المئوية على صورة كسر عشري . واضربه في المساحة الإجمالية .

٣ ما العلاقة بين الإجابة في (١) ، (٢) ؟

فكرة الدرس

أحل مسائل باستعمال المعادلة المئوية .

المفردات

المعادلة المئوية

النسبة المئوية للصحارى والهضاب الصخرية	المساحة الإجمالية (كلم ^٢)
٩٠٪	٢٢٥٠٠٠٠

سبق أن درست الكسور والنسب المئوية في الصف الأول المتوسط ، و **المعادلة المئوية** : صيغة مكافئة للتناسب المئوي ، يتم التعبير فيها عن النسبة المئوية على صورة كسر عشري .

النسبة المئوية مكتوبة على صورة كسر عشري .

اضرب كل طرف في (الكل) .

تسمى هذه الصيغة المعادلة المئوية

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \text{النسبة المئوية}$$

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times \text{الكل} = \text{النسبة المئوية} \times \text{الكل}$$

$$\text{الجزء} = \text{النسبة المئوية} \times \text{الكل}$$

إيجاد الجزء

مثال

١ أوجد ٦٪ من ٥٢٥ .

قدّر : ١٪ من ٥٠٠ = ٥ ؛ لذا ٦٪ من ٥٠٠ = ٥ × ٦ = ٣٠ .

النسبة المئوية = ٦٪ ، الكل = ٥٢٥ ، والمطلوب إيجاد الجزء ، افترض أنه جـ .

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \text{النسبة المئوية} \times \text{الكل}$$

$$\text{جـ} = ٥٢٥ \times ٠,٠٦$$

$$\text{جـ} = ٣١,٥$$

تحقق من معقولية الإجابة : ٣١,٥ ≈ ٣٠ ✓

تحقق من فهمك :

اكتب معادلة مئوية لحل كل مسألة مما يأتي ، ثم حلها . وقدّر الناتج إلى أقرب عُشر إذا لزم الأمر .

(أ) ما قيمة ٣٥٪ من ٨٨ ؟

(ب) أوجد ١٥٪ من ٢٧٥ .

في بعض الأحيان تكون النسبة المئوية أو الكل غير معروف؛ لذا حل المعادلة المئوية لإيجاد القيمة الناقصة.

إيجاد النسبة المئوية

مثال

٢ ما النسبة المئوية للعدد ٤٢٠ من ٦٠٠ ؟

$$\text{قَدِّر: } \frac{٤٢٠}{٦٠٠} \approx \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٣} \times ١٠٠\% = ٦٦\%$$

الجزء = ٤٢٠، والكل = ٦٠٠، والمطلوب إيجاد النسبة المئوية. افترض أن النسبة المئوية = ن.

$$\begin{array}{l} \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{\text{النسبة المئوية}}{\text{ن}} \\ \frac{٤٢٠}{٦٠٠} = \frac{ن}{٦٠٠} \\ \frac{٤٢٠}{٦٠٠} \times ٦٠٠ = \frac{ن \times ٦٠٠}{٦٠٠} \\ ٤٢٠ = ن \end{array}$$

اكتب المعادلة المئوية.
اقسم كل طرف على ٦٠٠.
بسط.

بما أن ٠,٧ = ٧٠٪، فإن ٤٢٠ تمثل ٧٠٪ من ٦٠٠. لاحظ أن الإجابة ظهرت على صورة كسر عشري؛ لذا لا بد من تحويلها إلى نسبة مئوية.

$$\text{تحقق من معقولية الإجابة: } \frac{٢}{٣} \approx ٦٦\% \checkmark$$

تحقق من فهمك:

اكتب معادلة مئوية لحل كل مسألة مما يأتي، ثم حلها. وقدّر الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

(ج) ما النسبة المئوية للعدد ٦٢ من ١٨٦ ؟

(د) ما النسبة المئوية للعدد ٦ من ٧٥٠ ؟

إرشادات للدراسة

الكسور العشرية

والنسب المئوية

عند كتابة النسبة المئوية

على صورة كسر عشري

تأكد من وضع الفاصلة

العشرية في المكان

الصحيح.

إيجاد الكل

مثال

٣ ما العدد الذي ٥٢٪ منه يساوي ٦٥ ؟

$$\text{قَدِّر: } ٦٥ = ٥٠\% \text{ من } ١٣٠.$$

الجزء = ٦٥، النسبة المئوية = ٥٢٪، والمطلوب إيجاد الكل، افترض أنه ك.

$$\begin{array}{l} \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{\text{النسبة المئوية}}{\text{ك}} \\ \frac{٦٥}{ك} = \frac{٥٢}{١٠٠} \\ \frac{٦٥}{ك} \times ١٠٠ = \frac{٥٢ \times ١٠٠}{١٠٠} \\ ٦٥٠٠ = ٥٢ ك \\ ك = ١٢٥ \end{array}$$

عبر عن ٥٢٪ في صورة كسر عشري، واكتب المعادلة المئوية.
اقسم كلا الطرفين على ٥٢.
بسط.

إذن ٦٥ = ٥٢٪ من ١٢٥.

$$\text{تحقق من معقولية الإجابة: } ١٢٥ \approx ١٣٠ \checkmark$$

تحقق من فهمك:

اكتب معادلة مئوية لحل كل مسألة مما يأتي ثم حلها، وقدّر الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

(هـ) ما العدد الذي ٧٥٪ منه تساوي ٢١٠ ؟

(و) ما العدد الذي ١٨٪ منه تساوي ٥٤ ؟



ملخص المفهوم	المعادلة المئوية	النوع
التناسب	المثال	إيجاد الجزء
$ج = ٠,٢٥ \times ٦٠$	ما قيمة ٢٥٪ من ٦٠؟	
$١٥ = ن \times ٦٠$	ما النسبة المئوية للعدد ١٥ من ٦٠؟	إيجاد النسبة المئوية
$١٥ = ٠,٢٥ \times ك$	ما العدد الذي ٢٥٪ منه تساوي ١٥؟	إيجاد الكل

مثال من واقع الحياة

٤٠ مبيعات: يشتري تاجر جهاز التسجيل بمبلغ ٢٤٤ ريالاً، ويبيعه بربح ٦٪. احسب ثمن البيع.

الطريقة الأولى: إيجاد مقدار الربح أولاً

ثمن الشراء الكلي = ٢٤٤ ريالاً، والنسبة المئوية للربح = ٦٪، والمطلوب إيجاد ثمن بيع الجهاز. نجد أولاً مقدار الربح، وليكن س.

$$\begin{aligned} \text{الجزء} &= \text{النسبة المئوية} \times \text{الكل} \\ \text{س} &= ٠,٠٦ \times ٢٤٤ \\ \text{س} &= ١٤,٦٤ \end{aligned}$$

عبر عن ٦٪ في صورة كسر عشري، واكتب المعادلة المئوية. اضرب.

$$\begin{aligned} \text{إذن قيمة الربح} &= ١٤,٦٤ \text{ ريالاً.} \\ \text{لذا ثمن البيع} &= ٢٤٤ + ١٤,٦٤ = ٢٥٨,٦٤ \text{ ريالاً.} \end{aligned}$$



الربط بالحياة:

كيف يستعمل التاجر الرياضيات؟
يحرص التاجر على حساب معدلات الربح والخسارة في نهاية كل عام من أجل تطوير نشاطه التجاري.

الطريقة الثانية: إيجاد النسبة المئوية الكلية أولاً

أوجد $١٠٠٪ + ٦٪ = ١٠٦٪$ من ٢٤٤ لإيجاد ثمن البيع الكلي بما فيه الربح. ليكن ثمن البيع = ص.

$$\begin{aligned} \text{الجزء} &= \text{النسبة المئوية} \times \text{الكل} \\ \text{ص} &= ١,٠٦ \times ٢٤٤ \\ \text{ص} &= ٢٥٨,٦٤ \end{aligned}$$

عبر عن ١٠٦٪ في صورة كسر عشري، واكتب المعادلة المئوية. اضرب.

إذن يبلغ ثمن البيع ٢٥٨,٦٤ ريالاً.

اختر طريقتك

(ز) ربح: اشترت هند عقدًا بمبلغ ١٢٢٥ ريالاً، وباعته بربح ٧٪. بكم باعتها؟

(ح) خسارة: اشترى تاجر قطعة من الأثاث بمبلغ ٢٥٠٠ ريال، وباعها

بخسارة ٥٪. بكم باعها؟



الأمثلة ٣-١

حل كل مسألة مما يأتي باستعمال معادلة مئوية:

١ أوجد ٨٥٪ من ٩٢٠. ٢ ما العدد الذي ٣٤٪ منه تساوي ٦٨٠؟

٣ ما النسبة المئوية للعدد ٢٥ من ٦٢٥؟

٤ ربح: اشترى تاجر جهازاً كهربائياً بمبلغ ٥٣٠٠ ريال، وباعه بربح ٤٠٪. بكم باعه؟

المثال ٤

تدرّب وحلّ المسائل

حل كل مسألة مما يأتي باستعمال معادلة مئوية:

٥ أوجد ٦٠٪ من ٣٠. ٦ ما قيمة ٢٤٪ من ٨٤؟

٧ ما النسبة المئوية للعدد ٤٥ من ١٥٠؟ ٨ ما النسبة المئوية للعدد ٦ من ٣٠٠٠؟

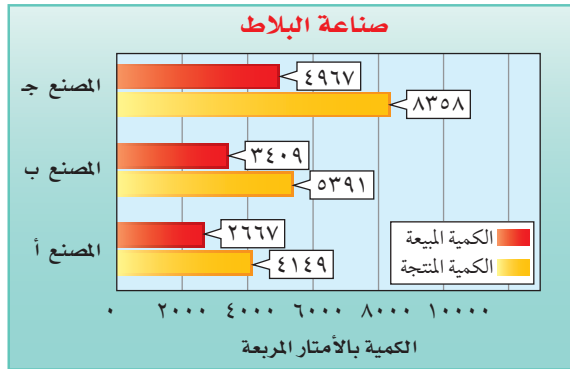
٩ ما العدد الذي ١٥٪ منه تساوي ٣٠؟ ١٠ ما العدد الذي ٣٪ منه تساوي ٩؟

١١ ملابس: يشتري تاجر المعطف بمبلغ ٢٦٠ ريالاً، ويبيعه بربح ٥٠٪. بكم يبيعه؟

١٢ وقود: تقطع سيارة مسافة ١٨ كيلومتراً لكل لتر واحد من البنزين، فإذا كانت الإطارات غير ممتلئة جيداً، فإنها تقطع مسافة أقل بـ ١٥٪ لكل لتر من البنزين. ما عدد الكيلومترات التي تقطعها السيارة بلتر واحد من البنزين عندما تكون الإطارات غير ممتلئة جيداً؟

١٣ غسّالة: اشترى طارق غسّالة في عرض للتنزيلات بمبلغ ١٣٨٠ ريالاً، بخضم نسبته ٨٪. أوجد ثمن الغسالة قبل الخصم؟

١٤ بلاط: أي المصانع حقق أكبر نسبة مئوية من المبيعات من الكمية المنتجة خلال شهر؟



حل كل مسألة مما يأتي باستعمال معادلة مئوية:

١٥ أوجد $\frac{1}{4}$ من ١٥٠. ١٦ ما النسبة المئوية للعدد ٣٦٠ من ٢٧٠؟

١٧ **تحدّ:** هل العبارة "أ/ من ب = ب/ من أ" صحيحة دائماً أم أحياناً أم غير صحيحة أبداً. وفسر إجابتك.

١٨ **تحدّ:** ادّخر ياسر مبلغاً من المال لشراء حذاء جديد، فوجد سعره قد ارتفع بنسبة ٢٠٪ فلم يشتريه، وبعد شهر عرض المتجر خصماً عليه بنسبة ٢٠٪، فاشترىه ياسر ظناً منه أن تكلفته بعد الخصم أقل من ثمنه الأصلي. فهل ظنه صحيح؟ فسر إجابتك.

١٩ **الكتب:** وضح مستعيناً بمثال كيف أن خصماً نسبته ٥٪ على سعر قطعة، ثم رفع سعرها بنسبة ٥٪ لا يساوي ذلك السعر الأصلي للقطعة.

تدريب على اختبار

٢١ باعت شركة ١٤٠٠ طن من الأسمدة عام ١٤٣٧ هـ، وباعت في عام ١٤٣٨ هـ كمية من السماد تزيد ١٠٪ على ما باعتها في عام ١٤٣٧ هـ. فكم طناً من السماد باعت الشركة عام ١٤٣٨ هـ؟

(أ) ١٤٠ طناً (ب) ١٢٦٠ طناً
(ج) ١٤١٠ طناً (د) ١٥٤٠ طناً

٢٠ يتقاضى سعيد ٧٪ عمولة على مبيعاته الشهرية. إذا باع بمبلغ ١٢٩٩٠٠ ريال في الشهر، فكم تكون العمولة التي يتقاضاها؟

(أ) ٩٠٩ ريالات (ب) ٩٠٩٣ ريالاً
(ج) ٩٢٩٣ ريالاً (د) ٩٠٩٣٠ ريالاً

مراجعة تراكمية

٢٢ **أسرة:** إذا كان عدد الأسرة في قسم العظام في مستشفى ٣٤ سريراً، ويشغل المرضى ١٣ سريراً. فقدر النسبة المئوية لعدد الأسرة المشغولة في المستشفى. (الدرس ٤ - ٢)

احسب ذهنيّاً: (الدرس ٤ - ١)

٢٣ ٢٠٪ من ٢٠٠ ٢٤ ٦٢,٥٪ من ٩٦ ٢٥ ٧٥٪ من ٨٤ ٢٦ ٦٪ من ١٥٠

هندسة: أوجد المسافة بين كل نقطتين إلى أقرب عُشر إذا لزم الأمر: (مهارة سابقة)

٢٧ ل (٣،٢)، ت (٦،٠) ٢٨ هـ (-١،١)، و (٣،٢) ٢٩ ق (٤،٦)، ك (-٣،٥)

٣٠ **صحة:** يدق قلب عليّ ١٨ مرّة كل ١٥ ثانية. اكتب تناسباً وحله لإيجاد عدد المرّات التي يدق فيها قلب علي في دقيقة واحدة. (مهارة سابقة)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

٣١ | ٢٤ - ١٧ | ٣٢ | ٢٥٣ - ٣٤٠ | ٣٣ | ٤٨٧ - ٥٣١ | ٣٤ | ٣٥٢ - ٥٨١



التغير المئوي

٤ - ٥

استعد

رواتب: يوضح الجدول أدناه مقدار التغير في راتب رتبة «ملازم» من الدرجة الثانية إلى الدرجة الخامسة بالريال.

الدرجات								الرتبة
٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	
١٠٢٥	٥	٤	٣	٢	٩٧٠	٧٥٩٠		ملازم
١١٩١	٩١١٠	٨٧٣٠	٨٣٥٠	٧٩٧٠	٢٧٥	٨٨٣٥		ملازم أول

- ١ ما مقدار الزيادة في الراتب من الدرجة (٢) إلى الدرجة (٣)؟
- ٢ اكتب النسبة $\frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{راتب الدرجة (٢)}}$ ، ثم عبّر عنها في صورة نسبة مئوية.
- ٣ ما مقدار الزيادة في الراتب من الدرجة (٣) إلى الدرجة (٤)؟ اكتب النسبة $\frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{راتب الدرجة (٣)}}$ ، ثم عبّر عنها في صورة نسبة مئوية.
- ٤ ما مقدار الزيادة في الراتب من الدرجة (٤) إلى الدرجة (٥)؟ اكتب النسبة $\frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{راتب الدرجة (٤)}}$ ، ثم عبّر عنها في صورة نسبة مئوية.
- ٥ **خمن:** لماذا تختلف النسبة المئوية مع أن مقدار التغير في الراتب ثابت؟

تسمى النسبة المئوية لمقدار التغير من الكمية الأصلية **التغير المئوي**.

مفهوم أساسي

التغير المئوي

التعبير اللفظي: التغير المئوي هو نسبة تقارن مقدار التغير في كمية ما بالكمية الأصلية.

$$\text{الرموز: التغير المئوي} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{الكمية الأصلية}}$$

لإيجاد التغير المئوي اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة ١: اطرح لإيجاد مقدار التغير.

الخطوة ٢: اكتب النسبة $\frac{\text{مقدار التغير}}{\text{الكمية الأصلية}}$ على صورة كسر عشري.

الخطوة ٣: اكتب الكسر العشري على صورة نسبة مئوية.

فكرة الدرس

أجد الزيادة المئوية أو النقصان المئوي، وأستعملهما.

المفردات

التغير المئوي.

الزيادة المئوية.

النقصان المئوي.

الربح.

ثمن البيع.

الخصم.

إذا كانت الكمية الجديدة أكبر من الكمية الأصلية فإن التغير المئوي يسمى **الزيادة المئوية**. وإذا كانت الكمية الجديدة أصغر من الكمية الأصلية فإن التغير المئوي يسمى **النقصان المئوي**.

إيجاد التغير المئوي

مثالان من واقع الحياة

إرشادات للدراسة

التغير المئوي

عند إيجاد التغير المئوي استعمل دائماً الكمية الأصلية بوصفها الكل.

كتب: باعت إحدى المكتبات ١٧٤ كتاباً في شهر رجب، و ٢٠٠ كتاب في شهر شعبان. أوجد التغير المئوي، وقدر الناتج إلى أقرب عُشر، وبيّن إذا كان التغير زيادة أم نقصاناً.

الخطوة ١: مقدار التغير = $١٧٤ - ٢٠٠ = ٢٦$.

الخطوة ٢: التغير المئوي = $\frac{\text{مقدار التغير}}{\text{الكمية الأصلية}} = \frac{٢٦}{١٧٤}$ تعريف التغير المئوي.

مقدار التغير = ٢٦، والكمية الأصلية = ١٧٤. $\approx ١٤,٩٤٢٥٢\%$ اقسم باستعمال الآلة الحاسبة.

الخطوة ٣: يكتب الكسر العشري ١٤,٩٤٢٥٢ في صورة نسبة مئوية كما يأتي ١٤,٩٤٢٥٢٪، ثم يقرب إلى أقرب جزء من عشرة، فيكون التغير المئوي ١٤,٩٪.

بما أن عدد الكتب الجديدة المبيعة أكبر من عدد الكتب الأصلي، فالتغير يعبر عن زيادة مئوية.

طقس: إذا كان معدل تساقط المطر في مدينة الرياض خلال شهر فبراير من كل عام ٥,٨ ملم، وبلغ التساقط خلال شهر فبراير من عام ٢٠١٦ م ٦,٤ ملم، فأوجد التغير المئوي، وقدر الناتج إلى أقرب عُشر إذا كان هذا التغير زيادة أم نقصاناً.

الخطوة ١: مقدار التغير = $٦,٤ - ٥,٨ = ٠,٦$

الخطوة ٢: التغير المئوي = $\frac{\text{مقدار التغير}}{\text{الكمية الأصلية}} = \frac{٠,٦}{٥,٨}$ تعريف التغير المئوي.

مقدار التغير = ٠,٦، والكمية الأصلية = ٥,٨. $\approx ١٠,٣٤\%$ اقسم.

الخطوة ٣: يكتب الكسر العشري ١٠,٣٤ في صورة نسبة مئوية كما يأتي ١٠,٣٤٪، ثم يقرب إلى أقرب جزء من عشرة، فيكون التغير المئوي ١٠,٣٪.

بما أن معدل تساقط المطر الجديد أكبر من المعدل السابق فالتغير يعبر عن زيادة مئوية.

تحقق من فهمك

أوجد التغير المئوي في كل مما يأتي، وقدر الناتج إلى أقرب عُشر إذا لزم الأمر، وبيّن إذا كان التغير زيادة أم نقصاناً:

- | | |
|-------------------------------|----------------------------------|
| (أ) الزمن الأصلي: ٦ ساعات | (ب) الكمية الأصلية: ٨٠ زجاجة ماء |
| الزمن الجديد: ١٠ ساعات | الكمية الجديدة: ٥٥ زجاجة ماء |
| (ج) الارتفاع الأصلي: ١٥ متراً | (د) المدة الأصلية: ١٥ ساعة |
| الارتفاع الجديد: ٦ أمتار | المدة الجديدة: ٣,٥ ساعة |



الهيئة العامة للأرصاد وحماية البيئة
The General Authority of Meteorology and Environment Protection

الربط بالحياة

يسود المملكة العربية السعودية مناخ صحراوي (حار جاف صيفاً بارد ممطر شتاءً)، وتتفاوت الظروف المناخية من منطقة إلى أخرى؛ وفقاً لاختلاف طبيعة التضاريس.

عندما يبيع متجر شيئاً ما بمبلغ أكبر مما دفعه عند شرائه فإن المبلغ الإضافي يُسمى **ربحاً**. والربح المئوي هو زيادة مئوية. ويسمى المبلغ الذي يدفعه المشتري **ثمن البيع**.

إيجاد ثمن البيع

مثال

٣ اشتري منذر بضاعة بمبلغ ٩١٤ ريالاً، وباعها بربح ٧٥٪. بكم باعها؟

الطريقة الأولى

إيجاد مقدار الربح أولاً.

الكل = ٩١٤ ريالاً، والنسبة = ٧٥٪، والمطلوب إيجاد مقدار الربح (أو الجزء).

افترض أن الجزء = جـ .

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{\text{النسبة المئوية}}{100} \quad \times \quad \frac{\text{الكل}}{914} \times 75 = \text{جـ}$$

اكتب المعادلة المئوية.

اضرب.

$$\text{جـ} \approx 686$$

أضف الربح إلى ثمن البضاعة لتجد ثمن البيع.

$$\text{ثمن البيع} = 914 + 686 = 1600 \text{ ريال.}$$

إرشادات للدراسة

التحقق من الحقولية

لتقدير ثمن البيع فكر:

٧٥٪ من ٩١٤ حوالي

٧٥٪ من ١٠٠٠ = ٧٥٠.

ثمن البيع = ٧٥٠ + ٩٠٠ =

١٦٥٠ تقريباً

الطريقة الثانية

إيجاد النسبة المئوية الكلية أولاً

يدفع المشتري ١٠٠٪ زائد ٧٥٪ = ١٧٥٪ من ثمن الشراء.

افترض أن ثمن البيع = م.

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{\text{النسبة المئوية}}{100} \quad \times \quad \frac{\text{الكل}}{914} \times 175 = \text{م}$$

اكتب المعادلة المئوية.

اضرب.

$$\text{م} \approx 1600 \text{ ريال.}$$

إذن ثمن البيع يساوي ١٦٠٠ ريال.

اختر طريقتك

أوجد ثمن البيع لكل قطعة مما يأتي:

(هـ) ثمن شراء الطاولة = ٤٢٠ ريالاً الربح: ٥٥٪
(و) ثمن شراء الحقيبة = ٢٥ ريالاً الربح: ٣٠٪

(ز) **شحن:** طلب نواف شراء كتاب عن طريق شبكة الإنترنت. إذا كان ثمن

الكتاب ٩٦ ريالاً، وثمانه شاملاً أجور الشحن ١٠٨ ريالاً، فأوجد النسبة

المئوية لأجور الشحن.



يسمى المبلغ الذي يتم طرحه من المبلغ الأصلي **خصمًا**. والتغير المئوي هو نقصان مئوي.

مثال

إيجاد ثمن البيع بعد الخصم

٤ **تعلم إلكتروني:** يباع برنامج تعليمي حاسوبي في أحد العروض بخصم نسبته ٢٠٪. إذا كان ثمن أحد البرامج ٦٠ ريالاً، فكم يصبح ثمنه بعد الخصم؟

الطريقة الأولى

إيجاد قيمة الخصم أولاً

النسبة المئوية = ٢٠٪، والكل = ٦٠ ريالاً. والمطلوب إيجاد ثمن البرنامج بعد الخصم (أو الجزء). افترض أن قيمة الخصم = خ.

$$\begin{array}{l} \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{\text{النسبة المئوية}}{100} \\ \frac{\text{خ}}{60} = \frac{20}{100} \\ \text{خ} = 12 \text{ ريالاً} \\ \text{اطرح الخصم من ثمن البرنامج لإيجاد ثمنه بعد الخصم.} \\ 60 - 12 = 48 \text{ ريالاً.} \end{array}$$



الربط بالحياة:

يهدف التعليم الإلكتروني إلى استخدام التقنية ووسائل الاتصال في تهيئة بيئة تعليمية غنية متعددة المصادر، مما يحقق للطلاب تعلمًا فعالاً في أقل وقت وبأقصر جهد وأكبر فائدة.

الطريقة الثانية

إيجاد النسبة المئوية أولاً

إذا كانت نسبة الخصم = ٢٠٪، فإن نسبة المبلغ المدفوع ثمنًا له = ١٠٠٪ - ٢٠٪ = ٨٠٪. أوجد ٨٠٪ من ٦٠. افترض أن الثمن بعد الخصم = ث.

$$\begin{array}{l} \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{\text{النسبة المئوية}}{100} \\ \frac{\text{ث}}{60} = \frac{80}{100} \\ \text{ث} = 48 \\ \text{إذن الثمن بعد الخصم يساوي ٤٨ ريالاً.} \end{array}$$

أخر طريقة

أوجد ثمن البيع بعد الخصم لكل مما يأتي:
(ح) سكر: ١٤,٥ ريالاً والخصم ١٠٪ (ط) قميص: ٣٩,٩٥ ريالاً والخصم ٢٥٪

تأكد

أوجد التغير المئوي فيما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. وبين إذا كان التغير المئوي زيادة أم نقصاناً.

المثالان ٢، ١

١ الثمن الأصلي = ٤٠ ريالاً ٢ العدد الأصلي = ٢٥ قرصاً ٣ المسافة الأصلية = ٣٢٥ ميلاً
الثمن الجديد = ٣٢ ريالاً العدد الجديد = ٣٢ قرصاً المسافة الجديدة = ٤٠٠ ميل

المثال ٣

أوجد ثمن بيع كل قطعة مما يأتي:

٥ حذاء: ٨٧ ريالاً بربح ٣٣٪

٤ كتاب: ٦٠ ريالاً، بربح ٣٥٪

المثال ٤

٦ **درجات:** أوجد ثمن البيع لدراجة سعرها الأصلي ٤٩٠ ريالاً بعد خصم ٤٠٪ من ثمنها.

تدرّب وحلّ المسائل

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٣-٧	٢,١
١٥,١٤	٣
١٧,١٦	٤

أوجد التغير المئوي فيما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب عُشر إذا لزم ذلك. وبين إذا كان التغير المئوي زيادة أم نقصاناً:

- ٧) الأصلي: ٦ تذاكر ٨) الأصلي: ٢٧ ضيفاً ٩) الأصلي: ٨٠ ريالاً
 الجديد: ٩ تذاكر الجديد: ٣٩ ضيفاً الجديد: ٦٤ ريالاً
 ١٠) الأصلي: ٥٦٠ ريالاً ١١) الأصلي: ٦٨ °ف ١٢) الأصلي: ١٥٠ رسالة إلكترونية
 الجديد: ٤٢٠ ريالاً الجديد: ٥١ °ف الجديد: ٩٨ رسالة إلكترونية

١٣) **تلفاز:** شاهد ٨, ١٧ مليون مشاهد أحد البرامج الثقافية في التلفاز يوم الثلاثاء، وشاهد البرنامج نفسه ٦, ١٦ مليون مشاهد يوم الأربعاء. أوجد النقصان المئوي في عدد المشاهدين بين يومي الثلاثاء والأربعاء.

أوجد ثمن البيع في كل حالة مما يأتي:

- ١٤) غسالة: ٧٠٠ ريال، والربح ٣٠٪ ١٥) حذاء: ١٢٠ ريالاً، والربح ٢٠٪
 ١٦) ثوب: ٧٥ ريالاً والخصم ٢٥٪ ١٧) كرة: ١٩, ٥٠ ريالاً، والخصم ٣٥٪

١٨) **إعلان:** تحوي علبة الحليب المخصصة للدعاية زيادة مجانية بنسبة ٣٠٪ عما تحويه العلبة الأصلية. إذا كانت العلبة الجديدة تحتوي على ٦, ٢ كيلو جرام من الحليب، فما عدد كيلوجرامات الحليب في العلبة الأصلية؟

١٩) **ترفيه:** يحصل الصغار على خصم قدره ٢٠٪ من السعر الأصلي لتذكرة دخول متنزه. إذا كان سعر تذكرة الصغير ٨ ريالات، فما السعر الأصلي للتذكرة؟
 (إرشاد: اعتبر ج قيمة الخصم، و (ج+٨) السعر الأصلي للتذكرة).

٢٠) **اكتشف الخطأ:** يحل راشد وعمار المسألة التالية: ارتفع ثمن تذكرة حضور مباريات دوري المحترفين لكرة القدم من ٢٠ ريالاً إلى ٢٥ ريالاً. ما الزيادة المئوية في ثمن التذكرة؟ أيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.



راشد

$$\frac{5}{20} = \text{التغير المئوي}$$

$$0,25 = 25\%$$



عمار

$$\frac{5}{20} = \text{التغير المئوي}$$

$$0,25 = 25\%$$

٢١) **اكتب** مسألة من واقع الحياة تتضمن زيادة أو نقصاناً بنسبة ٢٥٪ في بعض الكميات، ثم حلها.

٢٢ اشترت عادة تلفازًا ثمنه قبل التخفيض ١٢٥٠ ريالًا. إذا كانت نسبة التخفيض ٣٠٪، فما قيمته؟

- (أ) ٨٧٥ ريالًا
- (ب) ٦٧٥ ريالًا
- (ج) ٤٢٥ ريالًا
- (د) ٣٧٥ ريالًا

٢٣ استورد ثلاثة أصدقاء بضاعة سعرها الأصلي ١٧٩٠٠ ريال على أن يتقاسموا تكلفتها بالتساوي. إذا حصل الأصدقاء على تخفيض قدره ١٥٪ من سعر البضاعة الأصلي، ودفعوا أجورًا للشحن ٥,٧٪ من سعر البضاعة بعد التخفيض. قدر المبلغ الذي سيدفعه كل واحد من الأصدقاء الثلاثة.

- (أ) ٥١٠٠ ريال (ج) ٦٠٠٠ ريال
- (ب) ٥٥٠٠ ريال (د) ٦٦٠٠ ريال

مراجعة تراكمية

٢٤ **حفلة مدرسي:** شارك حوالي ١٦٪ من طلاب الصف الثاني المتوسط في حفلة مدرسي. إذا كان عدد طلاب المدرسة ٢٤٥ طالبًا، فما عدد طلاب الصف الثاني المتوسط الذين شاركوا في الحفلة المدرسي تقريبًا؟ (الدرس ٤ - ٤)

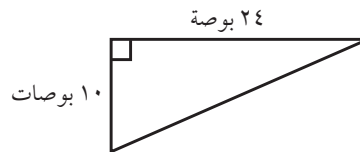
قدر ما يأتي، وفسر إجابتك: (الدرس ٤ - ٢)

- ٢٥ ٢١٪ من ٦٠
- ٢٦ ٢٥٪ من ٨٣
- ٢٧ ١٢٪ من ٣١
- ٢٨ ٣٤٪ من ٩٥

٢٩ **الحس العددي:** سم كل مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد حقيقي مما يأتي: (مهارة سابقة)

- ٢٩ $\sqrt{16}$
- ٣٠ $\sqrt{121}$
- ٣١ ٠,٢٤٢٤٢٤٠٠٠

٣٢ **هندسة:** أوجد محيط المثلث القائم أدناه. (مهارة سابقة)

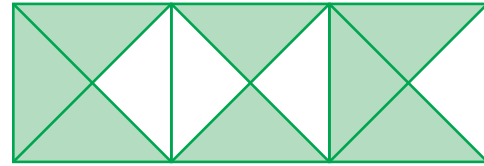


اختبار الفصل ٤

احسب ذهنيًا:

- ١ ٣٠٪ من ٦٠ ٢ ١٪ من ٩٩
٣ ٣٣٪ من ٩٠ ٤ ١٪ من ٤٨

٥ **اختيار من متعدد:** يبين الشكل التالي ٨ مثلثات متطابقة الضلعين مظلة، نتجت عن تقاطع أفطار ثلاثة مربعات متجاورة.



إذا كانت مساحة الشكل كاملاً ١٢ سم^٢، فأَيُّ العبارات الآتية صحيحة؟

- أ) مساحة المنطقة المظلة أكبر من ٧٥٪ من الشكل.
ب) مساحة المنطقة غير المظلة تساوي $\frac{2}{3}$ مساحة الشكل.
ج) مساحة المنطقة المظلة تساوي ٦ سم^٢.
د) مساحة المنطقة غير المظلة تساوي ٤ سم^٢.

قَدِّر:

- ٦ ٢٣٪ من ١٦ ٧ ٩٪ من ٨١

٨ **طب:** إذا كان عدد سكان إحدى الدول ٢٥٠ مليونًا، وكان ٣٧٪ منهم من فصيلة الدم (O⁺)، فما عدد السكان الذين يحملون هذه الفصيلة؟

اكتب معادلة مثنوية لحل الأسئلة ٩-١٢، ثم حلها. وقَرِّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

٩ ما النسبة المئوية للعدد ٦ من ٢٥؟

١٠ ما قيمة ٢٪ من ٣٦٠٠؟

١١ أوجد ٤٥٪ من ٦٠٠.

١٢ ما العدد الذي ٣٠٪ منه يساوي ٧٥؟

أوجد التغير المئوي فيما يأتي، وبين إذا كان يمثل زيادة أم نقصانًا. قَرِّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

١٣ الأصلي: ١٥ قلمًا

الجديد: ١٢ قلمًا

١٤ الأصلي: ٤٠ سيارة

الجديد: ٥٥ سيارة

أوجد ثمن البيع في كل حالة مما يلي:

١٥ قميص: ٢٥ ريالًا، والربح ٤٥٪.

١٦ هاتف: ٣٩٩ ريالًا، والخصم ١٥٪.

١٧ **مبيعات:** يبيع محل القطعة بربح ٤٥٪. إذا كان السعر الأصلي للقطعة ٤٠ ريالًا، فأوجد سعر بيعها.

١٨ **قراءة:** يعتزم فهد قراءة ١٩٢ صفحة من كتاب خلال ثلاثة أيام. إذا خطط أن يقرأ هذه الليلة $\frac{1}{3}$ ٣٣٪ من تلك الصفحات، فاحسب ذهنيًا عدد الصفحات التي سيقروها الليلة.



الاختبار التراكمي (٤)

القسم ١

اختيار من متعدد

اختر الاجابة الصحيحة:

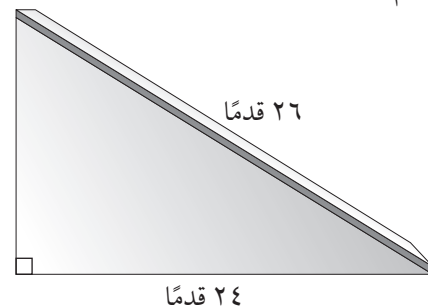
١ عرض لوح تزليج للبيع بخصم نسبته ٣٥٪ من السعر الأصلي البالغ ٢٠٠ ريال. ما سعر بيع هذا اللوح؟

- (i) ٢٧٠ ريالاً (ج) ١٦٥ ريالاً
(ب) ٢٣٥ ريالاً (د) ١٣٠ ريالاً

٢ يريد أحمد شراء تلفاز ، سعره الأصلي ١٤٩٩,٩٥ ريالاً ، ومعرض للبيع بخضم مقداره $\frac{1}{5}$ سعره الأصلي. أيّ العبارات الآتية يمكن استعمالها لتقدير قيمة الخضم على سعر التلفاز؟

- $1000 \times 0,2$ (ج) $1000 \times 0,2$ (i)
 $1000 \times 0,0$ (د) $1000 \times 0,0$ (ب)

٣ أوجد ارتفاع المنحدر الجليدي في الشكل أدناه بالأقدام.



- (ا) ۱۰ أقدام (ج) ۲۵ قدمًا
(ب) ۲۲ قدمًا (د) ۳۴ قدمًا

٤ أراد نايف شراء غسالة سعرها الأصلي ٢٣٥٠ ريالاً. فإذا كانت الأدوات الكهربائية معروضة بخخص نسبته ٣٠٪، وعلى الغسالات تنزيلات إضافية بنسبة ٢٠٪ من قيمتها بعد الخصم، فما سعر البيع النهائي لهذه الغسالة؟

- (ا) ۱۱۷۵ ریالاً (ب) ۱۳۱۶ ریالاً
(ج) ۱۶۴۵ ریالاً (د) ۱۸۸۰ ریالاً

٥ اكتشف عام ٢٠٠٣ م كوكب جديد يبعد عن الشمس ١٠٠ ميل. أيّ الصيغ القياسية الآتية تعبّر عن هذا البعد؟

- (ا)۱۰ میلاً
 (ب)۱۰ میلاً
 (ج)۱۰ میلاً
 (د)۱۰۰ میل

اشترى حمد وأخوه جهاز ألعاب عن طريق الإنترنت بخصم مقداره ٢٥٪ من ثمن الجهاز، يضاف إليه ٦٪ أجور الشحن من سعر الجهاز بعد الخصم. إذا كان سعر الجهاز الأصلي ٢٠٠٠ ريال، فكم ريالاً يدفع كل من حمد وأخيه ثمنًا للجهاز؟

- (ا) ۵۳۰ ریالاً (ب) ۶۳۰ ریالاً
(ج) ۷۹۵ ریالاً (د) ۱۵۹۰ ریالاً

٧ مربع مساحته ١٥٠ سم^٢، قدر طول ضلع المربع؟

- (ا) ۱۳ سم (ج) ۱۱ سم
(ب) ۱۲ سم (د) ۱۰ سم

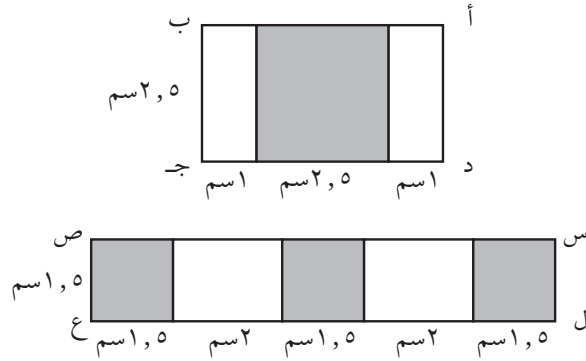


الإجابة المطولة

القسم ٣

أجب عن السؤال الآتي موضحاً خطوات الحل:

١٢ استعن بالمستطيلين الآتيين في الإجابة عما يلي:



(أ) أوجد مساحة المنطقة المظللة في كل مستطيل من المستطيلين أعلاه.

(ب) أي المستطيلين كانت النسبة المئوية للجزء المظلل فيه أكبر؟ فسر إجابتك.



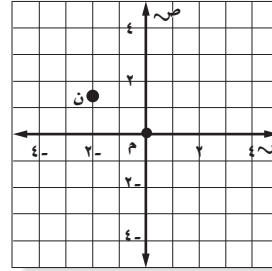
أدرب

من خلال الإجابة عن الأسئلة؛ حتى أعزز ما تعلمته من مفاهيم وما اكتسبته من مهارات.

للاطلاع على المزيد

أنا طالبٌ معدٌّ للحياة، ومنافسٌ عالميٌّ.

٨ ما إحداثيات النقطة ن في المستوى الإحداثي أدناه؟



(أ) $(-2, 1, 5)$ (ب) $(-2, 1, 5)$

(ج) $(-2, 1, 5)$ (د) $(-2, 1, 5)$

٩ إذا كانت تكلفة دعوة ٣٨ شخصاً للغداء في مطعم ٩٨٨ ريالاً، فأَي التناسبات التالية يمكن استعمالها لإيجاد تكلفة (ت) دعوة ٢٥ شخصاً للغداء في المطعم نفسه؟

(أ) $\frac{988}{38} = \frac{38}{25}$ (ب) $\frac{988}{38} = \frac{13}{25}$

(ج) $\frac{988}{38} = \frac{13}{25}$ (د) $\frac{988}{38} = \frac{13}{25}$

الإجابة القصيرة

القسم ٢

أجب عن السؤالين الآتيين:

١٠ استعمل معادلة مئوية لإيجاد العدد الذي ٤٨٪ منه يساوي ٦٠.

١١ يبيّن الجدول الآتي أبعاد منطقة السباق. أوجد الزيادة المئوية في العرض من نقطة البداية إلى المنعطف.

مناطق السباق	العرض (م)
البداية	٥٠
المنعطف	٦٠

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن السؤال

فراجع الدرس

١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
٥-٤	٥-٤	٥-٤	٥-٤	٥-٤	٥-٤	٥-٤	٥-٤	٥-٤	٥-٤	٥-٤	٥-٤

وزارة التعليم

Ministry of Education

٣٧ الفصل ٤ : الاختبار التراكمي

2022 - 1444

الهندسة والاستدلال المكاني



الفكرة العامة

- أستعمل العلاقة بين المستقيمات والزوايا.
- أطبق التحويلات الهندسية.

المفردات الرئيسية:

المضلع المتطابق ص (٥٤)

الانعكاس ص (٦٦)

التحويل الهندسي ص (٦٦)

الانسحاب ص (٧١)

الدوران ص (٧٦)

الربط بالحياة:



فن العمارة: يعد قصر الحمراء الذي بناه المسلمون في الأندلس عام ٧٥٤ هـ. من روائع العمارة الإسلامية، ومن أهم المعالم السياحية في العصر الحاضر، ومن سمات أبنية القصر استخدام العناصر الزخرفية في تنظيمات هندسية متماثلة ومتناسقة.

المَطَوِّيات

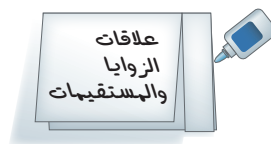
مُنظَّم أفكار

الهندسة والاستدلال المكاني: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بسبع أوراق A4 كما يأتي:

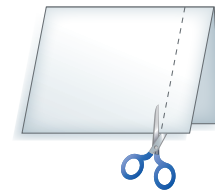
٣ **كرر ذلك مع باقي الأوراق،**
واكتب عليها عناوين الدروس.
ثبت الأوراق معاً من جهة الشريط
لتكون كتيبًا.



٢ **ألصق الشريط على الوجه السفلي،** واكتب عنوان الدرس على الوجه الأمامي.



١ **اطو الورقة من المنتصف عرضيًا،** ثم قص شريطاً على مسافة ٢ سم من الحافة اليمنى.





التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

اختبار للتدريج

مراجعة للتدريج

مثال ١:

حل المعادلة: $١٨٠ = ٤١ + ع + ٨٢$

اكتب المعادلة.

اجمع ٨٢ و ٤١.

اطرح ١٢٣ من كلا الطرفين.

$$١٨٠ = ٤١ + ع + ٨٢$$

$$١٨٠ = ع + ١٢٣$$

$$١٢٣ - ١٢٣ = ١٢٣ - ١٨٠$$

$$ع = ٥٧$$

حل كلاً من المعادلات الآتية: (مهارة سابقة)

١ $١٨٠ = ٤٥ + ع + ٤٩$

٢ $١٨٠ = ٥٥ + ٩٨ + ل$

٣ $١٨٠ = ٦٧ + ١٥ + ك$

٤ **ربح:** ربح عادل في تجارته ١٨٠ ريالاً خلال ثلاثة

أيام، إذا كان ربحه في اليوم الأول ٦٠ ريالاً، وفي اليوم

الثاني ٤٨ ريالاً، فكم كان ربحه في اليوم الثالث؟

(مهارة سابقة)

مثال ٢:

أوجد قيمة: $١٨٠ \times (٢ - ٨)$

اطرح ٨ من ٢.

اضرب.

$$١٨٠ \times ٦ = ١٨٠ \times (٢ - ٨)$$

$$١٠٨٠ =$$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي: (مهارة سابقة)

٦ $١٨٠ \times (٢ - ٧)$

٥ $١٨٠ \times (٢ - ٣)$

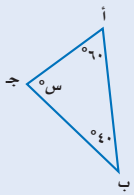
٨ $١٨٠ \times (٢ - ١١)$

٧ $١٨٠ \times (٢ - ٩)$

٩ **الحس العددي:** أوجد ناتج ضرب الفرق بين العددين

٢ و ٥ في العدد ١٨٠. (مهارة سابقة)

مثال ٣:



أوجد قيمة س في $\triangle$ أ ب ج المجاور.

مجموع قياسات زوايا المثلث ١٨٠.

ق $٦٠ = أ$ ، ق $٤٠ = ب$

اجمع.

اطرح ١٠٠ من كلا الطرفين.



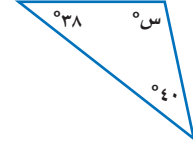
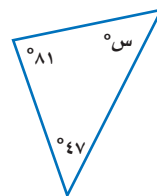
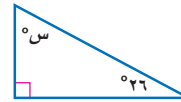
$$١٨٠ = س + ٤٠ + ٦٠$$

$$١٨٠ = س + ١٠٠$$

$$١٠٠ - ١٠٠ = ١٨٠ - ١٠٠$$

$$٨٠ = س$$

أوجد قيمة س في كل مثلث مما يأتي: (مهارة سابقة)

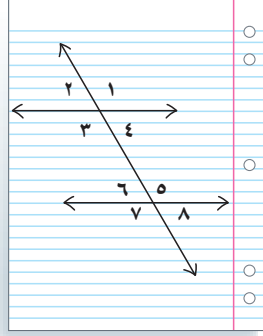




علاقات الزوايا والمستقيمات

٥ - ١

نشاط



الخطوة ١
ارسم مستقيمين أفقيين وقاطعاً لهما
على ورقة مسطرة، كما في الشكل
المجاور.

الخطوة ٢
سمّ جميع الزوايا الناتجة، كما هو
مبين في الشكل.

- ١ افترض أن قياس كل من الزاويتين ٤ و ٦ يساوي ٦٠°، استعمل العلاقات بين الزوايا التي تعلمتها سابقاً أو المنقولة لإيجاد قياسات باقي الزوايا المرقمة؟ فسّر إجابتك.
- ٢ ما العلاقة بين المستقيمين الأفقيين؟
- ٣ الزاويتان المتطابقتان هما الزاويتان اللتان لهما القياس نفسه. اذكر أزواج الزوايا المتطابقة.
- ٤ ماذا تلاحظ على قياسات الزاويتين المتجاورتين على مستقيم؟

سبق أن تعلمت تصنيف زاويتين بحسب العلاقة بينهما.

فكرة الدرس

أحدد العلاقات بين الزوايا
الناتجة عن قطع مستقيم
لمستقيمين متوازيين.

المفردات

الزاويتان المتقابلتان بالرأس.

الزوايا المتتامة.

الزوايا المتكاملة.

المستقيمات المتعامدة.

المستقيمات المتوازية.

القاطع.

الزوايا الداخلية.

الزوايا الخارجية.

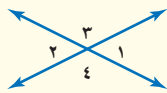
الزوايا المتبادلة داخلياً.

الزوايا المتبادلة خارجياً.

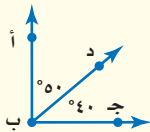
الزوايا المتناظرة.

مفهوم أساسي

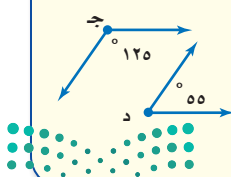
أزواج الزوايا الخاصة



الزاويتان المتقابلتان بالرأس: هما الزاويتان اللتان تقعان في
جهتين مختلفتين من مستقيمين متقاطعين. وهما متطابقتان.
 $\angle 1 = \angle 3$ ، $\angle 2 = \angle 4$
 $\angle 3 = \angle 1$ ، $\angle 4 = \angle 2$



الزاويتان المتتامتان: هما الزاويتان اللتان مجموع قياسيهما
يساوي ٩٠°.
 $\angle a + \angle b = 90^\circ$

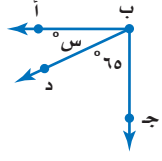


الزاويتان المتكاملتان: هما الزاويتان اللتان مجموع قياسيهما
يساوي ١٨٠°.
 $\angle a + \angle b = 180^\circ$

يمكنك استعمال العلاقات بين أزواج الزوايا لإيجاد القياس المجهول. وتذكر أنه يمكن تسمية الزاوية بثلاثة أحرف.

مثالان

إيجاد قياس الزاوية المجهولة



١ في الشكل المجاور، ق $\angle$ أ ب ج = 90° . أوجد قيمة س.

اكتب المعادلة.

$$90 = \angle \text{د ب ج} + \angle \text{أ ب ج}$$

$$90 = 65 + \text{س}$$

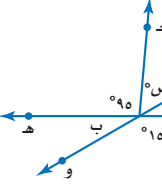
اطرح 65 من كلا الطرفين.

$$90 - 65 = 25$$

بسط.

$$\text{س} = 25$$

٢ أوجد قيمة س في الشكل المجاور.



الزويتان $\angle$ ه ب د، $\angle$ و ب ز متقابلتان بالرأس؛ لذا فهما متطابقتان.

$$\angle \text{ه ب د} = \angle \text{و ب ز} \quad \angle \text{ه ب د} = 90^\circ + \text{س}, \quad \angle \text{و ب ز} = 150^\circ$$

اكتب المعادلة.

$$150 = 90 + \text{س}$$

اطرح 90 من كلا الطرفين.

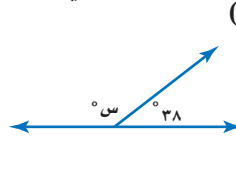
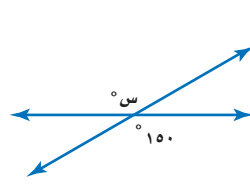
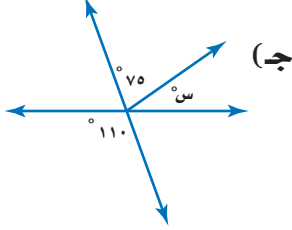
$$150 - 90 = 60$$

بسط.

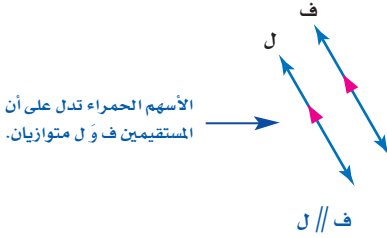
$$\text{س} = 60$$

تحقق من فهمك:

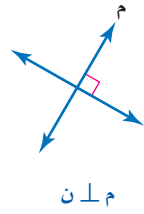
أوجد قيمة س في الأشكال الآتية:



يُسمى المستقيمان اللذان يتقاطعان بزاوية قائمة **مستقيمين متعامدين**. ويُسمى المستقيمان الواقعان في المستوى نفسه ولا يتقاطعان أبدًا **مستقيمين متوازيين**.



الأسهم الحمراء تدل على أن المستقيمين ف و ل متوازيان.



رمز الزاوية القائمة الحمراء يدل على أن المستقيمين م و ن متعامدان.

لغة الرياضيات:

المستقيمان المتعامدان

والمستقيمان المتوازيان:

تقرأ العبارة $m \perp n$ كما يأتي:

المستقيم م يعامد

المستقيم ن. وتقرأ العبارة

$m \parallel n$ كما يأتي: المستقيم

م يوازي المستقيم ن.

يسمى المستقيم الذي يقطع

مستقيمين أو أكثر **قاطعًا**، وتكون

من ذلك ثماني زوايا لها أسماء

خاصة. فالزوايا الأربع التي تقع بين

المستقيمين تسمى **زوايا داخلية**.

والتي تقع خارج المستقيمين تسمى

زوايا خارجية.

المستقيم جـ قاطع للمستقيمين

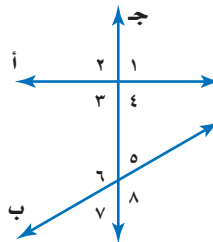
أ، ب.

٣١، ٤١، ٥١، ٦١

زوايا داخلية.

١١، ٢١، ٣١، ٤١

زوايا خارجية.



وزارة التعليم

Ministry of Education

٢٠٢٢ - ١٤٤٤

الدرس ٥ - ١ : علاقات الزوايا والمستقيمان

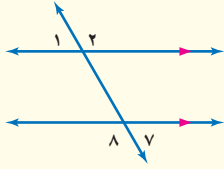
إذا قطع قاطعٌ مستقيمين متوازيين، فإنه تتكون أزواجٌ من الزوايا المتطابقة.

مفهوم أساسي

الزوايا والتقواطع

الزاويتان المتبادلتان خارجيًا: هما

الزاويتان الخارجيتان الواقعتان في
جهتين مختلفتين من القاطع وغير
متجاورتين.



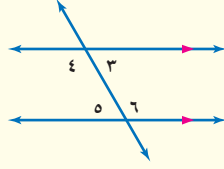
الأمثلة:

$$\angle 7 \cong \angle 1$$

$$\angle 8 \cong \angle 2$$

الزاويتان المتبادلتان داخليًا: هما

الزاويتان الداخليتان الواقعتان في
جهتين مختلفتين من القاطع وغير
متجاورتين.

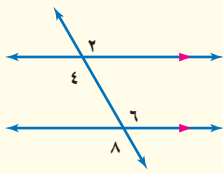


الأمثلة:

$$\angle 6 \cong \angle 4$$

$$\angle 5 \cong \angle 3$$

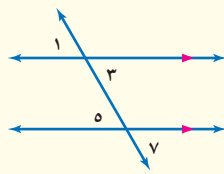
الزاويتان المتناظرتان: هما الزاويتان الواقعتان في جهة واحدة من القاطع،
إحدهما داخلية، والأخرى خارجية وغير متجاورتين.



الأمثلة:

$$\angle 6 \cong \angle 2$$

$$\angle 8 \cong \angle 4$$

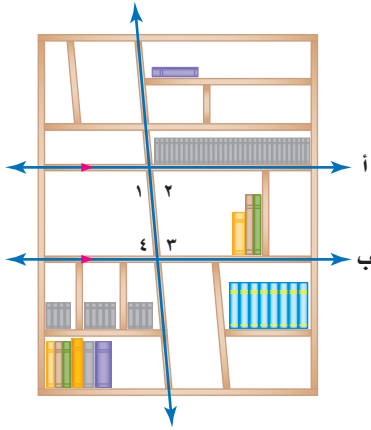


الأمثلة:

$$\angle 5 \cong \angle 1$$

$$\angle 7 \cong \angle 3$$

مثال من واقع الحياة



خزانة كتب: قام مصمم أثاث بتصميم

خزانة الكتب المبينة. إذا كان المستقيم أ

يوازي المستقيم ب، فبيّن نوع العلاقة بين

$\angle 2$ و $\angle 4$ ، وإذا كان $\angle 1 = 95^\circ$

فأوجد: $\angle 2$ ، $\angle 4$.

بما أن $\angle 1$ ، $\angle 2$ متكاملتان فإن مجموع

قياسيهما يساوي 180° .

وبذلك يكون $\angle 2 = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$.

وبما أن $\angle 2$ ، $\angle 4$ داخليتان وتقعان في جهتين مختلفتين من القاطع، فهما

زاويتان متبادلتان داخليًا، ومن ثم فهما متطابقتان، لذا $\angle 4 = 85^\circ$.

تحقق من فهمك:

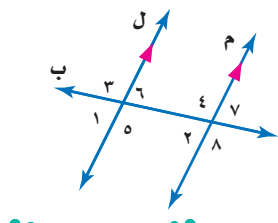
للسؤال د - ز، استعمل الشكل المجاور:

(د) ما العلاقة بين الزاويتين: $\angle 6$ ، $\angle 7$ ؟

(هـ) ما العلاقة بين الزاويتين: $\angle 3$ ، $\angle 8$ ؟

(و) إذا كان $\angle 1 = 63^\circ$ ، فأوجد $\angle 7$ ،

$\angle 4$. اشرح طريقته.



اشرح طريقته.



الربط بالحياة:

كيف يستفيد مصمم الأثاث

من الرياضيات؟

يستعمل مصمم الأثاث العلاقات

بين المستقيمات والزوايا عند رسم

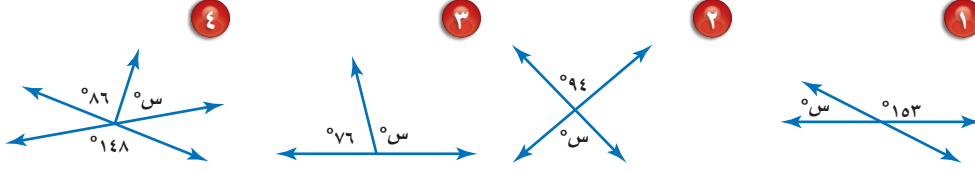
المخططات لقطع الأثاث مثل خزانة

الكتب.

تأكد

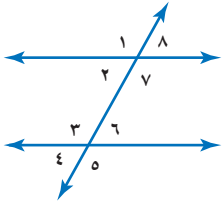
المثالان ١، ٢

أوجد قيمة س في كل شكل من الأشكال الآتية:



المثال ٣

صنف أزواج الزوايا الآتية إلى متبادلة داخليًا، أو متبادلة خارجيًا، أو متناظرة.

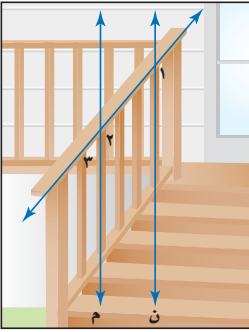


٥ > ٤ و ٨ > ٦

٧ > ٣ و ٨ > ٦

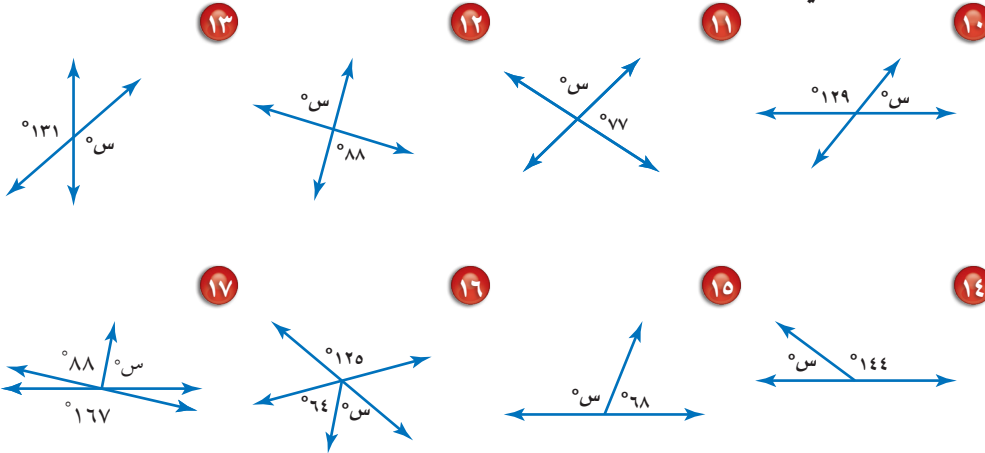
٩ **سائلهم:** بالرجوع إلى صورة السلم المجاورة،

المستقيم م يوازي المستقيم ن. صنف العلاقة بين
الزاويتين ١ و ٢، وإذا كان ق ٣ = ٤٠°،
فأوجد ق ١، ق ٢.



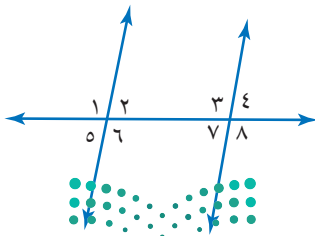
تدرب وحل المسائل

أوجد قيمة س في كل شكل من الأشكال الآتية:



للاستشارة	للأسئلة
انظر الأمثلة	١٧ - ١٠
٢، ١	٢٣ - ١٨
٣	

صنف أزواج الزوايا التالية إلى متبادلة داخليًا،
أو متبادلة خارجيًا، أو متناظرة.

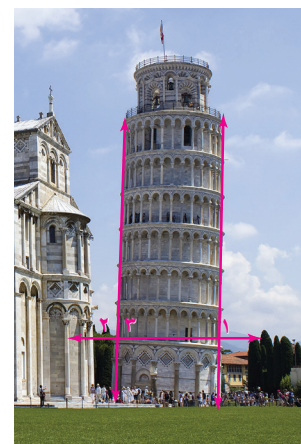


١٨ > ٢ و ٤ > ٦

٢٠ > ١ و ٣ > ٥



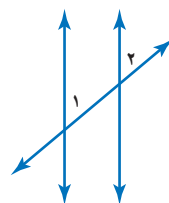
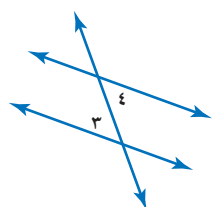
٢٢ سكة حديد: صنف العلاقة بين $\angle 1$ و $\angle 2$ الظاهرتين في صورة سكة الحديد أدناه.



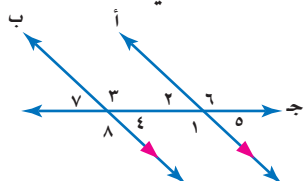
٢٣ فن العمارة: يعتبر برج بيزا المائل في مدينة بيزا الإيطالية من عجائب فن العمارة. في الصورة جانباً إذا كان $\angle 1 = 5^\circ$ ، $\angle 2 = 84^\circ$ ، فما العلاقة بين الزاويتين $\angle 1$ ، $\angle 3$ ؟ وأوجد $\angle 2$. فسر إجابتك.

جبر: للسؤالين ٢٤، ٢٥ إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين في كل شكل من الشكلين التاليين، فما قيمة s .

٢٤ الزاويتان $\angle 1$ ، $\angle 2$ متناظرتان، **٢٥** الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ متبادلتان داخلياً،
ق $\angle 1 = 45^\circ$ و ق $\angle 2 = (s + 25)^\circ$ ق $\angle 3 = 2^\circ$ س و ق $\angle 4 = 80^\circ$.



استعمل الشكل المجاور في حل الأسئلة ٢٦ - ٢٨، وفسر إجابتك في كل حالة:



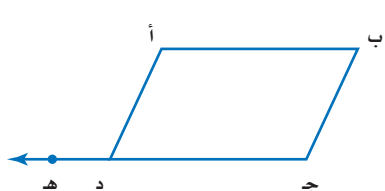
٢٦ أوجد $\angle 4$ ، إذا كان ق $\angle 5 = 43^\circ$.

٢٧ أوجد ق $\angle 1$ ، إذا كان ق $\angle 3 = 135^\circ$.

٢٨ أوجد ق $\angle 6$ ، إذا كان ق $\angle 8 = 126^\circ$.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٩ تبرير: إذا كان القاطع عمودياً على أحد المستقيمين المتوازيين، فهل يكون دائماً، أو أحياناً، أو لا يكون أبداً) عمودياً على المستقيم الآخر؟ برر إجابتك.



٣٠ تحد: يمثل الشكل المجاور متوازي الأضلاع

أ ب ج د، إذا مَدَّ الضلع ج د إلى النقطة هـ،

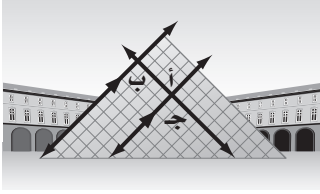
فاستنتج العلاقة بين $\angle د أ ب$ ، $\angle أ د ج$.

برر إجابتك.

٣١ اكتب: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فما العلاقة بين الزاويتين الداخليتين الواقعتين في جهة واحدة من القاطع؟ برر إجابتك.

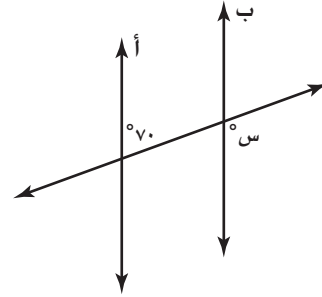
تدريب على اختبار

٣٣ أيّ العبارات التالية غير صحيحة حول علاقة الزوايا : Δ أ ، Δ ب ، Δ ج ، الموضحة على الهرم الزجاجي أدناه؟



- (أ) Δ ب و Δ ج زاويتان منفرجتان.
 (ب) Δ أ و Δ ج زاويتان قائمتان.
 (ج) Δ أ و Δ ب زاويتان متبادلتان داخلياً.
 (د) Δ أ و Δ ج زاويتان متطابقتان.

٣٢ في الشكل التالي إذا كان المستقيمان أ و ب متوازيين، فما قيمة س؟



- (أ) ٧٠
 (ب) ٨٠
 (ج) ١٠٠
 (د) ١١٠

مراجعة تراكمية

٣٤ **قياس:** يبين الجدول التالي أطوالاً بوحدة البوصة، والطول المقابل لها بوحدة القدم. هل العلاقة خطية بين القياس بوحدة البوصة ووحدة القدم؟ إذا كانت كذلك، فأوجد المعدل الثابت للتغير، وإذا لم تكن كذلك، فوضح إجابتك. (مهارة سابقة)

بوصة	١٢	٢٤	٣٦	٤٨	٦٠
قدم	١	٢	٣	٤	٥

أوجد التغير المئوي فيما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. وبين ما إذا كان التغير المئوي زيادة أم نقصاناً: (الدرس ٤ - ٥)

- ٣٥ العدد الأصلي: ٢٠ عضواً
 العدد الجديد: ٢٧ عضواً
 ٣٦ السعر الأصلي: ٤٥ ريالاً
 السعر الجديد: ١٨ ريالاً
 ٣٧ العدد الأصلي: ٦٢٠ صفحة
 العدد الجديد: ٣١ صفحة

الاستعداد للدرس اللاحق

٣٨ **مهارة سابقة:** بعد زيارة نورة والجوهرة إلى مركز تجاري، عدت كل منهما ما بقي معها من نقود، قالت نورة: لو كان معي ٤٠ ريالاً أكثر، لأصبح ما معي مساوياً ما معك من نقود، فأجابتها الجوهرة: لو كان معي ٤٠ ريالاً أكثر، لكان معي ضعف ما معك. كم ريالاً مع كل منهما؟



تعلمت في الدرس السابق كيف تحدد العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة عن قطع مستقيمين متوازيين بقاطع. وفي هذا المعمل سوف تستعمل علاقات هذه الزوايا لتكتشف مجموع قياسات زوايا مثلث. ثم توسع عملك مع المثلثات المتشابهة.

فكرة الدرس

أستعمل المستقيمتان المتوازيتان لاستنتاج مجموع قياسات زوايا المثلث.

مجموع قياسات زوايا المثلث

نشاط

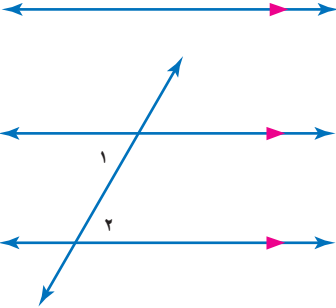
الخطوة ١

١ ارسم مستقيمين متوازيين.



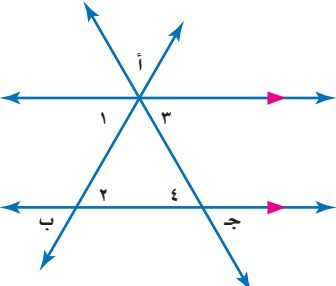
الخطوة ٢

٢ ارسم قاطعاً لهما كما هو مبين في الشكل، وسمّ الزاويتين ١ و ٢.



الخطوة ٣

٣ ارسم قاطعاً آخر كما هو مبين في الشكل، وسمّ الزاويتين ٣ و ٤. وسمّ المثلث أ ب ج.



الخطوة ١

١ ارسم مستقيمين متوازيين.

الخطوة ٢

٢ ارسم قاطعاً لهما كما هو مبين في الشكل، وسمّ الزاويتين ١ و ٢.

الخطوة ٣

٣ ارسم قاطعاً آخر كما هو مبين في الشكل، وسمّ الزاويتين ٣ و ٤. وسمّ المثلث أ ب ج.

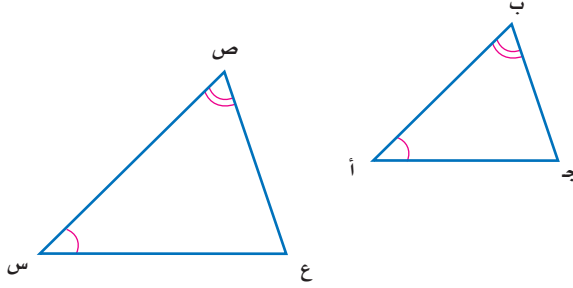
حلّ النتائج

- ١ صنف العلاقة بين الزاويتين ١ و ٢. ما العلاقة بين قياسيهما؟
- ٢ صنف العلاقة بين الزاويتين ٣ و ٤. ما العلاقة بين قياسيهما؟
- ٣ ما نوع الزاوية التي تشكل من الزوايا: ١ و ٣ و ٤ ب أ ج؟ وما قياسها؟
- ٤ ماذا تستنتج عن مجموع قياسات زوايا المثلث أ ب ج؟ فسر تبريرك.
- ٥ **خمن:** معتمداً على هذا النشاط، ما مجموع قياسات زوايا أيّ مثلث؟

مراجعة المفردات:

المضلعات المتشابهة هي مضلعات لها الشكل نفسه.

تعلمت في الدرس (٣-٦) أنه إذا تشابه مثلثان فإن زواياهما المتناظرة متطابقة. وأنه إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان. في الرسم أدناه $\triangle أ ب ج$ $\triangle س ع ص$.



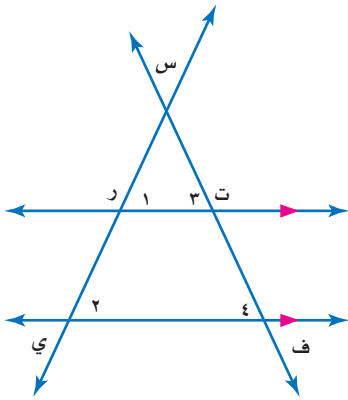
المثلثات المتشابهة

نشاط



ارسم مستقيمين متوازيين.

الخطوة ١

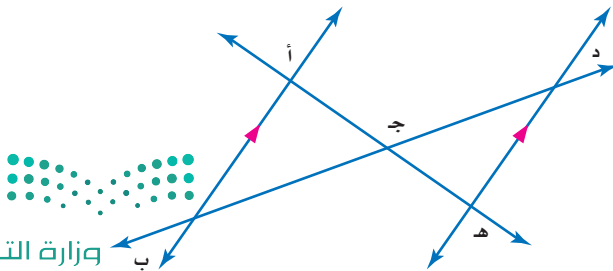


ارسم قاطعين لهما، كما هو مبين في الشكل، وسمّ المثلثين رس ت، ي س ف.

الخطوة ٢

حلّ النتائج

- ٦ ما نوع الزاويتين $\angle ١$ و $\angle ٢$ ؟ وما العلاقة بينهما؟
- ٧ ما نوع الزاويتين $\angle ٣$ و $\angle ٤$ ؟ وما العلاقة بينهما؟
- ٨ ماذا تستنتج عن المثلثين $\triangle رس ت$ ، $\triangle ي س ف$ ؟ فسّر إجابتك.
- ٩ في الشكل المبين أدناه حدد ما إذا كان $\triangle أ ب ج$ يشابه $\triangle هـ د ج$ ، برّر إجابتك.





استراتيجية حل المسألة

٥ - ٢

فكرة الدرس : أحل المسائل باستعمال استراتيجية «التبرير المنطقي».

التبرير المنطقي.

خالد : أنا أعرف أن مجموع قياسات زوايا المثلث 180° ، وأن قياس الزاوية الحادة أقل من 90° .

مهمتك : لديك مثلث قائم الزاوية . استعمل **التبرير المنطقي** لتخمين مجموع قياسي الزاويتين الحادتين في أي مثلث قائم الزاوية .



افهم	استقص قياسات زوايا مثلثات قائمة؛ لترى إذا كان هناك نمط.
خطّط	ارسم عدة مثلثات، وقس كل زاوية، وابحث عن نمط.
حلّ	ق $\angle$ أ = 50° ق $\angle$ ب = 90° ق $\angle$ ج = 40° ق $\angle$ أ = 90° ق $\angle$ ب = 35° ق $\angle$ ج = 55° ق $\angle$ أ = 45° ق $\angle$ ب = 45° ق $\angle$ ج = 90° يظهر أن مجموع قياسي الزاويتين الحادتين لمثلث قائم هو 90°؛ إذن الزاويتان الحادتان في المثلث القائم الزاوية متتامتان.
تحقق	يمكنك تجريب أمثلة أخرى؛ للتأكد من أن قيمة التخمين صحيحة. ويبقى هذا تخميناً وليس برهاناً.

حلّ الاستراتيجية

١ وضح كيف استعمل خالد التبرير المنطقي في استقراء قياس مجموع الزاويتين الحادتين في المثلث القائم الزاوية.

٢ **الكتب** موقفاً استعملت فيه التبرير المنطقي لاستقراء مفهوم ما.



مسائل متنوعة

استعمل استراتيجية "التبرير المنطقي" لحل المسائل ٣ - ٥:

٣ **هندسة:** ارسم عدة مستطيلات وأقطارها، وقس أطوال أقطارها. ماذا تستنتج عن طول قطري المستطيل؟

٤ **مهن:** يعمل كل من مازن ورامي وفيصل وعمار في إحدى المهن الآتية: نجار، منقذ في نادٍ للسباحة، مندوب مبيعات، بائع في مكتبة. حدد مهنة كل شخص.

- لا يلبس عمار بدلة سباحة في أثناء عمله.
- يعتمد راتب فيصل على عدد الكتب التي يبيعها.
- يسكن رامي بجوار مندوب المبيعات.
- مازن سباح ماهر.

٥ **الحس العددي:** اكتب

كل كسر اعتيادي في الجدول المجاور على صورة كسر عشري دوري، ثم استعمل التبرير المنطقي لكتابة الكسور العشرية المكافئة للكسور: $\frac{3}{11}$ ، $\frac{6}{11}$ ، $\frac{9}{11}$.

الكسر الاعتيادي	الكسر العشري
$\frac{1}{11}$	
$\frac{4}{11}$	
$\frac{8}{11}$	

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦ - ١٠:

من استراتيجيات حل المسألة،

- التبرير المنطقي
- البحث عن نهج
- الرسم

٦ **هندسة:** تم ترتيب المثلثات القائمة الزاوية لتكوّن النمط المبين أدناه. إذا كانت مساحة كل مثلث منها تساوي ١٢ سم^٢، فأوجد مساحة النمط المتكون في الشكل الخامس.



٧ **هواتف:** نظر كل من سلمان وأخيه لفاتورتي هاتفيهما. قال سلمان: لو تضاعف عدد ساعات مكالماتي لأصبح مساوياً عدد ساعات مكالماتك. أجابه أخوه: لو تضاعف عدد ساعات مكالماتي لأصبح مساوياً أربعة أمثال عدد ساعات مكالماتك. كم أمضى كل منهما على الهاتف؟

٨ **كشافة:** يقدم فريق من الكشافة تشكياً في صفوف، بحيث يقف طالب واحد في الصف الأول، ويزيد طالبان في كل صف جديد. إذا كان عدد الفريق ٢٥ طالباً، فكم صفّاً يمكن تشكيله؟

٩ **تسوّق:** تحتاج عائلة سعيد إلى $\frac{1}{4}$ ٨ لترات من الزيت. إذا كان الزيت يباع بعبوات سعة ١، ٢، $\frac{1}{4}$ ٣ لترات. فأَي العبوات يختار سعيد؟ وما عددها ليدفع أقل مبلغ ممكن؟



١٠ **طيور:** يعيش طائر خطاف البحر القطبي (السنونو) في القطب الشمالي، وله أطول رحلة هجرة سنوية، إذا كان هذا الطائر يطير حوالي ٢١٧٥٠ ميلاً في السنة، ومعدل عمره ٢٠ سنة، فكم ميلاً يطير طائر خطاف البحر؟



المضلعات والزوايا

٣ - ٥

نشاط

عدد الأضلاع	الشكل	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا
٣		١	$180^\circ \times 1 = 180^\circ$
٤		٢	$180^\circ \times 2 = 360^\circ$
٥			
٦			

انسخ الجدول المجاور وأكملة. علمًا بأن مجموع قياسات زوايا المثلث 180° .

١ خمن عدد المثلثات ومجموع قياسات الزوايا في مضلع من ٨ أضلاع.

٢ اكتب عبارة جبرية تمثل عدد المثلثات في مضلع عدد أضلاعه n ، ثم اكتب عبارة جبرية تمثل مجموع قياسات الزوايا في المضلع نفسه.

استعملت في النشاط مجموع قياسات زوايا المثلث لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلعات مختلفة. والزاوية الداخلية هي الزاوية المحصورة بين ضلعين متجاورين في مضلع وتقع داخله.

مفهوم أساسي

مجموع الزوايا الداخلية لمضلع

التعبير اللفظي: مجموع قياسات الزوايا الداخلية (ج) لمضلع هو $(n - 2) \times 180^\circ$ ، حيث n تمثل عدد الأضلاع.

الرموز: $\text{ج} = (n - 2) \times 180^\circ$

مثال

إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع

١ **جبر:** أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع العشاري (المكون من ١٠ أضلاع).

$$\text{ج} = (n - 2) \times 180^\circ$$

اكتب المعادلة.

$$\text{ج} = (10 - 2) \times 180^\circ$$

عوض عن n بـ ١٠.

$$\text{ج} = 8 \times 180^\circ = 1440^\circ$$

بسط.

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع العشاري هو 1440° .

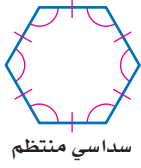
تحقق من فهمك:



أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع مما يأتي:

(أ) السداسي (ب) الثماني (ج) ذي ١٥ ضلعًا

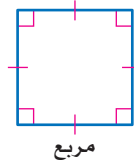
المضلع المتطابق الأضلاع (الذي جميع أضلاعه متطابقة) المتطابق الزوايا (الذي جميع زواياه متطابقة) يسمى **مضلعًا منتظمًا**. وبما أن جميع زواياه متطابقة فإن قياساتها متساوية.



سداسي منتظم



خماسي منتظم



مربع



مثلث متطابق الأضلاع

مثال من واقع الحياة



فن العمارة: استعمل في تصميم البناء في الصورة المبينة على اليسار أشكال رباعية، والواجهة الأمامية للبناء مكونة من تكرار لمضلعات رباعية منتظمة (مربعات). أوجد قياس الزاوية الداخلية للمربع.

الخطوة ١: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمربع.

اكتب المعادلة.

$$ج = (ن - ٢) \times ١٨٠^\circ$$

عوض عن ن ب ٤.

$$ج = (٤ - ٢) \times ١٨٠^\circ$$

بسط.

$$ج = ١٨٠ \times ٢ = ٣٦٠^\circ$$

فيكون مجموع قياسات الزوايا الداخلية هو ٣٦٠° .

الخطوة ٢: لإيجاد قياس إحدى زواياه الداخلية اقسم ٣٦٠° على ٤

(عدد الزوايا الداخلية)، فيكون قياس إحدى الزوايا الداخلية

للمضلع الرباعي المنتظم هو $٩٠^\circ = ٣٦٠ \div ٤$.

تحقق من فهمك:

أوجد قياس الزاوية الداخلية في المضلعات المنتظمة الآتية، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

(و) ذي ٢٠ ضلعًا

(هـ) السباعي

(د) الثماني



الربط بالحياة:

مبنى وزارة الداخلية في مدينة الرياض من تحف العمارة؛ استعمل في تصميمه أشكال هندسية وزوايا منفرجة ودوائر.

تأكد

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع مما يأتي:

المثال ١

٣ ذي ١٢ ضلعًا

٢ التساعي

١ الرباعي



٤ زخرفة: يتكون نمط الزخرفة المجاور من تكرار

المثال ٢

مثلثات متطابقة الأضلاع. ما قياس الزاوية الداخلية

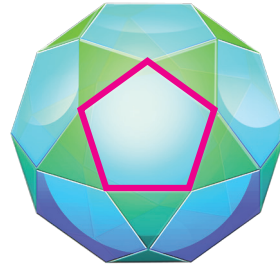
لأحد هذه المثلثات؟

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٠-٥	١
١٦-١١	٢

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع مما يأتي:

- ٥ الخماسي ٦ السباعي ٧ ذي ١١ ضلعًا
٨ ذي ١٤ ضلعًا ٩ ذي ١٩ ضلعًا ١٠ ذي ٢٤ ضلعًا

- ١١ فن: هذا التشكيل مركّب من قطع زجاجية على شكل مثلثات ومضلعات خماسية منتظمة. ما قياس الزاوية الداخلية للمضلع الخماسي؟
١٢ طبيعة: تشكّل كل حجرة من خلية النحل مضلعًا سداسيًا منتظمًا. ما قياس إحدى الزوايا الداخلية لهذه الحجرة؟

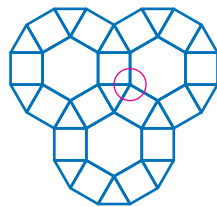


أوجد قياس الزاوية الداخلية في المضلعات المنتظمة الآتية، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

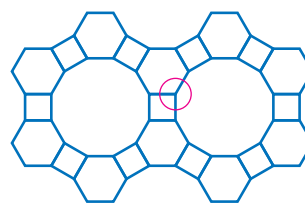
- ١٣ التساعي ١٤ العشاري ١٥ ذي ١٣ ضلعًا ١٦ ذي ١٦ ضلعًا

فن: للسؤالين ١٧، ١٨ استعمل المعلومات الآتية:

عند التبليط يتكرر نمط من المضلعات تم ترتيبها دون تقاطعات أو ترك فراغات بينها. أوجد قياس كل زاوية من زوايا الرأس داخل الدائرة الحمراء لكل تبليط فيما يأتي، ثم أوجد مجموع قياسات الزوايا.



١٨



١٧

١٩ تحدّ: ما عدد أضلاع مضلع منتظم، قياس زاويته الداخلية ١٦٠°؟ برّر إجابتك.

٢٠ اكتب: فسّر العلاقة بين عدد أضلاع المضلع المنتظم وقياس كل زاوية داخلية فيه.

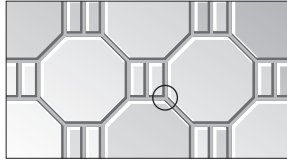
مسائل
مهارات التفكير العليا

٢١ إذا كانت العبارات التالية صحيحة حول Δ أ ب جـ.

- $\angle أ = \angle ب + \angle ج$
- $\angle ب$ ، $\angle ج$ زاويتان متتامتان
- قياس كل زاوية من الزوايا :
 $\angle أ$ ، $\angle ب$ ، $\angle ج$ تقبل القسمة على ١٥
 فأى الخيارات الآتية لا يتفق مع العبارات الثلاثة السابقة؟

- (أ) $\angle أ = ٩٠^\circ$ (ج) $\angle أ = ٩٠^\circ$
 $\angle ب = ٤٥^\circ$ $\angle ب = ٤٥^\circ$
 $\angle ج = ٤٥^\circ$ $\angle ج = ٤٥^\circ$
 (ب) $\angle أ = ٩٠^\circ$ (د) $\angle أ = ٩٠^\circ$
 $\angle ب = ٦٠^\circ$ $\angle ب = ٧٥^\circ$
 $\angle ج = ٣٠^\circ$ $\angle ج = ١٥^\circ$

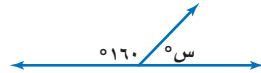
٢٢ أيّ العبارات التالية غير صحيحة حول تكرار الثمانيات المنتظمة والمستطيلات الآتية:



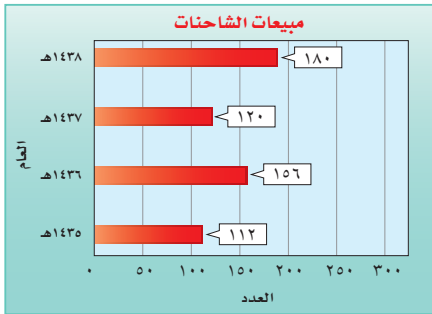
- (أ) مجموع قياسات زوايا كل مستطيل في النمط يساوي ٣٦٠° .
 (ب) مجموع قياسات زوايا كل ثماني في النمط يساوي ١٠٨٠° .
 (ج) قياس كل زاوية من الزوايا الداخلية للثماني في النمط يساوي ١٣٥° .
 (د) مجموع قياسات زوايا الرأس داخل الدائرة الموضحة في النمط يساوي ٢٧٠° .

مراجعة تراكمية

٢٣ **عصير:** إذا كان لديك كمية من العصير في إبريق كبير، ولديك إبريقان آخران فارغان سعة أحدهما ٤ لترات، وسعة الثاني ٥ لترات، فكيف يمكنك قياس ٢ لتر من العصير باستعمال الأباريق الثلاثة فقط؟ (الدرس ٥ - ٢)



٢٤ أوجد قيمة س في الشكل المجاور. (الدرس ٥ - ١)



شاحنات: يبين التمثيل بالأعمدة المجاور عدد الشاحنات المباعة في الفترة من عام ١٤٣٥ هـ إلى عام ١٤٣٨ هـ في إحدى وكالات السيارات، أجب عن

السؤالين ٢٥، ٢٦ مقرباً الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٤ - ٥)

٢٥ أوجد النسبة المئوية للزيادة في المبيعات بين العامين ١٤٣٧ هـ و ١٤٣٨ هـ.

٢٦ أوجد النسبة المئوية للنقصان في المبيعات بين العامين ١٤٣٦ هـ و ١٤٣٧ هـ.

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حدّد ما إذا كان كل شكلين مما يأتي متطابقين. اكتب نعم أو لا. وفّر إجابتك.



٢٩



٢٨

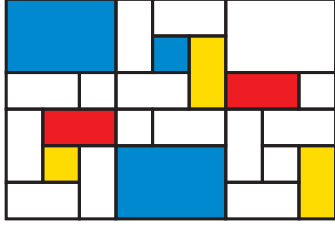


٢٧



تطابق المضلعات

٥ - ٤



استعد

مشاريع: تدرس شذى الفن التجريدي، حيث قامت برسم الشكل المجاور باعتباره جزءاً من مشروعها.

- ١ كم مستطيلاً مختلفاً تم استعماله في الرسم؟ ارسم هذه المستطيلات .
- ٢ انسخ الرسم، وأعط جميع المستطيلات المتشابهة الرقم نفسه، مبتدئاً بالرقم ١.

فكرة الدرس

أحدد المضلعات المتطابقة.

المفردات

المضلعات المتطابقة.

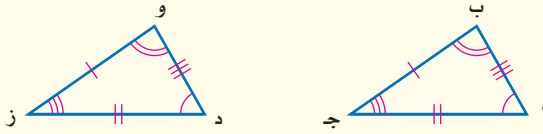
تُسمى المضلعات التي لها نفس القياس والشكل **المضلعات المتطابقة**.

مفهوم أساسي

تطابق المضلعات

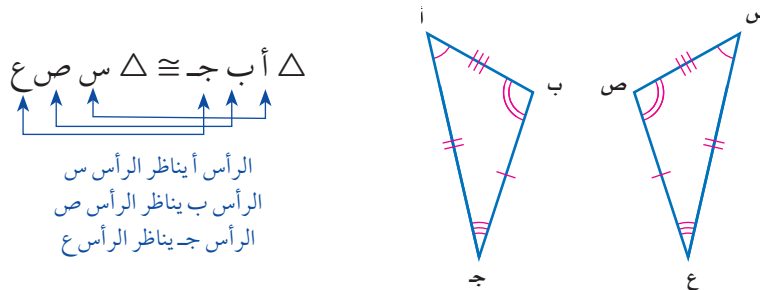
التعبير اللفظي: إذا تطابق مضلعان، فإن أضلاعهما المتناظرة متطابقة، وزواياهما المتناظرة متطابقة أيضاً.

النموذج:



الرموز: الزوايا المتطابقة: $\angle أ \cong \angle د$ ، $\angle ب \cong \angle و$ ، $\angle ج \cong \angle ز$
الأضلاع المتطابقة: $\overline{أب} \cong \overline{دو}$ ، $\overline{أج} \cong \overline{دز}$ ، $\overline{بج} \cong \overline{وز}$

تكتب عبارة التطابق بحيث تظهر الرؤوس المتناظرة بالترتيب نفسه، ففي الرسم أدناه نكتب: $\triangle أ ب ج \cong \triangle د و ز$.



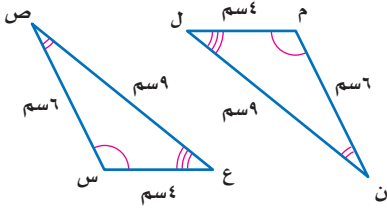
$\triangle أ ب ج \cong \triangle د و ز$

الرأس أ يناظر الرأس د
الرأس ب يناظر الرأس و
الرأس ج يناظر الرأس ز

يتطابق مضلعان إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأضلاعهما المتناظرة متطابقة أيضاً.

مثال

تحديد المضلعات المتطابقة

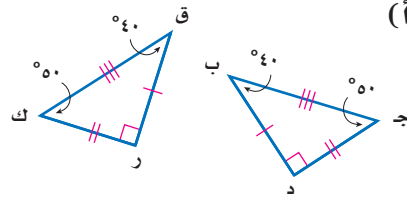
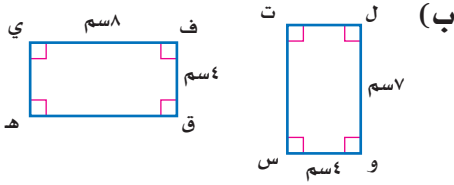


حدد ما إذا كان المثلثان في الشكل المجاور متطابقين. وإذا كانا كذلك، فسمّ الأجزاء المتناظرة، واكتب عبارة التطابق.

الأقواس تدل على أن $\angle م \cong \angle س$ ، $\angle ن \cong \angle ص$ ، $\angle ل \cong \angle ع$. قياسات الأضلاع تدل على أن: $\overline{س ص} \cong \overline{م ن}$ ، $\overline{ص ع} \cong \overline{ن ل}$ ، $\overline{ع س} \cong \overline{ل م}$ بما أن جميع الأزواج المتناظرة من الزوايا والمستقيمات متطابقة، فالمثلثان متطابقان. إحدى عبارات التطابق هي: $\triangle س ص ع \cong \triangle م ن ل$.

تحقق من فهمك:

حدد ما إذا كانت المضلعات أدناه متطابقة. وإذا كانت كذلك، فسمّ الأجزاء المتناظرة، واكتب عبارة التطابق.



إرشادات للدراسة

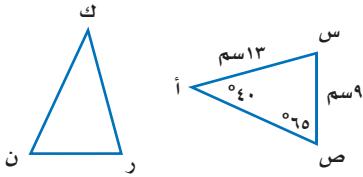
عبارات متطابقة

يمكن أن نكتب عبارة التطابق الواردة في المثال (١) بالصورة الآتية:

- $\triangle ص ص ع \cong \triangle م ن ل$
- $\triangle ص س ع \cong \triangle ن م ل$
- $\triangle ع س ص \cong \triangle ل م ن$
- $\triangle ع ص س \cong \triangle ل ن م$
- $\triangle س ع ص \cong \triangle م ل ن$

مثالان

إيجاد القياسات الناقصة



في الشكل $\triangle أ س ص \cong \triangle ك ر ن$. أوجد $\angle ك$.

من عبارة التطابق $\angle أ$ ، $\angle ك$ زاويتان متناظرتان، لذا: $\angle أ \cong \angle ك$.

وبما أن $\angle أ = 40^\circ$ ، إذن $\angle ك = 40^\circ$.

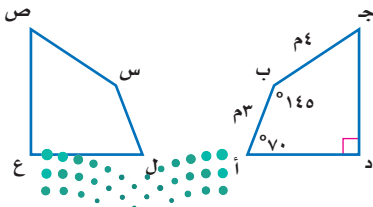
أوجد $\angle ر$.

$\angle ر$ يناظر $\angle س ص$ ، إذن $\angle ر \cong \angle س ص$.

وبما أن: $\angle س ص = 9^\circ$ ، إذن: $\angle ر = 9^\circ$.

تحقق من فهمك:

في الشكل الآتي إذا كان المضلع أ ب ج د يطابق المضلع ل س ص ع، فأوجد القياسات الآتية:



(ج) $\angle س$

(د) $\angle س ص$

(هـ) $\angle ق$

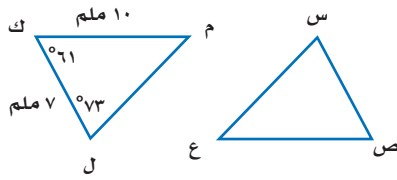
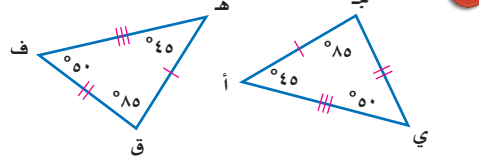
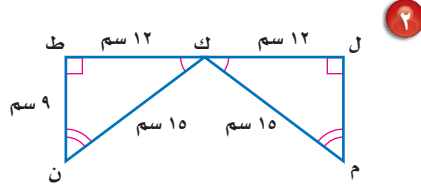
لغة الرياضيات:

تذكر أن الرمز $\angle$ يُعبّر عن قياس القطعة التي ينتهي طرفها بهذين الحرفين.



حدد ما إذا كانت المضلعات أدناه متطابقة. وإذا كانت كذلك، فسّم الأجزاء المتطابقة، واكتب عبارة التطابق:

المثال ١



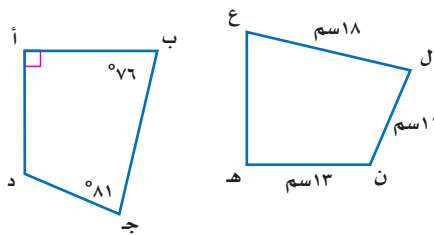
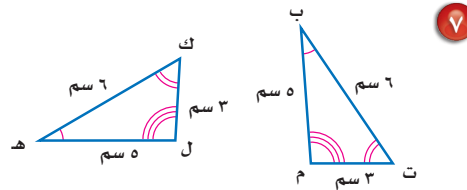
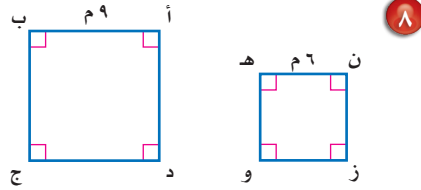
في الشكل $\triangle س ص ع \cong \triangle ل ك م$ ،
أوجد قياس كل من:

- ١ ق $\angle س$ ٢ ق $\angle ع$
٣ ق $\angle س$ ٤ ص ع
٥ س ص ٦ ق $\angle ع$

تدرّب وحلّ المسائل

حدد ما إذا كانت المضلعات المبينة أدناه متطابقة، وإذا كانت كذلك، فسّم الأجزاء المتطابقة، واكتب عبارة التطابق.

للأسئلة	انظر الأمثلة
٨-٧	١
٩-١٢	٣، ٢



في الشكل المجاور، المضلعان أ ب ج د،
هـ ع ل ن متطابقان. أوجد ما يأتي:

- ٩ أ د ١٠ د ج
١١ ق $\angle ن$ ١٢ ق $\angle هـ$



١٣ حشرات: تمثل أجنحة الفراشة المجاورة

شكلين رباعيين متطابقين، اكتب عبارة التطابق،
ثم أوجد ق $\angle أ$ ، إذا علمت أن: ق $\angle ص = ٨١^\circ$ ،
ق $\angle ع = ١٤٥^\circ$ ، ق $\angle ل = ٥٥^\circ$.



مسائل

مهارات التفكير العليا

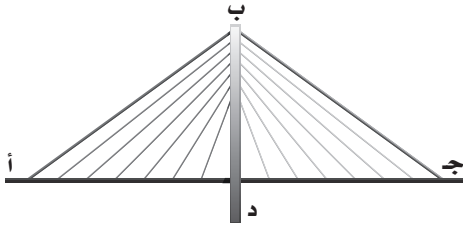
١٤ **تحدّ:** بيّن ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً، أو غير صحيحة:
"إذا تساوت مساحتا مستطيلين فإنهما متطابقان".

١٥ **الكتب:** بيّن متى يكون المضلعان المتشابهان متطابقين أيضاً؟

تدريب على اختبار

١٧ **إجابة قصيرة:** على شكل الجسر أدناه،

$\triangle \text{أ ب د} \cong \triangle \text{ج ب د}$ ، إذا علمت أن
 $\overline{\text{أ د}} = ٣٠٠$ قدم، $\overline{\text{ب د}} = ١٤٩$ قدمًا،
 $\overline{\text{أ ب}} = ٣٣٥$ قدمًا فما طول $\overline{\text{ج د}}$ ؟



١٦ إذا كان $\triangle \text{أ ب ج} \cong \triangle \text{س ص ع}$ ، فأَي العبارات الآتية يجب أن تكون صحيحة:

- (أ) $\overline{\text{أ ب}} \cong \overline{\text{ص ع}}$
- (ب) $\overline{\text{ب ج}} \cong \overline{\text{س ع}}$
- (ج) $\angle \text{أ} \cong \angle \text{س}$
- (د) $\angle \text{ج} \cong \angle \text{ص}$

مراجعة تراكمية

جبر: أوجد قياس الزاوية الداخلية في المضلعات المنتظمة الآتية، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة
إذا لزم الأمر: (الدرس ٥ - ٣)

٢١ التساعي

٢٠ السباعي

١٩ الخماسي

١٨ مثلث



٢٢ **خدمة سيارات:** إذا كان الانعطاف إلى محطة خدمة سيارات في شارع ما غير آمن عندما تكون زاوية الانعطاف أقل من ٧٠° ، فبيّن ما إذا كان موقع المحطة الجديد في الركن الشمالي الشرقي من الحديقة والشارع الرئيس المبين في الشكل مناسباً أم لا. فسّر إجابتك. (الدرس ٥ - ١)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حدّد أيّاً من الأشكال التالية لا يمكن طيه بحيث ينتج عنه نصفان متطابقان:





استقصاء تطابق المثلثات

توسع
٥ - ٤

في هذا المعمل سوف يتم استقصاء حالات تطابق مثلثين دون الحاجة إلى كتابة أزواج التطابق الستة للأجزاء المتناظرة.

نشاط

فكرة الدرس

استقصي حالات تطابق مثلثين.

الخطوة ١ ارسم مثلثاً على قطعة صغيرة من الورق الشفاف. انسخ أضلاعه على قطعة أخرى من الورق نفسه، ثم قم بقص الورقة لكل ضلع.

الخطوة ٢ رتب وألصق القطع معاً لتشكّل مثلثاً.

حل النتائج

- ١ هل المثلث الذي كونته يطابق المثلث الأصلي؟ فسّر إجابتك.
- ٢ حاول تكوين مثلث آخر من الأضلاع نفسها. هل هو مطابق للمثلث الأصلي؟
- ٣ **خمن:** بالاعتماد على هذا النشاط، هل يمكن استعمال ثلاثة أزواج من الأضلاع المتطابقة لتبين أن المثلثين متطابقان؟

نشاط

الخطوة ١ ارسم مثلثاً على قطعة صغيرة من الورق الشفاف، وانسخ كلًا من زواياه على ورقة شفافة منفصلة، ومد ضلعي كل زاوية لتصل إلى حافة الورقة.

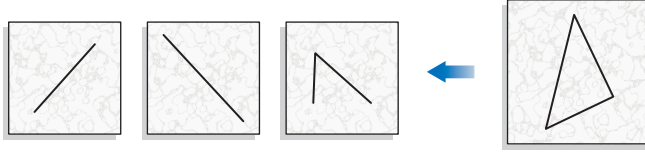
الخطوة ٢ رتب وألصق الأوراق معاً لتشكّل مثلثاً.

حل النتائج

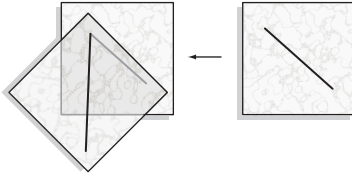
- ٤ هل المثلث الذي كونته يطابق المثلث الأصلي؟ فسر إجابتك.
- ٥ حاول تكوين مثلث آخر بنفس قياسات الزوايا المعطاة. هل هو مطابق للمثلث الأصلي؟
- ٦ **خمن:** بالاعتماد على هذا النشاط، هل يمكن استعمال ثلاثة أزواج من الزوايا المتطابقة لتبين أن المثلثين متطابقان؟

نشاط

الخطوة ١ ٣ ارسم مثلثاً على قطعة من الورق الشفاف. وانسخ منه ضلعين والزوايا المحصورة بينهما على أوراق شفافة منفصلة.



الخطوة ٢ ٣ رتب الأجزاء وألصقها، بحيث يشكل المستقيمان ضلعي الزاوية، ثم ألصقها على ورق مقوى، وصل بين ضلعي الزاوية لتكوّن مثلثاً.



حل النتائج

- ٧ هل المثلث الذي كونته يطابق المثلث الأصلي؟ فسر إجابتك.
- ٨ حاول تكوين مثلث آخر من نفس الأضلاع والزوايا المحصورة بينهما. هل هو مطابق للمثلث الأصلي؟
- ٩ **خمن:** بالاعتماد على هذا النشاط، هل يمكن استعمال تطابق زوجين من الأضلاع، وتطابق الزاويتين المحصورتين بينهما لتبين أن المثلثين متطابقان؟
- ١٠ **توسع:** استعمل الورق الشفاف للاستقصاء والتوصل لتخمين ما إذا كانت كل من الشروط التالية تكفي لتطابق المثلثين أم لا.
- الحالة ٤: تطابق زوجين من الأضلاع وزاويتين غير محصورتين بينهما.
- الحالة ٥: تطابق زوجين من الزوايا و ضلعين يصلان بينهما.
- الحالة ٦: تطابق زوجين من الزوايا و ضلعين غير أصليين بينهما.

إرشادات للدراسة

تخمين
في هذا المحفل استعملت
التبرير المنطقي في
استقراء مفاهيم تطابق
المثلثات لإجراء تخمين.
وسوف نتعلم البرهان
الرياضي في صفوف
لاحقة.

اختبار منتصف الفصل

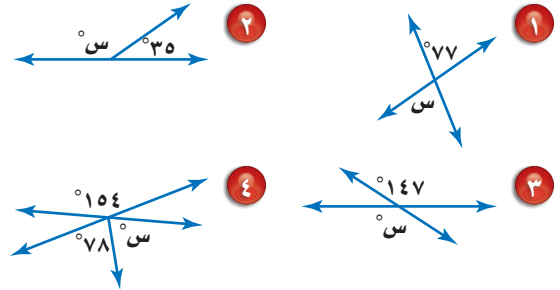
الدروس من ١-٥ إلى ٤-٥

الفصل

٥

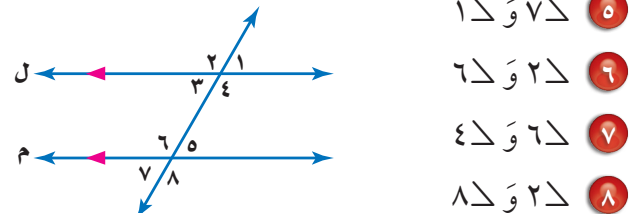
أوجد قيمة s في كل شكل من الأشكال الآتية:

(الدرس ١-٥)



للسئلة ٥-٨: صنف أزواج الزوايا الآتية إلى متبادلة

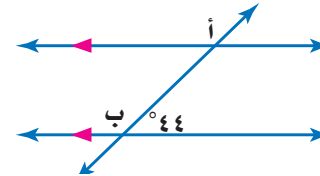
داخلياً، أو متبادلة خارجياً، أو متناظرة: (الدرس ١-٥)



٩ مستقيمات: استعمل الشكل التالي في تصنيف

العلاقة بين Δ أ و Δ ب، ثم أوجد ق Δ أ.

(الدرس ١-٥)



١٠ أعداد: افترض النمط الآتي:

$$1 = 21$$

$$121 = 211$$

$$12321 = 2111$$

استعمل التبرير المنطقي لإيجاد المساواة التالية.

وفسر تبريرك. (الدرس ٢-٥)

جبر: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل

مضلع مما يأتي: (الدرس ٣-٥)

١١ الخماسي ١٢ ذي ٢٠ ضلعاً ١٣ ذي ١٥ ضلعاً

١٤ اختيار من متعدد: عند تبليط مطبخ منزل

ما يتكرر نمط من الثمانيات المنتظمة والمربعات تم ترتيبها دون تقاطعات أو ترك فراغات بينها. أيّ العبارات الآتية صحيحة حول هذا النمط؟

(الدرس ٣-٥)

(أ) مجموع قياسات زوايا كل مربع يساوي 180° .

(ب) مجموع قياسات الزوايا عند كل رأس

يساوي 1080° .

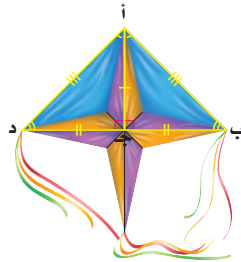
(ج) قياس الزاوية عند كل رأس يساوي 90° .

(د) قياس كل زاوية داخلية في الثماني 135° .

١٥ طائرة ورقية: حدّد ما إذا كان المثلثان المشار

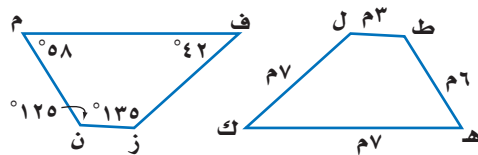
إليهما في الطائرة الورقية أدناه متطابقين أم لا. وإذا كانا كذلك، فسّم الأجزاء المتطابقة، واكتب عبارة

التطابق. (الدرس ٤-٥)



في الشكل المجاور، المضلعان م ن ز ف، ه ط ل ك

متطابقان. أوجد ما يأتي: (الدرس ٤-٥)



١٧ م ن

١٩ ق د ط

١٦ م ف

١٨ ق د ك

٢٠ اختيار من متعدد: إذا كان Δ أ ب ج $\cong \Delta$ د ه و

فأيّ العبارات الآتية غير صحيحة؟ (الدرس ٤-٥)

(ج) $\angle$ ب $\cong \angle$ د

(أ) $\overline{ب ج} \cong \overline{ه و}$

(ب) $\overline{أ ب} \cong \overline{د ه}$

(د) Δ أ ب ج $\cong \Delta$ د ه و

دوزارة التعليم

Ministry of Education

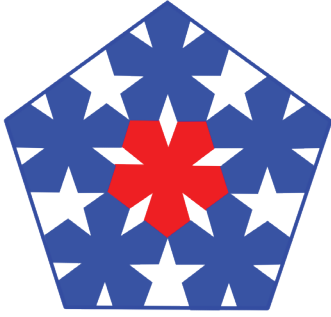
2022 - 1444



التمائل

٥ - ٥

نشاط



زخرفة: يمثل الشكل المجاور عملاً فنياً على شكل خماسي منتظم. انسخ إطار الشكل على ورقة رسم شفافة.

١ ارسم مستقيماً يمر بالمركز وأحد رؤوس المضلع. اطو الورقة عند هذا المستقيم. ماذا تلاحظ على النصفين؟

٢ هل تستطيع رسم مستقيمت أخرى تعطي النتيجة نفسها؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددها؟

٣ انسخ المضلع مرةً أخرى على شفافية، ثم ضعها على ورقة الرسم ليتطابق الشكلان. ثبتهما في مركز المضلع الخماسي وقم بتدوير الشفافية. كم مرة تستطيع تدوير الشفافية من موقعها الأصلي لإعطاء شكلين متطابقين؟

٤ أوجد زاوية الدوران الأولى بقسمة 360° على عدد المرات التي يتطابق فيها الشكلان.

٥ اكتب زوايا الدوران الأخرى بزيادة مقياس زاوية الدوران الأولى في كل مرة. توقف عندما تصل 360° .

فكرة الدرس

أحدد التماثل حول محور والتمائل الدوراني حول نقطة.

المفردات

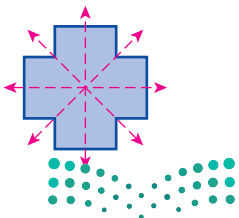
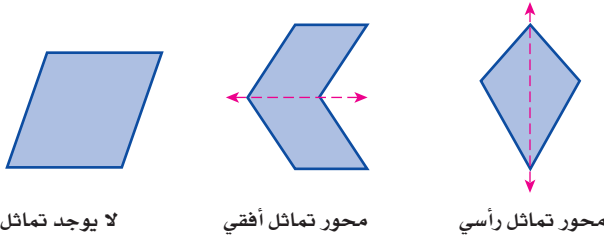
التمائل حول محور.

محور التماثل.

التمائل الدوراني حول نقطة.

زاوية الدوران.

يقال: إن الشكل **متماثل حول محور** إذا أمكن طيه فوق مستقيم، ونتج عن ذلك نصفان متطابقان. ويسمى خط الطي في هذه الحالة **محور التماثل**.

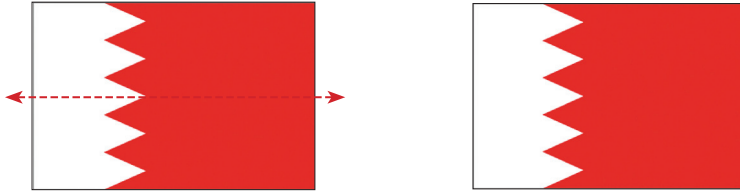


بعض الأشكال - مثل الخماسي في النشاط أعلاه - له أكثر من محور تماثل. والشكل عن اليسار له عدة محاور تماثل: أفقي، ورأسي، وقطران.

مثال

تحديد محاور التماثل

أعلام: حدد ما إذا كان للعلم محاور تماثل، وإذا وجد فانسخ الشكل، وارسم جميع محاور التماثل، وإلا فاكتب (لا يوجد).



علم البحرين له محور تماثل أفقي.

تحقق من فهمك:

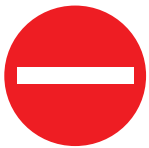
حدد ما إذا كان للعلم محاور تماثل، وإذا وجد فانسخ الشكل، وارسم جميع محاور التماثل، وإلا فاكتب (لا يوجد).



الشكل الذي له تماثل دوراني حول نقطة هو الذي يمكن تدويره حول هذه النقطة بزاوية أقل من 360° ، ليصبح كما كان في وضعه الأصلي تمامًا. ويُسمى قياس الزاوية التي تم تدوير الشكل بها **زاوية الدوران**. لبعض الأشكال زاوية دوران واحدة، بينما لأشكال أخرى عدة زوايا دوران مثل الخماسي المنتظم.

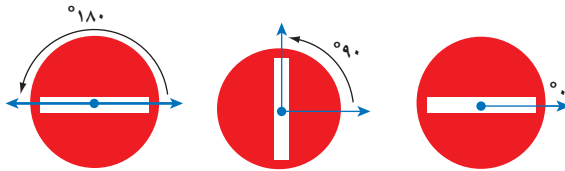
مثال

تحديد التماثل الدوراني حول نقطة



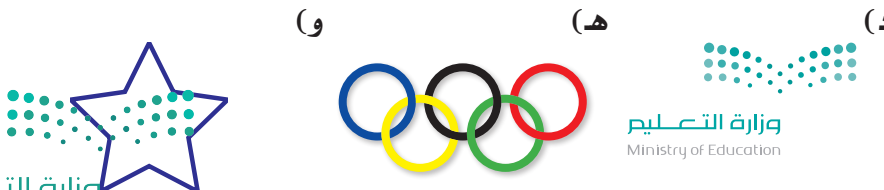
تصميم: حدد ما إذا كان للشكل المجاور تماثل دوراني حول نقطة، اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة نعم فاذكر زاوية أو زوايا الدوران.

نعم. لهذا الشكل تماثل دوراني حول نقطة، حيث يكرر نفسه بعد دوران 180° .



تحقق من فهمك:

حدد ما إذا كان لكل شكل من الأشكال أدناه تماثل دوراني حول نقطة، اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة نعم فاذكر زاوية أو زوايا الدوران.



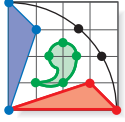
وزارة التعليم
Ministry of Education

الربط بالحياة:

تعتمد أي مؤسسة أو جهة إلى تصميم شعار لها يعبر باختصار عن طبيعة عمل تلك المؤسسة، وهو رسم يتكون عادة من رموز أو صور أو خطوط أو أشكال هندسية تلفت الانتباه.

مثال

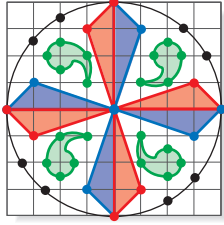
استعمال الدوران حول نقطة



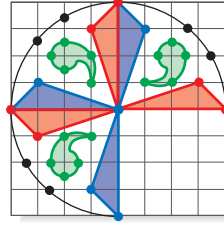
فن: انسخ، ثم أكمل الشعار المبين جانباً ليصبح شكلاً كاملاً
متماثلاً دورانياً حول نقطة بزوايا دوران 90° ، 180° ، 270° .

استعمل الطريقة المذكورة أعلاه والنقطة المحددة لتدوير الشكل 90° ، 180° ، 270° ، بعكس اتجاه عقارب الساعة. زاوية الدوران 90° مع اتجاه عقارب الساعة تساوي زاوية الدوران 270° بعكس اتجاه عقارب الساعة.

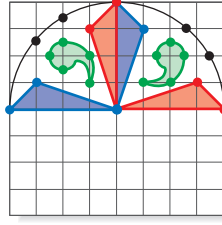
90° مع عقارب الساعة



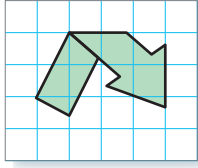
180° عكس عقارب الساعة



90° عكس عقارب الساعة



تحقق من فهمك:



رموز: انسخ وأكمل رمز إعادة التدوير المبين
في الشكل المجاور؛ ليصبح للشكل الكامل تماثل
حول نقطة بزوايا دوران، قياسها 120° ، 240° .



الربط بالحياة:

تلوين الزجاج فن راقٍ وبسيط، وعندما يُذكر الزجاج الملون تُذكر العمارة الإسلامية العريقة، وقد أُعيد إحياء هذا الفن حتى أصبحنا نرى هذا الزجاج في كثير من المنازل والفنادق والأماكن العامة.

تأكد

صور: أجب عن الفرعين أ، ب لكل شكل من الشكلين في السؤالين ١، ٢:

(أ) حدد ما إذا كان للشكل تماثل حول محور، وإذا كان كذلك فانسخ الشكل، وارسم جميع محاور التماثل، وإلا فاكتب (لا يوجد).

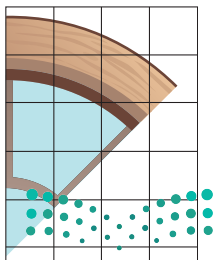
المثال ١

(ب) حدد ما إذا كان للشكل تماثل دوراني حول نقطة، اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة نعم فاكتب زاوية أو زوايا الدوران.

المثال ٢

٢

١



فن العمارة: انسخ وأكمل النافذة لتصبح شكلاً كاملاً
متماثلاً حول نقطة، بزوايا دوران، قياساتها: 45° ، 90° ، 135° ، 180° ، 225° ، 270° ، 315° .

المثال ٣

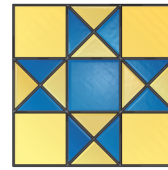
إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١٤ - ١٧	١
٤ ب - ٧ ب	٢
٨	٣

- زجاج ملوّن:** أجب عن الفرعين أ، ب لكل نمط من الزجاج الملوّن في الأسئلة (٤-٧).
- (أ) حدد ما إذا كان النمط متماثلاً حول محور. إذا كانت الإجابة نعم، فانسخ النمط وارسم جميع محاور التماثل، وإلا فاكتب (لا يوجد).
- (ب) حدد ما إذا كان للنمط تماثل دوراني حول نقطة. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة نعم فاذكر زاوية أو زوايا الدوران.



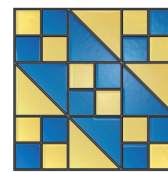
٤



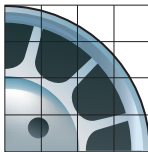
٤



٦



٦



- ٨ عجلة:** يبين الشكل جزءاً من عجلة سيارة. انسخ وأكمل الشكل ليكون متماثلاً بالدوران حول نقطة بزوايا دوران، قياساتها: 90° ، 180° ، 270° .



- ٩ فن العمارة:** تمثل الصورة عن اليسار مسجد قبة الصخرة في القدس المحتلة. حدد ما إذا كانت الصورة متماثلة حول محور، وإذا كانت كذلك فاكتب عدد محاور التماثل، وإلا فاكتب (لا يوجد).



- ١٠ فن:** صف نوع التماثل أو (أنواعه) في صورة الزخرفة المبيّنة جانباً عن اليمين.
- ١١ أشكال رباعية:** أيّ الأشكال الرباعية متماثلة حول محور؟ وأيها له تماثل دوراني حول نقطة؟



- ١٢ حروف:** أيّ حروف كلمة (MATHEMATICS) يكرر نفسه بزوايا دوران قياسها 180° .

مسائل مهارات التفكير العليا

تحدّ: في السؤالين ١٣، ١٤ بيّن ما إذا كانت الجملة صحيحة أو خاطئة. وإذا كانت خاطئة فأعطِ مثالاً مضاداً.

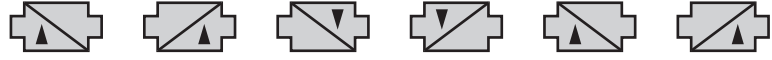
١٣ إذا كان للشكل محور تماثل أفقي وآخر رأسي، فإن له تماثلاً دورانياً حول نقطة.

١٤ إذا كان الشكل متماثلاً بالدوران حول نقطة فإن له محور تماثل.

١٥ **اكتب** اشرح الفرق بين التماثل حول محور والتماثل الدوراني حول نقطة.

تدريب على اختبار

١٦ إذا تكرر نمط الأشكال الآتية:

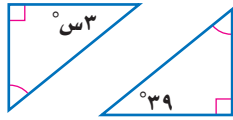


فأي من الأشكال التالية يعبر عن دوران الشكل رقم ١٧ في النمط بزاوية قياسها 90° ؟



مراجعة تراكمية

١٧ **جبر:** إذا علمت أن المثلثين في الشكل المجاور متطابقان، فما قيمة s ؟ (الدرس ٥ - ٤)



جبر: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع مما يأتي: (الدرس ٥ - ٣)

١٨ السداسي ١٩ الثماني ٢٠ ذي ١٤ ضلعاً ٢١ ذي ٢٠ ضلعاً

٢٢ **تسوّق:** اشترت وفاء حذاءً في موسم التخفيضات بخصم ١٥٪ من سعره الأصلي. ما قيمة الخصم الذي حصلت عليه وفاء إذا كان ثمن الحذاء الأصلي ١٦٠ ريالاً؟ (الدرس ٤ - ٥)

الاستعداد للدرس اللاحق

٢٣ **مهارات سابقة:** مثل بيانياً المضلع هـ ج ك ل الذي رؤوسه: هـ (٢، -٦)، جـ (٤، ٤)، كـ (٧، -٢)، لـ (-٢، ٤)، ثم مثل بيانياً الصورة التي تمثل المضلع هـ ج ك ل الناتج عن تمدد عامل مقياسه $\frac{1}{4}$.

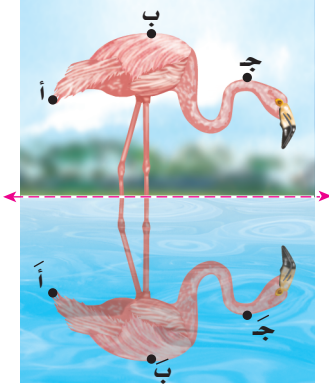




الانعكاس

٥ - ٦

استعد



طبيعة: يعمل سطح الماء في الصورة الفنية المجاورة كمرآة تعكس صورة الطائر.

١ قارن شكل وحجم الطائر على جهتي محور التماثل.

٢ قارن المسافة العمودية بين محور التماثل وكل نقطة مبينة. ماذا تلاحظ؟

٣ النقاط أ، ب، ج على الطائر مرتبة في اتجاه عقارب الساعة. كيف ظهر ترتيبها في الجهة الأخرى من محور التماثل؟

فكرة الدرس

أرسم انعكاساً في المستوى الإحداثي.

المفردات

الانعكاس.

محور الانعكاس.

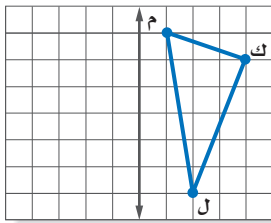
التحويل الهندسي.

الصورة.

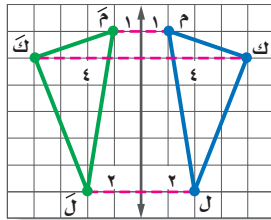
صورة المرآة التي تتكون بقلب الشكل فوق مستقيم تُسمى **انعكاساً**، كما يسمى هذا المستقيم **محور الانعكاس**. ويعتبر الانعكاس أحد أنواع التحويلات الهندسية، والتحويل الهندسي هو عملية نقل شكل إلى آخر. **والصورة** في الرياضيات هي حالة الشكل بعد إجراء التحويل عليه. وتكتب صورة الحرف أ على الشكل أ، وتقرأ: «أ شرطة».

مثال

رسم انعكاس حول محور

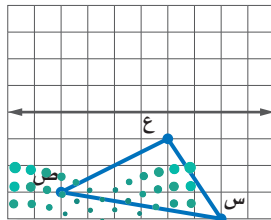


١ انسخ $\triangle م ك ل$ المبين عن اليسار على ورقة الرسم البياني، ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المحور المبين.



الخطوة ١: أوجد عدد الوحدات بين كل رأس ومحور الانعكاس.

الخطوة ٢: عيّن نقطة لكل رأس على الجهة الأخرى من المحور بالبعد نفسه.



الخطوة ٣: صل بين الرؤوس الجديدة لتكون صورة المثلث $\triangle م ك ل$ وهي $\triangle م ك ل$.

تحقق من فهمك:

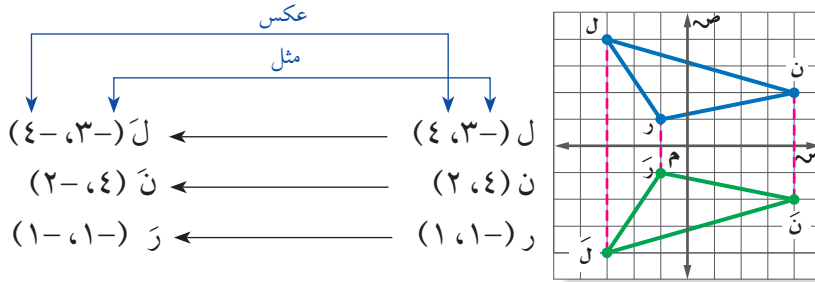
أ) انسخ الشكل المجاور على ورقة رسم بياني، ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المحور المبين.

مثالان

انعكاس شكل حول محور في المستوى الإحداثي

٢ ارسم $\triangle$ ل ن م، الذي إحداثيات رؤوسه ل (٤، ٣-)، ن (٢، ٤)، م (١، -١)، ثم ارسم صورة المثلث بالانعكاس حول محور السينات، واكتب إحداثيات رؤوس الصورة.

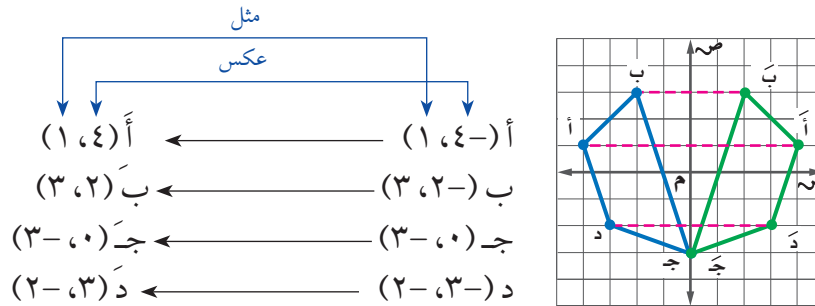
إحداثيات رؤوس صورة المثلث هي ل (٤، ٣-)، ن (٢، ٤)، م (١، -١).



لاحظ أن إشارة الإحداثي الصادي للصورة بالانعكاس حول محور السينات هي عكس إشارة الإحداثي الصادي للنقطة الأصلية.

٣ ارسم الرباعي أ ب ج د، الذي إحداثيات رؤوسه أ (١، ٤-)، ب (٣، ٢-)، ج (٣، ٠)، د (٢، ٣-)، ثم ارسم صورة الشكل بالانعكاس حول محور الصادات، واكتب إحداثيات رؤوس الصورة.

إحداثيات رؤوس صورة الشكل هي: أ (١، ٤)، ب (٣، ٢)، ج (٣، ٠)، د (٢، ٣).



لاحظ أن إشارة الإحداثي السيني للصورة بالانعكاس حول محور الصادات هي عكس إشارة الإحداثي السيني للنقطة الأصلية.

تحقق من فهمك:

ارسم $\triangle$ ق ل ك، الذي إحداثيات رؤوسه ق (١، -١)، ل (٣، ٥)، ك (٤، ٢)، ثم ارسم صورته بالانعكاس حول:
(ب) محور السينات (ج) محور الصادات

مراجعة المفردات:

الرأس هو نقطة تقاطع ضلعين في المضلع، فمثلاً الرأس م في $\triangle$ ل م ن هو نقطة تقاطع الضلعين $\overline{ل م}$ ، $\overline{م ن}$.

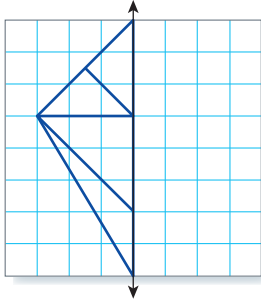
إرشادات للدراسة

نقاط على محور الانعكاس
لاحظ أنه إذا كانت
النقطة واقعة على محور
الانعكاس، فإن إحداثياتها
لا تتغير في الصورة.

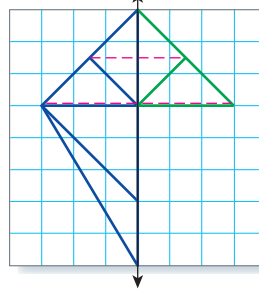
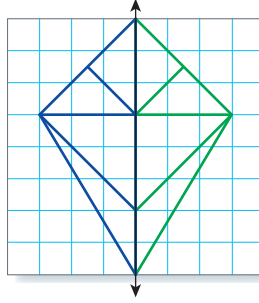
إذا وقعت إحدى نقاط الشكل على محور الانعكاس (كما في المثال ٣)، فإن الشكل الأصلي وصورة يمثلا شكلاً جديداً له محور تماثل، هو محور الانعكاس.

مثال

استعمال الانعكاس



٤ طائرة ورقية: انسخ وأكمل شكل الطائرة الورقية المبين، ليكون له محور تماثل رأسي في الشكل النهائي.
يمكنك إجراء انعكاس للشكل حول المحور الرأسي الظاهر.
أوجد المسافة بين كل رأس في الشكل والمحور الرأسي.
ثم عيّن نقاطاً على البعد نفسه في الجهة الأخرى للمحور، ثم صل بين النقاط بشكل مناسب.



تحقق من فهمك:



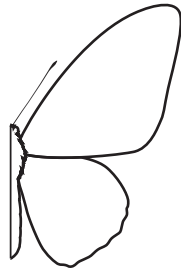
(د) فن: انسخ وأكمل جزء الحيوان المبين؛ ليكون للصورة في شكلها النهائي محور تماثل أفقي، ثم اذكر اسم الحيوان؟

تأكد

الأمثلة ١ - ٣ ارسم الشكل بالرؤوس المعطاة. ثم ارسم صورة انعكاسه حول محوري السينات والصادات، ثم اكتب إحداثيات رؤوس الصورة.

١ $\triangle$ أ ب ج الذي رؤوسه: أ (٥، ٣)، ب (١، ٤)، ج (٢، ١).

٢ $\triangle$ د ه و الذي رؤوسه: د (-١، ٢)، ه (٠، -٤)، و (-٣، -٥).



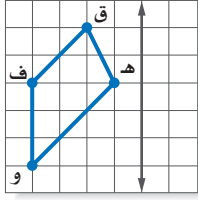
٣ فراشات: انسخ، وأكمل شكل الفراشة ليكون له محور تماثل رأسي في شكله النهائي.

المثال ٤

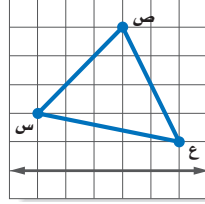


تدرّب وحلّ المسائل

انسخ الشكلين الآتيين على ورق مربعات، ثم ارسم صورة انعكاسهما حول المحور المبيّن.



٥



٤

إرشادات للأسئلة

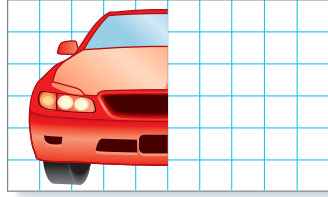
للأسئلة	انظر الأمثلة
٥، ٤	١
٧، ٦	٣، ٢
٩، ٨	٤

ارسم الشكلين الآتيين، ثم أوجد صورة الانعكاس لكل منهما حول المحور المعطى.

٦ Δ أ ب ج، حيث: أ (١-، ١-)، ب (٢-، ٤-)، ج (٤-، ١-). حول محور السينات.

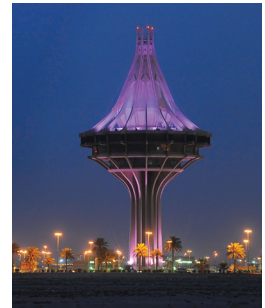
٧ المربع ل م ن ك، حيث: ل (٢-، ٠)، م (١-، ٢-)، ن (٣-، ٣-)، ك (٤-، ١-). حول محور الصادات.

٨ **سيارات:** يظهر الرسم أدناه النصف الأيمن لسيارة، انسخ الرسم على ورق رسم بياني، ثم أكمل النصف الأيسر للسيارة؛ ليصبح للشكل النهائي محور تماثل رأسي.

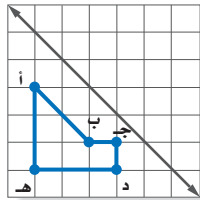


٩ **فن:** يوضح الرسم المجاور الجزء العلوي من شكل مزخرف، انقل الرسم على قطعة من الورق، ثم أكمل الشكل بعد انعكاسه حول محور أفقي.

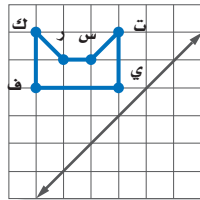
١٠ **برج الخرج:** صف كيف يبدو شكل برج مياه الخرج بعد الانعكاس حول محور رأسي؟



انسخ الشكلين الآتيين على ورقة مربعات. ثم ارسم صورة انعكاسهما حول المحور المبيّن.



١٢



١١

الربط بالحياة:

يُعدّ برج مياه الخرج من أبرز الأبراج في الشرق الأوسط، حيث يتميز بتصميم فريد، ومرافق ثقافية، ومطعم دوار، ويبلغ ارتفاعه ١٠٥ أمتار.



١٣ **تقنية:** ابحث عن أحد التطبيقات الحاسوبية المناسبة لإجراء انعكاس لشكل



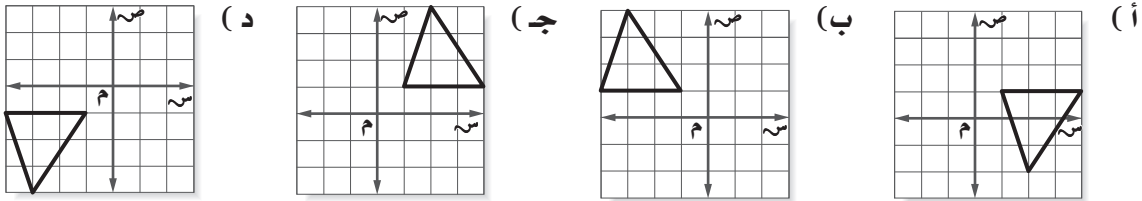
هندسيّ تقترحه حول محور السينات. اشرح خطوات الحلّ.

١٤ **تحدّ:** افترض أن النقطة ك (٧، ٢) هي صورة النقطة (٧، -٢) في انعكاس ما. دون استعمال الرسم حدّد حول أيّ محور تم الانعكاس. برّر إجابتك.

١٥ **اكتب:** أوجد إحداثيات صورة النقطة (س، ص) بالانعكاس حول محور السينات. ثم أوجد إحداثيات صورة النقطة (س، ص) بالانعكاس حول محور الصادات. فسّر إجابتك.

تدريب على اختبار

١٦ أيّ من الأشكال التالية تمثل انعكاسًا لـ Δ أ ب ج الذي رؤوسه أ (١، -١)، ب (١، -٤)، ج (٢، -٤) حول محور السينات؟



مراجعة تراكمية

حدّد ما إذا كان لكل مضلع منتظم مما يأتي تماثل دوراني حول نقطة. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة نعم، فاذكر زاوية أو زوايا الدوران. (الدرس ٥ - ٥)



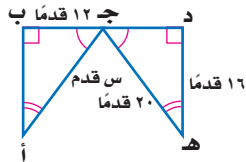
١٩



١٨



١٧



٢٠ **جبر:** أوجد قيمة س في المثلثين المتطابقين في الشكل المجاور. (الدرس ٥ - ٤)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد ناتج جمع كل مما يأتي.

٢٣ $٤ + ١ -$

٢٢ $٣ + ٥ -$

٢١ $(١ -) + ٤ -$

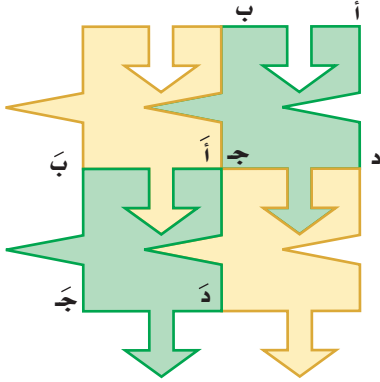




الانسحاب

٧ - ٥

استعد



تصميم: قام هيثم بإنشاء التصميم المجاور باستعمال الحاسوب، وذلك برسم نموذج وتكراره أفقيًا ورأسيًا.

١ صف الحركة المتبعة في نقل التصميم من وضع إلى آخر.

٢ قارن قياسات قطعة التصميم الجديدة وشكلها ووضعها في الوضع الأصلي لها.

فكرة الدرس

أرسم انسحابًا في المستوى الإحداثي.

المفردات

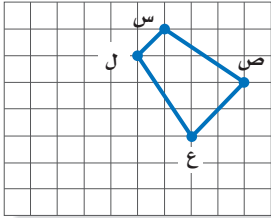
الانسحاب.

الانسحاب هو انتقال الشكل من موقع إلى آخر دون تدويره.

مثال

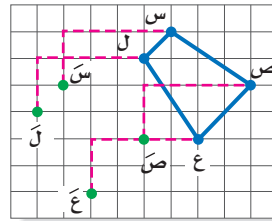
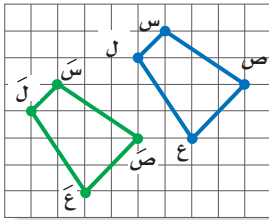
رسم الانسحاب

١ انسخ شبه المنحرف س ص ع ل المبين على ورقة رسم بياني، ثم ارسم صورته بالانسحاب ٤ وحدات إلى اليسار ووحدين إلى أسفل.



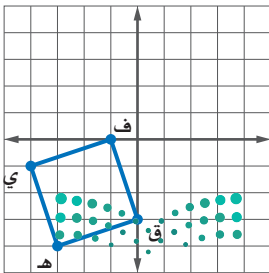
الخطوة ١: حرك كل رأس لشبه المنحرف ٤ وحدات إلى اليسار ووحدين إلى أسفل.

الخطوة ٢: صل بين الرؤوس الجديدة لتكون الصورة.



تحقق من فهمك:

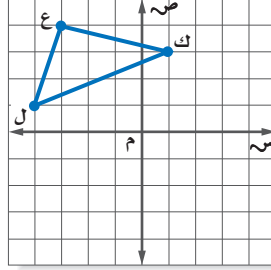
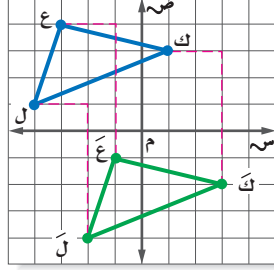
أ) انسخ المربع ف ق هـ ي المجاور على ورقة رسم بياني، ثم ارسم صورته بالانسحاب ٥ وحدات إلى اليمين و٣ وحدات إلى أعلى.



مثال

الانسحاب في المستوى الإحداثي

ارسم المثلث ع ك ل الذي إحداثيات رؤوسه ع $(-4, 3)$ ، ك $(3, 1)$ ، ل $(-1, -4)$ ، ثم أوجد صورته بانسحاب مقداره وحدتان إلى اليمين و ٥ وحدات إلى أسفل. واكتب إحداثيات رؤوسه بعد الانسحاب.



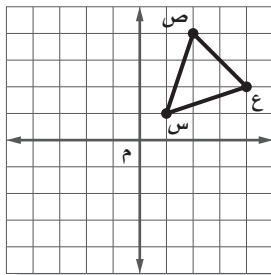
إحداثيات رؤوس الصورة هي: ع $(-1, -1)$ ، ك $(2, -3)$ ، ل $(-4, -2)$. لاحظ أنه بالإمكان إيجاد هذه الرؤوس بإضافة ٢ إلى الإحداثي السيني و (-5) إلى الإحداثي الصادي أو $(2, -5)$.

الرأس الأصلي	اجمع $(2, -5)$	الصورة
ع $(-4, 3)$	$((-5) + 4, 2 + 3)$	ع $(-1, 1)$
ك $(3, 1)$	$((-5) + 3, 2 + 1)$	ك $(-2, 3)$
ل $(-1, -4)$	$((-5) + 1, 2 + (-4))$	ل $(-4, -2)$

تحقق من فهمك

ارسم المثلث $\triangle$ أ ب ج الذي إحداثيات رؤوسه أ $(3, -4)$ ، ب $(2, 0)$ ، ج $(5, 1)$. ثم أوجد صورة المثلث بعد كل انسحاب مما يأتي، واكتب إحداثيات رؤوس الصورة.
(ب) وحدتين إلى أسفل. ج ٤ وحدات إلى اليسار و ٣ وحدات إلى أعلى.

مثال من اختبار



اختيار من متعدد: إذا أُجري انسحاب للمثلث س ص ع بمقدار وحدتين إلى اليسار و ٣ وحدات إلى أسفل، فما إحداثيات الرأس ع؟
(أ) $(2, 2)$ (ب) $(2, 4)$
(ج) $(1, 4)$ (د) $(1, 2)$

اقرأ :

طُلب إليك تحديد إحداثيات النقطة ع بانسحاب مقداره وحدتان إلى اليسار و ٣ وحدات إلى أسفل.

حل :

يمكنك الإجابة دون إجراء انسحاب المثلث بكامله.

إرشادات للدراسة

الانسحاب

يمكن التعبير عن الانسحاب في المستوى الإحداثي، في صورة زوج مرتب. حيث تعني الإشارة الموجبة انسحاباً إلى اليمين أو إلى أعلى. والإشارة السالبة انسحاباً إلى اليسار أو إلى أسفل. فمثلاً $(5, -2)$ تعني انسحاباً مقداره وحدتين إلى اليمين و ٥ وحدات إلى أسفل. وبشكل عام فإن $(س + أ, ص + ب)$ تعني انسحاباً للنقطة $(س, ص)$ مقداره أ وحدة أفقياً، و ب وحدة رأسياً.



حذف البدائل

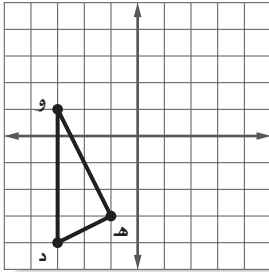
بما أن النقطة ع انسحبت وحدتين إلى اليسار، فإن الإحداثي السيني للنقطة ع هو $2 = 4 - 2$ ، وهذا يؤدي إلى حذف البدلين ب، جـ.

إحداثيًا النقطة ع (٢، ٤)

بما أن الإحداثي السيني للنقطة ع هو ٤، فإن الإحداثي السيني للنقطة ع هو $2 = 4 - 2$. يعني طرح ٢ من الإحداثي السيني. وبما أن الإحداثي الصادي للنقطة ع هو ٢، فإن الإحداثي الصادي للنقطة ع هو $1 = 3 - 2$. يعني طرح ٣ من الإحداثي الصادي. فيكون إحداثيًا النقطة ع (١، ٢). ويكون الجواب هو البديل د.

تحقق من فهمك:

(د) اختيار من متعدد: إذا أُجري انسحاب للمثلث د هـ و مقداره ٣ وحدات إلى اليمين و ٤ وحدات إلى أعلى، فما إحداثيات النقطة هـ؟

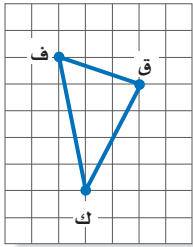


- (أ) (١، ٢) (ب) (١، ٤)
(ج) (١، -٤) (د) (٧، ٢)

تأكد

للسؤالين ١ و ٢ انسخ الشكل على اليسار.

المثال ١



- ١ ارسم صورة $\triangle$ ف ق ك بانسحاب مقداره ٤ وحدات إلى اليسار ووحدة واحدة إلى أعلى.
٢ ارسم صورة $\triangle$ ف ق ك بانسحاب مقداره وحدتان إلى اليمين و ٣ وحدات إلى أسفل.

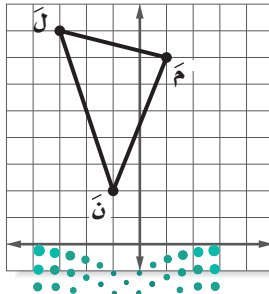
ارسم $\triangle$ س ص ع الذي إحداثيات رؤوسه س (٤، -٤)، ص (٣، -١)، ع (٢، -٢)، ثم أوجد صورة المثلث بعد كل انسحاب مما يأتي، واكتب إحداثيات رؤوسه.

المثال ٢

- ٣ ٣ وحدات إلى اليمين و ٤ وحدات إلى أعلى.
٤ وحدتان إلى اليسار، و ٣ وحدات إلى أسفل.

٥ اختيار من متعدد: تم إجراء انسحاب للمثلث ل م ن مقداره ٥ وحدات إلى اليسار و ٣ وحدات إلى أسفل. إذا كان إحداثيا ل (٨، ٣)، فما إحداثيا النقطة ل؟

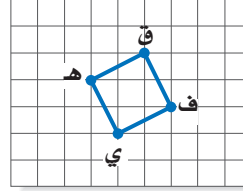
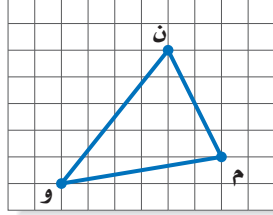
المثال ٣



- (أ) (١١، ٨) (ب) (٣، ٦)
(ج) (١١، ٢) (د) (٥، ٢)

للأسئلة	انظر الأمثلة
٦، ٧	١
٨، ٩	٢
١٠	٣

- انسخ الشكلين الآتيين، ثم أوجد صورتيهما بالانسحاب المطلوب.
- ٦ ٥ وحدات إلى اليمين و ٣ وحدات إلى أعلى.
- ٧ وحدتان إلى اليسار و ٥ وحدات إلى أسفل.



- ارسم الشكل بالرؤوس المعطاة، ثم ارسم صورته بعد إجراء الانسحاب. واكتب إحداثيات رؤوسه.
- ٨ المثلث $\triangle$ أ ب ج الذي إحداثيات رؤوسه أ (٢، ١)، ب (١، ٣)، ج (٤، ٣) بالانسحاب مقداره وحدتان إلى اليسار ووحدة إلى أعلى.

- ٩ المستطيل ق ك ل م الذي إحداثيات رؤوسه ق (٢، ٣)، ك (٥، ٣)، م (٠، ٢)، ل (٣، ٤) بالانسحاب مقداره وحدة إلى اليمين و ٤ وحدات إلى أسفل.

- ١٠ اختيار من متعدد: إذا أُجري انسحاب للنقطة هـ (٤، ٣) بمقدار ٤ وحدات لليمين، ووحدتين إلى أسفل، فما إحداثيات النقطة هـ؟
- أ (٨، ١) ب (٠، ٦) ج (٦، ١) د (٢، ٧)

- ١١ علوم: يظهر في الشكل المجاور شريط DNA اللولبي المزدوج. انسخ اللولب المزدوج، وابحث فيه عن نمط، وحدد أين يتكرر أو ينسحب النمط. ثم أوجد عدد الانسحابات للنمط الأصلي الموجودة في المخطط.

- ١٢ هندسة: عند إجراء انسحاب للمثلث أ ب ج الذي رؤوسه أ (٣، ٤)، ب (٠، ٧)، ج (٥، ٦) كان إحداثيا الرأس أ (٣، ١). أوجد إحداثيات كل من ب، ج، ثم صف انسحاب المثلث أ ب ج.

- ١٣ تقنية: ابحث عن أحد التطبيقات الحاسوبية المناسبة لإجراء انعكاس لشكل هندسي تقترحه بمقدار خمس وحدات لليمين، وثلاث وحدات للأسفل. اشرح خطوات الحل.



الربط بالحياة: الشريط الوراثي DNA هو مادة الوراثة في المخلوقات الحية؛ لأنه يحمل الجينات المسؤولة عن الصفات الوراثية للمخلوق الحي، وهي التي تجعل كل مخلوق مختلفاً عن غيره، وتوجد مادة DNA على شكل حلزوني وملف داخل نواة الخلية الحية.

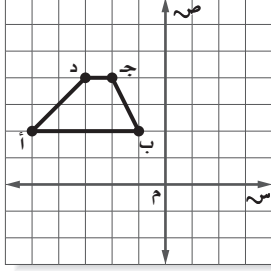
- ١٤ تبرير: أُجري انسحاب مقداره (٧، ٥) على شكل ما، ثم انسحاب آخر للصورة الناتجة مقداره (٥، ٧). دون استعمال الرسم، اذكر الوضع النهائي للشكل، وبرر إجابتك.

- ١٥ تحد: ما إحداثيا النقطة (س، ص) بالانسحاب م وحدة إلى اليسار، و ن وحدة إلى أعلى؟

- ١٦ اكتب: مسألة للربط مع الحياة، تستعمل فيها انسحاباً لشكل معين، ثم حلّ المسألة.

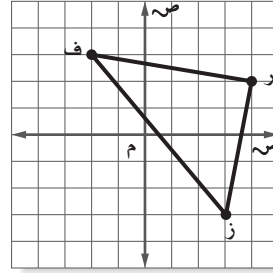
مسائل
مهارات التفكير العليا

١٨ إذا أُجري انسحاب لشبه المنحرف أ ب ج د بمقدار ٣ وحدات لليمين و ٧ وحدات إلى أسفل، فما إحداثيات الرأس جَ؟



- (ج) (١، ٣) (أ) (١، ٣)
(د) (٩، ١) (ب) (٥، ٧)

١٧ إذا أُجري انسحاب للمثلث ف ر ز بمقدار ٤ وحدات لليمين و ٣ وحدات إلى أعلى، فما إحداثيات الرأس ز؟



- (أ) (١، ٦) (ج) (١، ٠)
(ب) (٧، ٠) (د) (٧، ٦)

مراجعة تراكمية

١٩ ارسم المضلع أ ب ج د هـ الذي رؤوسه أ (-٥، ٣)، ب (-٢، ١)، ج (-٣، ٤)، د (٠، ٢)، هـ (-٣، ٠)، ثم ارسم صورة انعكاسه حول محور الصادات، ثم اكتب إحداثيات رؤوس الصورة. (الدرس ٥ - ٦)

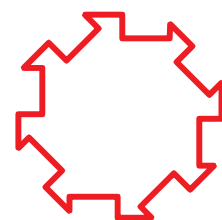
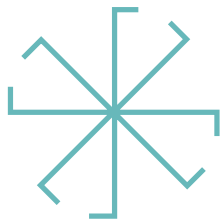


قطط: للسؤالين ١٩، ٢٠ استعمل صورة القط أدناه:

- ٢٠ حدّد ما إذا كان لوجه القط تماثل حول محور. إذا كانت الإجابة نعم، فاكتب عددها، وإلا فاكتب (لا يوجد).
٢١ حدّد ما إذا كان لوجه القط تماثل دوراني حول نقطة. اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة نعم، فاذكر زاوية أو زوايا الدوران.

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حدّد ما إذا كان للشكل تماثل دوراني حول نقطة، اكتب نعم أو لا. وإذا كانت الإجابة نعم فاكتب زاوية أو زوايا الدوران:

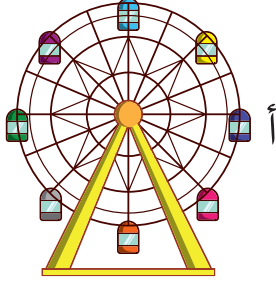




الدوران

٨ - ٥

نشاط



في لعبة العجلة؛ تدور المركبات حول مركز العجلة (م) بزوايا متعددة، وفق اتجاه محدد.

١ عيّن مكان المركبة أ إذا تحركت حول مركز العجلة (م) للأعلى بزاوية قدرها 90° ؟

٢ ما الزاوية التي ينبغي للمركبة أ الدوران بها

حول مركز العجلة (م) لتصبح مكان المركبة الخضراء؟ ومكان المركبة البرتقالية؟

فكرة الدرس

أرسم صورة شكل بالدوران في المستوى الإحداثي.

المفردات

الدوران

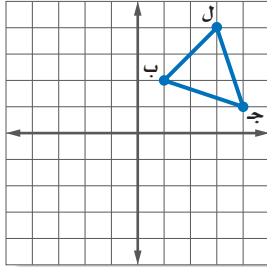
اتجاه الدوران

مركز الدوران

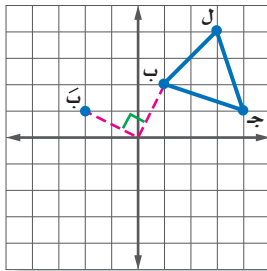
الدوران: هو نوع من التحويلات الهندسية التي تحافظ على الشكل وقياساته، يتم فيه تحريك كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة، وفي اتجاه محدد يسمى **اتجاه الدوران** حول نقطة ثابتة، وتسمى **مركز الدوران**. يمكن أن يكون اتجاه الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة أو عكس اتجاه حركة عقارب الساعة. ومن الآن فصاعدًا سيكون كل دوران عكس اتجاه حركة عقارب الساعة إلا إذا ورد خلاف ذلك.

مثال

رسم الدوران حول نقطة الأصل



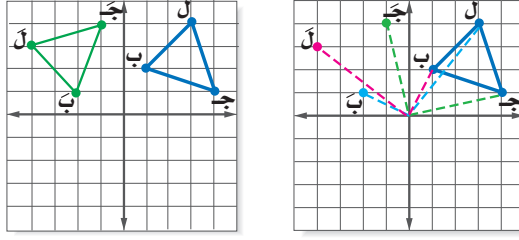
١ انسخ المثلث ب ل ج المبين على المستوى الإحداثي ثم ارسم صورته بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية 90° .



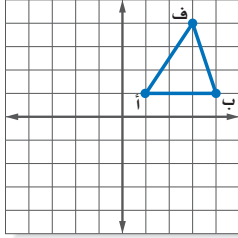
الخطوة ١: حدد أحد رؤوس المثلث، ثم صله بخط متقطع بنقطة الأصل، ثم كون زاوية 90° وحدد صورة الرأس المحدد مع مراعاة حفظ المسافة نفسها بينهما مع نقطة الأصل.



- الخطوة ٢:** كرّر الخطوات السابقة مع رؤوس المثلث المتبقية.
- الخطوة ٣:** صل بين الرؤوس الجديدة لتكون الصورة ب ل جـ.



تحقق من فهمك:

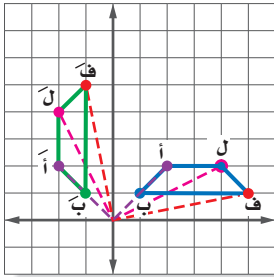


- أ) انسخ المثلث أ ب ف المبين على المستوى الإحداثي ثم ارسم صورته بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية 180° .

أمثلة

الدوران في المستوى الإحداثي

- ٢ ارسم شبه المنحرف أ ب ف ل الذي إحداثيات رؤوسه: أ (٢، ٢)، ب (١، ١)، ف (١، ٥)، ل (٢، ٤). ثم أوجد صورته الناتجة عن دوران بزاوية 90° حول نقطة الأصل. واكتب إحداثيات رؤوس الصورة.
- إحداثيات رؤوس الصورة هي:
- أ (٢، ٢-)، ب (١، ١-)، ف (٥، ١-)، ل (٤، ٢-).

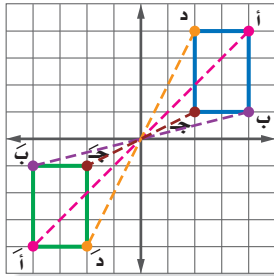


مثال	
عكس	مثال
أ (٢، ٢-)	أ (٢، ٢)
ب (١، ١-)	ب (١، ١)
ف (٥، ١-)	ف (١، ٥)
ل (٤، ٢-)	ل (٢، ٤)

لاحظ أنه بالإمكان إيجاد صورة الرؤوس بتبديل الإحداثي السيني بالمعكوس الجمعي للإحداثي الصادي، وتبديل الإحداثي الصادي بالإحداثي السيني.

- ٣ ارسم المستطيل أ ب ج د الذي إحداثيات رؤوسه: أ (٤، ٤)، ب (١، ٤)، ج (١، ٢)، د (٤، ٢). ثم أوجد صورته الناتجة عن دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل. واكتب إحداثيات رؤوس الصورة.
- إحداثيات رؤوس الصورة هي:

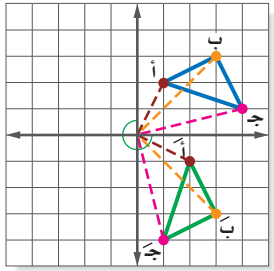
أ (٤-، ٤-)، ب (١-، ٤-)، ج (١-، ٢-)، د (٤-، ٢-)



عكس	
عكس	عكس
أ (٤، ٤) ←	أ (٤-، ٤-)
ب (١، ٤) ←	ب (١-، ٤-)
ج (١، ٢) ←	ج (١-، ٢-)
د (٤، ٢) ←	د (٤-، ٢-)

لاحظ أنه بالإمكان إيجاد صورة الرؤوس بعكس إشارة كلا من الإحداثي السيني والإحداثي الصادي.

٤ ارسم المثلث أ ب ج الذي إحداثيات رؤوسه: أ (٢، ١)، ب (٣، ٣)، ج (١، ٤). ثم أوجد صورته الناتجة عن دوران بزواوية ٢٧٠° حول نقطة الأصل. واكتب إحداثيات رؤوس الصورة. إحداثيات رؤوس الصورة هي: أ (٢، ١-)، ب (٣، ٣-)، ج (١، ٤-).



عكس	
مثل	عكس
أ (٢، ١) ←	أ (١-، ٢)
ب (٣، ٣) ←	ب (٣-، ٣)
ج (١، ٤) ←	ج (٤-، ١)

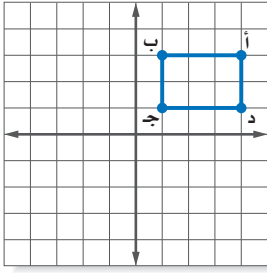
لاحظ أنه بالإمكان إيجاد هذه الرؤوس بتبديل الإحداثي السيني بالإحداثي الصادي، وتبديل الإحداثي الصادي بالمعكوس الجمعي للإحداثي السيني

تحقق من فهمك:

ب) ارسم المستطيل أ ب ج د الذي إحداثيات رؤوسه هي: أ (١، ١)، ب (٣، ١)، ج (٣، ٤)، د (١، ٤). ثم أوجد صورته الناتجة عن دوران بزواوية ٩٠° حول نقطة الأصل. واكتب إحداثيات رؤوس الصورة.



مثال من اختبار



اختيار من متعدد: إذا أُجري دوران للمستطيل $ABCD$ بزاوية 180° حول نقطة الأصل. فما إحداثيات النقطة B' ؟

- (أ) $(1, 3)$ (ب) $(-1, 3)$
(ج) $(-1, -3)$ (د) $(1, -3)$

اقرأ:

طلب منك تحديد إحداثيات الرأس B' بدوران $ABCD$ بزاوية 180° حول نقطة الأصل.

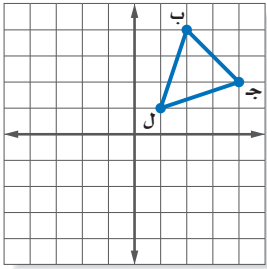
حل:

يمكنك الإجابة دون إجراء الدوران للمستطيل بكامله.

إحداثيات النقطة $B(1, 3)$ بما أن الإحداثي السيني للنقطة B هو 1 ، فإن الإحداثي السيني للنقطة B' هو -1 وبما أن الإحداثي الصادي للنقطة B هو 3 ، فإن الإحداثي الصادي للنقطة B' هو -3 فيكون إحداثيات النقطة B' $(-1, -3)$.

ويكون الجواب البديل هو جـ.

تحقق من فهمك:



(د) اختيار من متعدد: إذا أُجري دوران للمثلث ABC بزاوية 270° حول نقطة الأصل. فما إحداثيات النقطة C' ؟

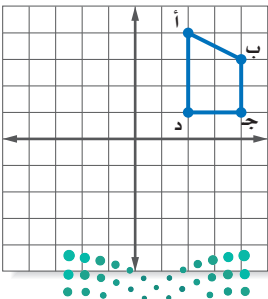
- (أ) $(2, 4)$ (ب) $(-2, 4)$
(ج) $(-2, -4)$ (د) $(4, -2)$

تأكد



المثال ١

١ انسخ الرباعي $ABCD$ المبين على المستوى الإحداثي ثم ارسم صورته بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية 90° .



المثال ٢

ارسم الشكل بالرؤوس المعطاة، ثم ارسم صورته بعد إجراء الدوران المعطى. واكتب إحداثيات رؤوس الصورة.

٢ المستطيل س ص ع م الذي إحداثيات رؤوسه؛ س (١، ٢)، ص (٥، ٢)، ع (١، ٤)، م (٥، ٤)، بزاوية دوران 180° حول نقطة الأصل.

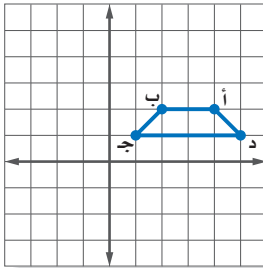
٣ شبه المنحرف ل م ن هـ الذي إحداثيات رؤوسه؛ ل (١، ٦)، م (٤، ٢)، ن (٨، ٢)، هـ (٨، ٦)، بزاوية دوران 90° حول نقطة الأصل.

المثال ٣

٤ اختيار من متعدد: إذا أُجري دوران لشبه المنحرف أ ب ج د بزاوية 90°

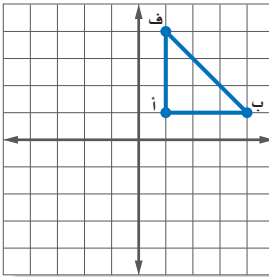
حول نقطة الأصل. فما إحداثيات النقطة د؟

- (أ) (١، ٥) (ب) (٥، ١-)
(ج) (٥-، ١) (د) (١، ٥-)



تدرّب وحلّ المسائل

٥ انسخ المثلث أ ب ف المبين على المستوى الإحداثي ثم ارسم صورته بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية 270° .



إرشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
١	٥
٢	٩، ٧، ٦
٣	٨

ارسم الشكل بالرؤوس المعطاة، ثم ارسم صورته بعد إجراء الدوران المعطى. واكتب إحداثيات رؤوسه.

٦ المثلث أ ب ج إحداثيات رؤوسه؛ أ (٠، ٠)، ب (٥، ٤)، ج (٦، ٤)، بزاوية دوران 180° حول نقطة الأصل.

٧ المستطيل ل م ن هـ الذي إحداثيات رؤوسه؛ ل (١، ٦)، م (٤، ٢)، ن (٨، ٢)، هـ (٨، ٦)، بزاوية دوران 90° حول نقطة الأصل.

٨ اختيار من متعدد: إذا أُجري دوران $\triangle$ ع ص س الذي إحداثيات رؤوسه: س (٠، ٢)، ص (٣، ٥)، ع (٥، ١-)، بزاوية الدوران 180° حول نقطة الأصل. فما إحداثيات النقطة ع؟

- (أ) (٥، ١-) (ب) (١، ٥)
(ج) (٥-، ١) (د) (١، ٥-)



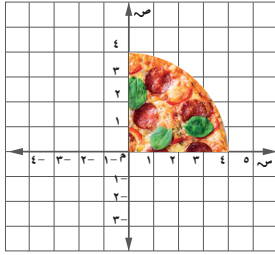
ارسم الشكل بالرؤوس المعطاة، ثم ارسم صورته بعد إجراء الدوران المعطى. واكتب إحداثيات رؤوسه.

٩ شبه المنحرف أ ب ج د الذي إحداثيات رؤوسه: أ (٢، ٩)، ب (٧، ٧)، ج (٧، ٥)، د (٢، ٣)؛ زاوية الدوران 90° .

١٠ متوازي الأضلاع ح ط ي ك الذي إحداثيات رؤوسه: ح (٦، ٦)، ط (٧، ٤)، ي (١، -١)، ك (٣، -٢)، وزاوية الدوران 270° .

١١ يمثل المستطيل أ ب ج د الذي رؤوسه أ (٠، ٤)، ب (٢، ٤)، ج (٢، -١)، د (٠، -١) طاولة في غرفة أحمد، ويفكر في تدويرها حول نقطة الأصل بزاوية 180° .
أ عين إحداثيات رؤوس الطاولة بعد تدويرها.
ب مثل الطاولة وصورتها بالدوران على المستوى الإحداثي.

١٢ إعلان: يعمل مصمم فني على تكرار صورة شريحة فطيرة مخبوزة لأغراض إعلانية.
أ أوجد صورة شريحة الفطيرة بالدوران الذي مركزه نقطة الأصل، وبزاوية 180° .



ب عين نقطة لم تتغير صورتها بالدوران؟
ج ما زوايا الدوران التي يحتاجها المصمم؛ لاستكمال شكل الفطيرة المخبوزة كاملاً.



الربط بالحياة:

تؤثر الإعلانات المروجة للوجبات السريعة التحضير على مفهوم الغذاء الصحي لدى الأطفال، والمراهقين.

١٣ إذا كانت النقطة أ هي صورة النقطة أ بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية 90° ، وكانت النقطة أ هي صورة النقطة أ بدوران حول نقطة الأصل بزاوية 270° .
أ أكمل الجدول التالي

النقطة أ	النقطة أ	النقطة أ
(٣، ٢)		
(٥، ٣)		
(٩، ٦)		

ب اكتب قاعدة الدوران التي تحول النقطة أ إلى النقطة أ بدوران حول نقطة الأصل. وفسر ذلك.

١٤ $\triangle$ هـ و ع رؤوسه؛ هـ (٢، ٥)، و (٦، ٣)، ع (٣، -١)، أوجد صورة المثلث بدوران بزاوية 180° حول النقطة (١، ٤).

١٥ إذا أجري دوران $\triangle$ ف ص ل بزاوية 270° حول نقطة الأصل فأصبحت إحداثيات صورته بعد الدوران ف (٢، -١)، ص (٣، -٥)، ل (٥، -٤)، أوجد إحداثيات رؤوس $\triangle$ ف ص ل؟

١٦ تقنية: ابحث عن أحد التطبيقات الحاسوبية لإجراء دوران لشكل هندسي. وتنبؤ شكله حول نقطة الأصل بزاوية 180° . اشرح خطوات الحل.

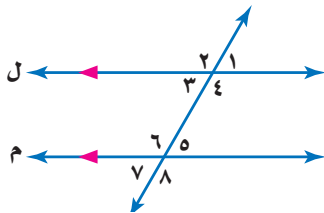
مسائل مهارات التفكير العليا

- ١٧ **تبرير:** هل العبارة (محيط شكل رباعي يساوي محيط صورته بالدوران) صحيحة دائماً، أم صحيحة أحياناً، أم أنها غير صحيحة أبداً؟ فسر إجابتك.
- ١٨ **هندسة:** ارسم شكلاً هندسياً ثم قم بتدويره حول نقطة الأصل مرة عكس عقارب الساعة ومرة مع عقارب الساعة بالزوايا $(90^\circ, 180^\circ, 270^\circ)$. ماذا تلاحظ؟
- ١٩ **الكتب:** هل هناك حالات تبقى فيها النقاط عند تدويرها ثابتة؟ اشرح ذلك.

تدريب على اختبار

- ٢٠ **إجابة قصيرة:** أوجد صورة القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ بدوران مركزه نقطة الأصل، وزاويته 90° ، حيث $A(4, 9)$ ، $B(3, 10)$ ؟
- ٢١ صورة النقطة $A(3, 5)$ هي $A'(-5, 3)$ بدوران مركزه نقطة الأصل وزاويته:
- | | |
|----------------|----------------|
| أ) 90° | ج) 270° |
| ب) 180° | د) 360° |

مراجعة تراكمية



٢٢ صنف أزواج الزوايا المتناظرة، والمتبادلة داخلياً. (الدرس ١-٥)

قدر ما يلي وفسر إجابتك. (الدرس ٢-٤)

٢٥ 13% من ٨٠

٢٤ 34% من ٩٥

٢٣ 23% من ٥٠

٢٦ تتضمن تعليمات الرحلات في أحد النوادي الثقافية أن يرافق كل ٣٠ طالبا أربعة معلمين، إذا كان عدد الطلاب المشاركين في الرحلة ١٢٠ طالبا، فكم عدد المعلمين الذين يجب أن يرافقوا الطلاب في الرحلة. (مهارة سابقة)



اختبار الفصل

طبيعة: حدد ما إذا كان للأشكال الآتية محاور تماثل. وإذا كان كذلك فارسم الشكل، وارسم جميع محاور التماثل، وإلا فاكتب (لا يوجد).



١١



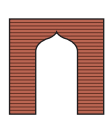
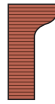
١٠



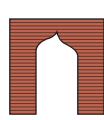
٩

طبيعة: أيُّ الأشكال السابقة له تماثل دوراني حول نقطة؟ اذكر زاوية أو زوايا الدوران إن وجدت.

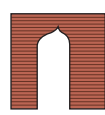
اختيار من متعدد: أيُّ الأشكال الآتية يوضح تماثلًا حول محور رأسي لصورة نصف القوس المبين:



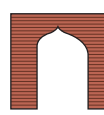
(ج)



(أ)



(د)



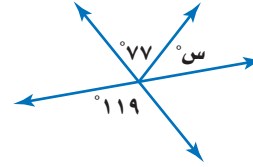
(ب)

ارسم $\triangle$ ل ك ع الذي إحداثيات رؤوسه ل(٢، ٣)، ك(١، -٤)، ع(-٣، -٥). ثم ارسم صورته، واكتب إحداثيات رؤوسه بعد إجراء التحويلات الآتية:

١٤ الانعكاس حول محور السينات.

١٥ الانسحاب الذي مقداره وحدتين إلى اليسار و ٥ وحدات إلى أعلى.

١٦ أوجد صورة $\triangle$ أ ب ج الذي رؤوسه أ(٣، ٣)، ب(٣، ١)، ج(٥، ٢) بدوران مركزه نقطة الأصل وزاويته 90° .



١ **جبر:** أوجد قيمة س في الشكل.

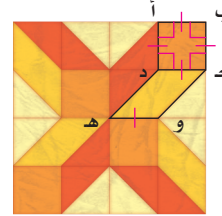
٢ **جبر:** إذا كانت الزاويتان ك، م متكاملتين،

و ق $\angle$ ك = 135° ، فأوجد ق $\angle$ م.

جبر: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل من المضلعات المنتظمة الآتية، ثم أوجد قياس إحدى هذه الزوايا.

٣ ثماني ٤ ذي ١٥ ضلعًا

٥ **اختيار من متعدد:** أيُّ الجمل الآتية ليست صحيحة بالنسبة للأشكال الرباعية المحددة في النمط المبين؟



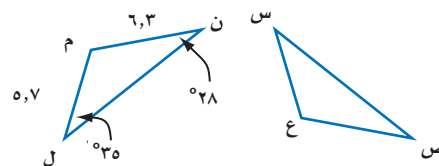
أ) مجموع قياسات زوايا المضلع الرباعي ج د هـ و يساوي 360° .

ب) الشكل الرباعي أ ب ج د مضلع منتظم.

ج) الأشكال الرباعية متطابقة.

د) مجموع قياسات زوايا المضلع الرباعي أ ب ج د يساوي 360° .

يوضح الرسم أدناه أن $\triangle م ن ل \cong \triangle ع س ص$. أوجد قياس كل من:



٨ $\angle ع$

٧ $\angle س$

٦ $\angle ص$

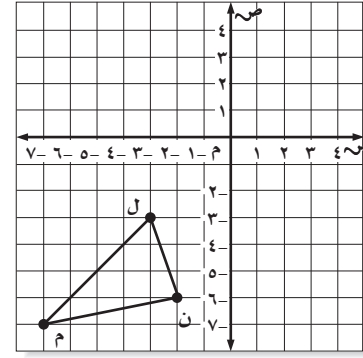
الاختبار التراكمي (٥)

اختيار من متعدد

القسم ١

اختر الإجابة الصحيحة:

١ إذا تم إجراء انسحاب للمثلث $\triangle$ ل م ن مقداره ٥ وحدات إلى أعلى و ٧ وحدات إلى اليمين، فما إحداثيات النقطة ل؟



(أ) $(-2, 10)$ (ب) $(5, 2)$

(ج) $(2, 4)$ (د) $(3, -4)$

٢ إذا كان سعر ثلاثة قبل الخصم ٢٤٥٠ ريالاً، وكانت النسبة المئوية للخصم ٣٠٪ من السعر الأصلي، فما مقدار الخصم؟

(أ) ٣٠٠ ريال (ب) ٧٣٥ ريالاً

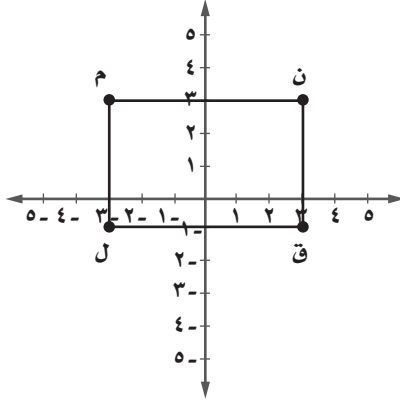
(ج) ٧٠٥ ريالات (د) ٤٥٠ ريالاً

٣ تظهر شريحة ميكروسكوب ٣٥ كرية دم حمراء من أصل ٦٠ كرية. ما عدد كريات الدم الحمراء المتوقع وجودها في عينة من الدم نفسه تحوي ٨٤٠ كرية؟

(أ) ٢,٥ (ب) ٤٩٠

(ج) ٥١٠ (د) ١٤٤٠

٤ يمثل الشكل المرسوم في المستوى أدناه المستطيل ل م ن ق: ما مساحة المستطيل ل م ن ق؟

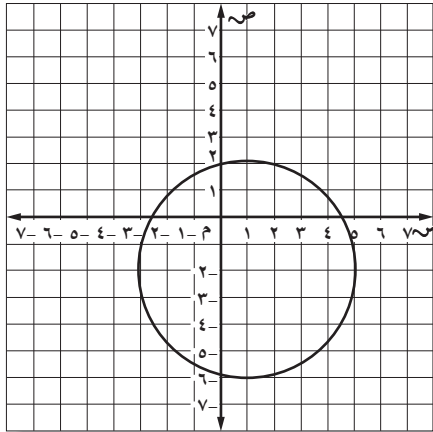


٥ دائرة نصف قطرها ٤ وحدات، ومركزها النقطة (١، -٢) إذا أُجري انسحاب مقداره ٥ وحدات إلى أعلى و ٤ وحدات إلى اليسار، فما الإحداثيات الجديدة للمركز؟

(أ) ٢٤ (ب) ١٨

(ج) ١٢ (د) ٩

٦ دائرة نصف قطرها ٤ وحدات، ومركزها النقطة (١، -٢) إذا أُجري انسحاب مقداره ٥ وحدات إلى أعلى و ٤ وحدات إلى اليسار، فما الإحداثيات الجديدة للمركز؟

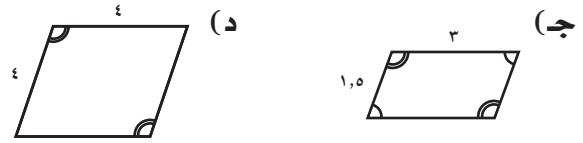
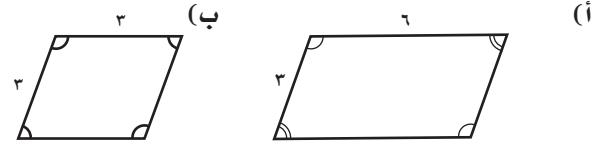
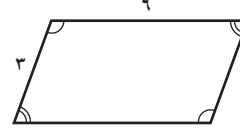


(أ) $(2, 5)$ (ب) $(2, -4)$

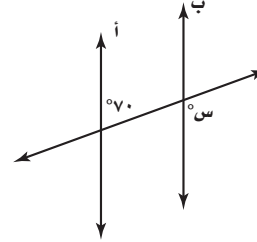
(ج) $(3, -3)$ (د) $(3, 5)$



٦ أيُّ الأشكال الآتية مطابق للشكل أدناه؟



٧ المستقيمان أ و ب في الشكل أدناه متوازيان، أوجد قيمة س.



- (أ) ٧٠
(ب) ١٠٠
(ج) ٨٠
(د) ١١٠

القسم ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن السؤالين الآتيين:

٨ تستطيع منار صنع ٣ أساور في ٥٥ دقيقة. كم ساعة تستغرق في صنع ١٨ سوارًا، إذا عملت بنفس المعدل؟

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن السؤال

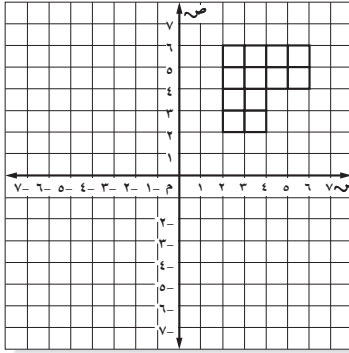
فراجع الدرس

٩ وفرّ عمار ٧٥, ٤٩ ريالاً عند شراء حذاء. إذا كانت النسبة المئوية للخصم ٢٥ % من السعر الأصلي، فكم ريالاً كان السعر الأصلي للحذاء؟

القسم ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضعاً خطوات الحل.

١٠ باستعمال الشكل المرسوم على المستوى أدناه.



(أ) ارسم صورة الشكل بالانعكاس حول محور السينات.

(ب) ارسم صورة الشكل بالانعكاس حول محور الصادات.

(ج) ارسم صورة الشكل بالانعكاس حول المستقيم

ص = ٢، ثم حول المستقيم ص = -٢. أيّ التحويلات يشبه الانعكاس في الفرع ج؟

أدرب



من خلال الإجابة عن الأسئلة؛ حتى أعزز ما تعلمته من مفاهيم وما اكتسبته من مهارات.

اللازم

أنا طالبٌ مُعدٌّ للحياة، ومنافسٌ عالمياً.

الإحصاء

الفصل ٦

الفكرة العامة

- أستخدم المقاييس الإحصائية التي تتضمن المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى في وصف البيانات بشكل مختصر، وتنظيمها، وعرضها، وفي المقارنة بين مجموعات من البيانات.

المفردات الرئيسية:

المدرج التكراري (ص ٩٠)

القطاعات الدائرية (ص ٩٧)

مقاييس النزعة المركزية (ص ١٠٦)

الربط بالحياة:

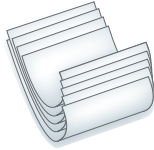


الحج: يُستخدم الإحصاء والتمثيل البياني غالباً لوصف التعداد السكاني أو الإحصاءات العامة؛ فمثلاً، بلغ عدد حجاج بيت الله الحرام عام ١٤٣٨ هـ ٢,٤ مليون حاج تقريباً، ٧٤٪ منهم من حجاج الخارج.

المَطْوِيَّاتُ

مُنَظَّمُ أَفْكَارٍ

الإحصاء: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بخمس أوراق قياس A4 كما يأتي:



٢ لُف الأوراق بحيث تكون لحوافها الظاهرة العرض نفسه.



١ ضع الأوراق الخمس بعضها فوق بعض بحيث تعلق كل ورقة الورقة التي أمامها مسافة ٢ سم تقريباً.



٤ اكتب عنوان الفصل، وسم كل شريط بعنوان أحد الدروس، وسم الشريط الأخير باسم المفردات.



٣ اثن الأوراق جيداً بعد التأكد من تساوي المسافات بين حوافها، ثم ثبثها على طول خط الطي المتكوّن.



التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

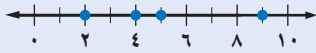
انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

اختبار للريج

مراجعة للريجة

مثال ١:

مثّل المجموعة {٢، ٤، ٥، ٩} على خط الأعداد.



مثال ٢:

أوجد ناتج: $٦ + (-٤)$.

٦ و -٤ لهما إشارتان مختلفتان، بطرح قيمتهما المطلقتين، ٦ و ٤ يكون الناتج هو ٢، ويحمل إشارة العدد الذي قيمته المطلقة أكبر وهو (٦).

مثال ٣:

رتّب الأعداد النسبية الآتية من الأصغر إلى الأكبر:

٠,٨ ، ٠,٦٨ ، ٠,٠٦٨ ، ٠,٨٠

رتّب الفواصل العشرية بعضها فوق بعض. قارن بين الأرقام في كل منزلة.

٠,٨٠

٠,٦٨

٠,٠٦٨

فيكون الترتيب للأعداد من الأصغر إلى الأكبر هو:

٠,٨٠ ، ٠,٦٨ ، ٠,٠٦٨ ، ٠,٨٠

مثال ٤:

ما قيمة ٧٢٪ من ٣٦٠؟

٧٢٪ من ٣٦٠ = $٣٦٠ \times ٠,٧٢$ كتابة النسبة المئوية

على صورة كسر عشري.

٢٥٩,٢ =

مثّل مجموعة النقاط الآتية على خط الأعداد: (مهارة سابقة)

١ {٧، ٨، ١٠، ١٥، ١٦}

٢ {١٥، ٢٠، ٢١، ٢٥، ٣٠}

أوجد ناتج الجمع أو الطرح: (مهارة سابقة)

٣ $-٤ + (-٨)$

٤ $-٥ + ٢$

٥ $٧ + (-٣)$

٦ $-١ - (-٥)$

٧ **طقس:** كانت درجة الحرارة الصغرى ليلاً في مدينة تبوك ٣°س، في حين بلغت في الليلة التالية ٢°س.

فما الفرق بين الدرجتين؟ (مهارة سابقة)

رتّب الأعداد النسبية الآتية من الأصغر إلى الأكبر: (مهارة سابقة)

٨ ٠,٢٣ ، ٠,٣٢ ، ٠,٠٣

٩ ٠,٤ ، ٠,٦٤ ، ٠,٤٦ ، ٠,٦

١٠ ٠,٠١ ، ٠,٠١ ، ٠,١٠ ، ٠,١٠

١١ **اتصالات:** بلغت تكلفة اتصالات كل من عبدالله

وسلطان ومحمد في هذا الشهر ١٢٠,٧١ ،

١٧، ١٢٠,٠٧، ١٢٠ ريالاً على الترتيب. رتّب هذه

المبالغ ترتيباً تصاعدياً. (مهارة سابقة)

حلّ المسائل الآتية: (مهارة سابقة)

١٢ أوجد قيمة ٥٢٪ من ٣٦٠

١٣ ما قيمة ٣٦٪ من ٣٦٠؟

١٤ أوجد قيمة ١٤٪ من ٣٦٠



استراتيجية حل المسألة

١ - ٦

فكرة الدرس: أحل المسائل باستعمال استراتيجية "إنشاء جدول".

أنشئ جدولاً

رائد : نضدنا نشاطاً يتعلق بمادة الدراسات الاجتماعية، حيث قمنا بدراسة

درجات الحرارة	
١٤	٨
١٥	١٢
١٤	١٥
٢١	١٦
٣١	١٠

درجات الحرارة في ١٠ عواصم عربية في أحد أيام فصل الربيع، فوجدنا أن درجات الحرارة يمكن أن تُنظم ضمن فئات أربع هي: (١ - ١٠)°س مدن باردة، (١١ - ٢٠)°س مدن معتدلة، (٢١ - ٣٠)°س مدن دافئة، أكثر من ٣٠°س مدن حارة.

مهمتك : ما عدد العواصم التي تقع ضمن كل فئة من فئات درجات الحرارة؟

افهم

لدينا قائمة بدرجات الحرارة لعشر عواصم. ونريد معرفة عدد العواصم التي تقع ضمن كل فئة من الفئات الأربع.

نُظِّم

اعمل جدولاً لتسجيل درجات الحرارة لتلك العواصم في فئات.

الفئات	الإشارات	التكرار
١ - ١٠		٢
١١ - ٢٠		٦
٢١ - ٣٠		١
أكثر من ٣٠		١

حلّ

هناك عاصمتان تتسمان ببرودة الطقس، وست عواصم معتدلة الحرارة، وعاصمة واحدة دافئة، وأخرى حارة.

تحقق

قام رائد بدراسة درجة الحرارة في ١٠ عواصم، وبما أن: $١٠ = ١ + ١ + ٦ + ٢$ ، فإن الجدول يبدو معقولاً.

حلّ الاستراتيجية

- ١ اذكر إيجابيات وسلبيات ترتيب البيانات في جدول.
- ٢ صف نوعين من البيانات يمكن ترتيبهما ضمن جدول.
- ٣ اكتب مسألة يمكن حلها باستعمال الجدول ثم حلها.



مسائل متنوعة

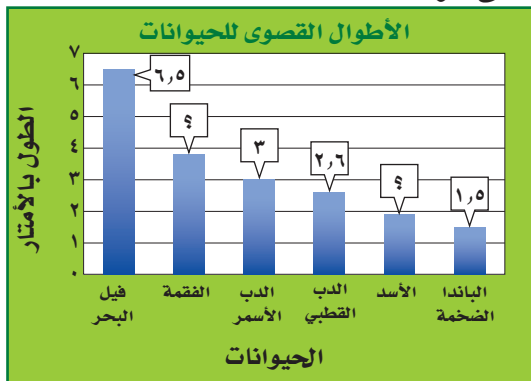
٨ **إذاعة:** تبث إذاعة القرآن الكريم ٣٠ حلقة من المصحف الموجود كل شهر، فما عدد الحلقات التي تبثها الإذاعة في ثمانية أشهر؟

٩ **رواتب:** ما نسبة الموظفين الحاصلين على راتب من ٣٠٠١ - ٧٠٠٠ ريال بحسب الجدول أدناه؟

الراتب الشهري لموظفي إحدى الشركات		
الراتب الشهري (ريال)	الإشارات	التكرار
١٠٠٠-١		٦
٢٠٠٠-١٠٠١		٨
٣٠٠٠-٢٠٠١		٣
٤٠٠٠-٣٠٠١		٥
٥٠٠٠-٤٠٠١		٢
٦٠٠٠-٥٠٠١		٢
٧٠٠٠-٦٠٠١		٢
٨٠٠٠-٧٠٠١		١

١٠ **بريد إلكتروني:** يصل عدد الرسائل الإلكترونية في العالم كله إلى ٩٧ مليار رسالة يوميًا، يُصنّف أكثر من ٤٠ مليارًا منها على أنها رسائل مزعجة. فعلى ضوء هذه النسبة، ما عدد الرسائل المزعجة التي ترسل في الشهر؟

١١ **حيوانات:** يبيّن الرسم الآتي أقصى طول لبعض الحيوانات، فإذا كان أقصى طول للفقمة يساوي مثلي أقصى طول للأسد، والذي هو بدوره أطول بـ ٤,٠ م من أقصى طول للباندا الضخمة، فأوجد أقصى طول للفقمة.



المصدر: Top 10 of Everything

استعمل استراتيجية "إنشاء جدول" لحل المسألتين ٤، ٥:

٤ **شركة:** تبين القائمة الآتية الأوقات التي وصل فيها موظفو إحدى الشركات إلى مقر عملهم. نظّم البيانات في جدول باستعمال الفئات الآتية: ٧:٠٠ - ٧:١٤، ٧:١٥ - ٧:٢٩، ٧:٣٠ - ٧:٤٤، ٧:٤٥ - ٧:٥٩. ما الفترة الزمنية التي وصل فيها أكبر عدد من الموظفين؟

٧:١٥	٧:٣٠	٧:٣٥	٧:١٠	٧:٣٥
٧:٣٠	٧:٤٠	٧:٢٠	٧:٠٠	٧:٣٠
٧:٠٥	٧:٢٥	٧:٠٠	٧:٢٠	٧:٢٥
٧:٤٥	٧:١٠	٧:٢٥	٧:٤٠	٧:٢٥
٧:٤٠	٧:٠٥	٧:٣٠	٧:١٥	٧:١٠

٥ **كرة القدم:** تبين القائمة الآتية عدد الأهداف التي سجّلها أحد الأندية في ٣٠ مباراة. أوجد عدد الأهداف الذي له أكبر تكرار.

٠	١	٢	٥	٣	٤
٠	٢	٣	٤	٠	١
٢	٣	٣	٤	٣	٢
٧	٢	٣	٥	١	٣
٠	٥	٥	٢	٣	٥

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦ - ١١:

من استراتيجيات حل المسألة

- استعمال التبرير المنطقي
- حل مسألة أبسط
- إنشاء جدول

٦ **طعام:** تجلس أسرة مكونة من ٥ أفراد على طاولة حولها ٥ مقاعد لتناول طعام الغداء يوميًا، فإذا كان مقعدا الأم والأب محدّدين، فبكم طريقة يمكن جلوس بقية أفراد الأسرة؟

٧ **أصدقاء:** يعيش الأصدقاء سعيد، ومحمد، وعلي، وعبد الغني، في مدن مختلفة، هي: جدة ومكة وأبها والقريات. وفي العطلة زار سعيد ومحمد صديقتهما عبد الغني في جدة، بينما فضّل عليّ البقاء في أبها. فمن الذي يسكن منهم في مكة علمًا بأن محمدًا يعيش في أقصى الشمال؟



المدرجات التكرارية

٢-٦

استعد

عدد الدول	الإشارات	فئات أعداد السكان بالمليون
١٤		١٤-٠
٤		٢٩-١٥
٣		٤٤-٣٠
٠		٥٩-٤٥
٠		٧٤-٦٠
١		٨٩-٧٥

سكان: أجرى عزام دراسة على سكان الوطن العربي؛ والجدول المجاور يبيّن نتائج هذه الدراسة.

١ ماذا تلاحظ على أطوال الفئات في الجدول؟

٢ ما عدد الدول التي عدد سكانها أكبر من أو يساوي ١٥ مليون نسمة، ويقل عن ٤٥ مليون نسمة؟

فكرة الدرس:

أعرض البيانات وأمثّلها باستعمال المدرج التكراري وأفسرها.

المفردات

المدرج التكراري

يمكن تمثيل البيانات في الجدول التكراري باستعمال المدرج التكراري.
المدرج التكراري: تمثيل بياني يعرض البيانات العددية منظمّة في فئات متساوية.

تكوين المدرج التكراري

مثال

مدة التدريب الرياضي (دقيقة)				
٩٦	٢١٩	١٤٢	٨٩	١٣٥
١٥٥	٩٤	١٣٥	١٠٤	١٤٤
٩١	١١٦	١٣٤	١٢٧	١٠٦
١٠١	١١٠	١١٨	١٣٨	١١٨

رياضة: تظهر البيانات المجاورة الزمن الذي استغرقه كل طالب من طلاب الصف الثالث المتوسط في ممارسة الأنشطة الرياضية في مركز للياقة البدنية خلال عطلة نهاية الأسبوع، اختر فئات مناسبة لتكوين جدول تكراري، ثم كوّن مدرجًا تكراريًا يمثّل هذه البيانات.

مدة التدريب الرياضي (دقيقة)		
الزمن	الإشارات	التكرار
١١٠-٨١		٨
١٤٠-١١١		٨
١٧٠-١٤١		٣
٢٠٠-١٧١		٠
٢٣٠-٢٠١		١

مدة أقصر تدريب هي ٨٩ دقيقة والمدة الأطول هي ٢١٩ دقيقة. ويبيّن الجدول المجاور تمثيل هذه البيانات بفئات بطول ٣٠ دقيقة.

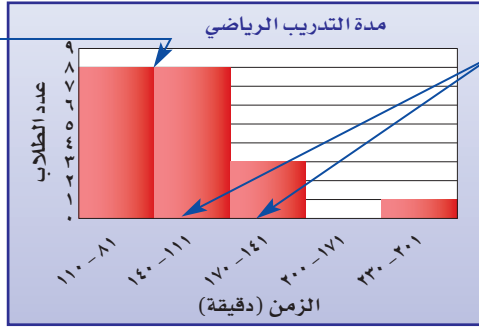
لإنشاء المدرج التكراري اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة ١: ارسم المحورين الأفقي والرأسي، وسمّهما واكتب العنوان.

الخطوة ٢: قسّم المحور الأفقي بحسب الفئات في الجدول التكراري.

الخطوة ٣: ارسم عمودًا لكل فئة بحيث يساوي ارتفاعه التكرار المقابل.

لا يوجد فراغ بين
الأعمدة



الأعمدة جميعها لها
العرض نفسه؛ لأن
أطوال الفئات
متساوية

إرشادات للدراسة

الفجوات

الفئات التي تكرر صفر
يكون ارتفاع أعمدها صفرًا
وتسمى فجوات.

تحقق من فهمك:

درجات مادة الرياضيات

٨٠	٨٩	٧٧	٧٥	٩٣	٧٣	٨٥	٩٤
٨٣	٩٠	٨٥	٨٧	٨١	٧٩	٨٣	٨٩
٩٠	٩٢	٩٣	٩٣	٩١	٨٣	٨٦	٨٨
١٠٠	٩٠	٨٢	٩٨	٩٧	٩٦	٨٨	٩١

(أ) **اختبارات:** تبين القائمة

المجاورة درجات اختبار
في مادة الرياضيات. اختر
فئات مناسبة ومثل البيانات
بجدول تكراري، ثم أنشئ
مدرجًا تكراريًا.

تحليل البيانات وتفسيرها

مثالان

إبحار: ما عدد القوارب التي أبحر كل

منها ٤٠٠ دقيقة على الأقل؟

هناك خمسة قوارب أبحر كل منها ما
بين (٤٩٩-٤٠٠) دقيقة؛ وهناك قاربان
ما بين (٥٩٩-٥٠٠) دقيقة؛ لذلك فإن:
 $٧ = ٢ + ٥$ قوارب أبحرت ٤٠٠ دقيقة
على الأقل.

إبحار: ما نسبة القوارب التي أبحرت

١٩٩ دقيقة على الأكثر؟

مجموع القوارب = $١٧ + ٤ + ١ + ٥ + ٢ = ٢٩$ قاربًا.

وعدد القوارب التي أبحرت ١٩٩ دقيقة فأقل = $١٧ + ٤ = ٢١$ قاربًا.

وبما أن $\frac{٢١}{٢٩} \approx ٧٢\%$ ، فإن ٧٢٪ من القوارب تقريبًا أبحرت ١٩٩ دقيقة فأقل.

تحقق من فهمك:

استعمل المدرج أعلاه للإجابة عن التمرينين الآتيين:

(ب) ما أكبر زمن أبحره قارب؟

(ج) ضمن أي فئات زمن الإبحار كان عدد القوارب أكثر؟



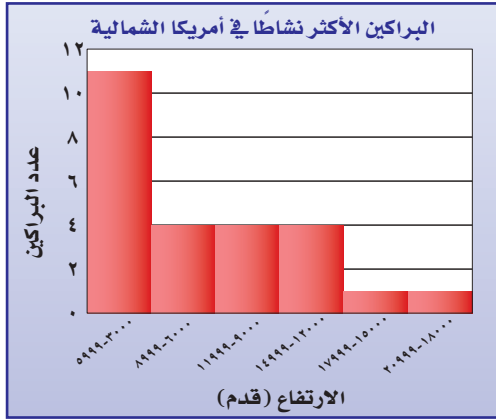
المثال ١

الكثافة السكانية لمناطق السعودية لكل كلم ^٢				
٣٧	١٩	٣٥	١٤	٣
	٦	١٩	٥	١٦
	٢	٥٥	٢	٤

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

١ سكان: تمثل القائمة المجاورة الكثافة السكانية للمناطق الإدارية في المملكة العربية السعودية. اختر فئات مناسبة لعمل جدول تكراري، ثم أنشئ مدرجاً تكرارياً يمثل هذه البيانات.

براكين: استعن بالمدرج التكراري المجاور في الإجابة عن الأسئلة ٢ - ٤:



المصدر: The World Almanac

٢ ما نسبة البراكين على ارتفاع ٨٩٩٩ قدماً فأقل؟

٣ ما احتمال أن يكون ارتفاع البركان ١٥٠٠٠ قدم على الأقل؟ فسر إجابتك.

٤ ما ارتفاع أعلى البراكين؟

تدرب وحل المسائل

اختر فئات مناسبة لتكوين جدول تكراري لكل من السؤالين الآتيين، ثم أنشئ مدرجاً تكرارياً لتمثيل البيانات:

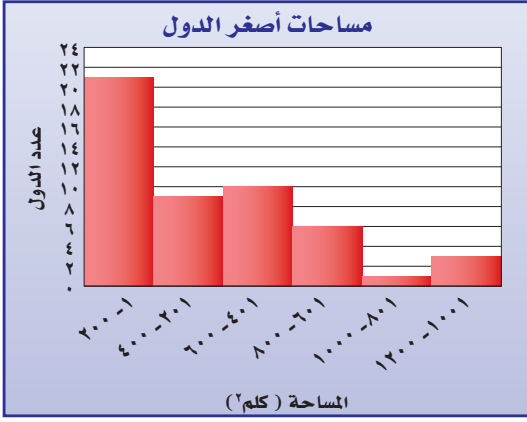
عدد ساعات حل الواجبات أسبوعياً						
٠	٢	٤	١	٩	٠	٣
٣	٥	٢	٤	١٤	٦	٣
	١٠	٣	٨	٠	٣	٧

معدل سرعة بعض الحيوانات (ميل / ساعة)						
٨	٤٥	٥٠	٥٠	٥٠	٦١	٧٠
٠,١٧	٣٥	٤٠	٤٠	٤٠	٤٢	٤٣
١,١٧	٣٠	٣٠	٣٠	٣٢	٣٢	٣٥
٢٠٠	١٢	١٨	٩	٢٠	٢٥	٣٠

لأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٦٠٥	١
١٤-٧	٣,٢

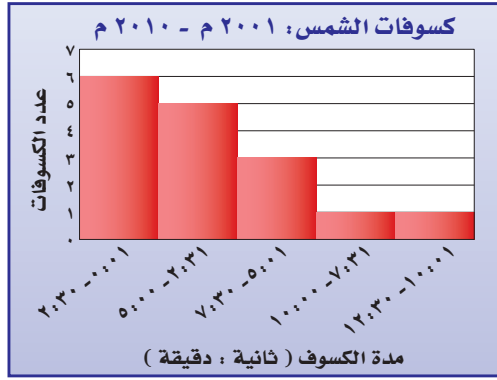


دول: استعمل المدرج التكراري الآتي في حل الأسئلة ٧-١٠:



- ٧ ما عدد الدول التي تقل مساحتها عن ٤٠١ كلم²؟
- ٨ ما نسبة الدول التي تقع مساحتها بين ٢٠١-٦٠٠ كلم²؟
- ٩ ما احتمال أن تزيد مساحة دولة على ٨٠٠ كلم²؟
- ١٠ ما الدولة الأقل مساحة؟

كسوف الشمس: استعمل المدرج التكراري أدناه في الإجابة عن الأسئلة من ١١ - ١٤:



المصدر: NASA



الربط بالحياة:



كسوف الشمس آية من آيات الله يخوف الله بها عباده، وبدراسة الكسوفات السابقة وجد أن الكسوف الكلي للشمس يحدث ٣ مرات كل ٤ سنوات تقريباً، ويكون زمن الكسوف الكلي أقل من زمن الكسوف الجزئي.

- ١١ ما النسبة المئوية للكسوفات التي استمرت ٧ دقائق و ٣١ ثانية على الأقل؟

- ١٢ كم استغرق أقصر كسوف للشمس؟

- ١٣ ما مدة الكسوف الشمسي الكلي خلال هذا العقد؟ فسّر إجابتك.

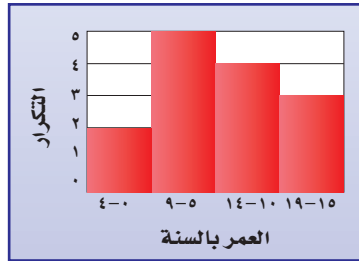
- ١٤ ما عدد الكسوفات الشمسية التي استمرت بين ثانية واحدة وخمس دقائق؟

- ١٥ **جمع البيانات:** حدّد وزملاء صفك عدد الساعات التي يمضيها كل منكم في استعمال شبكة المعلومات خلال أسبوع، وكوّن جدولاً تكرارياً بفئات مناسبة، ثم أنشئ مدرجاً تكرارياً لتمثيل البيانات.

- ١٦ **بحث:** استعمل شبكة المعلومات أو أي مصدر آخر لتحصل على بيانات تتعلق بالمناطق الإدارية في المملكة العربية السعودية، ومثل هذه البيانات بمدرج تكراري؟ ثم قارن بيانات منطقتك بسائر مناطق المملكة.



١٧ **مسألة مفتوحة:** أنشئ مدرجاً تكرارياً له خط تماثل رأسي وفجوتان؛ ثم أنشئ مدرجاً آخر له خط تماثل رأسي واحد وفجوة واحدة.



١٨ **تحذّر:** صف التغير الذي يحصل على المدرج المجاور في حال استعمال فئات أطول، مثل ٠-٩ و ١٠-١٩؛ ثم صف التغير في حالات استعمال فئات أصغر، مثل ٠-٢، ٣-٥، ٦-٨... إلخ.

١٩ **الكتب:** وضح متى يكون استعمال المدرج التكراري أكثر فائدة من استعمال جدول البيانات الفردية، ومتى يكون العكس.

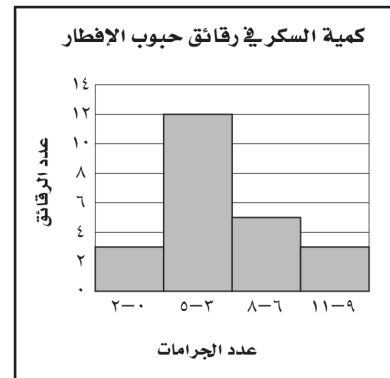
تدريب على اختبار

٢١ **إجابة قصيرة:** سجلت مجموعة أمهات أعمار أطفالهن بالشهور عندما بدأت أسنانهم بالظهور.



ما الكسر الدال على نسبة الأطفال الذين بدأت أسنانهم بالظهور في عمر ٦ شهور أو أكثر؟

٢٠ أيّ الجمل الآتية صحيحة وفقاً للمدرج التكراري أدناه؟



- أقل عدد من الجرائم موجود في رقائق حبوب الإفطار هو صفر.
- أكبر عدد من الجرائم موجود في رقائق حبوب الإفطار هو ١١
- معظم رقائق حبوب الإفطار تحوي ٦-١١ جراماً من السكر.
- معظم رقائق حبوب الإفطار تحوي ٣-٥ جرامات من السكر.



مراجعة تراكمية

٦,٩	٧,٣	٧,٩	٨,٦	١٢,٧	١٤,٠
٤,٣	٤,٣	٤,٦	٥,٢	٥,٣	٦,١
٣,٢	٣,٢	٣,٣	٣,٣	٣,٥	٤,٠
٢,٥	٢,٦	٢,٦	٢,٦	٣,٠	٣,١

٢٢ تبين القائمة المجاورة ما وفّره ٢٤ طالبًا
بمئات الريالات خلال العام الحالي.
استعمل استراتيجية إنشاء جدول لتنظيم
هذه البيانات في فئات. (الدرس ٦ - ١)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: حلّ كلّ مسألة مما يأتي:

- ٢٣ أوجد ٢٦٪ من ٣٦٠
٢٤ أوجد ٥٣٪ من ٣٦٠
٢٥ أوجد ٧٣٪ من ٣٦٠





الجدول الإلكتروني تمثيل البيانات بالمدرجات التكرارية

توسّع
٢ - ٦

يمكن استعمال الجداول الإلكترونية لإنشاء المدرجات التكرارية.

نشاط

يبين الجدول الآتي درجات طلاب الصف الثاني المتوسط في مادة الرياضيات من ١٠٠ في مدرسة من مدارس مدينة الهفوف.

درجات طلاب الصف الثاني المتوسط					
٩٥	٨٨	٩٣	٨٨	٤٣	٧٩
٩٠	٨٢	٨٤	٩٢	٤٤	٧٨
٨٣	٧٩	٩٩	٧٢	٨٣	٦٧
٨٣	١٠٠	٩٤	٦٦	٨٠	٧٠
٩٠	٨٩	٧٥	٧٩	٧٥	٨٣

أعد صفحة جداول إلكترونية كما في الشكل أدناه:

الخطوات التالية هي توجيه أمر لإنشاء تمثيل بالمدرجات التكرارية.

الخطوة ١ أكتب بيانات درجات الطلاب في العمود A.

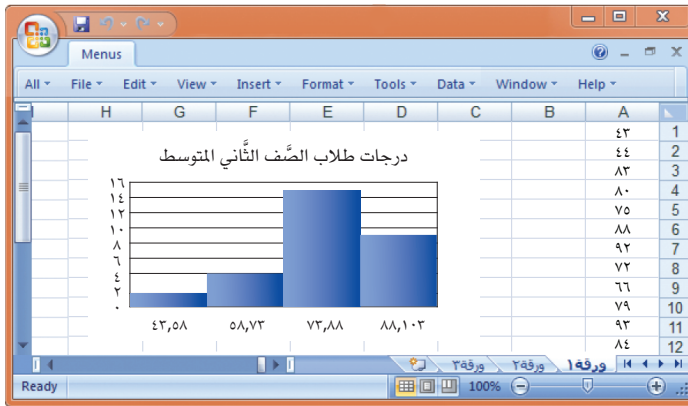
الخطوة ٢ ظلّل البيانات في العمود A.

الخطوة ٣ انقر على أيقونة البيانات من قائمة إدراج، ثمّ حلّل البيانات.

الخطوة ٤ اختر مخططات، ثم اختر المدرج التكراري فيظهر التمثيل المطلوب.

الخطوة ٥ ظلّل عنوان المخطط على التمثيل، ثمّ اكتب عنوان المخطط

(درجات طلاب الصف الثاني المتوسط).



حلّ النتائج

١ ما تقييمك لنتائج الطلاب. قدّم تفسيرات محتملة لهذا التقييم.



٢ ما الطرق الأخرى لتمثيل هذه البيانات، وما الفرق بينها وبين التمثيل بالمدرج التكراري؟



القطاعات الدائرية

٣ - ٦

استعد

سكان: يبين الجدول المجاور توزيع السكان في المناطق الإدارية في المملكة العربية السعودية، بحسب إحصاءات الهيئة العامة للإحصاء لعام ١٤٣١ هـ.

المنطقة	النسبة المئوية
مكة المكرمة	٢٥,٥ ٪
الرياض	٢٥ ٪
المنطقة الشرقية	١٥,١ ٪
عسير	٧ ٪
المدينة المنورة	٦,٦ ٪
جازان	٥ ٪
باقي مناطق المملكة	١٥,٨ ٪

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

١ ما النسبة المئوية لسكان منطقة المدينة المنورة؟

٢ ما النسبة المئوية لسكان المنطقة الشرقية؟

٣ ما المنطقة ذات التجمع السكاني الأكبر؟

٤ هل يمثل الجدول جميع سكان المملكة؟ فسّر ذلك.

فكرة الدرس:

أنشئ القطاعات الدائرية، وأفسرها.

المفردات:

القطاعات الدائرية

تستعمل **القطاعات الدائرية** لمقارنة أجزاء من البيانات بمجموعة البيانات كلها؛ حيث تمثل الدائرة جميع البيانات، وبذلك فإن مجموع النسب في القطاعات الدائرية يساوي ١٠٠٪.

تمثيل النسب المئوية بالقطاعات الدائرية

مثال

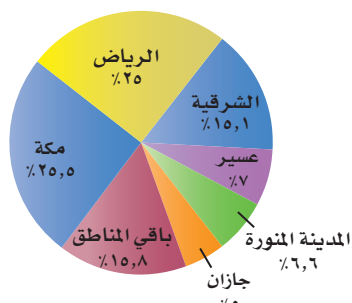
١ سكان: مثل المعلومات السابقة بالقطاعات الدائرية.

الخطوة ١: تتكون الدائرة من ٣٦٠°، وعند ضرب النسب المكتوبة بعد تحويلها إلى كسور عشرية في ٣٦٠ تحصل على قياس زاوية كل قطاع من قطاعات الدائرة، على النحو التالي:

$$\begin{aligned}
 \text{قطاع سكان منطقة مكة المكرمة: } ٢٥,٥\% \text{ من } ٣٦٠ &= ٣٦٠ \times ٠,٢٥٥ = ٩٢ \approx ٩٢^\circ \\
 \text{قطاع سكان منطقة الرياض: } ٢٥\% \text{ من } ٣٦٠ &= ٣٦٠ \times ٠,٢٥ = ٩٠ = ٩٠^\circ \\
 \text{قطاع سكان المنطقة الشرقية: } ١٥,١\% \text{ من } ٣٦٠ &= ٣٦٠ \times ٠,١٥١ = ٥٤ \approx ٥٤^\circ \\
 \text{قطاع سكان منطقة عسير: } ٧\% \text{ من } ٣٦٠ &= ٣٦٠ \times ٠,٠٧ = ٢٥ \approx ٢٥^\circ \\
 \text{قطاع سكان منطقة المدينة المنورة: } ٦,٦\% \text{ من } ٣٦٠ &= ٣٦٠ \times ٠,٠٦٦ = ٢٤ \approx ٢٤^\circ \\
 \text{قطاع سكان منطقة جازان: } ٥\% \text{ من } ٣٦٠ &= ٣٦٠ \times ٠,٠٥ = ١٨ = ١٨^\circ \\
 \text{قطاع سكان باقي مناطق المملكة: } ١٥,٨\% \text{ من } ٣٦٠ &= ٣٦٠ \times ٠,١٥٨ = ٥٧ \approx ٥٧^\circ
 \end{aligned}$$



توزيع السكان في المناطق الإدارية في المملكة



المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

وإذا كانت النسب المئوية غير معروفة، فيجب أولاً - قبل البدء في حل المسألة - تحديد نسبة كل قطاع إلى الكل.

الخطوة ٢: استعمل الفرجار لرسم الدائرة، ثم استعمل المنقلة لرسم زاوية قياسها 92° حيث يمثل هذا القطاع سكان منطقة مكة المكرمة، استعمل نصف القطر الجديد لرسم زاوية القطاع الذي يمثل الرياض، وكرّر هذه العملية لرسم جميع الزوايا، ثم سمّ كل قطاع، وأعطِ الرسم عنواناً مناسباً.

تحقق من فهمك:

(أ) **بضائع:** يمثل الجدول المجاور النسب المئوية لكمية البضائع في مستودعات شركة. مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

النسب المئوية لكمية البضائع في مستودعات شركة	
النسبة المئوية	المدينة
26.2%	جدة
5%	تبوك
2.4%	أبها
4.2%	نجران
52.6%	الرياض
9.6%	الدمام

تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية

مثال

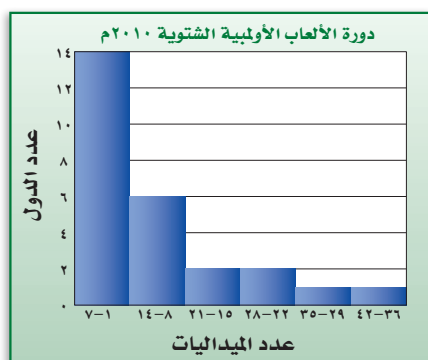
أولمبياد: مثل البيانات المعطاة في المدرج التكراري المجاور بالقطاعات الدائرية.

الخطوة ١: أوجد العدد الكلي للدول.

$$26 = 1 + 1 + 2 + 2 + 6 + 14$$

الخطوة ٢: أوجد النسبة المئوية التي تقارن

عدد الميداليات في كل فئة بالعدد الكلي للدول، وقدّر النتيجة إلى أقرب جزء من مئة.



المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرة)

$$\text{من } 7-1 : 26 \div 14 \approx 0.53, \text{ من } 22-28 : 26 \div 6 \approx 0.38$$

$$\text{من } 14-8 : 26 \div 2 \approx 0.23, \text{ من } 29-35 : 26 \div 2 \approx 0.04$$

$$\text{من } 21-15 : 26 \div 2 \approx 0.08, \text{ من } 36-42 : 26 \div 1 \approx 0.04$$

إرشادات للدراسة

التقريب:

في الخطوة الثانية تم تقريب $\frac{14}{26}$ إلى 0.53 بدلاً من 0.54 ليصبح مجموع النسب المئوية واحداً.

الخطوة ٣: استعمل هذه النسب لإيجاد زاوية كل قطاع، وقرب الناتج إلى أقرب درجة عند الضرورة:

$$\text{من } ٧-١ : ٠,٥٣ \times ٣٦٠ = ١٩٠,٨ \approx ١٩١^\circ$$

$$\text{من } ١٤-٨ : ٠,٢٣ \times ٣٦٠ = ٨٢,٨ \approx ٨٣^\circ$$

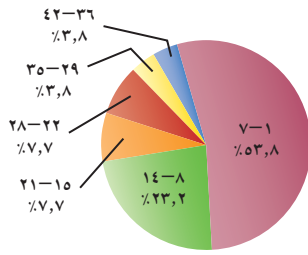
$$\text{من } ١٥-٢١ : ٠,٠٨ \times ٣٦٠ = ٢٨,٨ \approx ٢٩^\circ$$

$$\text{من } ٢٢-٢٨ : ٠,٠٨ \times ٣٦٠ = ٢٨,٨ \approx ٢٩^\circ$$

$$\text{من } ٢٩-٣٥ : ٠,٠٤ \times ٣٦٠ = ١٤,٤ \approx ١٤^\circ$$

$$\text{من } ٣٦-٤٢ : ٠,٠٤ \times ٣٦٠ = ١٤,٤ \approx ١٤^\circ$$

دورة الألعاب الأولمبية
الشتوية ٢٠١٠م



الخطوة ٤: استعمل المنقلة والفرجار لرسم الدائرة والقطاعات المناسبة، وسم كل قطاع، ثم أعط الرسم عنواناً مناسباً واكتب النسب على صورة نسب مئوية.

تحقق من فهمك:

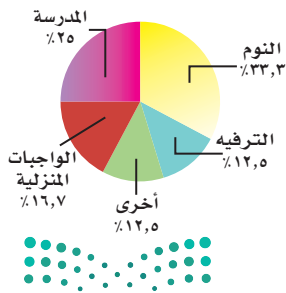
العدد	الشهر
٢٧١٣٧٠٠٠	رمضان
٨٢٦٤٠٠٠	شوال
٢٧٧٤٠٠٠	ذو القعدة
٢٨١٨٠٠٠	ذو الحجة
١٧٠٠٠٠٠	محرم
١٢٣٥٠٠٠	صفر

(ب) **ماء:** يبين الجدول المجاور عدد قوارير الماء المنتجة من أحد المصانع في ستة أشهر. مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

تحليل البيانات وتفسيرها

مثال

ساعات يوم سارة



ساعات اليوم: استعمل الشكل المجاور لتصف كيف تمضي سارة ساعات يومها كاملاً.

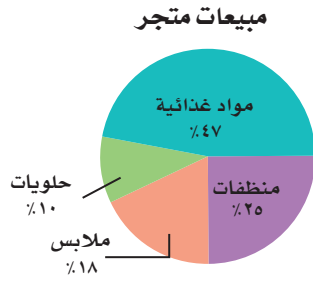
تقضي سارة ٨ ساعات يومياً في النوم، و $\frac{1}{4}$ يومها تقريباً في المدرسة، و ٣ ساعات في الترفيه، والوقت نفسه لعمل نشاطات أخرى؛ بينما تمضي ٤ ساعات يومياً في أداء واجباتها المنزلية.



الربط بالحياة:

يتراوح معدل النوم الطبيعي للإنسان من ٧-٨ ساعات، أي أن الإنسان يقضي ثلث حياته نائماً.

تحقق من فهمك:

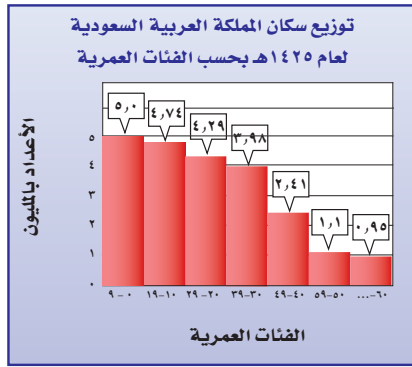


(ج) مبيعات: استعمل الشكل المجاور لتصف الأصناف المختلفة لمبيعات متجر.

تأكد

مثل كلاً من البيانات الآتية بالقطاعات الدائرية:

المثالان ٢، ١



المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

١ ممارسة التمارين الرياضية

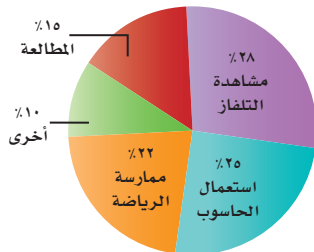
مرة أو أكثر في اليوم	32%
عدة مرات في الأسبوع	33%
عدة مرات في الشهر	15%
عدة مرات في السنة	19%
غير متأكد	1%

٤ هويات: استعمل القطاعات الدائرية أدناه لتصف الهويات التي يمارسها طلاب الصف الثاني المتوسط في المملكة.

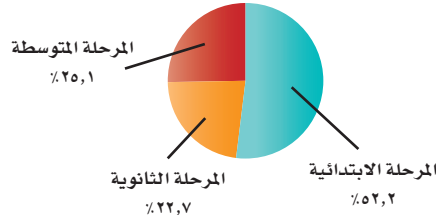
٣ وجبات: استعمل القطاعات الدائرية أدناه لتصف أعداد الطلاب والطالبات بحسب مرحلة التعليم الذين يتناولون وجبة الإفطار يومياً.

المثال ٣

الهويات التي يمارسها طلاب الثاني المتوسط



وجبات الإفطار لطلاب التعليم العام يومياً



تدرّب وحلّ المسائل

مثّل كلّاً من البيانات الآتية بالقطاعات الدائرية:

نسب الفاكهة المفضلة لدى طالبات إحدى الثانويات

الفراولة	٥٦,٥ %
المانجا	١٥,٥ %
البرتقال	١٥,٦ %
التفاح	٥,٦ %
الموز	٥,٥ %
العنب	١,٣ %

نسب استعمال أحمد للإنترنت من حيث المواقع

التواصل الاجتماعي	٥٥,٣ %
الأخبار	١٨,٤ %
الألعاب	٧,١ %
البريد الإلكتروني	٩,٦ %
التسوق	٦,١ %
البحث	٣,٥ %

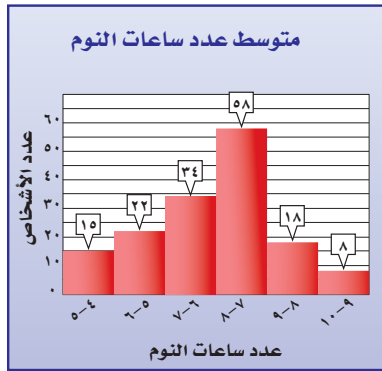
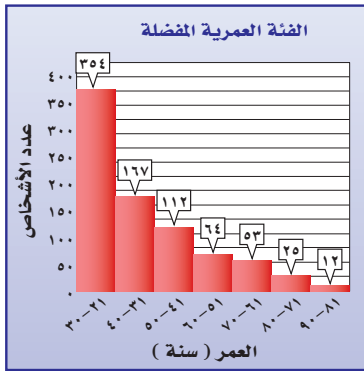
لأسئلة

انظر الأمثلة	لأسئلة
١	٦,٥
٢	٨,٧
٣	١٢ - ٩



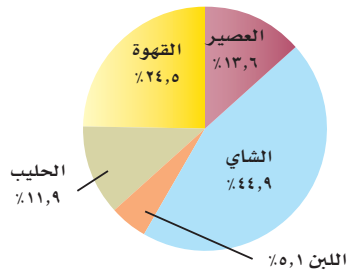
الربط بالحياة:

تصدرت المملكة قائمة أعداد مستخدمي شبكة الأنترنت بين دول الخليج العربي، فقد وصل عدد مستخدمي الأنترنت في المملكة إلى ٢٤ مليون مستخدم في عام ٢٠١٧.

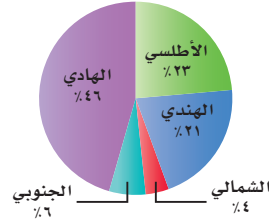


صف البيانات في كل شكل مما يأتي:

المشروب المفضل لدى طلاب إحدى الجامعات



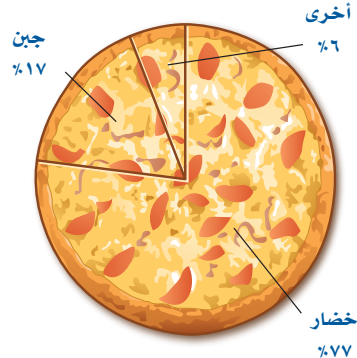
المحيطات



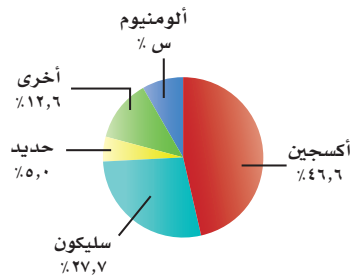
عدد مستخدمي الساعة المنبهة



الفطيرة الأكثر مبيعاً



العناصر في القشرة الأرضية

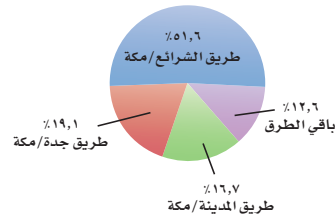


المصدر: Texas A&M University

١٣ علوم الأرض: استعمل الشكل المجاور لتحديد النسبة المئوية للألومنيوم في القشرة الأرضية، ثم أوجد قياس الزاوية التي تمثل ذلك القطاع.

١٤ جمع البيانات: قم بدراسة إحصائية على زملائك في الصف لتحديد عدد الساعات التي يقضونها في مشاهدة التلفاز في أسبوع ما. وكون مدرجاً تكرارياً للبيانات، ثم مثلها بالقطاعات الدائرية.

نسب دخول حجاج الداخل إلى مكة في أحد الأعوام



المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

١٥ حج: استعمل البيانات في الشكل المجاور لإيجاد عدد حجاج الداخل القادمين عن طريق المدينة/مكة، إذا علمت أن عدد حجاج الداخل كان ٩٩٠٠٠٠ حاج في أحد الأعوام.



الربط بالحياة:

حدّد وزراء خارجية الدول الإسلامية معدل حجاج كل دولة بحاج واحد لكل ألف نسمة من سكان تلك الدولة.

ندوة شعرية : استعمل الجدول الآتي لحل الأسئلة من ١٦-١٨ :

السلوكيات الأكثر إزعاجاً عند حضور ندوة	
رنين الهاتف النقال	٢٧٪
التحدث بالهاتف النقال	٢٢,٥٪
الأحاديث الجانبية	٢٤,٢٪
التعليق في أثناء الندوة	١٣,٥٪
أخرى	١٢,٨٪

١٦ مثل البيانات المبيّنة في الجدول المجاور بالقطاعات الدائرية.

١٧ أجر دراسة إحصائية على زملاء صفك لتحديد أكثر الأمور إزعاجاً لهم عند حضورهم ندوة، ثم مثل البيانات بقطاعات دائرية.

١٨ صف أوجه الشبه والاختلاف بين الشكلين اللذين قمت بتمثيلهما.



١٩ الحس العددي: ما النسبة المئوية التي يمثلها كل من القطاعات أ، ب، ج في الشكل المجاور؟

٢٠ مسألة مفتوحة: أنشئ شكلاً من خمسة قطاعات دائرية يصف كيف تمضي يوماً اعتيادياً كاملاً.

٢١ تبرير: وضح لماذا لا نستطيع تمثيل البيانات المبيّنة في الجدول المجاور بالقطاعات الدائرية.

٢٢ اكتب مسألة لفظية تصف شيئاً من واقع الحياة، واستعمل القطاعات الدائرية لحلّها. ثم وضح كيف ساعد الشكل على حل المسألة.

الألعاب المفضلة للطلاب

كرة القدم	٥٦٪
كرة الطائرة	٥١٪
السباحة	٤٥٪
كرة الطاولة	٣٢٪
أخرى	٢٠٪

مسائل مهارات التفكير العليا

تدريب على اختبار

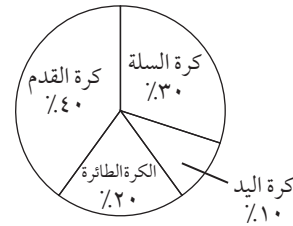
الرياضة	كرة السلة	كرة اليد	كرة القدم	الكرة الطائرة
العدد	١٢٠	١٨٠	٢٤٠	٦٠

٢٣ أجرى سعد دراسة مسحية حول الرياضة المفضلة لدى طلاب الصف الثاني المتوسط، وكانت النتائج كما في الجدول المجاور.

أي تمثيل مما يأتي يعرض هذه البيانات؟

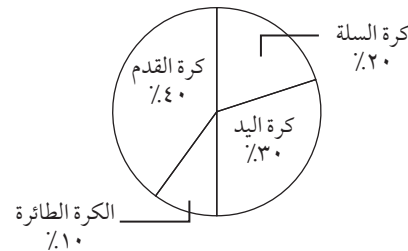
(أ)

الرياضة المفضلة



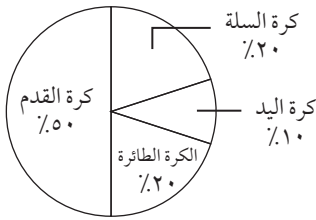
(ب)

الرياضة المفضلة



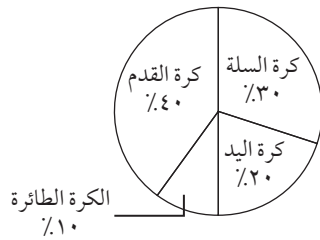
(ج)

الرياضة المفضلة



(د)

الرياضة المفضلة



مراجعة تراكمية

٢٤ أعمار: تبين القائمة أدناه الأعمار المتوقعة لبعض الحيوانات. اختر فئات مناسبة ومثل البيانات بجدول تكراري، ثم انشئ مدرجاً تكرارياً. (الدرس ٦ - ٢)

الأعمار المتوقعة لبعض الحيوانات

١٢، ١٢، ١٢، ١٢، ١٠، ١٠، ١٠، ٨، ٨، ٧، ٦، ٥، ٥، ٣، ١
٣٥، ٢٥، ٢٠، ٢٠، ١٨، ١٦، ١٥، ١٥، ١٥، ١٥

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد قيمة كل مما يأتي:

$$\frac{20 - 205 + 125 - 500}{8} \quad ٢٧$$

$$\frac{13 \times 10 + 342 + 107 \times 14}{3} \quad ٢٦$$

$$\frac{46 + 32 + 25 + 57}{4} \quad ٢٥$$





معمل الجداول الإلكترونية الخطوط والأعمدة والقطاعات الدائرية

توسّع
٣-٦

تفيد الجداول الإلكترونية في إنشاء الخطوط والأعمدة والقطاعات الدائرية.

نشاط

١ بيّن الجدول الآتي الأعداد التقريبية لطلاب المرحلة الثانوية.

العام الدراسي	١٤٢٨-١٤٢٩ هـ	١٤٢٩-١٤٣٠ هـ	١٤٣٠-١٤٣١ هـ	١٤٣١-١٤٣٢ هـ
عدد الطلاب (بالآلاف)	١٣١٤	١٣٣٨	١٣٨٨	١٤٤١

فكرة الدرس:

أستعمل التقنية لتمثيل
بالخطوط، وبالأعمدة،
وبالقطاعات الدائرية.

لتمثيل هذه البيانات باستعمال الخطوط، اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة ١ أدخل العام الدراسي في العمود A، وعدد الطلاب في العمود B في برنامج الجداول الإلكترونية.

الخطوة ٢ ظلّل البيانات في العمود B، من B2 إلى B5، مما يعطي إشارة للبرنامج لقراءة البيانات في العمود B.

الخطوة ٣ اضغط على أيقونة تخطيط من قائمة إدراج، واختر نمط التمثيل بالخطوط، ثم اضغط التالي.

الخطوة ٤ لتسمية محور السينات، اختر متسلسلة، وانقر الأيقونة المجاورة لعناوين محور (س) للفتة.

الخطوة ٥ ظلّل البيانات في العمود A من A2 إلى A5، ثم اضغط التالي.

الخطوة ٦ ادخل عنوان اللوحة (طلاب المرحلة الثانوية)، والإحداثي السيني (العام الدراسي)، والإحداثي الصادي (عدد الطلاب بالآلاف)، ثم اضغط التالي، ثم إنهاء.



نشاط

- الخطوة ١ لعمل لوحة الأعمدة، ظلّل البيانات في العمود B، من B2 إلى B5.
- الخطوة ٢ اضغط أيقونة تخطيط من قائمة إدراج، ومنها اختر نمط التمثيل بالأعمدة، ثم اضغط التالي.
- الخطوة ٣ أكمل الخطوات من ٤ - ٦ كما وردت في النشاط ١.



نشاط

- الخطوة ١ للتمثيل بالقطاعات الدائرية، ظلّل البيانات من A2 إلى B5.
- الخطوة ٢ اضغط أيقونة تخطيط من قائمة إدراج، واختر نمط التمثيل بالقطاعات الدائرية، ثم اضغط التالي.
- الخطوة ٣ اضغط التالي لإدخال عنوان اللوحة، ثم التالي، ثم إنهاء.



حلّ النتائج

- ١ **خمن:** استعمل إحدى اللوحات لتوقع عدد طلاب المرحلة الثانوية في عام ١٤٤٤-١٤٤٥ هـ، وما التمثيل الذي استعملته للتوقع؟ فسّر سبب اختيارك.
- ٢ **اجمع المعلومات:** اختر بعض البيانات التي يمكن تمثيلها بالخطوط، وبالأعمدة، وبالقطاعات الدائرية، ثم استعمل الجداول الإلكترونية ومثلها.



مقاييس النزعة المركزية والمدى

٤ - ٦

استعد

ميداليات أفضل خمس دول في دورة الألعاب الأولمبية الصيفية لعام ٢٠١٦ م			
الدولة	ذهبية	فضية	برونزية
الولايات المتحدة	٤٦	٣٧	٣٨
بريطانيا	٢٧	٢٣	١٧
الصين	٢٦	١٨	٢٦
روسيا	١٩	١٨	١٩
ألمانيا	١٧	١٠	١٥

المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرة)

ألعاب أولمبية: استعمل الجدول

المجاور لحل الأسئلة الآتية:

١ ما القيمة الأكثر تكرارًا في عمود

الميداليات الفضية؟

٢ ما معدل الميداليات التي فازت بها

ألمانيا من الأنواع الثلاثة؟

٣ رتب أعداد الميداليات الفضية

ترتيبًا تصاعديًا. ما العدد الذي

يتوسط هذه القيم؟

فكرة الدرس:

أجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لمجموعة من البيانات.

المفردات

مقاييس النزعة المركزية

المتوسط الحسابي

الوسيط

المنوال

المدى

مقاييس النزعة المركزية هي الأعداد التي تصف مركز تجمّع مجموعة من البيانات.

وأكثر هذه المقاييس شيوعًا **المتوسط الحسابي** و**الوسيط** و**المنوال**. ويستعمل **المدى**

أيضًا لوصف مجموعة البيانات.

مقاييس النزعة المركزية والمدى	
المقياس	التعريف
المتوسط الحسابي	مجموع القيم مقسومًا على عددها.
الوسيط	القيمة التي تتوسط مجموعة بيانات مرتبة ترتيبًا تصاعديًا أو تنازليًا، أو هو متوسط العددين المتوسطين في مجموعة البيانات.
المنوال	القيمة الأكثر تكرارًا أو شيوعًا بين القيم.
المدى	الفرق بين القيمتين العظمى والصغرى للبيانات.

إيجاد مقاييس النزعة المركزية والمدى

مثال

١ إذا كانت أعمار مجموعة من الموظفين بالسنوات هي ٢٢، ١٨، ٢٤، ٣٢، ٢٤، ١٨، فاحسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لهذه البيانات.

المتوسط الحسابي: $\frac{138}{6} = \frac{18+24+32+24+18+22}{6}$ سنة ٢٣

الوسيط: ٣٢، ٢٤، ٢٤، ٢٢، ١٨، ١٨ رتب الأعداد ترتيبًا تصاعديًا.

$\frac{24+22}{2}$ سنة ٢٣

المنوال: يوجد منوالان لمجموعة البيانات هما ١٨ و ٢٤

المدى: $18 - 32 = 14$ سنة

تحقق من فهمك:

(أ) أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى للمبالغ أدناه التي تبين سعر كيلو الموز خلال ٦ أسابيع (بالريال) مقرباً الجواب إلى أقرب منزلتين عشريتين:
٥ ، ٥,٥ ، ٧ ، ٦,٥ ، ٥ ، ٧,٥

أحياناً قد يكون مقياس أو اثنان من مقاييس النزعة المركزية أكثر تمثيلاً للبيانات من سائر المقاييس.

مثال من واقع الحياة اختيار المقياس الأنسب

الحشرات الأكثر شيوعاً	
النوع	عدد الأنواع المعروفة (بالآلاف)
الخنافس	٤٠٠
الفراشات والعث	١٦٥
النمل والنحل والدبابير	١٤٠
الذباب الحقيقي	١٢٠
البعوض	٩٠
الذباب الصغير	١٠

المصدر: Top 10 of Everything

حشرات: اختر المقياس الأنسب من بين مقاييس النزعة المركزية أو المدى لوصف البيانات في الجدول المجاور، وبرّر سبب اختيارك.

أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لهذه البيانات.

المتوسط الحسابي:

$$\frac{10+90+120+140+165+400}{6}$$

$$= \frac{925}{6} \approx 154,2$$

المتوسط الحسابي يساوي تقريباً ١٥٤,٢ ألفاً.

الوسيط: رتب الأعداد تصاعدياً:

١٠، ٩٠، ١٢٠، ١٤٠، ١٦٥، ٤٠٠.

$$\text{الوسيط} = \frac{120+140}{2} = 130 \text{ ألفاً.}$$

المنوال: بما أن كل قيمة لم تظهر إلا مرة واحدة في مجموعة البيانات فلا يوجد لهذه البيانات منوال.

المدى: ٤٠٠ - ١٠ = ٣٩٠ ألفاً.

بما أن الخنافس والفراشات هما النوعان الوحيدان من الحشرات الأكثر شيوعاً وأكبر من المتوسط، إذن فالمتوسط الحسابي لا يمثل البيانات على نحو صحيح. وبما أنه لا يوجد منوال لهذه البيانات، إذن فالوسيط هو مقياس النزعة المركزية الأنسب. ويوضح لنا المدى أن انتشار البيانات يصل إلى ٣٩٠ ألفاً.

نوع الجهاز	السعة (جيجابايت)
L100	٤٠
L150	٨٠
NX250	٤٠
NX300	١٢٠
PC150	٤٠
PC250	٤٠

تحقق من فهمك:

(ب) **حواسيب:** اختر المقياس الأنسب من بين مقاييس النزعة المركزية أو المدى لوصف البيانات في الجدول المجاور، وبرّر إجابتك.



الربط بالحياة:

يوجد على الأقل مليون حشرة مقابل كل شخص في العالم.

إرشادات للدراسة

الوسيط

بما أن هناك عددين متوسطين في مجموعة البيانات، فإن الوسيط يكون متوسط هذين العددين.

تحدد الظروف المختلفة لكل مسألة مقياس النزعة المركزية أو المدى الأنسب لتمثيل البيانات ووصفها.

إرشادات للدراسة

الهدف

يستعمل الهدف ليصف
تشتت القيم في مجموعة
البيانات. (أي تباعدها عن بعضها).

ملخص المفهوم	استعمال المتوسط والوسيط والمنوال
المقياس	أكثر فائدة عندما ...
المتوسط الحسابي	لا تحتوي مجموعة البيانات قيمًا متطرفة.
الوسيط	تحتوي مجموعة البيانات قيمًا متطرفة. لا توجد فجوات كبيرة في منتصف البيانات.
المنوال	تحتوي مجموعة البيانات قيمًا متساوية.

مثال من اختبار

حصل سلطان على الدرجات الآتية في خمسة اختبارات:

٩٠، ٧٥، ٨٠، ٨٥، ٩٠

فإذا استثنى المعلم الدرجة الدنيا، فأَيُّ عبارة مما يأتي صحيحة؟

- (أ) ينقص المتوسط. (ب) يزداد المتوسط.
(ج) ينقص الوسيط. (د) لن يتغير الوسيط.

اقرأ

عليك أن تحدد العبارة الصحيحة إذا استُثنت الدرجة الأدنى.

حل

$$\text{المتوسط للاختبارات الخمسة} = \frac{٩٠+٧٥+٨٠+٨٥+٩٠}{٥} = ٨٤$$

$$\text{المتوسط للاختبارات الأربعة} = \frac{٩٠+٨٠+٨٥+٩٠}{٤} = ٨٦,٢٥$$

بما أن قيمة المتوسط ازدادت، فإنه يمكنك استثناء الإجابة الأولى (أ).
أوجد الوسيط لتتحقق من باقي الإجابات.

رتب البيانات ترتيبًا تصاعديًا مرة مع الدرجة الدنيا، ومرة أخرى بدونها.

٩٠، ٩٠، ٨٥، ٨٠، ٨٠، ٩٠

٨٧,٥

بما أن قيمة الوسيط ازدادت من ٨٥ إلى ٨٧,٥، فيمكن استثناء الإجابتين (ج) و(د)،
وبالتالي تكون (ب) هي الإجابة الصحيحة.

تحقق من فهمك:

(ج) ادخرت هيا المبالغ الآتية في الأسابيع الماضية: ٣٥، ١٠، ٢٥، ٥٠ ريالًا، فإذا

ادخرت هذا الأسبوع ٤٤ ريالًا أيضًا، فأَيُّ عبارة مما يأتي صحيحة؟

- (أ) ينقص المتوسط. (ب) لن يتغير المتوسط.
(ج) يزداد الوسيط. (د) يزداد المنوال.



المثال ١

أوجد المتوسط والوسيط والمنوال والمدى لمجموعتي البيانات الآتيتين مقربة لأقرب عُشر:

١ القائمة الآتية تمثل قيمة مشتريات أسرة ٢ المسافات التي يقطعها عمال مصنع يوميًا

عماد اليومية خلال أسبوع (بالريال) من للوصول إلى مكان عملهم بالكيلومترات

متجر الحي: هي: ١٥، ١٢، ٦، ٨، ١، ١٧، ٣، ١٠، ١٩، ٢١، ١٨، ١٧، ١٨، ٢٢، ٤٦

المثال ٢

٣ مدرسون: اختر أنسب مقياس من مقاييس النزعة المركزية أو المدى لوصف البيانات في الجدول المجاور، وبرر سبب اختيارك.

المثال ٣

٤ اختيار من متعدد: كان عدد ساعات دراسة رغد خلال أربعة أيام متتالية على النحو الآتي: ساعة واحدة، ٣ ساعات، ساعتان، فإذا درست ساعتين بدلاً من ساعة واحدة في اليوم الأول؛ فأَيُّ القيم الآتية ستقل؟

(أ) المتوسط (ب) الوسيط (ج) المنوال (د) المدى

سنوات خبرة معلمي	الصف الثاني المتوسط
٢٧	الرياضيات
١١	العلوم
٩	اللغة العربية
٦	الاجتماعيات
٥	التربية الفنية
٣	التربية الرياضية

تدرب وحل المسائل

أوجد المتوسط والوسيط والمنوال والمدى لمجموعات البيانات الآتية مقربة لأقرب عُشر:

٥ درجات خمسة طلاب في مادة

الرياضيات هي: ٩، ٨، ١٥، ٨، ٢٠

٦ أعمار إخوة خالد بالسنوات هي:

٢٣، ١٦، ٥، ٦، ١٤

٧ أسعار أقراص مدمجة لألعاب

الحاسوب بالريالات هي:

٧٨، ٨٠، ٧٥، ٧٣، ٨٤، ٨١، ٨٤، ٧٩

٨ أعداد المراجعين لمركز صحي خلال

ثمانية أيام هي:

٣٦، ٣٨، ٣٣، ٣٤، ٣٢، ٣٠، ٣٤، ٣٥

في السؤالين ٩، ١٠ اختر مقياس النزعة المركزية الأنسب لوصف البيانات في كل من الجدولين الآتيين، وبرر سبب اختيارك:

للأسئلة	انظر الأمثلة
١ - ٨	١
٩ - ١٠	٢
١٩، ٢٠	٣

عدد أقمار كواكب المجموعة الشمسية	الكوكب
٠	عطارد
٠	الزهرة
١	الأرض
٢	المريخ
٦٣	المشتري
٣٤	زحل
٢٧	أورانوس
١٣	نبتون

أعداد المتدربين على قيادة السيارات في مدرسة القيادة خلال ٨ أشهر	الشهر
١٠٧	محرم
١٢٨	صفر
٩٣	ربيع الأول
٨٢	ربيع الآخر
٩٥	جمادى الأولى
١٠٠	جمادى الآخرة
١٢٠	رجب
١٠٠	شعبان

١١ **اختيار من متعدد:** كانت سرعات عدد من السيارات في شارع مزدحم بالكيلومتر / ساعة على النحو الآتي: ٤٢، ٣٨، ٤٤، ٣٥، ٥٠، ٣٨، فأَيُّ المقاييس الآتية ستظهر أن السيارات تسير أسرع؟

- (أ) المنوال (ب) الوسيط
(ج) المتوسط (د) المدى

السعة بالآلاف	الملعب
٧٥	ملعب الملك فهد
٣٥	ملعب الأمير فيصل بن فهد
٣٥	ملعب الأمير عبد الله الفيصل
٣٥	ملعب الأمير محمد بن فهد
٢٠	مدينة الأمير عبد العزيز بن مساعد
٢٠	ملعب الأمير محمد بن عبد العزيز

المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرة)

١٢ **ملاعب:** يبين الجدول المجاور سرعة بعض ملاعب كرة القدم في المملكة العربية السعودية. أوجد: المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال، المدى لهذه البيانات. وهل ستتأثر هذه القيم إذا استثنينا ملعب الملك فهد؟

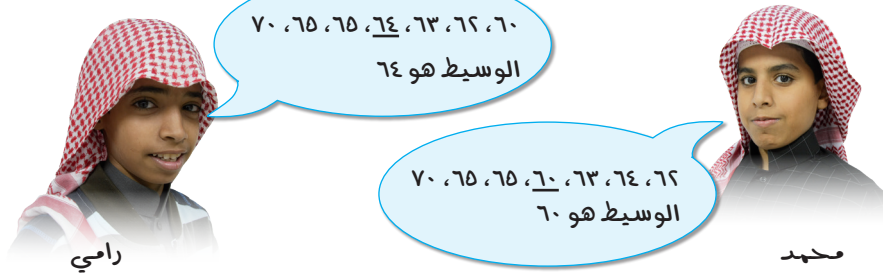


الربط بالحياة:

أنشئ ملعب الملك فهد الدولي على مساحة إجمالية قدرها ٥٠٠ ألف متر مربع، وتستوعب مدرجات الملعب حوالي ٧٠٠٠٠ متفرج. وكان افتتاحه عام ١٩٨٧م.

١٣ **جري:** ركض فيصل ٩ كيلومترات يوم الإثنين، و ٧ كيلومترات يوم الأربعاء و ١٢ كيلومترًا يوم الجمعة. صف كيف ستتأثر قيم: المتوسط، والوسيط، والمنوال، والمدى، إذا ركض فيصل ٧ كيلومترات إضافية يوم الأحد.

١٤ **مسألة مفتوحة:** اكتب مجموعة بيانات يكون منوالها ١٠، ووسيطها ٧
١٥ **اكتشف الخطأ:** أوجد محمد ورامي الوسيط لمجموعة البيانات الآتية: ٦٢، ٦٤، ٦٣، ٦٠، ٦٥، ٦٥، ٦٠، ٧٠. فأَيُّهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.



١٦ **تبرير:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائمًا أو أحيانًا أو ليست صحيحة أبدًا، وفسّر سبب إجابتك: "كل مقاييس النزعة المركزية تكون من القيم الموجودة في مجموعة البيانات".

١٧ **تحّد:** أعطِ مثالًا مضادًا لإثبات خطأ الجملة الآتية: "يعد الوسيط مقياسًا ممثلًا لمجموعة البيانات دائمًا".

١٨ **اكتب:** استعمل بيانات من مجلة أو صحيفة يومية لكتابة مسألة تتطلب إيجاد

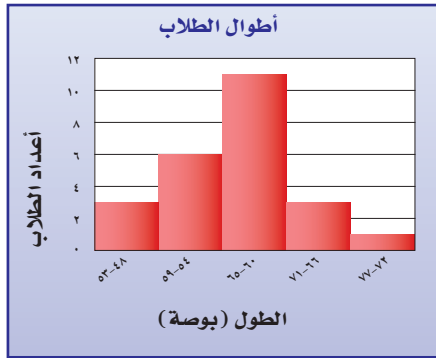


- ١٩ كانت درجات محمود في أربعة اختبارات كما يأتي ٢٥، ٣٠، ٢٠، ٢٥، إذا حصل محمود على الدرجة ٣٠ في الاختبار الخامس، فأَيُّ جملة مما يأتي ستكون صحيحة؟
- (أ) سيبقى المنوال كما هو.
- (ب) سينقص المتوسط.
- (ج) سينقص الوسيط.
- (د) سيزداد المتوسط.

٢٠ **إجابة قصيرة:** اشترك سليمان في مسابقة لتحفيظ القرآن، وحصل على الدرجات الآتية في ٤ اختبارات: ٩٤٪، ٨٢٪، ٧٨٪، ٨٠٪. فإذا كان عليه الحصول على معدل لا يقل عن ٨٥٪ ليفوز برحلة عُمره مجانية، فأوجد أقل درجة يجب أن يحصل عليها سليمان في اختبار الخامس ليتمكن من الفوز بالمسابقة.

مراجعة تراكمية

٢١ **كتب:** في دراسة مسحية حول الكتب المفضلة للقراءة أشار ٥٢٪ من طلبة الصف الثاني المتوسط أنهم يفضلون قراءة الكتب الدينية و ٢٥٪ يفضلون الكتب الثقافية و ١٥٪ الكتب التاريخية و ٨٪ الكتب الرياضية. استعمل القطاعات الدائرية لتمثل الكتب المفضلة للقراءة لدى طلاب الصف الثاني المتوسط. (الدرس ٦ - ٣)



أطوال: استعمل المدرج التكراري في الشكل المجاور، للإجابة عن السؤالين ٢٢ و ٢٣ (الدرس ٦ - ٢)

- ٢٢ كم طالبًا أطوالهم ٦٠ بوصة على الأقل؟
- ٢٣ كم طالبًا أطوالهم من ٥٤ إلى ٧١ بوصة؟

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: رتب كل مجموعة من الأعداد من الأصغر إلى الأكبر:

- ٢٤ ٢، ٨٩، ٢، ٩، ٣، ٢، ٣، ٢٥، ٣، ١
- ٢٥ ٩٣، ٩٣، ١١، ٩٤، ٧، ٩٣، ١، ٩١، ٣
- ٢٦ ١٥، ١، ١٥، ٠١، ١٦، ٧٩، ١٦، ٨، ١٧، ٤





معمل الجداول الإلكترونية المتوسط والوسيط والمنوال

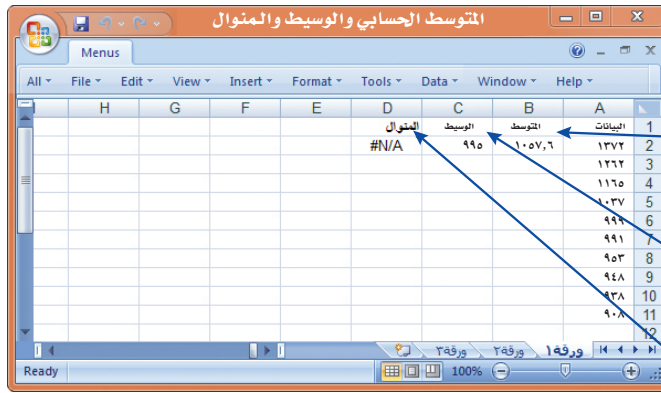
توسّع
٤ - ٦

يمكنك استعمال برنامج الجداول الإلكترونية لإيجاد المتوسط والوسيط والمنوال لمجموعة من البيانات.

نشاط

ملابس: تبين القائمة الآتية عدد قطع الملابس التي ينتجها أحد المصانع خلال عشرة أيام. مثل هذه البيانات باستعمال برنامج الجداول الإلكترونية.

إنتاج مصنع ملابس خلال عشرة أيام				
٩٣٨	٩٥٣	٩٩٩	١١٦٥	١٣٧٢
٩٠٨	٩٤٨	٩٩١	١٠٣٧	١٢٦٥



لإيجاد المتوسط استعمال
AVERAGE (A2:All)

لإيجاد الوسيط استعمال
MEDIAN (A2:All)

لإيجاد المنوال استعمال
MODE (A2:All)

تمارين

استعمل الجدولين الآتيين لحل التمارين ١-٣:

إنتاج الغتري في المصنع (ب) خلال (١٠) أشهر	
١٧٠٤	٢٤٣٠
١٦٧١	١٩١٦
١٦٤٢	١٨٨١
١٦١٨	١٧٤٧
١٦٠٨	١٧٠٩

إنتاج الغتري في المصنع (أ) خلال (١٠) أشهر	
١٥٦١	٢١٣٢
١٥٤٠	٢١٠٥
١٤٨٥	٢٠٧٠
١٤٤٣	١٧٥٣
١٤٢٦	١٥٧٦

١ استعمل الجداول الإلكترونية لإيجاد المتوسط والوسيط والمنوال لكلا المصنعين.

٢ قارن بين أعلى كميتي إنتاج في كلا المصنعين.

٣ قارن بين المتوسط والوسيط لكلا المصنعين.



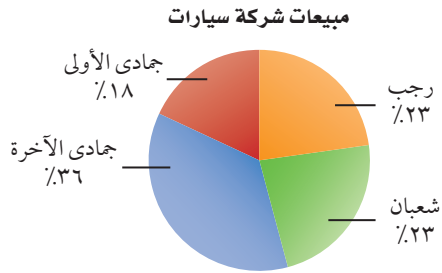
اختبار منتصف الفصل

الفصل
٦

الدروس من ٦-١ إلى ٦-٤

٥ اختيار من متعدد: أي جملة مما يأتي ليست

صحيحة وفقاً للقطاعات الدائرية أدناه. (الدرس ٦-٣)



أ) حوالي $\frac{1}{5}$ مبيعات الشركة كانت في شهر جمادى الأولى.

ب) مبيعات الشركة في شهر جمادى الآخرة أكثر من أي شهر آخر.

ج) باعت الشركة العدد نفسه من السيارات في كل من شهري رجب وشعبان.

د) $\frac{1}{4}$ مبيعات الشركة كانت في شهر رجب.

أوجد كلاً من المتوسط، والوسيط والمنوال، والمدى لكل مجموعة من البيانات مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (الدرس ٦-٤)

٦ عدد النقاط التي حصل عليها سعود في مسابقة ثقافية
٥، ٥، ٦، ٢٥، ٥، ٥، ٧٥، ٦، ٤، ٥

٧ عدد الدقائق التي ركض فيها سالم في سبعة أيام
١٧، ٣٣، ٢٥، ٢٢، ١٧، ٤١، ٣٥

٨ اختيار من متعدد: كانت درجات ٢٩ طالباً في

مادة الرياضيات كما يلي: (الدرس ٦-٤)

درجات الرياضيات									
٨٣	١٠٠	٨٧	٧٧	٩٢	٦٥	٨٢	٧٧		
٧٧	٧٥	٥٩	٨٢	٨٧	٦٧	٧٣	٤٥		
٨٢	٨٥	٧٩	٨٧	٥٢	٨٧	٧٥	٨٢		
			٨٥	٧٨	٨٧	٦٨	٧٧		

أي المقاييس الآتية يظهر أكثر من غيره أن درجات الطلاب أعلى؟

ج) الوسيط

أ) المنوال

د) المدى

ب) المتوسط

وزارة التعليم
Ministry of Education

٢٠٢٣-٢٠٢٤ الفصل ٦: اختبار منتصف الفصل

١ كتل: نظم البيانات أدناه في جدول باستعمال الفئات

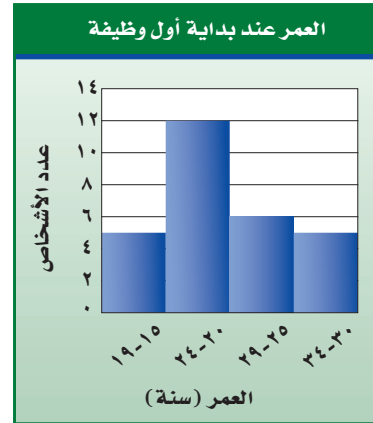
٦٠-٦٩، ٧٠-٧٩، ٨٠-٨٩، ٩٠-٩٩، ما الفئة التي

تتضمن أكبر عدد من العمال؟ (الدرس ٦-١)

كتل ١٢ عاملاً في مصنع (كيلوجرام)	
٦٦	٩٧
٨٢	٦٦
٩٩	٩٤
٧٠	٨٥
٩٠	٧٤
٩٩	٧٤

وظائف: استعمل المدرج التكراري أدناه للإجابة عن

الأسئلة ٢-٤ (الدرس ٦-٢)



٢ كم شخصاً بدأوا وظائفهم عندما كانت أعمارهم من ٢٠ سنة إلى أقل من ٢٩ سنة؟

٣ وفقاً لهذا المدرج التكراري، ما العمر الأكثر إمكانية الذي يبدأ عنده الموظفون أول عمل لهم؟

٤ مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية. (الدرس ٦-٣)



مقاييس التشتت

٥-٦



الناتج المحلي للمملكة العربية السعودية حسب نوع النشاط الاقتصادي لعام ٢٠١٧م

الناتج المحلي (مليون ريال)	النشاط
٦٣٠٥٦٣	التعدين والتعجير
٣٢٨٣٤٧	الصناعات التحويلية
١٥٤٣٤٦	التشييد والبناء
١٦٥١٣٤	النقل والتموين والاتصالات
٦٥٢٢٤	الزراعة والأسماك
٢٧٤٨٣٢	تجارة الجملة والتجزئة

استعد

الناتج المحلي: يبين الجدول المجاور الناتج المحلي الإجمالي في المملكة العربية السعودية حسب نوع النشاط الاقتصادي لعام ٢٠١٧م مقدراً بملايين الريالات. أوجد الوسيط لهذه البيانات.

- قسّم البيانات في الجدول إلى مجموعتين. مجموعة قيم مرتفعة (النصف الأعلى) ومجموعة قيم منخفضة (النصف الأدنى). ما عدد القيم في كل مجموعة؟
- ما الوسيط لكل مجموعة؟
- أوجد الفرق بين الإجابتين في السؤال الثالث.

أوجد المدى لمجموعة البيانات.

علام يدلّك المدى عن الناتج المحلي لهذه الأنشطة؟

تستعمل **مقاييس التشتت** لوصف مدى انتشار البيانات حول القيم المتوسطة، وقد استعمل المدى في الدرس (٩-٤) لوصف انتشار البيانات؛ وبذلك يُعدّ المدى أحد مقاييس التشتت. **الربيعات** قيم تعمل على تقسيم البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية، وتُعدّ من مقاييس التشتت أيضاً. وكما تذكر فإن الوسيط يقسم البيانات إلى قسمين متساويين.

النصف الأعلى الوسيط النصف الأدنى
٦٣٠٥٦٣ ، ٣٢٨٣٤٧ ، ٢٧٤٨٣٢ ↓ ١٦٥١٣٤ ، ١٥٤٣٤٦ ، ٦٥٢٢٤

وسيط النصف الأعلى من البيانات يُسمى **الربيع الأعلى**.

وسيط النصف الأدنى من البيانات يُسمى **الربيع الأدنى**.

وبذلك فإن نصف البيانات يقع بين الربيعين الأدنى والأعلى، وهذا يقودنا إلى مقياس آخر من مقاييس التشتت هو **المدى الربيعي**.

مفهوم أساسي

المدى الربيعي



المدى الربيعي هو مدى نصف البيانات التي تقع في الوسط، وهو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى.

مثال

إيجاد مقاييس التشتت

برامج قناة رياضية في عام

العدد	المباراة
٢٠	سباق سيارات
٤١	سباق الخيل
٢٠٤	كرة القدم
١٢٣	كرة السلة
٨٥	كرة اليد
١٣٩	الكرة الطائرة
٨٥	تنس الطاولة
٢٤	السباحة

١ **برامج رياضية: أوجد مقاييس التشتت للبيانات في الجدول المجاور.**

المدى = $204 - 20 = 184$ مباراة.

لإيجاد الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى، رتب البيانات ترتيباً تصاعدياً.

$$\begin{array}{ccc} \text{الربيع الأدنى} & \text{الوسيط} & \text{الربيع الأعلى} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 20 & 85 & 139 \\ 24 & 85 & 123 \\ 41 & 85 & 204 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 32,5 = \frac{20 + 41}{2} & 85 = \frac{85 + 85}{2} & 131 = \frac{139 + 123}{2} \end{array}$$

الوسيط = ٨٥، الربيع الأدنى = ٣٢,٥، الربيع الأعلى = ١٣١.

المدى الربيعي = الربيع الأعلى - الربيع الأدنى = $131 - 32,5 = 98,5$.

أسعار جهاز تسجيل في عدة معارض (ريال)

٦٢٠	٨٥٠	٦٨٠	٥٠٠
٥٤٠	٨٠٠	٥٥٠	٥٠٠
٥٤٠	٦٠٠	٧٥٠	٥٥٠

تحقق من فهمك:

(أ) **مبيعات:** أوجد مقاييس التشتت للبيانات في الجدول المجاور.

إرشادات للدراسة

قيمة المدى الربيعي تدل القيمة العالية للمدى الربيعي على تشتت البيانات وتباعدها في منتصف مجموعة البيانات، في حين تدل القيمة المنخفضة له على تقارب هذه البيانات في منتصف مجموعة البيانات.

تعد البيانات التي تقل عن المقدار: (الربيع الأدنى - $(1,5 \times \text{المدى الربيعي})$)

والتي تزيد على المقدار: (الربيع الأعلى + $(1,5 \times \text{المدى الربيعي})$) **قيماً متطرفة.** والقيم المتطرفة هي البيانات التي تزيد أو تقل كثيراً عن قيمة الوسيط.

مثال

إيجاد القيم المتطرفة

٢ **مساكن:** أوجد القيم المتطرفة في بيانات الجدول أدناه.

أوجد المدى الربيعي:

$$3830 = 8865 - 12695$$

اضرب المدى الربيعي بـ ١,٥:

$$5745 = 3830 \times 1,5$$

لإيجاد القيم المتطرفة اطرح

٥٧٤٥ من الربيع الأدنى، وأضف

٥٧٤٥ إلى الربيع الأعلى:

$$3120 = 8865 - 5745$$

$$18440 = 5745 + 12695$$

وبذلك تكون القيمة المتطرفة

الوحيدة هي ١٨٥٣٣؛ لأنها أكبر من ١٨٤٤٠

توزيع المساكن المشغولة في

٦ محافظات في منطقة الباحة

المحافظة	المساكن المشغولة
الباحة	١٨٥٣٣
بلجرشي	١٢٦٩٥
المخوة	١٢٥٧٣
قلوة	٩٩٦٧
المنندق	٨٨٦٥
العقيق	٦٣٢٣



وزارة التعليم

Ministry of Education

٢٠٢١ - ١٤٤٤ هـ : مقاييس التشتت

٢٠٢١ - ١٤٤٤ هـ

تحقق من فهمك:

أعلى الأبراج في إحدى المدن (متر)				
٥٥٧	٤٩٤	٤٨٣	٤٨٣	٤٠٩
٤٥٤	٤٢٨	٤٢٠	٤٢٠	٣٨٥

(ب) أبراج: أوجد القيم المتطرفة للبيانات في الجدول المجاور.



مثال

استعمال مقاييس التشتت في وصف البيانات

ساعات نوم بعض أنواع الثدييات	
١٩,٩	الخفاش
١٨,١	أفعى البايثون
١٦	النمر
١٢,١	القط
١٠,٤	الدلفين
٦,٢	الفقمة
٢,٩	الحصان
١,٩	الزرافة

نوم: استعمال مقاييس التشتت لوصف البيانات في الجدول المجاور.

$$\text{المدى} = ١٩,٩ - ١,٩ = ١٨$$

$$\text{الوسيط} = ١١,٢٥$$

$$\text{الربيع الأعلى} = ١٧,٠٥$$

$$\text{الربيع الأدنى} = ٤,٥٥$$

$$\text{المدى الربيعي} = ١٧,٠٥ - ٤,٥٥ = ١٢,٥$$

المصدر: Neuroscience For Kids

مدى هذه البيانات هو ١٨ ساعة. والوسيط ١١,٢٥. وينام ربع هذه الحيوانات ٤,٥٥ ساعات أو أقل، وينام ربع آخر ١٧,٠٥ ساعة أو أكثر، في حين يتراوح عدد ساعات نوم نصف هذه الحيوانات بين ٤,٥٥ إلى ١٧,٠٥.

تحقق من فهمك:

عدد مرات الفوز برالي فرنسا للدراجات	
٣٦	فرنسا
١٨	بلجيكا
٩	إيطاليا
٨	أسبانيا
٨	الولايات المتحدة الأمريكية

(ج) سباق الدراجات: استعمال مقاييس التشتت لوصف البيانات في الجدول المجاور.

المصدر: World Almanac For Kids

تأكد

مساحات: استعمال البيانات في الجدول أدناه للإجابة عن الأسئلة ١-٥:

مساحات بعض الدول الإسلامية	
الدولة	المساحة (آلاف الكيلومترات المربعة)
السعودية	٢٢٤٠
باكستان	٨٢٢
المغرب	٧١١
ماليزيا	٣٣٠
عُمان	١١٨
الكويت	١٧٨

- ١ أوجد مدى هذه البيانات.
- ٢ أوجد الوسيط، والربيعين الأعلى والأدنى.
- ٣ أوجد المدى الربيعي للبيانات.
- ٤ حدّد القيم المتطرفة.
- ٥ استعمال مقاييس التشتت لوصف البيانات في الجدول.

المثال ١

المثال ٢

المثال ٣

المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرة) وزارة التعليم

Ministry of Education

2022 - 1444

إرشادات للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١	٧٠٦، ١١٠، ١٢٠، ١٣٠، ٩
٢	١٢٠، ٨
٣	١٣٠، ٩

إنتاج المناطق من الحبوب في أحد الأعوام	المنطقة
٤٧٦	الجوف
٤١٨	القصيم
٢٢٨	جازان
١٧٧	الرياض
١١٧	تبوك

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

- زراعة:** استعمل البيانات في الجدول المجاور لحل الأسئلة ٦ - ٩:
- ٦ ما مدى هذه البيانات؟
 - ٧ أوجد الوسيط والربيعين الأعلى والأدنى والمدى الربيعي لهذه البيانات.
 - ٨ حدّد القيم المتطرفة.
 - ٩ استعمل مقاييس التشتت لوصف البيانات في الجدول.

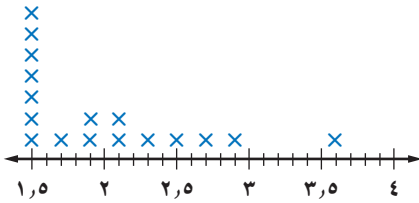


عدد أنواع مملكة الحيوانات	
١١٠٠٠٠٠	المفصليات
٢٤٥٠٠	الأسماك
٩٠٠٠	الطيور
٩٠٠٠	الثدييات
٨٠٠٠	الزواحف
٥٠٠٠	البرمائيات

- حيوانات:** استعمل الجدول المجاور لحل الأسئلة ١٠ - ١٣:
- ١٠ ما مدى هذه البيانات؟
 - ١١ أوجد الوسيط والربيعين الأعلى والأدنى والمدى الربيعي لهذه البيانات.
 - ١٢ حدّد القيم المتطرفة.
 - ١٣ استعمل مقاييس التشتت لوصف البيانات في الجدول.

المصدر: World Almanac For Kids

شدة الهزات الأرضية في إحدى الدول



هزات أرضية: استعمل لوحة النقاط المجاورة لحل الأسئلة ١٤ - ١٦

- ١٤ أوجد المدى والمتوسط والوسيط والمنوال والربيعين الأعلى والأدنى والمدى الربيعي لمجموعة البيانات.
- ١٥ حدّد القيم المتطرفة.
- ١٦ استعمل مقاييس التشتت لوصف هذه البيانات.

- ١٧ **أوجد البيانات:** اختر بعض البيانات الإحصائية عن المملكة، واكتب مسألة من واقع الحياة لتجد من خلالها مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت.

الربط بالحياة: تعدّ القشريات والعناكب من فصيلة المفصليات، ويوجد ٧٥٠٠٠٠ نوع من الحشرات وحدها.

- ١٨ **مسألة مفتوحة:** اكتب مجموعة بيانات تتألف من ثمانية أعدادٍ على الأقل بحيث يكون المدى الربيعي لها ٢٠، ولها قيمة متطرفة واحدة.

- ١٩ **تحّد:** اكتب مجموعتين من البيانات لهما المدى نفسه غير أن المدى الربيعي لكل منهما مختلف؛ ثم اكتب مجموعتين أخريين من البيانات لهما الوسيط والربيعيات أنفسهما إلا أن مداهما مختلف.

- ٢٠ **اكتب:** فسّر عدم تأثر المدى الربيعي بالقيم الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا من البيانات.

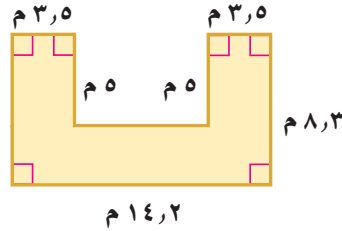
مسائل مهارات التفكير العليا

- ٢١ أيُّ الجمل الآتية لا يمكن أن تكون صحيحة بالنسبة لمقاييس التشتت لأي مجموعة من البيانات؟
 (أ) نصف البيانات تقع بين الربيعين الأعلى والأدنى.
 (ب) ثلاثة أرباع البيانات أكبر من الربيع الأدنى.
 (ج) الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى تقسم مجموعة البيانات إلى ثلاثة أقسام متساوية.
 (د) ٥٠٪ من البيانات أقل من الوسيط.

- ٢٢ تمثّل القيم أدناه عدد الكيلومترات التي مشاها عبد العزيز في (١٢) أسبوعًا.
 ٧، ٦، ٨، ٨، ١١، ١٠، ٥، ٥، ٦، ٧، ٨، ١٤
 أيُّ الجمل الآتية ليست صحيحة وفقًا لهذه البيانات؟
 (أ) نصف القيم أكبر من ٥، ٧، ونصفها أقل من ٥، ٧
 (ب) المدى يساوي ٩
 (ج) القيمة المتطرفة هي ١١
 (د) $\frac{1}{4}$ القيم أكبر من ٩

مراجعة تراكمية

- ٢٣ أطوال: أطيال عائلة سلطان بالبوصة هي: ٦٧، ٧١، ٤٨، ٦٨، ٧٢، أوجد كلاً من المتوسط، والوسيط، والمنوال، والمدى، مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٦ - ٤)



- ٢٤ قياس: أوجد مساحة الشكل المجاور، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة. (الدرس ٦ - ٢)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: مثّل كل مجموعة من النقاط التالية على خط الأعداد.

٢٥ {١٠، ٩، ٨، ٥، ٣}

٢٦ {٣١، ٢٧، ٢٠، ١٥، ١٣}

٢٧ {٢١، ١٧، ١٦، ١٣، ٩}

٢٨ {١٩، ١٥، ١٠، ٩، ٣}





التمثيل بالصندوق وطرفيه

٦-٦

استعد

ارتفاعات بعض مدن المملكة عن سطح البحر

الارتفاع (م)	المدينة
٩١٥	حائل
٧٠٠	تبوك
٦٢٠	المدينة المنورة
٦٠٠	الرياض
٣٠٠	مكة المكرمة
٢١٠	حفر الباطن

المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرة)

ارتفاعات: يبين الجدول المجاور ارتفاعات

بعض مدن المملكة عن سطح البحر.

١ ما القيمة الصغرى لهذه البيانات؟

٢ ما الربع الأدنى لهذه البيانات؟

٣ ما الوسيط لهذه البيانات؟

٤ ما الربع الأعلى لهذه البيانات؟

٥ ما القيمة العظمى لهذه البيانات؟

٦ حدّد القيم المتطرفة.

فكرة الدرس:

أعرض البيانات، وأمثلها باستخدام الصندوق وطرفيه، وأفسرها.

المفردات

التمثيل بالصندوق وطرفيه

القيم القصوى

يستعمل التمثيل بالصندوق وطرفيه خط الأعداد ليبيّن انتشار مجموعة من البيانات. حيث يُرسم الصندوق حول قيم الربيعين، ويمتد من الطرفين خطان مستقيمان يصلان بين الربيعين والقيم القصوى للبيانات هي القيم العظمى والصغرى التي لا تكون قيمًا متطرفة.

مثال

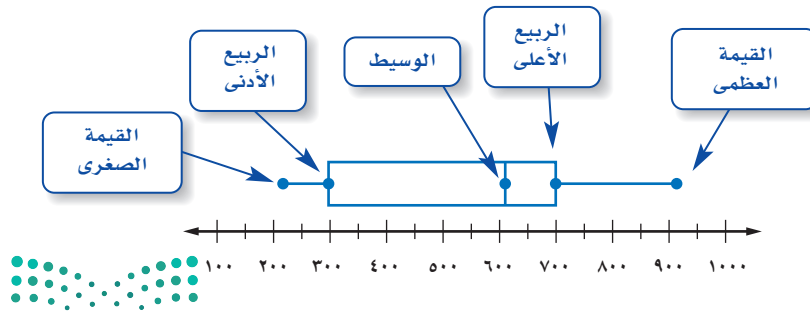
تمثيل الصندوق وطرفيه

١ ارتفاعات: مثل البيانات في الجدول أعلاه بالصندوق وطرفيه.

الخطوة ١: ارسم خط الأعداد بحيث يتضمن القيمتين العظمى والصغرى للبيانات.

الخطوة ٢: حدّد القيم القصوى، والوسيط، والربع الأدنى، والربع الأعلى، على خط الأعداد.

الخطوة ٣: ارسم الصندوق وطرفيه.



تحقق من فهمك:

مثّل مجموعتي البيانات الآتيتين بالصندوق وطرفيه:

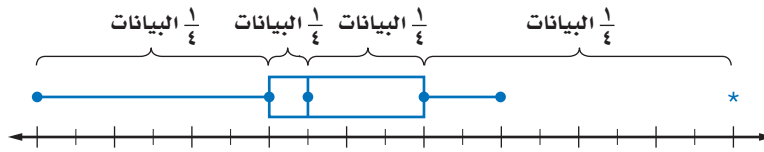
(أ) بلغت المسافات التي قطعها محمود في سيارته بالكيلو مترات خلال عدة أيام ما

يأتي: ٣٥، ٤٠، ٣٦، ٣٤، ٥٠، ٥٥، ٦٥، ٤٣، ٤٥، ٤٢، ٣٨، ٤٢

(ب) جاءت درجات الحرارة الدنيا بالفهرنهايتية لعدد من المدن العربية على النحو

الآتي: ٥٩، ٥٢، ٦٥، ٤٩، ٢٨، ٥٢، ٤٤، ٤٧، ٦٣، ٦٧، ٥٨، ٥٢

يوزع التمثيل بالصندوق وطرفيه البيانات إلى أربعة أجزاء؛ ومع أن أطوال هذه الأجزاء غير متساوية؛ إلا أن كل جزء منها يتضمن ربع البيانات.

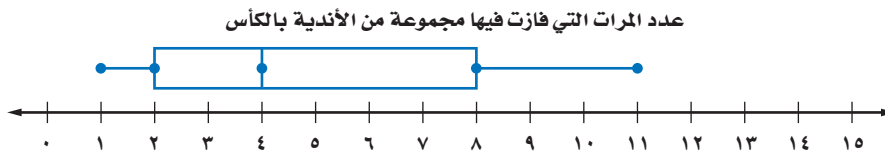


وكلما زاد طول الصندوق أو طول طرفيه ازدادت البيانات تبايناً وزاد مداها، بينما يدل قصر الطرف أو الصندوق على المدى القليل، وتدل إشارة النجمة (*) على القيم المتطرفة، ولا يتم توصيلها بالأطراف.

تفسير البيانات

مثال

كرة قدم: علام يدل طول الصندوق وطرفيه في التمثيل الآتي؟

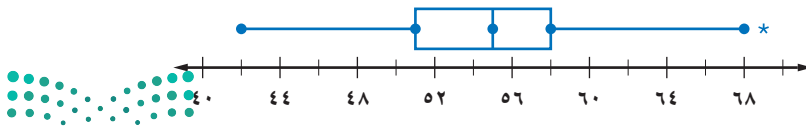


يظهر من الرسم أن البيانات بين الوسيط والربيع الأعلى أكثر تباعدًا وانتشارًا من تلك التي تقع بين الوسيط والربيع الأدنى؛ وبما أن الطرف الأيمن أطول من الطرف الأيسر، فإن البيانات الأكبر من الربيع الأعلى تكون أكثر تباعدًا وانتشارًا من سواها الأقل من الربيع الأدنى.

تحقق من فهمك:

(ج) عمل: قارن بين بيانات الوسيط والربيع الأعلى وبيانات الوسيط والربيع الأدنى في الرسم أدناه.

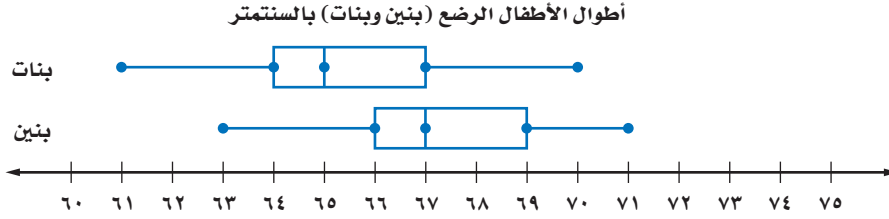
الوقت (بالدقائق) الذي يمضيه عمال في الذهاب والعودة إلى المصنع



الربط بالحياة:

إن ممارسة الرياضة تقي بإذن الله من الإصابة بالسكري وارتفاع ضغط الدم وأمراض القلب. وتساعد على تحسين الحالة النفسية والمعنوية.

أطوال: بالاعتماد على تمثيل الصندوق وطرفيه المزدوج أدناه، والذي يبين أطوال مجموعة من الأطفال الرضع ذوي الأعمار المتساوية (بنين وبنات)، قارن بين أطوال كلا الجنسين.



البنات أقصر من البنين بصورة عامة. فالربيع الأعلى للطول لدى البنات هو ٦٧ سم مما يعني أن أطوال ٧٥٪ منهن هو ٦٧ سم أو أقل، على حين أن الربيع الأدنى لدى البنين هو ٦٦ سم مما يعني أن أطوال ٧٥٪ منهم هو ٦٦ سم أو أكثر.

تحقق من فهمك:

(د) **أطوال:** بناءً على تمثيل الصندوق وطرفيه المزدوج أعلاه؛ ما النسبة المئوية للبنين والبنات الذين أطوالهم ٦٧ سنتيمترًا أو أقل.



الربط بالحياة:

كيف يستعمل أطباء الأطفال الرياضيات؟

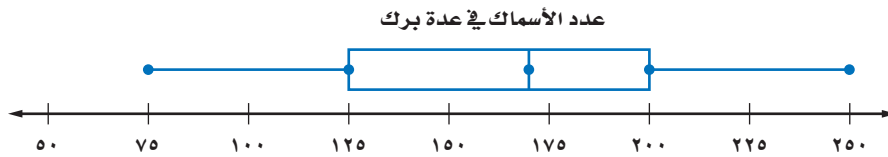
يستعمل أطباء الأطفال الرسوم البيانية لمراقبة سلامة نمو الأطفال الرضع والأطفال الصغار.

تأكد

مثّل كل مجموعة بيانات فيما يأتي بالصندوق وطرفيه:

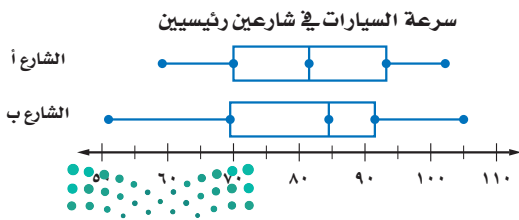
- ١ عدد ساعات مناوبة ثمانية أطباء في أحد الأسابيع:
٣٧، ٣٢، ٣٧، ٣٦، ٤٣، ٣٨، ٥١، ٢٩
- ٢ درجات الطلاب في الرياضيات:
٥٠، ٩٠، ٥٠، ٩٠، ٧٠، ٧٠، ١٠٠، ٨٠، ٢٥

سمك: استعمل تمثيل الصندوق وطرفيه لحل السؤالين ٣، ٤.



٣ ما المدى الربيعي للبيانات؟

٤ كم سمكة على الأقل في ثلاثة أرباع البرك؟



سرعة: اعتمادًا على تمثيل الصندوق وطرفيه المجاور، أي الشارعين تزيد فيه سرعة أكثر من نصف السيارات على سرعة مثيلاتها في الشارع الآخر؟

المثال ٣

للأسئلة

للأسئلة	انظر الأمثلة
١	٩ - ٦
٢	١٥، ١٣ - ١٠
٣	١٨ - ١٦، ١٤

مثّل مجموعات البيانات الآتية بالصندوق وطرفيه:

- ٦ أعمار مراجعي عيادة الأسنان في يوم السبت:
- ٧ المسافة بالكيلومترات بين محطات التوقف على طريق سريع هي:
- ٨ سرعات طائرات بالميل في الساعة:
- ٩ أسعار بعض الأجهزة الكهربائية بالريال:

جغرافيا: استعمل تمثيل الصندوق وطرفيه المجاور لحل السؤالين ١٠، ١١:

١٠ ما نسبة المدن التي يزيد عدد سكانها على ١٠٠٠٠٠؟

عدد سكان ١٣ مدينة (بالآلاف)



١١ ماذا تستنتج عن البيانات فوق الربع الأعلى؟

محميات طبيعية: استعمل تمثيل الصندوق وطرفيه الآتي لحل السؤالين ١٢، ١٣:

مساحات عشر محميات طبيعية بالهكتار

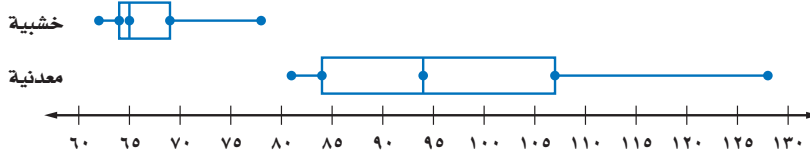


١٢ ما عدد القيم المتطرفة لهذه البيانات؟

١٣ صف توزيع البيانات. كيف تصف مساحة معظم المحميات؟

العجلة الدوّارة: استعمل تمثيل الصندوق وطرفيه أدناه لحل الأسئلة ١٤ - ١٨:

سرعة العجلة الدوّارة (ميل/ساعة)



١٤ أي مجموعة بيانات لها مدى أكبر؟

١٥ ما عدد القيم المتطرفة في هذه البيانات؟

١٦ ما نسبة العجلات الخشبية التي سارت بسرعة ٦٩ ميلاً/ساعة على الأقل؟

١٧ ما نسبة العجلات المعدنية التي سارت بسرعة ٨٤ ميلاً/ساعة على الأقل؟

١٨ أيّ العجلتين تسير بسرعة أكبر: المعدنية أم الخشبية؟ فسر إجابتك.

المساكن المشغولة في بعض مناطق المملكة في أحد الأعوام	
العدد بالآلاف	المنطقة
١١٥٤	الرياض
١٣٢٢	مكة المكرمة
٣٠٩	المدينة المنورة
٢٠٢	القصيم
٦١٩	المنطقة الشرقية
٣٣٤	عسير
١٩٩	جازان

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

مساكن: استعمل الجدول المجاور لحل

السؤالين ١٩، ٢٠:

١٩ أنشئ لوحة الصندوق و طرفيه للبيانات،

ثم حدد الفترة التي تنتشر فيها البيانات بدرجة أكبر.

٢٠ وضح كيف تتأثر لوحة الصندوق و طرفيه

إذا استثنينا عدد مساكن الرياض ومكة المكرمة.



الربط بالحياة:

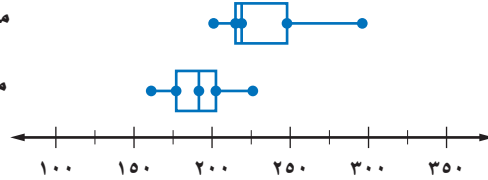
يصل معدل عدد الأيام المشمسة في بعض المدن العربية إلى ٣٣٠ يومًا في السنة.

طقس: استعمل تمثيل الصندوق و طرفيه أدناه لحل السؤالين ٢١، ٢٢.

معدل الأيام المشمسة في بعض المدن

مدن من جنوب أوروبا

مدن من شمال أوروبا



٢١ ما نسبة مدن جنوب أوروبا التي تزيد فيها درجة الحرارة على الربيع الأدنى لمدن

شمال أوروبا؟

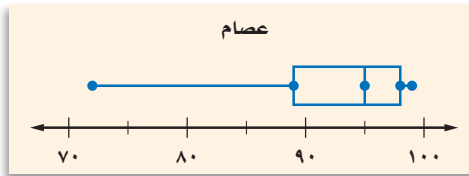
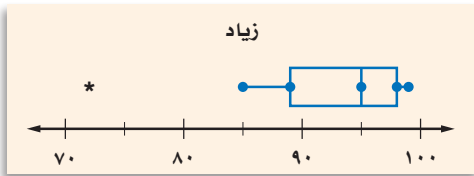
٢٢ اكتب جملة واحدة أو جملتين تقارن فيهما مدن شمال أوروبا وجنوبها من حيث

معدل الأيام المشمسة.

٢٣ اكتشف الخطأ: مثل عصام وزيد مجموعة البيانات الآتية بالصندوق و طرفيه.

فأيهما تمثيله صحيح؟ وضح إجابتك.

٩٩، ٩٩، ٩٨، ٩٧، ٩٧، ٩٥، ٩٠، ٩٠، ٨٩، ٨٥، ٧٢



٢٤ تبرير: كانت قيم الربيع الأدنى والوسيط والربيع الأعلى لمجموعة من البيانات

بالترتيب هي: س، ص، ٧٠. فإذا أردنا التمثيل بالصندوق و طرفيه بالاعتماد على

هذه المعلومات، فأعط قيمًا لـ س و ص في الحالتين الآتيتين:

(أ) يقسم الوسيط الصندوق إلى قسمين متساويين.

(ب) المسافة بين الوسيط والربيع الأعلى تساوي مثلي المسافة بين الوسيط والربيع

الأدنى.



وضح إجابيات استعمال الصندوق و طرفيه في تمثيل البيانات.

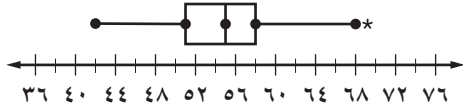
٢٥ اكتب

وزارة التعليم

Ministry of Education

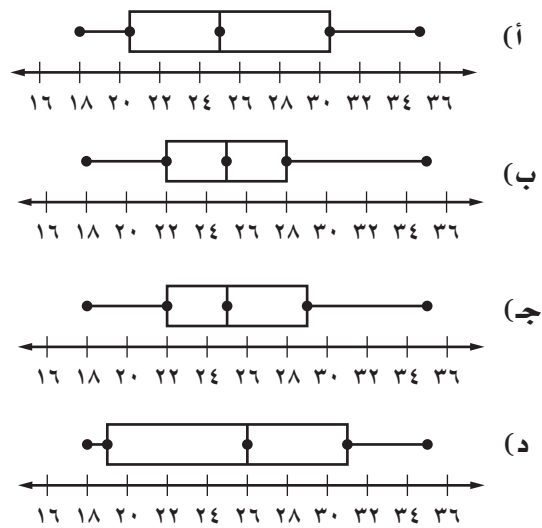
الدرس ٦ - ٦: التمثيل بالصندوق و طرفيه ٢٠٢٣

٢٧ أيُّ الجمل الآتية ليست صحيحة وفقاً للتمثيل أدناه؟



- (أ) القيمة ٦٩ متطرفة
(ب) نصف القيم أكبر من ٥٥
(ج) $\frac{1}{4}$ القيم تقع في الفترة ٦٩-٥٨
(د) توجد قيم في الفترة ٥١-٤٢ أكثر من الفترة ٥٨-٥٥

٢٨ أيُّ التمثيلات الآتية يصف مجموعة البيانات ١٨، ٢٢، ٣١، ٢٥، ٣٠، ١٩، ٢٦، ٢٤، ٣٥؟



مراجعة تراكمية

٢٨ أوجد كلاً من المدى، والوسيط، والربيعين الأدنى والأعلى، والمدى الربيعي، وأية قيم متطرفة لمجموعة البيانات

(الدرس ٦ - ٥)

٥٨، ٤٩، ٤٧، ٢٨، ٤٦، ٥٤، ٣١، ٥٢، ٧٣

٢٩ درجات حرارة: أوجد كلاً من المتوسط، والوسيط، والمنوال، والمدى لدرجات الحرارة الفهرنهايتية الآتية

مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٦ - ٤)

٢٤، ٦٥، ٣١، ٨٢، ٦٥، ٧٤، ٤٥، ٢٣، ٣٤، ٩١، ٦٥، ٧٦

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: مثل كل مجموعة من البيانات باستعمال التمثيل بالنقاط:

٣٠ ١٠، ٨، ٥، ٢، ٦، ٢، ٨، ٩، ٥، ٢

٣١ ١٢، ٨، ٧، ١٤، ١٠، ١٢، ٧، ٩، ١٢، ١٤





التمثيل بالساق والورقة

٧-٦

استعد

تمثل البيانات الآتية عدد سنوات خبرة موظفي إحدى الشركات:

عدد سنوات الخبرة لموظفي إحدى الشركات								
٥	١١	٧	١٥	٦	٩	٤	٧	٩
١٠	٣٤	٧	٥	١١	٤	٢١	٣	٣
٣	٥	٢١	٣١	٣	١٠	١١	٣	١٠
	٣	٤	١٥	٥	١٢	٧	٢٧	٦
	١٣	٨	٣	٥	١٧	٦	١٥	٤٠
	١١	٣	٢٠	٤	١٠	٨	٤	٩

نظم البيانات السابقة في فئات على النحو الآتي:

٠ - ٩، ١٠ - ١٩، ٢٠ - ٢٩، ٣٠ - ٣٩، ٤٠ - ٤٩

١ هل أعداد الموظفين في كل فئة متساوية؟

٢ اذكر إحدى مزايا توزيع البيانات ضمن فئات.

فكرة الدرس:

أعرض البيانات، وأمثلها بالساق والورقة، وأفسرها.

المفردات

التمثيل بالساق والورقة

الساق

الورقة

التمثيل المزدوج للساق والورقة

ترتب البيانات العددية في التمثيل بالساق والورقة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً، حيث تُشكل الأعداد في المنزل الكبري السيقان، على حين تشكّل الأعداد في المنزل التي تليها الأوراق.

مثال من واقع الحياة

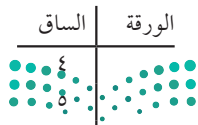
أعداد المراجعين من الرجال والنساء		
القسم	رجال	نساء
جراحة عامة	٥٢	٤٧
أنف وأذن وحنجرة	٦١	٤٢
باطنية	٤٢	٤٢
القلب	٦٠	١٧
العيون	٤٤	٤٢
الكلى	٥٠	٥٤
العلاج الطبيعي	٤٢	٥٢
الأعصاب	٥٥	٤٢
المسالك البولية	٤٩	٢٩
العظام	٤٦	٣٧

١ مستشفى: يمثل الجدول المجاور أعداد المراجعين لمستشفى ما خلال أسبوع؛ مثل البيانات المتعلقة بالرجال باستعمال الساق والورقة.

الخطوة ١: أوجد أكبر وأصغر عدد في البيانات، ثم حدّد رقم المنزل الكبري لكل منهما.

- أصغر عدد هو ٤٢، رقم المنزل الكبري هو ٤.
- أكبر عدد هو ٦١، رقم المنزل الكبري هو ٦.

الخطوة ٢: ارسم خطاً رأسياً، ثم سجّل السيقان من ٤ إلى ٦ على يسار الخط.



الساق	الورقة
٤	٢ ٤ ٢ ٩ ٦
٥	٢ ٠ ٥
٦	١ ٠

أعداد المراجعين الرجال

الساق	الورقة
٤	٢ ٢ ٤ ٦ ٩
٥	٠ ٢ ٥
٦	٠ ١

٢ | ٥ = ٥٢ مراجعًا

الخطوة ٣: اكتب الأوراق المناظرة لكل ساق على الجانب الآخر من الخط، فمثلاً: للعدد ٤٢ اكتب ٢ إلى يمين الرقم ٤.

الخطوة ٤: رتب الأوراق ترتيباً تصاعدياً؛ كرر الورقة بقدر عدد مرات ظهورها في البيانات. ثم ضع مفتاحاً يوضح كيف تقرأ البيانات.

تحقق من فهمك:

(أ) مثل البيانات الواردة في مثال ١ والمتعلقة بالنساء باستعمال الساق والورقة.

مثال من واقع الحياة

تفسير البيانات

صحة: يمثل الساق والورقة أدناه أعمار بعض المصابين بمرض السكري.

أعمار مصابين بمرض السكري

الساق	الورقة
٤	٢ ٣ ٦ ٦ ٧ ٨ ٩ ٩
٥	٠ ٠ ١ ١ ١ ١ ٢ ٢ ٤ ٤ ٤ ٤ ٤ ٥ ٥ ٥ ٥ ٥ ٦ ٦ ٦ ٧ ٧ ٧ ٧ ٨
٦	٠ ١ ١ ١ ٢ ٤ ٤ ٦ ٨ ٩

٥٠ = ٥ | ٠ سنة

بالاعتماد على البيانات أعلاه، كيف تصف أعمار المصابين بمرض السكري؟

- تتركز معظم البيانات في الفئة ٥٠ - ٥٩
- يبلغ عمر أصغر رجل مصاب ٤٢ سنة. وعمر أكبر مصاب ٦٩ سنة.
- والمدى هو ٢٧
- وسيط الأعمار هو ٥٥

تحقق من فهمك:

بالعودة إلى تمثيل الساق والورقة في المثال ١:

(ب) أي الفئات يتركز فيها أعداد المراجعين الذكور؟

(ج) ما مدى البيانات؟

(د) ما الوسيط لعدد المراجعين الذكور؟

يمكن مقارنة مجموعتين من البيانات بالتمثيل المزدوج للساق والورقة. يبين تمثيل

الساق والورقة أدناه عينة من درجات مادة الرياضيات لطلاب فصلين مختلفين في

الثاني المتوسط.

درجات الرياضيات

الفصل (أ) | الساق | الفصل (ب)

٧ ٦ ٥ ٥ ٤ ٢ ٢ ٢	٧	٤ ٢
٨ ٨ ٨ ٥ ٤	٨	٠ ٢ ٢ ٥ ٧ ٩
١ ٠ ٠	٩	١ ٣ ٤ ٦ ٨ ٩ ٩
٧٦ = ٦ ٧		٧٢ = ٧ ٢

أوراق مجموعة البيانات الثانية على الجانب الآخر من الساق.

أوراق مجموعة البيانات الأولى على أحد جانبي الساق.



الربط بالحياة:

حسب الإحصائيات العالمية التي أشار إليها الاتحاد الدولي للسكري، فإن أكثر من ٤٠٠ مليون بالغ مصاب بداء السكري، ويقدر عدد المصابين حالياً في المملكة العربية السعودية بنحو ١,٨ مليون من الذين تزيد أعمارهم على ١٥ عاماً، ويمكن قياس نسبة السكر في الدم من خلال التحليل أو الأجهزة الإلكترونية.

مثال من واقع الحياة مقارنة البيانات

معدل درجة الحرارة	الساق	بغداد
٩ ٧ ٤ ٤ ٢	١	١ ١ ٦ ٧
٨ ٨ ٧ ٥ ٤ ٣ ١	٢	٢ ٢ ٥
	٣	٢ ٤ ٤ ٥
°٢١ = ١ ٢		°٣٥ = ٣ ٥

المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرة)

طقس: يبين التمثيل بالساق والورقة المجاور معدل درجات الحرارة الشهري لكل من مدينتي القاهرة وبغداد. فما المدينة التي تتباين فيها درجات الحرارة أكثر؟ وضح إجابتك.

تتوزع درجات الحرارة في مدينة بغداد خلال العام، بينما تتجمع في مدينة القاهرة، وبالتالي فإن درجات الحرارة في مدينة بغداد أكثر تبايناً.

تحقق من فهمك: استعمل درجات الاختبار أدناه:

درجات الاختبار	الساق	الصف السادس أ
٨ ٨ ٣ ٢ ٢	٧	٣
٧ ٦ ٣ ١ ٠ ٠	٨	١ ٢ ٥ ٦ ٦ ٨ ٩ ٩
٣ ٢ ١ ١ ٠	٩	٠ ٢ ٢ ٣ ٣ ٣ ٥ ٦
%٧٨ = ٨ ٧		%٧٣ = ٧ ٣

(هـ) أي الصنفين حصل على نتائج أعلى في الاختبار؟ وضح إجابتك.
(و) أي الصنفين كانت نتائج اختبارهم أكثر تبايناً؟ وضح إجابتك.

تأكد

مثل بالساق والورقة كلاً من البيانات الآتية:

المثال ١

معدل أعمار	العمر	الحيوان	العمر	الحيوان
١٥	٣٥	الفيل الإفريقي	٤٠	الفيل الآسيوي
٦	٧	الثعلب	٢٠	الحصان
٤١	١٥	البقرة	١٢	الماعز

المصدر: World Almanac For Kids

عدد الدول المشاركة في دورة الألعاب الأولمبية الصيفية (١٩٦٠-٢٠٠٤)	السنة	الدول
٢٠٠٤ ٢٠٠٠ ٩٦ ٩٢ ٨٨ ٨٤ ٨٠ ٧٦ ٧٢ ٦٨ ٦٤ ٦٠	١٣٦ ١٢٨ ١٠٣ ٨٢ ٦١ ٤٢ ٤٢ ٤٢ ٤٤ ٢٩ ٢٢ ٢٣	

المصدر: International Paralympic Committee

المثال ٢

مدرسة: لحل الأسئلة ٣-٥ استعمل التمثيل المجاور الذي يبين درجات الطلاب في مادة الرياضيات:

درجات الرياضيات	الساق	الورقة
٥	٠ ٩	
٦	٤ ٥ ٧ ٨	
٧	٠ ٤ ٤ ٥ ٥ ٦ ٧ ٨ ٨	
٨	٢ ٣ ٣ ٥ ٧ ٨	
٩	٠ ١ ٥ ٥ ٩	%٥٩ = ٥ ٩

٣ ما الدرجتان العليا والدنيا في الاختبار؟

٤ ما وسيط هذه الدرجات؟

٥ اكتب جملة تصف الدرجات.

طعام: استعمل تمثيل الساق والورقة المزدوج المجاور لحل السؤالين ٦، ٧:

كمية الدهن بالجرام في فطائر اللحم والدجاج	لحم	الساق	دجاج
	٠	٨	
٠.٥٩	١	٩٨٥٥٣٣	
٠.٦	٢	٠	
٠.٣٦	٣		
٢٦ = ٢ ٦ جم			١٣ = ٣ ١ جم

٦ ما أعلى كمية دهون في كل نوع من أنواع الفطائر؟

٧ أي أنواع الفطائر يحوي كمية أقل من الدهن بصورة عامة؟ فسّر إجابتك.

تدرّب وحلّ المسائل

مثّل بالساق والورقة كلّاً من البيانات الآتية:

عدد سكان بعض الدول العربية	الدولة
٥	الأردن
٢٣	سوريا
٣١	العراق
٤	الإمارات
٢٤	اليمن
٣٠	السعودية
٣٢	السودان
٨٠	مصر
٣٧	الجزائر

المصدر: ويكيبيديا (الموسوعة الحرة)

مساحات القارات لأقرب مليون كلم ^٢	المساحة
آسيا	٤٥
إفريقيا	٣٠
أمريكا الشمالية	٢٤
أمريكا الجنوبية	١٨
القارية الجنوبية	١٤
أوروبا	١٠
أستراليا	٩

المصدر: The World Almanac

للأسئلة	للأسئلة
٩، ٨	١
١٥ - ١٠	٢
١٩ - ١٦	٣

أسعار ألعاب في متجر بالريال	السعر
لوح ترليج	٤٣
برامج ألعاب حاسوب	٤٠
دمية	٤٧
حيوانات صغيرة	٤٩
قطع تركيب	٧٠
مجموعة ألوان	٦٥
كرة قدم	٥٠
صورة تجميعية	٧٣
سبورة	٤٩
سيارة	٤٧
دمى قطنية	٤٨
أوراق لاصقة	٥١
مجموعة قصصية	٥٨

درجات الاختبار الشهري لفصلين في العلوم

الفصل (أ)	الساق	الفصل (ب)
٢٣٣٣٤٦٨٩٩	٠	٨٧٧٧٦٦٣٢
٠٠٠١٢٢٦	١	٥٤٣
١٠ = ١ ٠		١٣ = ٣ ١



تحليل الجداول: لحل الأسئلة ١٠ - ١٥ استعمل الجدول المجاور.

١٠ ما متوسط هذه الأسعار؟
١١ مثّل الأسعار بالساق والورقة.
١٢ أيّ هذه الأسعار أعلى؟
١٣ ما عدد الألعاب التي يقل سعرها عن ٥٠ ريالاً؟

١٤ ما وسيط أسعار الألعاب بالريال؟
١٥ اكتب جملة تصف أسعار الألعاب.

تحليل الجداول: لحل الأسئلة ١٦ - ١٩ استعمل المعلومات المجاورة الممثلة بالساق والورقة تمثيلاً مزدوجاً:

١٦ ما أعلى درجة في الفصل (ب)؟
١٧ ما أقل درجة في الفصل (أ)؟
١٨ ما عدد طلاب الفصل (أ)؟
١٩ قارن بين الوسيطين لدرجات الفصلين.

٢٠ **جمع البيانات:** مثل بالساق والورقة أطوال طلاب فصلك بالستمرات، ثم اكتب عدة جمل تصف هذه البيانات وتحللها.

٢١ **تحد:** مثل بالساق والورقة مجموعة بيانات تتألف من ١٠ قيم على الأقل، بحيث تكون القيمة العظمى ٧٠ والمدى ٥٠ والوسيط ٢٥.

٢٢ **الكتب:** كيف يمكن تمثيل البيانات بالساق والورقة.

تدريب على اختبار

٢٣ **بيّن التمثيل بالساق والورقة أدناه كمية البروتين بالجرام في بعض الأطعمة.**

المنتجات الألبان	الساق	البذور، المكسرات، البقوليات
٩٨٨٧٧٦٢٢	٠	٥٦٩
٠	١	٤٥٨
٦	٢	٩
	٣	٩
جراماً ٢٦ = ٦/٢		جراماً ٣٩ = ٣/٩

أي جملة مما يأتي صحيحة وفقاً لهذا التمثيل؟

(أ) وسيط كمية البروتين في منتجات الألبان هو ٩ جرامات.

(ب) الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة لكمية البروتين في منتجات الألبان هو ٢٨

(ج) متوسط كمية البروتين في البذور والمكسرات والبقوليات أكبر من متوسطها في منتجات الألبان.

(د) أكبر قيمة لكمية البروتين في البذور والمكسرات والبقوليات هي ٩٣

مراجعة تراكمية

٢٤ **مثل مجموعة البيانات الآتية بالصندوق وطرفه. (الدرس ٦ - ٦)**

٢٩، ٣٧، ٣٦، ٤٤، ٥٣، ٤٥، ٧٦، ٣٣، ٤٢، ٣٦، ٢٥، ٢٢

أرباح: استعمل الجدول المجاور للإجابة عن السؤالين ٢٤، ٢٥ (الدرس ٦ - ٥)

٢٥ **أوجد كلاً من:** المدى، الوسيط، الربيع الأعلى، الربيع الأدنى، المدى الربيعي.

٢٦ **أوجد القيم المتطرفة.**

أرباح محل تجاري في ستة أيام متتالية	
اليوم	المبلغ (ريال)
السبت	١٤٥٩
الأحد	١٤٥٠
الاثنين	١٢٤٣
الثلاثاء	٢٣٤٨
الأربعاء	٩٨١
الخميس	١٩٠٠

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد كلاً من المتوسط والوسيط لكل مجموعة من البيانات فيما يأتي: (الدرس ٦ - ٤)

٢٧ ٧٢، ٦٢، ٧٤، ٧٤، ٨٦، ٨٥، ٦٧، ٦٦، ٧٥

٢٨ ١٨، ١٦، ١٧، ٥٦، ٢١، ٢٠، ١٥، ١٦، ١٦، ٢١، ٢٨، ٢٠



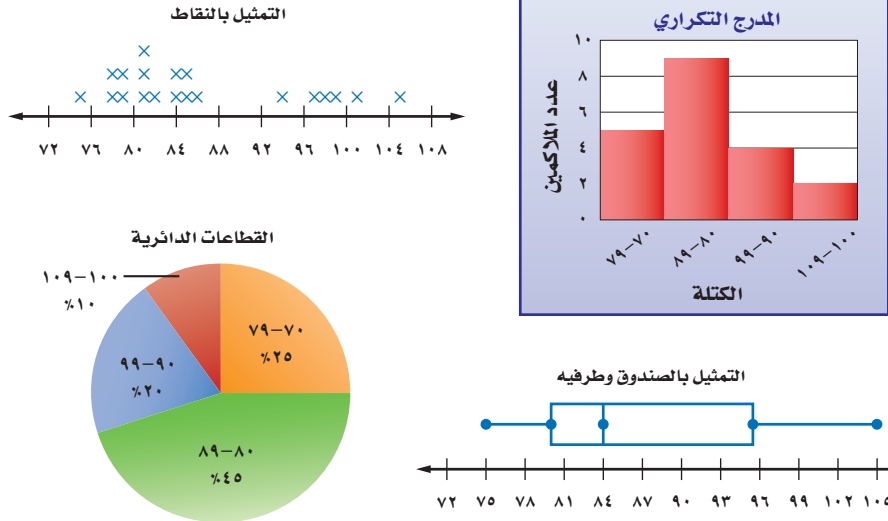


اختيار طريقة التمثيل المناسبة

٨-٦

استعد

رياضة: سُجِلَتْ كتل مجموعة من الملاكمين بالكيلوجرامات ثم مُثِّلَتْ بالطرائق الآتية:



فكرة الدرس:

أختار طريقة التمثيل المناسبة لمجموعة البيانات.

- أي الطرائق تظهر عدد الملاكمين الذين كتلتهم ٨٤ كجم بالضبط؟
- أي الطرائق تظهر فترة الكتلة لنصف عدد الملاكمين؟

إذا أردت اختيار أنسب طريقة لتمثيل البيانات، فعليك أن تفكر في نوعها، وما الذي تريد عرضه، أو إبرازه من خلال التمثيل.

اختيار طريقة التمثيل المناسبة

مثال

تنظيم الوقت: اختر طريقة التمثيل المناسبة التي توضح كيفية قضاء أجزاء اليوم في إنجاز نشاطات مختلفة. فسر سبب اختيارك.

بما أن الرسم يتعلق بجزء من كل، فإن التمثيل بالقطاعات الدائرية سيكون اختياراً مناسباً لتمثيل هذه البيانات.

تحقق من فهمك:

اختر طريقة التمثيل المناسبة لكل مما يأتي:

- توزيع عدد سكان المملكة العربية السعودية بحسب الفئات العمرية.
- انتشار أعلى معدل سرعة لمئة نوع من السيارات.

ملخص المفهوم	التمثيل الإحصائي
يفضل استعماله	نوع التمثيل
عند توضيح عدد القيم لكل صنف من أصناف البيانات.	التمثيل بالأعمدة
عند توضيح مقاييس التشتت لمجموعة من البيانات.	الصندوق وطره
عند مقارنة جزء من البيانات بالنسبة إلى المجموع.	القطاعات الدائرية
عند توضيح تكرار البيانات الموزعة في فئات متساوية.	المدرج التكراري
عند توضيح تغير البيانات في فترة زمنية معينة.	التمثيل بالخطوط
عند توضيح تكرار كل قيمة من قيم البيانات .	التمثيل بالنقاط
عند عرض قيم البيانات بصورة فردية مكثفة.	الساق والورقة
عند توضيح ارتباط المفردات بعضها ببعض من خلال مجموعات مترابطة في البيانات.	أشكال فن

إرشادات للدراسة

مراجعة

يمكنك مراجعة دروس التمثيل بالخطوط والأعمدة وأشكال فن .

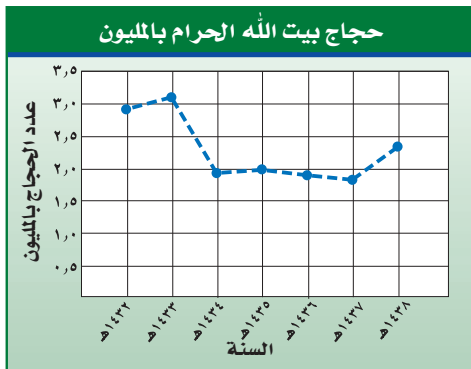
مثال

إنشاء التمثيل البياني المناسب

حجاج: اختر الطريقة الأنسب لتمثيل البيانات في الجدول الآتي للتنبؤ بعدد حجاج بيت الله الحرام لعام ١٤٣٩ هـ؛ وبرّر إجابتك، ثم مثل البيانات.

السنة	١٤٣٢	١٤٣٣	١٤٣٤	١٤٣٥	١٤٣٦	١٤٣٧	١٤٣٨
عدد الحجاج	٢,٩٢٨	٣,١٦٢	١,٩٨	٢,٠٨٥	١,٩٥٣	١,٨٦٣	٢,٣٥٢

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء



تتغير هذه البيانات مع مرور الزمن.
إذن تمثيل البيانات بالخطوط تُعد الطريقة الأنسب لتمثيل البيانات.

تحقق من فهمك:

(ج) **محيطات:** يبين الجدول المجاور مساحات المحيطات الخمسة بالأميال المربعة. اختر الطريقة الأنسب لتمثيل البيانات، ثم مثلها.

المحيط	المساحة بالميل المربع
الشمالي	٥٤٢٧٠٠٠
الأطلسي	٢٩٦٣٧٠٠٠
الهندي	٢٦٤٦٩٠٠٠
الهادئ	٦٠٠٦٠٧٠٠
الجنوبي	٧٨٤٨٣٠٠٠

المصدر: Info Please



الربط بالحياة:

أدت التوسعات المستمرة التي شهدتها أروقة الحرمين الشريفين والمشاعر المقدسة وكذلك الارتقاء بالخدمات والبنى التحتية من مواصلات وطرق ومطارات وفنادق سكنية ومخيمات للحجاج في المشاعر المقدسة وغيرها من الخدمات المقدمة من حكومة المملكة دوراً كبيراً في ازدياد أعداد الحجاج القادمين لأداء فريضة الحج خلال السنوات الماضية.

المثال ١

- اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل نوع من البيانات. فيما يأتي، وبرّر اختيارك:
- ١ عدد طلاب الصف الثاني المتوسط الحاصلين على التقديرات: ممتاز، جيد جداً، جيد، مقبول.
 - ٢ مبيعات أحد أنواع العباءات مقارنة ببقية الأنواع.
 - ٣ اختبار: درجات اختبار الرياضيات لأحد فصول الصف الثاني المتوسط.

المثال ٢

درجات اختبار الرياضيات للصف الثاني المتوسط														
٩٨	٧٧	٨٩	٦٣	٧١	٧٩	٨١	٩٦	٨١	٨٥	٨١	٩٢	٧٧	٦٨	٧٢
٧٤	٨٥	٧٢	٨٥	٩٢	٩١	٧٣	٨٥	٧٧	٧٨	٦٧	٩١	٨٨	٧٤	٨٨

تدرّب وحلّ المسائل

- اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل نوع من البيانات فيما يأتي، وبرّر إجابتك:
- ٤ عدد مشترك الهواتف النقالة للسنوات الخمس الأخيرة.
 - ٥ مجموع نقاط سائقي رالي السيارات الفائزين بالمراتب العشر الأول.
 - ٦ توزيع دخل الأسرة على المتطلبات المنزلية.
 - ٧ وسيط نتائج اختبار مادة الإنجليزي لأحد الصفوف.
 - ٨ كمية استهلاك الوقود لسيارات طراز ٢٠١٨م.
 - ٩ أعداد المواطنين الذين يتقنون اللغة الإنجليزية أو الفرنسية أو الألمانية في المملكة العربية السعودية.
- اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل مسألة فيما يأتي، وبرّر إجابتك، ثم مثّلها:

لأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٩ - ٤	١
١٣ - ١٠	٢

متوسط أطوال البنات	
العمر بالسنوات	الطول (بوصة)
١٠	٥٦,٤
١١	٥٩,٦
١٢	٦١,٤
١٣	٦٢,٦
١٤	٦٣,٧
١٥	٦٣,٨

أنواع الرياضات المفضلة عند الطلاب في إحدى المناطق التعليمية	
النوع	عدد الطلاب (آلاف)
كرة القدم	١٠,١
كرة الطاولة	٩
السباحة	٨,٩
ركوب الدراجات	٧,٦
الجري	٦,٢
الكرة الطائرة	٦,٢
كرة السلة	٥,٥



الحيوانات المهددة بالانقراض	
الأنواع	العدد
الثدييات	٦٨
الأسماك	٧٤
الزواحف	٢٦
الطيور	٧٧
اللافقاريات	١٥٣

المصدر: National Health and Nutrition Examination Survey

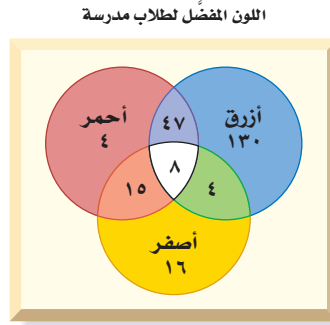
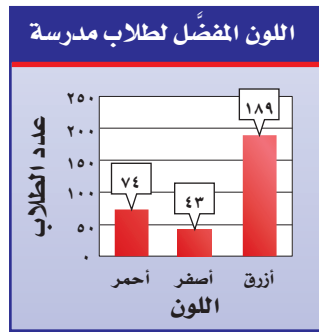
١٢ حيوانات: أنشئ أنسب طريقة لتمثيل

البيانات في الجدول المجاور.

١٣ ألبان: قامت إحدى شركات إنتاج الألبان بمسح

لنكهة الحليب المفضلة فتبين أن ٥٩ شخصاً يفضلون نكهة الشوكولاتة، و ١٠ شخصاً يفضلون نكهة الفواكه، و ١٨ شخصاً أحبوا النكهتين. و ٥ أشخاص لم يحبوا أيّاً من النكهتين. مثل هذه البيانات على نحو مناسب.

ألوان: للإجابة عن السؤالين ١٤ ، ١٥ ارجع إلى التمثيلين البيانيين الآتيين ثم اختر طريقة التمثيل التي تناسب الإجابة عن كل سؤال؛ وبرّر سبب اختيارك :



١٤ ما عدد الطلاب الذين يفضلون اللون الأحمر فقط؟

١٥ ما عدد الطلاب الذين يفضلون اللون الأزرق؟

١٦ جمع البيانات: أجر دراسة إحصائية على طلاب صفك حول نوع النشاط

المفضل لديهم، واستعمل لذلك بيانات يمكن تمثيلها بأشكال فن، ثم مثلها.

١٧ مسألة مفتوحة: أعط مثلاً على مجموعة بيانات يمكن تمثيلها بالقطاعات

الدائرية.

مسائل
مهارات التفكير العليا

تحذّر: للأسئلة ١٨ - ٢٠: حدّد ما إذا كانت الجمل الآتية صحيحة دائماً أو أحياناً أو

غير صحيحة أبداً. ووضح إجابتك.

١٨ يمكن تمثيل بيانات المدرج التكراري بالقطاعات الدائرية.

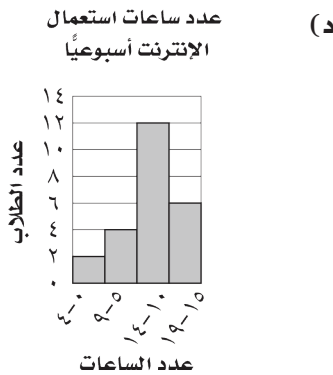
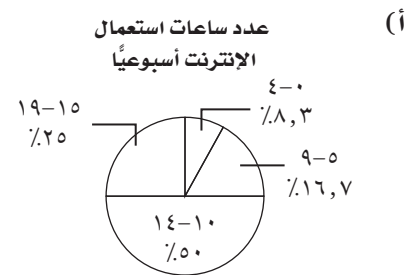
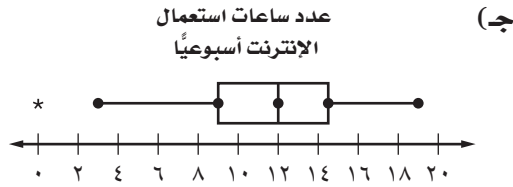
١٩ يمكن تمثيل بيانات أشكال فن باستعمال الخطوط.

٢٠ يمكن تمثيل البيانات الممثلة بالنقاط باستعمال الصندوق وطرقيه.

٢١ اكتب: قارن بين التمثيل بالأعمدة والتمثيل بالمدرج التكراري، ومتى يكون

استعمال المدرج التكراري مناسباً أكثر من الأعمدة؟

٢٢ سأل محمد ٢٤ طالباً في فصله عن عدد الساعات التي يقضيها كل منهم أسبوعياً في استعمال الإنترنت. أي التمثيلات الآتية يعد الأفضل لعرض إجابة كل طالب؟



(ب)

عدد ساعات استعمال الإنترنت أسبوعياً

الساق	الورق
٠	٠ ٣ ٥ ٧ ٨ ٨
١	٠ ٠ ١ ٢ ٢ ٢ ٣ ٤ ٤ ٤ ٤ ٤ ٥ ٦ ٦ ٨ ٨ ٩

١٢ = ١٢

مراجعة تراكمية

٢٣ مثل بالساق والورقة البيانات الآتية:

(٧-٦) ٩، ٢٧، ٣٧، ١٤، ٢١، ١٨، ١٥، ١٢

مثل بالصندوق وطرفيه كل مجموعة من البيانات فيما يأتي: (٦-٦)

٢٤ ٣٥، ٤٠، ٣٦، ٣٤، ٥٠، ٥٥، ٨٠، ٤٣، ٤٥، ٤٢، ٣٨، ٤٢

٢٥ ٥٩، ٥٢، ٦٥، ٤٩، ١٥، ٥٢، ٤٤، ٤٧، ٦٣، ٦٧، ٥٨، ٥٢

ذهب: استعمل الجدول المجاور الذي يبين المبيعات اليومية لأحد محال الذهب

في حل الأسئلة ٢٦-٢٨ (٥-٦)

مبيعات أحد محال الذهب (مئات الجرامات)

٤٢، ٨	السبت
٣٠، ٥	الأحد
٢٤، ٩	الاثنين
٢٤، ٥	الثلاثاء
٢٠، ٢	الأربعاء
١٨، ٤	الخميس
١٢٠، ٧	الجمعة

٢٦ أوجد كلاً من المدى، الوسيط، الربع الأعلى، الربع الأدنى، المدى الربيعي.

٢٧ أوجد القيم المتطرفة.

٢٨ صف هذه البيانات.

اختبار الفصل ٦

١ الكربوهيدرات: أنشئ جدولاً لتحديد عدد جرامات الكربوهيدرات الأكثر تكراراً.

مقادير الكربوهيدرات في أنواع مختلفة من الحبوب (جم)

٤٤	٢٢	٣٢	٢٤	٣٨	٤٤	٣٤	١٥
٣٢	٢٢	٣٣	٢٤	١٥	٣٢	١٥	٣٢
٣٢	٣٣	٤٤	٣٣	٢٤	٣٢	٢٤	٣٤

كرة القدم: استعمل الجدول الآتي في الإجابة عن الأسئلة ٢-٥:

عدد البطولات التي فازت بها فرق كرة القدم

٧	٢٤	٦	٣٥	٢١	١٠	١٧	١٤	٣	٧
٣٨	٥	١٣	٩	٢٠	٧	٦	٢	٤٢	٣

٢ اختر فئات مناسبة وأنشئ جدولاً تكرارياً للبيانات.

٣ أنشئ مدرجاً تكرارياً.

٤ ما عدد الفرق التي تم تمثيلها؟

٥ ما نسبة الفرق التي أحرزت أكثر من ٢٠ بطولة؟

رحلات: تمثل القائمة الآتية أعمار المشتركين في رحلة عائلية، استعملها في الإجابة عن الأسئلة ٦-١٠:

٣٨، ٣٥، ٣٢، ١٩، ٢٦، ٢٥، ٣٦، ٧٥، ١٧، ٤٠، ٢٢، ٢٣، ١٦

٦ أوجد كلاً من المتوسط والوسيط والمنوال والمدى.

٧ اختر أحد مقاييس النزعة المركزية لوصف البيانات. وبرر سبب اختيارك.

٨ أوجد كلاً من الربع الأعلى والأدنى ونصف المدى الربيعي.

٩ مثل البيانات باستعمال الصندوق وطرفيه.

١٠ إذا اشترك عضو جديد في الرحلة وأصبح متوسط الأعمار ٣٠، فكم يبلغ عمره؟

١١ اختيار من متعدد: حصلت أسماء على الدرجات الآتية في أربعة اختبارات: ٨٥، ٧٠، ٨٥، ٩٠. إذا استثنت معلمتها أدنى درجة منها، فأَيُّ القيم التالية ستزداد؟

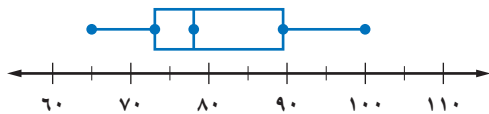
(أ) المنوال (ب) المتوسط
(ج) الوسيط (د) المدى

١٢ اختيار من متعدد: كانت مبيعات أحد المراكز التجارية بالريالات مدة أسبوع على النحو الآتي: ١٥٦٩٦، ٢٣٤٠٠، ١٩٠٨٠، ١٨٠٠٠، ١٥٢٢٨، ١٧٦٠٤، ٢٣٤٠٠

أَيُّ مقاييس النزعة المركزية الآتية تُظهر المبيعات أكثر من غيرها؟

(أ) المتوسط (ب) الوسيط
(ج) المنوال (د) المدى

١٣ درجات: كم تُقدّر النسبة المئوية للدرجات في التمثيل أدناه الأكبر من أو تساوي ٧٨؟
درجات اختبار العلوم



١٤ أجهزة عرض الأقراص المدمجة: اختر أنسب طريقة لتمثيل معدل أسعار أجهزة عرض الأقراص المدمجة للسنوات العشر الأخيرة. وبرر إجابتك.

العدد	الفصل
١٣	أ
٢٨	ب
٣٦	ج
٩	د
٢٧	هـ
٣٠	و

١٥ مدارس: الجدول الآتي يمثل عدد الطلاب الحاصلين على تقدير جيد جداً في ستة فصول من الصف الثاني متوسط، مثل هذه البيانات باستعمال الساق والورقة.

الاختبار التراكمي (٦)

القسم ١

اختيار من متعدد

اختر الإجابة الصحيحة:

١ بيّن التمثيل بالساق والورقة أدناه أعمار أفراد أسرة.

أعمار أفراد أسرة

الساق	الورقة
١	٠ ٤ ٧ ٨
٢	٠ ٢
٣	٩
٤	٣

١٤ = ١ | ٤ سنة

بالاعتماد على البيانات أعلاه، وسيط الأعمار هو:

(أ) ١٨ (ب) ٢٠

(ج) ٣٣ (د) ١٩

٢ إذا كان متوسط أطوال طلاب الصف الثاني المتوسط

والبالغ عددهم ٢٤ طالبًا هو ١٥٤ سم، وانتقل أحد طلاب الصف وطوله ١٤٤ سم إلى مدرسة أخرى، فأَيُّ العبارات الآتية يمكن استعمالها لإيجاد متوسط أطوال الطلاب الجديد؟

$$(أ) \frac{144 - (24 \times 154)}{23}$$

$$(ب) \frac{144 - (24 \times 154)}{24}$$

$$(ج) \frac{154 - (24 \times 144)}{24}$$

$$(د) \frac{24 - (24 \times 154)}{23}$$

٣ بيّن الجدول الآتي عدد الساعات التي قرأ فيها عبدالعزيز القرآن الكريم خلال عدة شهور.

الشهر	ربيع الأول	ربيع الآخر	جمادى الأولى	جمادى الآخرة	رجب	شعبان
عدد الساعات	١٢٧	١٣٠	١٢٥	١٣٢	١٢٠	١٣٥

إذا قرأ عبد العزيز القرآن الكريم ١٩٥ ساعة في شهر رمضان الكريم، فأَيُّ المقاييس الآتية سوف يتغير بدرجة أكبر من غيره؟

(أ) المتوسط

(ب) الوسيط

(ج) المنوال

(د) ستتغير جميعها بالمقدار نفسه

٤ كان مجموع الأهداف التي سجّلها صالح في لعبة

كرة اليد حتى قبل المباراة النهائية، ٤٥ هدفًا. وسجّل في المباراة النهائية ٣ أهداف، وبذلك أصبح متوسط عدد الأهداف التي سجّلها في المباراة الواحدة هدفين. لإيجاد عدد المباريات التي لعبها صالح، أوجد ناتج جمع ٤٥ و ٣ أولاً ثم ...

(أ) أضف العدد ٢ إلى المجموع

(ب) اطرح ٢ من العدد ٤٥

(ج) اضرب المجموع في العدد ٢

(د) اقسم المجموع على العدد ٢

٥ كانت درجات سميرة في (٧) اختبارات تقدمت

إليها كما يأتي: ٧٥، ٩٠، ٧٥، ٨٨، ٨٦، ٨٤، ٨٠. أيُّ المقاييس الآتية يظهر أكثر من غيره أن درجات سميرة أعلى؟

(أ) المنوال

(ب) المتوسط

(ب) الوسيط

(د) المدى

الإجابة المطولة

القسم ٣

أجب عن السؤال الآتي موضعاً خطوات الحل:

٧ لدى محل لتأجير الدراجات الهوائية ١٥ دراجة كبيرة الحجم، و ٢٢ دراجة متوسطة، و ١٩ دراجة صغيرة، و ٢٤ دراجة بثلاث عجلات.

أ) استعمل تمثيلاً بيانياً تبين فيه عدد الدراجات من كل نوع لدى هذا المحل.

ب) استعمل تمثيلاً بيانياً تبين فيه نسبة كل نوع من الدراجات إلى العدد الكلي للدراجات.

ج) صف فائدة كل من التمثيلين السابقين.



أدرب

من خلال الإجابة عن الأسئلة؛ حتى أعزز ما تعلمته من مفاهيم وما اكتسبته من مهارات.

الاجتهاد

أنا طالبٌ مُعدٌّ للحياة، ومنافسٌ عالمياً.

الإجابة القصيرة

القسم ٢

أجب عن السؤال الآتي:

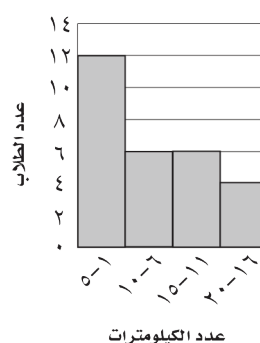
٦ بيّن المدرج التكراري أدناه المسافات التي يقطعها

بعض الطلاب للوصول إلى مدرستهم. ما النسبة

المئوية للطلاب الذين يقطعون ١٦ كلم أو أكثر تقريباً

الجواب إلى أقرب ١٪؟

المسافات التي يقطعها الطلاب



هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن السؤال

فراجع الدرس



وزارة التعليم
Ministry of Education

الفصل ٦: الاختبار التراكمي (١٧) ١٤٧٢

الاحتمالات



الفكرة العامة

استعمل الاحتمال النظري والتناسب في التنبؤ بالحوادث.

المفردات الرئيسية:

الناتج ص (١٤٠)

الحوادث المستقلة ص (١٤٥)

الحوادث غير المستقلة ص (١٤٦)

الربط بالحياة:

طب: يذكر الأطباء عادة لمرضاهم نسباً مئوية تشير إلى مقدار احتمال نجاح العمليات التي يجرونها لهم، ويعتمد تحديد هذه الاحتمالات على عدد من المؤشرات، منها نسبة نجاح العمليات التي أجريت لمرضى آخرين.

المطويات

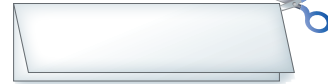
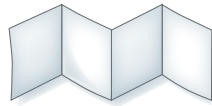
مُنظَّم أفكار

الاحتمالات: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك.

ابدأ بورقة A3 كما يأتي:

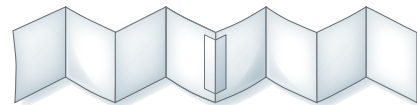
١ اطو الورقة من المنتصف طولياً، ثم قصّها على طول خطّ الطي.

٢ اطو كلّ نصف بصورة عرضية إلى أرباع.



٣ ابسط الجزأين، ثم ألصقهما معاً كما في الشكل لتكوين قطعة واحدة طويلة.

٤ سمّ الصفحات بالموضوعات الرئيسية، ثم أعد طي الورقة لتصبح على صورة كتيب.





التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

انظر إلى المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة عن الاختبار.

اختبار للريخ

مراجعة للريخ

مثال ١:

اكتب الكسر $\frac{45}{51}$ في أبسط صورة.

اقسم كلاً من البسط والمقام على (ق. م. أ.) وهو (٣).

$$\frac{45}{51} = \frac{15}{17}$$

اكتب كل كسر اعتيادي مما يأتي في أبسط صورة: (مهارة سابقة)

$$\frac{21}{99} \quad \frac{35}{60} \quad \frac{48}{72}$$

٤ رحلة: قاد محمد سيارته لمدة ٤ ساعات في رحلة عائلية استغرقت ١٨ ساعة. اكتب هذا الجزء من الوقت على صورة كسر اعتيادي في أبسط صورة. (مهارة سابقة)

مثال ٢:

أوجد ناتج الضرب واكتبه في أبسط صورة: $\frac{1}{4} \times \frac{3}{7}$.

اقسم كلاً من ٦، ٣ على (ق. م. أ.) لهما وهو (٣).

$$\frac{1}{4} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{14}$$

أوجد ناتج الضرب، واكتبه في أبسط صورة: (مهارة سابقة)

$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{6} \quad \frac{8}{9} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{6} \times \frac{7}{8} \quad \frac{2}{7} \times \frac{2}{4}$$

مثال ٣:

أوجد ٢٠٪ من ١٧٠

استعمل التناسب المتوي

ضع ١٧٠ مكان ب، ٢٠ مكان ن

الضرب التبادلي

اضرب

اقسم كل طرف على ١٠٠

$$\frac{ن}{ب} = \frac{٢٠}{١٠٠}$$

$$\frac{١٧٠}{١٧٠} = \frac{٢٠}{١٠٠}$$

$$٢٠ \times ١٧٠ = ١٠٠ \times أ$$

$$٣٤٠٠ = أ ١٠٠$$

$$\frac{٣٤٠٠}{١٠٠} = \frac{أ ١٠٠}{١٠٠}$$

$$٣٤ = أ$$

$$٣٤ \text{ هو } ٢٠\% \text{ من } ١٧٠$$

حلّ كل مسألة مما يأتي: (الدرس ٤-٤)

٩ أوجد ٣٥٪ من ٩٠.

١٠ أوجد ٤٢٪ من ٣٤٠.

١١ ما قيمة ٦٠٪ من ٢٢٠؟

١٢ ما قيمة ٥٪ من ٧٢؟

١٣ دراسة مسحية: أجرت معلمة مسحاً شمل

١٤٤ طالبة من طالبات المدرسة، فوجدت أن حوالي

٣٤٪ منهن يفضلن تناول السلطة في أثناء وجبة الغداء.

فكم طالبة تفضل السلطة؟ (الدرس ٤-٤)



عدّ النواتج

١-٧

استعدّ



مطعم: يمكن لرواد أحد المطاعم اختيار وجبة الطعام من القائمة المجاورة.

١ ما عدد اختيارات المقبلات؟ الطبق الرئيسي؟ الحلوى؟

٢ ضع قائمة بالوجبات المختلفة جميعها التي يقدمها المطعم.

فكرة الدرس:

أحسب عدد النواتج باستعمال الرسم الشجري أو مبدأ العدّ الأساسي.

المفردات

النواتج

الحادثة

فضاء العينة

الرسم الشجري

مبدأ العدّ الأساسي

الحادثة العشوائية

الاحتمال

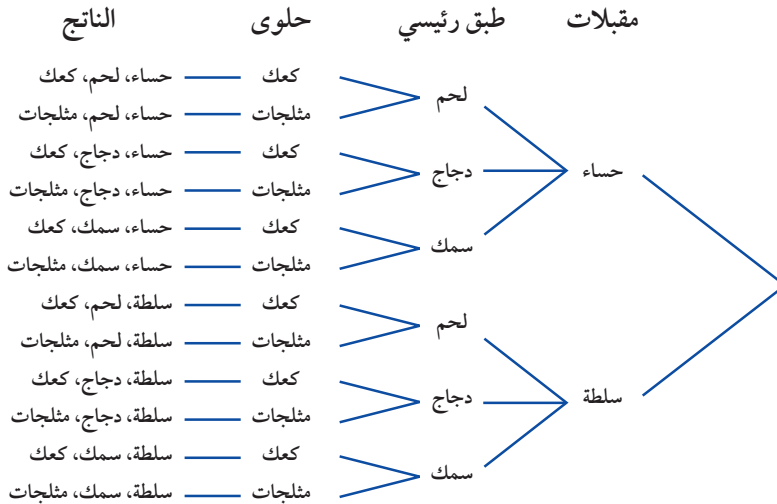
النواتج: هو أي واحد من الخيارات الممكنة لتجربة ما، وهناك ١٢ ناتجاً عند اختيار وجبة الطعام المكونة من: المقبلات والطبق الرئيسي والحلوى. أما **الحادثة**، فهي ناتج واحد أو مجموعة من النواتج.

وتُسمى القائمة المنظمّة للنواتج التي تساعد على إيجاد العدد الكلي لنواتج الحوادث الممكنة **فضاء العينة**. واستعمال **الرسم الشجري** هو أحد طرق إيجاد فضاء العينة.

استعمال الرسم الشجري

مثال

١ **مطعم:** استعمال الرسم الشجري لتحديد عدد الوجبات الممكنة في المثال السابق.



وبذلك يوجد ١٢ وجبة طعام مختلفة في قائمة الطعام.

تحقق من فهمك:



أ) استعمال الرسم الشجري لتحديد عدد النواتج عند إلقاء قطعة نقدية مرتين.

ويمكن أيضًا إيجاد العدد الكلي للنواتج باستعمال الضرب، وتُسمى هذه الطريقة **مبدأ العد الأساسي**.

مفهوم أساسي

مبدأ العد الأساسي

إذا كان عدد النواتج الممكنة للحادثة أ هي س، وللحادثة ب هي ص، فإن عدد النواتج الممكنة للحادثة أ متبوعة بالحادثة ب هي: س × ص.

استعمال مبدأ العد الأساسي

مثال من واقع الحياة

المسجد الحرام: استعمل المعلومات التي على يمين الصفحة لتحديد عدد الطرق المختلفة لدخول ثلاثة أشخاص إلى المسجد الحرام. هناك ١٥٥ بابًا لدخول المسجد الحرام. وباستعمال مبدأ العد، فإن عدد الطرق $3723875 = 155 \times 155 \times 155$ يوجد ٣٧٢٣٨٧٥ طريقة لدخول ثلاثة أشخاص إلى المسجد الحرام.

تحقق من فهمك:

(ب) **غداء:** يقدم أحد المطاعم ٣ أصناف من الطعام بخمسة أنواع من التوابل، وهذه الأصناف قد تكون باللحم أو بدونه. فما عدد خيارات الطعام الممكنة؟

يُطلق على الحادثة **حادثة عشوائية**، إذا كانت فرص حدوث جميع نواتجها متساوية، وفي هذه الحالة **احتمال** الحادثة يساوي نسبة عدد نواتج الحادثة إلى العدد الكلي للنواتج.

إيجاد الاحتمال

مثال من واقع الحياة

صفوف: يتكون جدول يوم الإثنين للصف الثاني المتوسط من مواد: الرياضيات، والعلوم، والاجتماعيات، والتربية الإسلامية، والرياضة، واللغة العربية، واللغة الإنجليزية. فما احتمال أن تكون الحصص الثلاث الأولى هي الرياضيات، والرياضة، والاجتماعيات بالترتيب؟

أوجد أولاً عدد النواتج الممكنة: $210 = 5 \times 6 \times 7$

أي أن هناك ٢١٠ نواتج ممكنة، وفرصة واحدة لأن تكون الحصص الثلاث الأولى هي الرياضيات والرياضة والاجتماعيات بالترتيب.

ح (رياضيات، رياضة، اجتماعيات) $\frac{1}{210}$ يوجد ترتيب واحد من ٢١٠ ترتيب. ويمكن كتابة هذه النتيجة مقربة بصورة الكسر العشري ٠,٠٠٥، أو النسبة المئوية ٠,٥٪.

تحقق من فهمك:

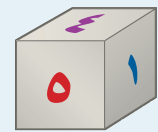
(ج) ما احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين هو ١٢ عند رمي مكعبين الأرقام؟



الربط بالحياة:

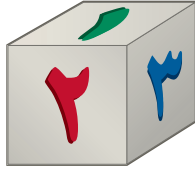
عدد أبواب المسجد الحرام ١٥٥ بابًا أشهرها باب الملك عبدالعزيز، وباب الملك فهد، وباب الفتح وباب العمرة.

إرشادات للدراسة



مكعب الأرقام

هو مكعب مكتوب على أوجهه الستة الأرقام من ١ إلى ٦



تأكّد



المثال ١

١ استعمل الرسم الشجري لتحديد جميع النواتج الممكنة عند رمي مكعب أرقام (١-٦) مرتين.

المثال ٢

٢ **تقنية:** يستعمل موظفو إحدى الشركات رموزًا للدخول إلى شبكة المعلومات الخاصة بالشركة، فإذا كان الرمز يتكون من حرفين هجائيين، يلي ذلك أربعة أرقام، فما عدد الرموز الممكنة للموظفين؟

المثال ٣

٣ **ألعاب:** سُحبت كرة من صندوق يحوي كرات مرقمة (٠-٩)، وسُجّل الرقم، ثم أُعيدت الكرة إلى الصندوق، فإذا سُحبت هذه الكرة أربع مرات، فما احتمال تسجيل الرقم ١١١١؟

تدرّب وحلّ المسائل

حدّد جميع النواتج الممكنة لحل كل مسألة مما يأتي باستعمال الرسم الشجري:

- ٤ إلقاء قطعة نقدية من الفئات الآتية: ريال، $\frac{1}{2}$ ريال، $\frac{1}{4}$ ريال.
- ٥ رمي مكعب الأرقام وقطعة نقود.
- ٦ سحب كرة بيضاء أو حمراء من الأحجام: صغيرة، متوسطة، كبيرة، وكبيرة جدًا.
- ٧ مبيعات محل لعصائر البرتقال والتفاح والفراولة، بحجمين: صغير وكبير.

استعمل مبدأ العد لإيجاد عدد النواتج الممكنة لكل مما يأتي:

- ٨ اختيار أحد أيام الأسبوع عشوائيًا ورمي حجر نرد.
- ٩ رمي مكعب أرقام ٣ مرات.
- ١٠ حل خمسة أسئلة من نوع الصواب والخطأ في اختبار التاريخ.
- ١١ حل خمسة أسئلة من نوع الاختيار من متعدد ذي أربعة خيارات.
- ١٢ **حلول:** يصنع محل حلوى خمسة أحجام من الكعك، وبأربع نكهات، وأربعة أنواع من الكريمة المغطاة. فكم عدد أنواع الكعك التي تصنع في المحل؟
- ١٣ **سيارات:** تتكون لوحة أرقام السيارات في المملكة العربية السعودية من ثلاثة أحرف وأربعة أرقام. فكم لوحة أرقام يمكن إصدارها؟

- ١٤ **وردات:** تريد كل من هديل ونجلاء إهداء وردة واحدة لوالدتهما، فإذا كانت هديل تفضل الوردات الحمراء والزنابق الصفراء، في حين تفضل أختها نجلاء القرنفل الأصفر والزنبق الأحمر والجاردينيا البيضاء والأقحوان البنفسجي، فكم احتمال أن تختار الاثنتان وردتين من اللون نفسه؟

ارشادات للأسئلة	
للأسئلة	انظر الأمثلة
٧-٤	١
١٣-٨	٢
١٥، ١٤	٣

١٥ **أرقام هاتف:** تدل الأرقام الثلاثة الأولى من أرقام الهاتف في إحدى الدول على المدينة التي يعيش فيها المُستخدم، أما الأرقام الأربعة الباقية، فهي عشوائية. فما احتمال أن تمثل الأرقام الأربعة الأخيرة العام الهجري الحالي؟

إلكترونيات: استعمل الجدول المجاور الخاص بجهاز تخزين إلكتروني في حل السؤالين ١٦، ١٧:

اللون	السعة التخزينية
أزرق	٢٥٦ ميجابايت
أحمر	٥١٢ ميجابايت
أخضر	١ جيجابايت
أبيض	٢,٥ جيجابايت

١٦ ما عدد اختيارات هذا النوع من الأجهزة اعتماداً على السعة التخزينية واللون؟

١٧ إذا أضفنا نوعاً آخر من أنواع الأجهزة الإلكترونية، فكم يصبح عدد الاختيارات المتوفرة؟

إذا سُحبت كرة واحدة من كلٍّ من الكيسين المجاورين، فاستعمل الرسم الشجري للإجابة عن السؤالين ١٨، ١٩:



١٨ ما احتمال أن تكون إحدى الكرات على الأقل زرقاء؟

١٩ ما احتمال أن تكون إحدى الكرات على الأقل صفراء؟

غداء: استعمل المعلومات الآتية، لحل الأسئلة ٢٠ - ٢٣:

قام أحد المطاعم بإعداد وجبات غداء لطلاب الصف الثاني المتوسط، بحيث تتكون كل وجبة من لحم أو دجاج، وأرز أبيض أو أصفر، وتفاحة أو برتقالة أو موزة، وعلبة عصير أو ماء أو لبن.

٢٠ ما عدد الاختيارات المختلفة لوجبة الغداء؟

٢١ ما عدد الاختيارات التي تحتوي على تفاحة؟

٢٢ إذا تم اختيار وجبة غداء عشوائياً، فما احتمال أن تحتوي هذه الوجبة على موزة؟

٢٣ ما احتمال أن يحصل الطالب على وجبة غداء تحتوي على أرز أبيض ولبن؟

٢٤ **مسألة مفتوحة:** أعطِ مثلاً لموقف له ١٥ ناتجاً ممكناً.

٢٥ **الحس العددي:** يقدم مطعم ثلاثة أحجام من الفطائر: صغيرة ومتوسطة وكبيرة، ويستعمل لذلك نوعين من الجبن وأربعة أنواع من الخلطة، إذا أضاف إلى القائمة الحجم الكبير جداً، فبكم يزيد عدد أنواع الفطائر؟

٢٦ **تحذّر:** اكتب الصيغة الجبرية لإيجاد عدد نواتج رمي مكعب الأرقام س مرة.

٢٧ **اكتب:** اذكر مزية واحدة لتفضيل استعمال الرسم الشجري على مبدأ العد الأساسي.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٨ يقدم مطعم فطائر متنوعة، بحيث يختار الزبائن ما يفضلون من بين نوعين من الخبز وثلاثة أنواع من اللحوم. أي الجداول الآتية يمكن أن يمثل جميع الفطائر المختلفة التي يقدمها المطعم؟

(ج)

نوع اللحم	نوع الخبز
عجل	أبيض
غنم	أبيض
دجاج	أبيض
عجل	بر
غنم	بر
دجاج	بر

(أ)

نوع اللحم	نوع الخبز
عجل	أبيض
غنم	أبيض
عجل	بر
غنم	بر

(د)

نوع اللحم	نوع الخبز
عجل	أبيض
غنم	بر
دجاج	نخالة

(ب)

نوع اللحم	نوع الخبز
عجل	أبيض
غنم	أبيض
دجاج	أبيض
عجل	بر
غنم	بر
دجاج	بر
عجل	نخالة
غنم	نخالة
دجاج	نخالة

مراجعة تراكمية

حدد التمثيل الأنسب لكل موقف مما يأتي: (الدرس ٦ - ٨)

٢٩ بيان نسبة الآيس كريم المباعة من كل نكهة إلى مجمل المبيعات.

٣٠ بيان أعداد الأشخاص الذين يحضرون الندوات الثقافية وفقاً لأعمارهم ضمن فئات متساوية لأعمارهم.

٣١ إحصاء: مثل بالساق والورقة مجموعة البيانات:

{٩، ٢٧، ٣٧، ١٤، ٢١، ١٨، ١٥، ١٢} (الدرس ٦ - ٧)

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

٣٣ $\frac{3}{14} \times \frac{7}{12}$

٣٣ $\frac{3}{8} \times \frac{4}{5}$

٣٥ $\frac{9}{10} \times \frac{2}{3}$

٣٤ $\frac{5}{6} \times \frac{3}{10}$





احتمال الحوادث المركبة

٧-٢

لون الجوارب	نوع القطعة
أخضر	ثوب
أزرق	غتره
أبيض	عقال
	لباس رياضي
	حذاء
	قميص

استعد

- تنزيلات:** أعلن محل للملابس الرجالية عن إمكانية الحصول على جوارب مجانية عند شراء الزبون لإحدى القطع من الجدول المجاور.
- ١ ما احتمال شراء ثوب؟ وما احتمال الحصول على جوارب زرقاء؟
- ٢ ما ناتج ضرب الاحتمالين في السؤال الأول؟
- ٣ استعمل الرسم الشجري لتحديد احتمال أن يشتري الشخص ثوباً ويحصل على جوارب زرقاء.

فكرة الدرس:

أجد احتمال الحوادث المستقلة وغير المستقلة.

المفردات

الحادثة المركبة

الحوادث المستقلة

الحوادث غير المستقلة

تمثل عملية شراء القطعة واستلام الجوارب المجانية حادثة مركبة، والحادثة المركبة تتكون من حادثتين بسيطتين أو أكثر. وبما أن لون الجوارب لا يعتمد على نوع القطعة التي تم شراؤها، لذا تعد هذه الحوادث مستقلة، وفي **الحوادث المستقلة** لا يؤثر ناتج إحدى الحوادث في الحوادث الأخرى.

مفهوم أساسي

احتمال الحوادث المستقلة

التعبير اللفظي: نجد احتمال حادثتين مستقلتين بضرب احتمال الحادثة الأولى في احتمال الحادثة الثانية.

الرموز: $P(A \text{ و } B) = P(A) \times P(B)$

مثال

الحوادث المستقلة



- ١ إذا تم اختيار إحدى بطاقات الأحرف وتدوير مؤشر القرص الدوار، فما احتمال أن يكون الناتج على كل منهما حرف علة (و، أ، ي)؟
- ح (اختيار بطاقة تحمل حرف علة) $= \frac{2}{7}$
- ح (توقف القرص الدوار على حرف علة) $= \frac{1}{3}$
- ح (كلاهما حرف علة) $= \frac{1}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{21}$

تحقق من فهمك:

استعمل بطاقات الأحرف ومؤشر القرص الدوار في إيجاد احتمال كل مما يأتي:

أ) ح (كلا الحرفين أ).
ب) ح (الحرفان متماثلان).

مثال من اختبار

إرشادات للاختبارات

الحساب الذهني

قد يكون من الأفضل تبسيط الاحتمالات قبل ضربها.

استعمل مكعب أرقام وقرص دوّار مقسم إلى خمسة ألوان متساوية في المساحة: أحمر، أصفر، أزرق، أخضر، وبنفسجي في لعبة. فما احتمال أن يشير مؤشر القرص إلى اللون الأزرق، ويظهر الرقم ٣ أو ٤ على مكعب الأرقام؟

(أ) $\frac{3}{11}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{1}{10}$ (د) $\frac{1}{30}$

اقرأ :

يتطلب السؤال إيجاد احتمال وقوف المؤشر على اللون الأزرق، وظهور أحد الرقمين ٣ أو ٤ على مكعب الأرقام. الحادثتان مستقلتان؛ لأن دوران المؤشر لا يتأثر بنتائج رمي المكعب.

حل :

أولاً: أوجد احتمال كل حادثة.

$$\begin{aligned} \text{ح (المؤشر على الجزء الأزرق)} &= \frac{1}{5} \\ \text{ح (ظهور الرقمين ٣ أو ٤)} &= \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

ثانياً: أوجد احتمال وقوع الحادثتين معاً.

$$\begin{aligned} \text{ح (أزرق وظهور أحد الرقمين ٣ أو ٤)} &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15} \\ \text{ح (أ و ب)} &= \text{ح (أ)} \times \text{ح (ب)}. \end{aligned}$$

إذن فالاحتمال يساوي $\frac{1}{15}$ ، والإجابة الصحيحة هي (ج).

تحقق من فهمك:

(ج) تتطلب لعبة رمي مكعبين أرقام لتحريك قطعها، فما احتمال ظهور أحد الرقمين ٢ أو ٤ على المكعب الأول، وظهور الرقم ٥ على المكعب الثاني؟

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{12}$ (د) $\frac{1}{18}$

إذا تأثر ناتج إحدى الحادثتين بناتج الحادثة الأخرى، فإن الحادثتين تكونان حادثتين غير مستقلتين.

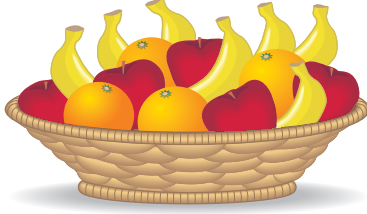
مفهوم أساسي

احتمال الحوادث غير المستقلة

التعبير اللفظي: إذا كانت الحادثتان أ و ب غير مستقلتين، فإن احتمال حدوثهما معاً هو حاصل ضرب احتمال الحادثة أ في احتمال الحادثة ب بعد حصول الحادثة أ.

$$\text{ح (أ و ب)} = \text{ح (أ)} \times \text{ح (ب بعد أ)}$$

الرموز:



٣ فواكه: يوجد في سلة فواكه ٤ برتقالات، ٧ موزات و ٥ تفاحات. اختار مازن حبة فاكهة عشوائيًا، واختار محمد أيضًا حبة فاكهة عشوائيًا. أوجد احتمال أن تكون الحبتان تفاحًا؟ بما أنه لم يتم إعادة حبة الفاكهة الأولى، فإن الحادثة الأولى تؤثر في الحادثة الثانية، وتكون الحادثتان غير مستقلتين.

$$\begin{aligned} \text{ح (الحبة الأولى تفاحة)} &= \frac{5}{16} = \frac{\text{عدد التفاحات}}{\text{عدد حبات الفاكهة الكلي}} \\ \text{ح (الحبة الثانية تفاحة)} &= \frac{4}{15} = \frac{\text{عدد التفاحات بعد أخذ الحبة الأولى}}{\text{العدد الكلي لحبات الفاكهة بعد أخذ الحبة الأولى}} \\ \text{ح (الحبتان تفاحتان)} &= \frac{1}{12} = \frac{4}{15} \times \frac{5}{16} \end{aligned}$$

تحقق من فهمك:

اعتمادًا على المثال السابق، أوجد احتمال كلٍّ مما يأتي:

(أ) ح (حبتا موز).
(ب) ح (حبة برتقال ثم حبة تفاح).
(ج) ح (حبة تفاح ثم حبة موز).
(د) ح (حبتا برتقال).

تأكد

عند إلقاء قطعة نقد ورمي مكعب أرقام، أوجد احتمال كلٍّ مما يأتي:

١ ح (كتابة و ٣).
٢ ح (شعار وعدد فردي).

المثال ١

٣ اختيار من متعدد: استعمل مكعب أرقام وقرص دوّار في لعبة. فإذا كان لمؤشر القرص فرص متساوية في الوقوف على أحد الألوان الثلاثة: أحمر وأصفر وأزرق، فما احتمال أن يقف المؤشر على اللون الأحمر، ويظهر رقم زوجي على مكعب الأرقام؟

(أ) $\frac{2}{5}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{6}$ (د) $\frac{1}{12}$

المثال ٢

سُحبت بطاقة من البطاقات المجاورة دون إرجاعها، ثم سُحبت بطاقة أخرى، فأوجد احتمال ما يأتي:

المثال ٣

٤ ح (العددان زوجيان).
٥ ح (ظهور عدد أقل من ٤ ثم عدد أكبر من ٤).

١ ٢ ٣ ٤
٥ ٦ ٧ ٨ ٩



عند رمي مكعب أرقام، وسحب كرة من الكيس المجاور، أوجد احتمال كل مما يأتي:

- ٦ ح (١ وأحمر) ٧ ح (٣ وبنفسجي)
٨ ح (زوجي وأصفر) ٩ ح (فردى وليس أخضر)
١٠ ح (أقل من ٤ وأزرق) ١١ ح (أكبر من ١ وأحمر)

للأسئلة	للأسئلة
١	١١-٦
٢	١٣، ١٢
٣	١٩-١٤

١٢ **غسيل:** تحتوي سلة غسيل على ١٨ جوربًا أزرق اللون و ٢٤ جوربًا أسود، فما احتمال سحب جوربين بلون أسود واحدًا تلو الآخر من السلة؟

١٣ **ألعاب:** يلعب بندر بلوحة ألعاب تتطلب رمي مكعبي أرقام، حيث يحتاج إلى الحصول على المجموع ٦ في الرمية الأولى، والمجموع ١٠ في الرمية الثانية للحصول على مربعات إضافية. فما احتمال أن يحصل بندر على المجموع ٦ ثم المجموع ١٠؟

يوضّح الجدول المجاور ألوان الملابس الرياضية لطلاب أحد الفصول. فإذا اختير طالبان عشوائيًا، فأوجد احتمال كل مما يأتي:

اللون	العدد
أزرق	٥
أصفر	٧
أحمر	٤
أخضر	٤

- ١٤ ح (ملابسهما زرقاء) ١٥ ح (أخضر ثم أصفر)
١٦ ح (أحمر ثم أزرق) ١٧ ح (أصفر ثم أزرق)
١٨ ح (ملابسهما خضراء) ١٩ ح (ملابسهما ليست حمراء)

المادة المفضلة لطلاب المدرسة	
اللغة الإنجليزية	٪١٦
الرياضة	٪١٣
الرياضيات	٪٢٨
اللغة العربية	٪٧
العلوم	٪٢١
الاجتماعيات	٪١٥

مدارس: إذا علمت أن ٥٦٪ من طلاب إحدى المدارس يمارسون رياضة المشي، و ٤٤٪ لا يمارسونها، فاستعمل المعلومات في الجدول المجاور لحلّ السؤالين ٢٠، ٢١:

٢٠ إذا اختير طالبان عشوائيًا؛ فما احتمال أن يكون الطالب الأول ممارسًا رياضة المشي، وأن يُفضل الطالب الثاني مادة العلوم؟

٢١ ما احتمال أن يكون الطالب الأول لا يمارس رياضة المشي، وأن يُفضل الطالب الثاني مادة اللغة الإنجليزية ولا مادة الرياضيات؟

٢٢ **كتب:** قرّر طارق وصديقه قراءة كتاب من بين ٦ كتب أدبية و ٤ دينية و ٣ شعرية وكتابي تاريخ وكتاب علمي، فكتبنا عناوين هذه الكتب على قصاصات ورقية، ووضعناها في صندوق، ثم اختار كل منهما كتابًا بصورة عشوائية. فما احتمال ألا يختار أيّ منهما كتابًا أدبيًا؟ وهل هذه الحادثة مستقلة أم غير مستقلة؟ وضّح إجابتك



٢٣ **تسوّق:** وجد بقال أن ٦٠٪ من زبائنه ينفق كل منهم أكثر من ٧٥ ريالاً في كل زيارة، فإذا اشترى شخصان منه، فما احتمال أن ينفق كلاهما أكثر من ٧٥ ريالاً؟

٢٤ **نقود:** لدى هالة ٨ قطع معدنية من فئة «نصف ريال» و٦ قطع معدنية من فئة «الريال». فإذا سحبت إحدى القطع دون إرجاعها، ثم سحبت قطعة ثانية، فما احتمال أن تكون القطعتان من فئة «نصف ريال»؟ وهل الحادثتان مستقلتان أم لا؟ وضح ذلك.

٢٥ **مسابقات:** يربح أحد المتسابقين العشرة سيارة جديدة عن طريق اختيار المفتاح الرابع عشوائياً من بين عشرة مفاتيح. أوجد احتمال ألا يسحب أول ثلاثة متسابقين المفتاح الرابع.

٢٦ **دومينو:** تتألف مجموعة الدومينو الاعتيادية من ٢٨ قطعة، كل قطعة منها مكونة من جزأين يحمل كل منهما نقطاً من (٠-٦). فإذا كان ٧ من هذه القطع تحمل الرقم نفسه على الوجهين. واختار ٤ لاعبين قطعة عشوائياً، فما احتمال أن يختار كل منهم قطعة لها العدد نفسه من النقاط على الجزأين؟

٢٧ **طقس:** توقّعت الهيئة العامة للأرصاد أن فرصة هطول الأمطار يوم الإثنين هي ٨٠٪، وأن فرصة هطول الأمطار يوم الثلاثاء هي ٣٠٪، أوجد احتمال هطول الأمطار يومي الإثنين والثلاثاء؟ افترض أن الحادثتين مستقلتان.

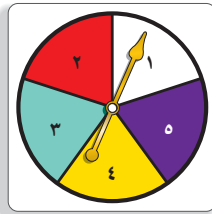


الربط بالحياة:

يعتقد أن أصل لعبة الدومينو من الصين، وأنها اخترعت في القرن الثاني عشر الميلادي.

٢٨ **مسألة مفتوحة:** يوجد في صندوق ٩ كرات بثلاثة ألوان مختلفة. اكتب مسألة تتعلق بسحب كرتين عشوائياً دون إرجاعهما إلى الصندوق على أن يكون الاحتمال $\frac{1}{4}$.

٢٩ **اكتشف الخطأ:** تم تدوير القرص الدوّار المجاور مرتين. وحسبت كل من منال وسارة احتمال أن يقف المؤشر على عدد زوجي في المراتين. فأيُّهما كانت على صواب؟ وضح إجابتك.



$$\frac{2}{20} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$$

منال

$$\frac{4}{20} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$$

سارة

٣٠ **تحّد:** حدّد ما إذا كانت الجملة الآتية صحيحة أم خاطئة، وإذا كانت خاطئة، فأعط مثلاً مضاداً: «إذا كانت الحادثتان مستقلتين، فإن احتمالهما معاً أقل من ١».

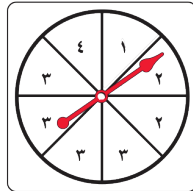


٣١ **اكتب:** ما الفرق بين الحادثتين المستقلتين وغير المستقلتين؟

٣٣ أدار أحمد كلاً من مؤشري القرصين أدناه. ما احتمال أن يقف مؤشر القرص الأول على العدد ٢، ومؤشر القرص الثاني على اللون الأبيض؟



القرص الثاني



القرص الأول

(أ) $\frac{1}{16}$ (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) $\frac{2}{5}$ (د) $\frac{3}{5}$

٣٤ أربع بطاقات كتب عليها الأرقام ١، ٢، ٣، ٤، إذا سحب عبدالله بطاقة منها بشكل عشوائي، واحتفظ بها، ثم سحب سعد بطاقة أخرى، فما احتمال أن تحمل بطاقة سعد الرقم ٢ علماً بأن البطاقة التي سحبها عبدالله تحمل الرقم ٤؟

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{5}$

مراجعة تراكمية

٣٤ **ملابس:** لدى عبدالعزيز ٤ قمصان و ٥ بناطيل و ٣ معاطف. بكم طريقة مختلفة يمكن لعبدالعزيز أن يرتدي قميصاً وبنطالاً ومعطفاً؟ (الدرس ٧ - ١)

٣٥ **تلفاز:** اختر تمثيلاً مناسباً للبيانات الموضحة في الجدول أدناه مبرراً سبب اختيارك، ثم مثلها. (الدرس ٦ - ٨)

مشاهدة البرامج الرياضية في التلفاز (للبالغين)					
العمر	٢٤-١٨	٣٤-٢٥	٤٤-٣٥	٥٤-٤٥	٥٥ فأكثر
النسبة المئوية	٪٣٣	٪٢٩	٪١٤	٪١٤	٪١٠

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: اكتب كل كسر مما يأتي في أبسط صورة.

٣٩ $\frac{24}{88}$

٣٨ $\frac{49}{70}$

٣٧ $\frac{33}{90}$

٣٦ $\frac{52}{120}$





الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي

٣-٧

نشاط

- ١ اسحب كرة من صندوق يحوي ١٠ كرات من ألوان مختلفة، ثم سجّل اللون وأعد الكرة إلى الصندوق، وكرّر العملية ٥٠ مرة.
أوجد النسبة $\frac{\text{عدد مرات السحب لكل لون}}{\text{عدد مرات السحب الكلي}}$
- ٢ هل يمكن ألا تُسحب كرة ذات لون محدد من الصندوق على الرغم من تكرار السحب؟
- ٣ افتح الصندوق وعدّ الكرات وأوجد النسبة $\frac{\text{عدد الكرات من كل لون}}{\text{عدد الكرات الكلي}}$ لكل لون من الكرات.
- ٤ هل النسبة في السؤال الأول تساوي النسبة في السؤال الثالث؟ وضح ذلك.

فكرة الدرس:

أجد كلاً من الاحتمالين:
النظري والتجريبي،
وأستعمل الاحتمال
التجريبي في التنبؤ.

المفردات

الاحتمال النظري

الاحتمال التجريبي

تم تحديد الاحتمال في النشاط أعلاه عن طريق إجراء التجربة. وتُسمى الاحتمالات المبنية على نواتج يتم الحصول عليها بهذه الطريقة **الاحتمالات التجريبية**. أما الاحتمالات المبنية على حقائق وخصائص معروفة، فتُسمى **الاحتمالات النظرية**. فمثلاً: يمكن حساب الاحتمال النظري لسحب كرة بلون معين من الصندوق؛ لأن الاحتمال النظري يزودنا بما سيحدث دون إجراء التجربة.

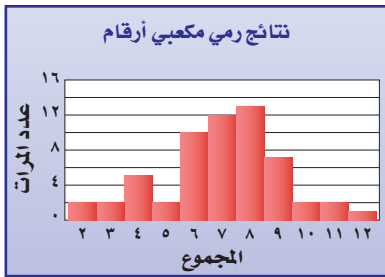
الاحتمال النظري والتجريبي

مثالان

١ ما الاحتمال النظري لظهور العدد ١ مرتين عند رمي مكعب الأرقام؟

$$\frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

٢ يبيّن الرسم المجاور نتائج تجربة رمي مكعب أرقام بناءً على الاحتمال التجريبي، هل الحصول على مجموع ١٢ له فرصة حدوث كبيرة؟



بما أن المجموع ١٢ قد ظهر مرة واحدة من بين ٥٨ مرة، فإن الاحتمال التجريبي للحصول على هذا المجموع هو $\frac{1}{58}$ ؛ أي أنه لا توجد فرصة كبيرة للحصول على المجموع ١٢

تحقق من فهمك:

أ) بالرجوع إلى الرسم أعلاه واعتماداً على الاحتمال التجريبي، ما المجموع الذي له فرصة حدوث كبيرة؟

مثال من واقع الحياة

الطريقة	عدد الأشخاص
هاتف نقال	١٨٥
ساعة حائط	٥٨
ساعة يد	٥٧

وقت: أُجريت دراسة على ٣٠٠ شخص للوقوف على طريقة معرفتهم للوقت، فما الاحتمال التجريبي لاستعمال الشخص الهاتف النقال في ذلك؟
بما أن الدراسة تتكون من ٣٠٠ شخص من بينهم ١٨٥ شخصاً يستعملون الهاتف النقال لمعرفة الوقت، فيكون الاحتمال التجريبي هو $\frac{185}{300} \approx 62\%$.

تحقق من فهمك:

(ب) ما الاحتمال التجريبي لاستعمال ساعة اليد لمعرفة الوقت؟

يمكنك استعمال الخبرات السابقة لتوقع الحادثة في المستقبل.



الربط بالحياة:

كيف يستعمل مصممو الهواتف النقالة الرياضيات؟

يستعمل المصممون المعلومات المبنية على الدراسات الإحصائية لمساعدتهم على تحديد المميزات والأشكال التي يفضلها العملاء.

استعمال الاحتمال في التنبؤ

مثال

مصانع: وجد أحد الباحثين في أحد مصانع المصاييح الزجاجية أن احتمال أن يكون المصباح الزجاجي غير تالف هو $\frac{8}{11}$ ، فهل هذا الاحتمال نظري أم تجريبي؟ وإذا أرادت الشركة الحصول على ١٠٠٠٠ مصباح زجاجي غير تالف، فكم مصباحاً عليها أن تصنع؟
هذا الاحتمال تجريبي؛ لأنه يعتمد على ما حدث فعلاً. ولمعرفة كم عليها أن تصنع للحصول على ١٠٠٠٠ مصباح غير تالف نستعمل التناسب:

١٠٠٠٠ مصباح من س يجب أن تكون غير تالفة.

$$\frac{10000}{s} = \frac{8}{11}$$

٨ من أصل ١١ غير تالفة.

حلّ التناسب:

$$\begin{aligned} \frac{10000}{s} &= \frac{8}{11} \\ 10000 \times 11 &= 8 \times s \\ 110000 &= 8s \\ \frac{110000}{8} &= \frac{8s}{8} \\ 13750 &= s \end{aligned}$$

يجب أن تصنع الشركة ١٣٧٥٠ مصباحاً زجاجياً.

تحقق من فهمك:

(ج) **دراسة إحصائية:** أُجريت دراسة حديثة على ١٥٠ شخصاً، فأجاب ١٨ شخصاً منهم بأنهم يستعملون اليد اليسرى، فإذا أُجريت هذه الدراسة على ٢٥٠٠ شخص، فكم تتوقع عدد الأشخاص الذين يستعملون اليد اليسرى منهم؟



المثال ١

استعمل الجدول المجاور الذي يظهر نتائج إلقاء ثلاث قطع نقدية معاً ٥٠ مرة لحل الأسئلة ١ - ٣:

النتائج	التكرار	النتائج	التكرار
ك ك ك	٣	ش ش ش	٦
ك ك ش	٦	ش ش ك	٥
ك ش ك	٥	ش ك ش	١٠
ك ش ش	١٠	ش ك ك	٥

١ ما الاحتمال النظري للحصول على شعارين فقط؟

٢ أوجد الاحتمال التجريبي للحصول على شعارين فقط.

المثال ٢

٣ صف احتمال الحصول على شعارين عند إلقاء ٣ قطع نقدية؟ وضح إجابتك.

استعمل المعلومات الواردة في الجدول المجاور، والذي يبيّن نتائج دراسة إحصائية عن الكتب المفضلة لدى الطلاب لحل السؤالين ٤ ، ٥:

الكتب	عدد الطلاب
دينية	٤٨
علمية	٣٣
أدبية	٢٨
عامة	١١

٤ ما احتمال أن يفضل الطلاب الكتب الدينية؟

٥ كم تتوقع أن يكون عدد الطلاب الذين يفضلون الكتب الأدبية من بين ٩٠ طالباً آخرين؟

المثال ٣

المثال ٤

تدرّب وحلّ المسائل

رالي سيارات: استعمل المعلومات الآتية لحل السؤالين ٦ ، ٧: فاز سعيد خلال الأيام الأربعة الأولى من سباق رالي السيارات بـ ٢٤ جولة من ٣٠ جولة.

٦ ما احتمال أن يفوز في الجولة القادمة؟

٧ وإذا اشترك في ٥٠ سباقاً في هذا الموسم، فكم تتوقع أن يكون عدد مرات فوز سعيد؟

للاستشارة	للاستشارة
انظر الأمثلة	٩٠٦
٢٠١	١١٠٨
٣	١٠٠٧
٤	

٨ **دراسة إحصائية:** أظهرت دراسة إحصائية أن ١٢٠ شخصاً من بين ٢٠٠ يفضلون الأرز في وجبة الغداء، بناءً على هذه الدراسة، حدّد الاحتمال التجريبي لأن يفضل صديقك الأرز في وجبة غدائه؟

المواقع	عدد الطلاب
بحث	٣٢
الألعاب	١٣
علمي	١٠
بريد إلكتروني	٩
صحف	٧
حكومية	٤
منتديات	٣
شرعية	٣

شبكة المعلومات: استعمل المعلومات الواردة في الجدول المجاور والذي يبيّن المواقع الإلكترونية التي زارها الطلاب في غرفة مصادر التعلم، لحل السؤالين ٩ ، ١٠:

٩ ما احتمال أن يزور الطلاب موقعاً علمياً؟

١٠ كم تتوقع عدد الطلاب الذين زاروا موقعاً حكومياً من بين ١٠٠ طالب؟

١١ **سيارات:** باعت وكالة سيارات ٨٠ سيارة، منها ٣٥ سيارة صغيرة. فما الاحتمال التجريبي لأن تكون السيارات المباعة صغيرة؟

١٢ **رياضة:** أُجريت دراسة إحصائية على ٩٠ طالبًا، ففُضِّل ٤٢ طالبًا منهم كرة القدم، في حين فُضِّل ٢٤ منهم السباحة، فإذا كان عدد طلاب المدرسة ٣٠٠ طالب، فكم تتوقع عدد الطلاب الذين يفضلون السباحة؟

لحل الأسئلة ١٣ - ١٥، استعمل الجدول المجاور الذي يظهر نتائج دوران مؤشر قرص مقسّم إلى ٨ أقسام متساوية مرقّمة من ١ - ٨.

الرقم على القرص	التكرار
١	٨
٢	٥
٣	٩
٤	٤
٥	١٠
٦	٦
٧	٥
٨	٣

١٣ قارن بين الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي لوقوف المؤشر على الرقم ٥.

١٤ اعتمادًا على الاحتمال التجريبي، كم تتوقع عدد مرات ووقوف المؤشر على الرقم ٣ إذا دار القرص ٢٠٠ مرة؟

١٥ توقع وليد أن يقف المؤشر على الرقم ٤ أو ٨ في المرة القادمة. فهل هذا التنبؤ منطقي؟ وضح ذلك.

١٦ **طعام:** قام مسؤول المقصف المدرسي

بسؤال بعض الطلاب عن فطائرهم المفضلة؛ فكانت النتائج كما في الجدول المجاور، إذا قدّم المقصف ٣٥٠ فطيرة، واختار كل طالب فطيرة واحدة منها، فكم تتوقع أن يكون عدد فطائر اللحم؟

نوع الفطيرة	عدد الطلاب
فطائر الجبن	٢٢
فطائر اللحم	١٩
فطائر الدجاج	٣٠
فطائر البيض	١٦
فطائر اللبنة	١٣

١٧ **مسألة مفتوحة:** أُجريت دراسة إحصائية على ٢٥٠ شخصًا عن لونهم المفضل من الألوان (الأزرق، والأحمر، والأخضر، والأبيض). اعمل جدولًا لكل النتائج الممكنة إذا كان الاحتمال التجريبي لأن يكون اللون المفضل هو اللون الأزرق هو ٤٠٪.

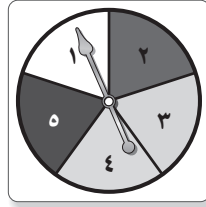
١٨ **تحدّ:** وجدت دراسة إحصائية أن ٧٥ طالبًا من أصل ٢٠٠ لديهم حذاء تزلّج، وأن ٢٨٠ طالبًا من أصل ٤٠٠ لديهم دراجة هوائية. فما احتمال أن يكون لدى الطالب حذاء تزلّج ودراجة هوائية معًا؟

١٩ **الكتب:** وضح لماذا لا تستطيع أن تتوقع أن يكون الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي لحادثة ما متساويين.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢١ إجابة قصيرة: أدارت نوف مؤشر القرص

الرقم على القرص	عدد مرات الظهور
١	٢٠
٢	١٠
٣	٢
٤	٤٠
٥	٨



ما الاحتمال التجريبي لوقوف المؤشر على الرقم ٥ ؟

٢٠ في دراسة مسح حول المادة الدراسية الأصعب

من وجهة نظر طلاب مدرسة متوسطة، كانت النتائج كما في الجدول أدناه:

المادة	الرياضيات	العلوم	اللغة الإنجليزية	اللغة العربية	الاجتماعيات
عدد الطلاب	٧٢	٣٨	٣٦	٣٢	٢٢

وفقاً لهذه النتائج، ما الاحتمال التجريبي لأن تكون مادة اللغة العربية هي الأصعب؟

- (أ) $\frac{8}{25}$ (ب) $\frac{9}{50}$
(ج) $\frac{4}{25}$ (د) $\frac{4}{50}$

مراجعة تراكمية

٨ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٨، سُحبت بطاقتان عشوائياً واحدة تلو الأخرى دون إرجاع الأولى، أوجد كلاً من الاحتمالين الآتيين. (الدرس ٧ - ٢)

٢٢ ٨ ثم ٤ زوجي ثم فردي

٢٤ تموينات: لدى محل تجاري أربعة أنواع من العسل، وثلاثة أنواع من الحليب. بكم طريقة مختلفة يمكن لشخص أن يشتري نوعاً من العسل، وآخر من الحليب من ذلك المحل؟ (الدرس ٧ - ١)

٢٥ إحصاء: أوجد كلاً من المدى، والوسيط، والربيعين الأعلى والأدنى، والمدى الربيعي، وأية قيم متطرفة لمجموعة القيم: ١١٥، ١١٧، ١١١، ١٢١، ١١٠، ١٢٧، ١١٦، ١٢٦، ١٠٥، ١١٥، ١٠٠، ١٠٣، ١٢٢، ١٣٠، ١٠١، ١٠٠، ١٠٨، ١٣٠ (الدرس ٦ - ٥)

الاستعداد للدرس اللاحق

٢٦ مهارة سابقة: أرادت فدوى أن تؤدي واجبها المنزلي، وهو عدد من المسائل الرياضية؛ وقد حلت نصفها قبل صلاة المغرب، ثم حلت سبع مسائل أخرى بعد المغرب، وبقي عليها إحدى عشرة مسألة. فكم كان عدد مسائل واجب فدوى المنزلي؟ (استعمل استراتيجية الحل عكسياً).



اختبار منتصف الفصل

الدروس من ٧-١ إلى ٧-٣

الفصل



٨ **اختيار من متعدد:** سُحبت بطاقتان من عشر بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ واحدة تلو الأخرى، ما احتمال أن يكون مكتوب على كلٍّ منهما عددًا زوجيًا إذا أُعيدت البطاقة المسحوبة أولاً إلى مجموعة البطاقات؟ (الدرس ٧-٢)

- (أ) $\frac{1}{5}$ (ب) $\frac{2}{9}$
(ج) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{3}{8}$

٩ **طعام:** أظهرت دراسة إحصائية أن ١٣٥ شخصًا من بين ٢٢٥ شخصًا يفضلون الشوربة في وجبة الغداء. بناءً على هذه الدراسة، كم شخصًا من بين ٨٠ شخصًا آخرين تم سؤالهم يُتوقع أنهم يفضلون الشوربة في وجبة الغداء؟ (الدرس ٧-٣)

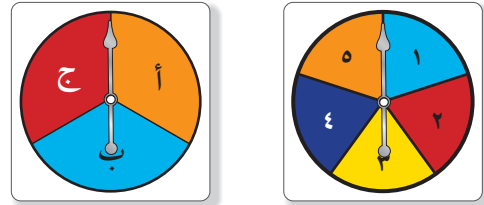
١٠ أُلقيت قطعة نقدية ٣ مرات، وظهر الشعار على القطعة في المرات الثلاث. ما الاحتمال النظري لظهور الكتابة إذا رُميت القطعة مرة أخرى؟ (الدرس ٧-٣)

١١ **اختيار من متعدد:** يحتوي إناء على ٣٦ كرة ملونة لها الحجم نفسه من اللون الأزرق والأخضر والأحمر والأصفر. ما عدد الكرات الزرقاء في الإناء، إذا كان احتمال سحب كرة زرقاء من الإناء دون النظر إليها هو $\frac{4}{9}$ ؟ (الدرس ٧-٣)

- (أ) ٤ (ب) ٨
(ج) ١٦ (د) ١٨

١ **سفر:** استعمل الرسم الشجري لإيجاد عدد النواتج الممكنة للسفر من المدينة أ إلى المدينة ب مرورًا بالمدينة ج، علمًا بأنه يمكن للشخص السفر من أ إلى ج بالحافلة أو بالطائرة، ومن ج إلى ب بالحافلة أو بالطائرة أو بالقطار؟ (الدرس ٧-١)

٢ إذا تم تدوير مؤشر القرصين الدائريين أدناه، فما عدد النواتج الممكنة؟ (الدرس ٧-١)



يوجد في صندوق ٣ أقلام سوداء، وقلمان حمراوان، و٤ أقلام صفراء، وقلمان برتقاليان، و٣ أقلام خضراء. سحبت فاطمة قلمًا ولم تُعده إلى الصندوق، ثم سحبت قلمًا آخر. أوجد الاحتمالات الآتية: (الدرس ٧-٢)

- ٣ ح (القلمان سوداوان)
٤ ح (القلمان خضراوان)
٥ ح (الأول أصفر، والثاني أخضر)
٦ ح (القلمان غير برتقاليين)
٧ ح (ليس فيهما قلم أحمر ولا أصفر)





استراتيجية حل المسألة

٤-٧

فكرة الدرس: أحل المسائل باستعمال استراتيجية «تمثيل المسألة».

تمثيل المسألة.

مصطفى: سأقدم إلى اختبار في اللغة العربية، فهل تعتقد أن طريقة إلقاء قطعة نقدية ستكون طريقة جيدة لحل (٥) أسئلة من نوع الصواب أو الخطأ.
مهمتك: **مثل المسألة** لتحديد ما إذا كان إلقاء قطعة نقدية طريقة جيدة لإجابة أسئلة من نوع الصواب أو الخطأ.



افهم
عدد أسئلة الصواب أو الخطأ في الاختبار (٥)، يمكنك القيام بالتجربة لاختبار ما إذا كان إلقاء القطعة النقدية طريقة جيدة لحل الأسئلة والحصول على علامة جيدة.

نَظِّط
ألقِ قطعة نقدية ٥ مرات، فتكون الإجابة صحيحة إذا ظهرت الكتابة، وخطأ إذا ظهر الشعار وكرّر المحاولة ٣ مرات.

حلّ
افترض أن الإجابات الصحيحة للاختبار هي صواب، خطأ، خطأ، صواب، خطأ.

الإجابات	صواب	خطأ	خطأ	صواب	خطأ	عدد الإجابات الصحيحة
المحاولة ١	صواب	صواب	خطأ	خطأ	صواب	٢
المحاولة ٢	خطأ	خطأ	صواب	صواب	خطأ	٣
المحاولة ٣	صواب	خطأ	صواب	خطأ	صواب	٢

ضع دائرة حول الإجابات التي تتفق مع الإجابات الصحيحة في كل محاولة. بما أن محاولات التجربة أعطت ٢-٣ إجابات صحيحة لأسئلة الاختبار المكون من ٥ أسئلة، فإن إلقاء القطعة النقدية لإجابة أسئلة الصواب أو الخطأ ليست طريقة جيدة للحصول على علامة جيدة في الاختبار.

تحقق
تحقق بإعادة المحاولة عدة مرات.

حل الاستراتيجية

١ اذكر مزية واحدة لاستعمال استراتيجية «تمثيل المسألة» لحل المسائل.

٢ **الكتب** مسألة يمكن حلها باستراتيجية «تمثيل المسألة»، ثم استعمل الاستراتيجية لحلها. **نقطة**

استعمل استراتيجية "تمثيل المسألة" لحل المسائل ٣-٥:

٣ **نقود:** اشترى أحمد عصير تفاح وقطع شوكولاتة بـ ٥, ٤٥ ريالاً، ودفع للبائع ٥٠ ريالاً، فبكم طريقة يمكن أن يسترد الباقي إذا كان لدى البائع قطع من الفئتين: ريال، $\frac{1}{4}$ ريال؟

٤ **رياضة:** طول ملعب ٨٤ قدماً، فإذا ركض مبارك ٢٠ قدماً إلى الأمام و٨ أقدام إلى الخلف، فكم مرة أخرى عليه أن يكرر العملية حتى يصل إلى نهاية الملعب؟

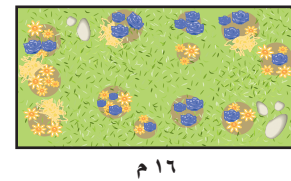
٥ **مكتبة:** أراد ماهر أن يرتب خمسة كتب لديه على الرف، بحيث يكون كتاب التفسير أولها وكتاب الاجتماعيات آخرها، فبكم طريقة يمكن ترتيب الكتب الخمسة على الرف؟

استعمل الاستراتيجية المناسبة لحل المسائل ٦-١٢:

من استراتيجيات حل المسألة

- الحل عكسياً
- البحث عن نمط
- التبرير المنطقي
- تمثيل المسألة

٦ **قياس:** صمّم فهد حديقة منزله على شكل مستطيل، على أن يكون محيطها يساوي $2\frac{1}{4}$ مرة من محيط المستطيل الظاهر في الصورة. أوجد محيط الحديقة.



٧ **جبر:** أكمل النمط الآتي:

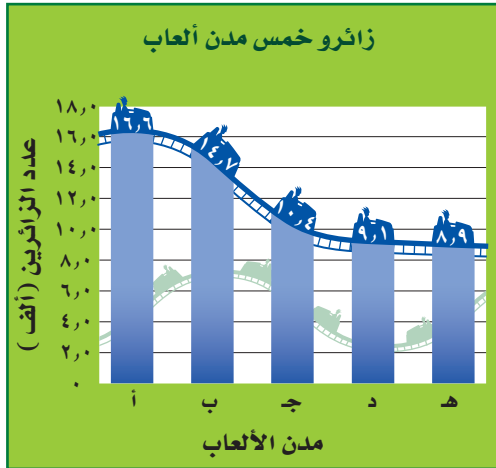
. ٨٠، ٩٤، ٩٨، ١٠٠

٨ **نقود:** في اليوم الأول للعید كان مع نورة مبلغ من المال، أقرضت أختها منه ٥٠ ريالاً، ثم صرفت نصف الباقي، وفي اليوم الثاني للعید أعطتها عمها ١٠٠ ريال، وبعد أن صرفت ٩٠ ريالاً بقي معها ١١٠ ريالاً. فما المبلغ الذي كان مع نورة في اليوم الأول للعید؟

٩ **زيّ:** ما عدد الخيارات التي يمكن لقاسم أن يختار بها زيّه من بين: غترة بيضاء أو حمراء أو سكرية مع ثوب أبيض أو بني أو أسود؟

١٠ **اصطفاف:** تقف علياء وفاطمة ومها وعبير في خط مستقيم. فبكم طريقة يمكن ترتيب هؤلاء البنات؟

١١ **ألعاب:** بالاعتماد على الرسم أدناه، كيف تقارن بين زائري المدينة (أ) والمدينة (هـ)؟



١٢ **الحس العددي:** إذا كان احتمال سحب كرة زرقاء من صندوق هو $\frac{2}{5}$ ، واحتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{3}{10}$ ، وكان عدد الكرات الخضراء مثلي عدد الكرات الصفراء في الصندوق. فأعطِ إمكانية واحدة لأعداد الكرات في الصندوق.





استعمال المعاينة في التنبؤ

٥-٧



ما نوع البرامج التي تفضل مشاهدتها؟

رياضية	دينية	أسرية	طبية	وثائقية
--------	-------	-------	------	---------

استعد

رياضة: أراد مدير محطة تلفزيونية إجراء دراسة إحصائية؛ لتحديد البرامج التي يفضلها المشاهدون.

١ إذا افترضنا أنه أجرى الدراسة على مجموعة من جمهور البرامج الوثائقية، فهل تعتقد أن النتائج ستمثل مشاهدي جميع البرامج؟ وضح إجابتك.

٢ إذا افترضنا أنه أجرى الدراسة الإحصائية على طلاب المرحلة المتوسطة، فهل تعتقد أن النتائج تمثل مشاهدي جميع البرامج؟ وضح إجابتك.

٣ إذا افترضنا أنه أجرى الدراسة الإحصائية باختيار شخص من كل ١٠٠ شخص في دليل الهاتف، فهل تعتقد أن النتائج تمثل مشاهدي جميع البرامج؟ وضح إجابتك.

بما أن مدير المحطة التلفزيونية لا يستطيع إجراء الدراسة على جميع مشاهدي البرامج، فإن عليه اختيار مجموعة صغيرة لإجراء الدراسة عليها وتُسمى **العينة**، وتستعمل العينة لتمثيل مجموعة كبيرة تُسمى **المجتمع**.

وللحصول على نتائج صحيحة، يجب اختيار العينة بعناية، وتعطي **العينة غير المتحيزة** نتائج صادقة لتمثيلها المجتمع بدقة، وفيما يأتي ثلاث طرائق لاختيار العينة غير المتحيزة:

فكرة الدرس:

أُتنبأ بسلوك مجتمع مستعملاً العينة.

المفردات

العينة

المجتمع

العينة غير المتحيزة

العينة العشوائية البسيطة

العينة العشوائية الطبقية

العينة العشوائية المنتظمة

العينة المتحيزة

العينة الملائمة

العينة التطوعية

ملخص المفهوم	العينات غير المتحيزة	
النوع	الوصف	مثال
العينة العشوائية البسيطة	فرص اختيار عناصر أو أفراد المجتمع متساوية.	يكتب كل طالب اسمه في قصاصة ورقية، وتوضع الأسماء في صندوق وتُسحب القصاصات دون النظر إليها.
العينة العشوائية الطبقية	يقسم المجتمع إلى مجموعات متشابهة غير متداخلة، ثم يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة.	يتم اختيار الطلاب عشوائياً من كل مرحلة من مراحل الدراسة.
العينة العشوائية المنتظمة	يتم اختيار العناصر أو الأفراد وفق فترة زمنية محددة أو فترات متساوية من العناصر أو الأفراد.	يتم اختيار الطالب الذي ترتيبه ٢٠ ومضاعفات الـ ٢٠ من القائمة المرتبة أبجدياً للطلاب الملتحقين بالمدرسة.

أما في **العينة المتحيزة** فإنه يتم تفضيل بعض أقسام المجتمع على سائر الأقسام ، وفيما يأتي طريقتان لاختيار العينة المتحيزة:

العينات المتحيزة		
النوع	الوصف	مثال
العينة الملائمة	تتكون العينة الملائمة من أفراد المجتمع الذين يسهل الوصول إليهم.	لتمثيل جميع الطلاب الملتحقين بالمدرسة يتم اختيار أحد فصول المدرسة لإجراء الدراسة.
العينة التطوعية	تتكون العينة التطوعية من أفراد يرغبون في الانضمام إلى العينة.	يقوم طلاب المدرسة الراغبون في إبداء آرائهم بتعبئة استبانة الدراسة الإحصائية على شبكة المعلومات.

تحديد دقة الاستنتاجات

مثالان

١ حدّد ما إذا كانت الاستنتاجات الآتية دقيقة أم لا، وبرر إجابتك.
لتحديد «نوع العصير المفضل عند الزبائن» تم اختيار الأشخاص: العاشر ومضاعفات العشرة ممن يدخلون إلى المتجر، وقد فضل سبعون شخصًا من المئة والخمسين الذين اختيروا عصير البرتقال، فاستنتج البائع أن نصف الزبائن تقريبًا يفضلون عصير البرتقال.
الاستنتاج دقيق؛ حيث إن المجتمع هم الزبائن، والعينة كانت عينة عشوائية منتظمة وهي عينة غير متحيزة.

٢ لتحديد «ماذا يفضل الشخص أن يعمل في وقت فراغه»، تم اختيار زبائن متجر للتجهيزات الرياضية، فوجد أن ٨٥٪ منهم يفضلون ممارسة الرياضة، وبذلك استنتج أن معظم الناس يفضلون ممارسة الرياضة في وقت فراغهم.
الاستنتاج غير دقيق؛ لأنه من الطبيعي أن يفضل زبائن المتجر الرياضي ممارسة الرياضة أكثر في وقت فراغهم؛ لذا فهي عينة متحيزة، وهي من نوع العينة الملائمة؛ لأن جميع الأشخاص الذين أجريت عليهم قد اختيروا من مكان واحد.

تحقق من فهمك:

حدّد ما إذا كانت الاستنتاجات الآتية دقيقة أم لا، وبرر إجابتك.
(أ) سألت محطة إذاعية المستمعين عن الشاعر المفضل لديهم من بين شاعرين، ففضل ٧٢٪ منهم الشاعر الأول، فاستنتجت الإذاعة أن الشاعر الأول هو الذي سيفوز بجائزة أفضل شاعر.
(ب) لتوزيع جوائز على جمهور إحدى المسرحيات، كُتبت جميع أرقام المقاعد في بطاقات ووضعت في صندوق وسُحبت البطاقات الفائزة دون النظر إليها. فاستنتج وائل أن لديه فرصة جيدة مثل غيره للحصول على الجائزة.

تستعمل العينات الصادقة طريقة العينات غير المتحيزة، وعند اعتماد هذا الأسلوب في الدراسة، فإنه يمكن استعمال النتائج في التنبؤ.

مثال من واقع الحياة استعمال العينات في التنبؤ

العدد	النوع
٢٥	ألعاب إلكترونية
١٠	درجات هوائية
٨	أحذية تزلج
٧	ألعاب ذهنية

مخازن: يبيع أحد المخازن أربعة أنواع رئيسة من الألعاب، ولمعرفة نوع الألعاب المفضلة قام موظفو المخزن بدراسة إحصائية على ٥٠ زبوناً عشوائياً، فكانت النتائج كما في الجدول المجاور، فإذا أراد المخزن طلب ٤٥٠ لعبة جديدة، فكم يفضل أن يكون عدد الألعاب الإلكترونية؟

أولاً: حدد ما إذا كانت العينة ممثلة للمجتمع أم لا، العينة هنا عشوائية بسيطة؛ لأنه تم اختيار الزبائن عشوائياً لذلك فإن العينة ممثلة.
ثانياً: نسبة الزبائن الذين يفضلون الألعاب الإلكترونية = $\frac{25}{50} = 50\%$ ؛ لذا أوجد 50% من ٤٥٠.

$50\% \times 450 = 225$ ، فيكون على المخزن طلب ٢٢٥ لعبة إلكترونية تقريباً.

تحقق من فهمك

(ج) **سباحة:** سأل مدرب سباحة طلابه المتدربين إذا كانوا يرغبون في تدريبات متقدمة في السباحة، فأبدى ٦٠٪ منهم رغبتهم في ذلك، فإذا كان عدد أعضاء النادي الرياضي هو ٨٧٠ عضواً، فما عدد الأعضاء الراغبين في التدريبات المتقدمة الذي يتوقعه المدرب؟

إرشادات للدراسة

الاحتمالات البهتلة
يمكن أن تكون الاحتمالات
الهبئية على عينات متحيزة
خادعة ومضللة، فمثلاً إذا
كانت عينة الدراسة على
الأولاد فقط، فلن تكون
موثوقة لأنها اقتصررت على
جنس واحد فقط.

تأكد

حدد ما إذا كانت الاستنتاجات الآتية دقيقة أم لا، ووضح إجابتك.

١ اختيرت ١٠٠ عائلة من منطقة أبها عشوائياً، لتحديد معدل صرف العائلة السعودية على خدمة الكهرباء، فأجاب ٨٥ عائلة منهم بأنهم ينفقون عليها أقل من ٣٠٠ ريال شهرياً. فاستنتج الباحث أن معدل صرف العائلة السعودية على الكهرباء أقل من ٣٠٠ ريال في الشهر.

٢ اختير شخص عشوائياً من كل دائرة في شركة لتحديد أولويات الموظفين، فكانت الخدمة الصحية أهم أولويات ٦٧٪ منهم، فاستنتج المدير أن الخدمة الصحية يجب أن تشمل جميع الموظفين.

المثالان ٢، ١

٣ **حواسيب:** عندما أراد خالد شراء جهاز حاسوب،

اختار عينة عشوائية من زبائن متجر لبيع الحواسيب، وسجل النتائج في الجدول المجاور. فإذا أجرى خالد الدراسة على ١٥٠ شخصاً، فكم عدد الذين فضلوا الحواسيب المحمولة؟

المثال ٣

العدد	نوع الجهاز
٣	حاسوب منزلي
٧	حاسوب محمول

تدرّب وحلّ المسائل

حدد ما إذا كانت الاستنتاجات الآتية دقيقة أم لا، وبرّر إجابتك:

٤ لتقييم مدى صلاحية منتج، قام صانعُ هواتف نقالة باختيار الهاتف الذي ترتيبه ٥٠ ومضاعفات الـ ٥٠ في خط إنتاج، فوجدوا أنه من بين ٢٠٠ هاتف منها كان هناك ٤ هواتف تالفة، فاستنتج المدير من ذلك أن ٢٪ من الهواتف المنتجة ستكون تالفة.

٥ أجرت نوال دراسة إحصائية على زميلاتها في جماعة الفنون بالمدرسة؛ لتحديد عدد الطالبات اللواتي سيشاركن في معرض الأشغال اليدوية، فأبدت جميع صديقاتها الرغبة في الاشتراك، لذا افترضت نوال أن جميع الطالبات في مدرستها سيشاركن في المعرض.

٦ طلبت إحدى المجلات من قرائها تعبئة استبانة وإعادتها إليها لتحديد أفضل المناطق السياحية لديهم، فأبدى معظم القراء الذين أجابوا تفضيلهم منطقة عسير، لذلك قررت المجلة كتابة مقال عن هذه المنطقة.

٧ لمعرفة رأي الناس في أنظمة المرور الجديدة تم اختيار ٢٠ شخصاً عشوائياً من كل مدينة، فبين أن ٤٢٪ منهم لم يؤيدوها. لذلك استنتج المسؤولون أنهم في حاجة إلى حملة لتوعية المواطنين بهذه الأنظمة.

٨ أرادت زينب شراء علبتي لبن مختلفتين لعمل تجربة، فأغصمت عينها واختارت واحدة، ثم مشت خطوتين واختارت علبة أخرى.

٩ سأل المعلم طلبته الخمسة الجالسين في الصف الأمامي في غرفة الصف عن رغبتهم في الاشتراك في يوم النشاط المدرسي، فأجابوا بالموافقة. فاستنتج من ذلك أن جميع طلاب المدرسة سيشاركون في يوم النشاط.

١٠ **أخبار:** اختار مشرف المقصف المدرسي الطالب الذي ترتيبه ١٠ ومضاعفات الـ ١٠ في طابور المقصف المدرسي، ثم سألهم عن الطريقة المناسبة لديهم للاطلاع على الأخبار المحلية، فكانت النتائج كما في الجدول المجاور. إذا كان عدد طلاب المدرسة ٦٨٠، فكم تتوقع أن يكون عدد الذين يفضلون الاطلاع على المواقع الإلكترونية لمعرفة الأخبار المحلية؟

الأسلوب	العدد
المواقع الإلكترونية	١٦
الصحف	١٢
المذياع	٥
أحاديث الناس	٣

للأسئلة	انظر الأمثلة
٩-٤	٢، ١
١١، ١٠	٣



الربط بالحياة:

في عام ٢٠١٧ م بلغ عدد مستخدمي الإنترنت في المملكة العربية السعودية ٢٤ مليون مستخدم.

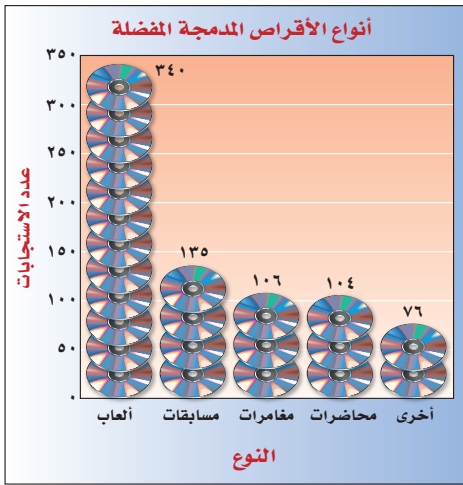


١١ **سفر:** أُجريت دراسة عشوائية على أشخاص في مركز تجاري، فأظهرت أن ٢٢ منهم يفضلون السفر مع العائلة بالسيارة و ١٨ يفضلون السفر بالطائرة و ٤ يفضلون السفر بالحافلة، فكم تتوقع أن يكون عدد الأشخاص الذين يفضلون السفر بالطائرة من الأشخاص الـ ٥٠٠ الذين أُجريت عليهم الدراسة.

١٢ **مطارات:** أرادت إدارة أحد المطارات إنشاء مقهى إنترنت في قاعة القادمين، فأجرت دراسة على ٥٠٠ مسافر في المطار عشوائياً، فاعتبر ٤٢٥ منهم أن إنشاء المقهى فكرة جيدة، فهل يجب على إدارة المطار اعتماد هذه الفكرة؟ وضح إجابتك.

١٣ **نشاطات:** أراد بشار إجراء دراسة إحصائية على الطلاب الراغبين في المشاركة في أنشطة المدرسة، صف طريقة اختيار عينة صادقة ينبغي استعمالها.

أقراص مدمجة: استعمل المعلومات أدناه لحل السؤالين ١٤، ١٥.



يوضح الجدول المجاور استجابة ١٠٠٠ زبون بخصوص أنواع الأقراص المدمجة المفضلة لديهم.

١٤ اعتماداً على نتائج الدراسة الإحصائية، إذا قام التاجر بطلب ٢٥٠٠ قرص مدمج من مختلف الأنواع، فما عدد أقراص الألعاب التي عليه أن يطلبها؟

١٥ اعتماداً على نتائج الدراسة الإحصائية، استنتج التاجر أن ٢٥٪ من الزبائن سيشترون أقراص المسابقات أو المغامرات، فهل هذا الاستنتاج دقيق؟ وضح إجابتك.

دراسات إحصائية: يمكن اعتبار الدراسة الإحصائية متحيزة، إذا كانت تحتوي على كلمات لها تأثير في استجابة الأشخاص. وضح إذا كانت الأسئلة الآتية متحيزة أم لا:

١٦ «نظراً للازدحام السكاني، هل هناك ضرورة لبناء مدرسة جديدة؟»

١٧ «ما نوع الطعام الذي تفضل تناوله عند مشاهدة التلفاز؟»

١٨ قرأت كتاب «صور من حياة الصحابة» المحبب إلى الناس، فهل أحببت هذا الكتاب؟

١٩ «اذكر فريق كرة القدم المفضل لديك».

٢٠ **تحدّ:** كيف يمكن للكلمات المستعملة في السؤال ونبرة الصوت أن تؤثر في الأشخاص المشتركين في الدراسة الإحصائية؟ أعط مثالين على الأقل.

٢١ **الكتب:** قارن بين إجراء الدراسة الإحصائية والاحتمال التنبؤي.

مسائل
مهارات التفكير العليا

٢٢ أجرت خديجة دراسة مسحية حول المادة المفضلة عند طالبات مدرستها، فسألت جميع طالبات النادي الأدبي في المدرسة، وكانت النتائج كما في الجدول الآتي:

المادة المفضلة	عدد الطالبات
اللغة العربية	١٢
الرياضيات	٥
العلوم	٣
الاجتماعيات	٨

- ووفقاً لهذه النتائج، استنتجت خديجة أن مادة اللغة العربية هي المادة المفضلة عند طالبات مدرستها.
- لماذا يعد هذا الاستنتاج غير دقيق؟
- (أ) طالبات النادي الأدبي يجتمعن في أيام محددة فقط.
- (ب) يجب على خديجة أن تسأل طالبات فصلها فقط.
- (ج) يجب إجراء الدراسة يومياً خلال أسبوع.
- (د) العينة لا تمثل طالبات المدرسة.

٢٣ حدّد سلمان أن ٦٠٪ من طلاب الصف الثاني المتوسط يُحضرون معهم مظلاتهم، عندما تتوقع الهيئة العامة للأرصاد سقوط الأمطار. إذا علمت أن عدد طلاب الصف الثاني المتوسط في مدرسة سلمان هو ١٥٠ طالباً، فأَي الجمل الآتية لا تتفق مع بيانات سلمان؟

- (أ) أقل من $\frac{2}{5}$ طلاب الثاني المتوسط يُحضرون مظلاتهم في الأيام التي يُتوقع سقوط الأمطار فيها.
- (ب) ٩٠ طالباً من طلاب الثاني المتوسط يُحضرون مظلاتهم في الأيام التي يُتوقع سقوط المطر فيها.
- (ج) أكثر من $\frac{1}{4}$ طلاب الثاني المتوسط يُحضرون مظلاتهم في الأيام التي يُتوقع سقوط الأمطار فيها.
- (د) ٦٠ طالباً من طلاب الثاني المتوسط لا يُحضرون مظلاتهم في الأيام التي يُتوقع فيها سقوط الأمطار.

مراجعة تراكمية

- ٢٤ **بيتزا:** يقدم مطعم للبيتزا حجمين مختلفين منها، وبأحد نوعين من الجبن، وأربعة أنواع مختلفة من الإضافات. استعمل استراتيجية تمثيل المسألة؛ لإيجاد عدد خيارات البيتزا التي يقدمها هذا المطعم. (الدرس ٧ - ٤)
- ٢٥ **كرة سلة:** في أثناء التدريب، سجل محمد ٨٠ هدفاً من ١٠٠ رمية حرة في لعبة كرة السلة. ما الاحتمال التجريبي لأن يسجل محمد من ضربة حرة؟ (الدرس ٧ - ٣)



اختبار الفصل

١١ ملابِس: لدى متجر قمصان بأحجام مختلفة: كبير، متوسط، صغير، وبألوان مختلفة: أزرق وأسود وأبيض. فما عدد أنواع القمصان الموجودة في المتجر؟

١٢ أطباء: قامت إدارة المستشفى بإجراء دراسة على ٤ أقسام لمعرفة عدد ساعات مناوبة الأطباء في الشهر فكانت النتائج كما في الجدول أدناه. فإذا كان هناك ٨٦٤ طبيباً في المستشفى، فما عدد الأطباء المناوبين ما بين (٢١-٤٠) ساعة الذي تتوقعه؟

عدد ساعات المناوبة	عدد الأطباء
١٠-٠	٣٨
٢٠-١١	٢٦
٤٠-٢١	١٠
٤٠ أو أكثر	٦

١٣ اختيار من متعدد: أراد المعلم معرفة رغبة طلاب الصف في المشاركة لزيارة المتحف، فما الطريقة التي يستعملها للدراسة الإحصائية لتكون صادقة؟
 (أ) يسأل الطلاب المشاركين في النادي الفني.
 (ب) يسأل أهالي الطلاب.
 (ج) يسأل الطلاب الذين ترتيبهم العاشر ومضاعفات العشرة من الصف.
 (د) يقوم بالإعلان عن الرحلة، ويطلب إلى الطلاب أن يخبروه عن آرائهم.

١٤ رياضة: لتحديد نوع الرياضة المفضلة أُجري استفتاء عشوائي في أثناء مباراة كرة طائرة. فأجاب ٧٢٪ منهم أن كرة الطائرة هي رياضتهم المفضلة، فاستنتج الباحث أن الكرة الطائرة هي اللعبة المفضلة لدى الناس، فهل استنتاجه صادق؟

١ شعار: ترغب إحدى الشركات في تصميم شعار لها، فإذا كان لديها الاختيارات كما في الجدول أدناه، فبكم طريقة مختلفة يمكن تصميم الشعار؟

اختيارات التصميم
٥ خلفيات مختلفة
٣ ألوان
٢ إطار خارجي

٢ اختيار من متعدد: موسى وإبراهيم ضمن طلاب الفصل الستة الراغبين في الانضمام للنشاط المدرسي، فإذا اختارت المدرسة طالين منهم عشوائياً، فما احتمال أن يتم اختيار موسى وإبراهيم معاً؟
 (أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{15}$ (ج) $\frac{1}{30}$ (د) $\frac{1}{60}$

يحتوي صندوق على ٤ كرات زرقاء و ٧ حمراء و ٦ صفراء و ٨ خضراء و ٣ بيضاء. فإذا سُحبت كرة دون إرجاع فأوجد الاحتمالات الآتية:

- ٣ ح (٢ زرقاء).
- ٤ ح (حمراء ثم بيضاء)
- ٥ ح (بيضاء ثم خضراء)
- ٦ ح (كرتان غير صفراوين وغير حمراوين)

ألقيت قطعاً نقد ٢٠ مرة، فلم يظهر الشعار ٤ مرات، في حين ظهرت على إحدى القطع ٩ مرات، وظهرت على القطعتين معاً ٧ مرات.

- ٧ ما الاحتمال التجريبي لظهور شعارين؟
- ٨ ما الاحتمال التجريبي لظهور شعار واحد؟
- ٩ مثل الرسم الشجري لإظهار نتائج إلقاء قطعتي النقد.
- ١٠ قارن بين الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري للحصول على شعارين عند إلقاء قطعتي نقد.



الاختبار التراكمي (٧)

اختيار من متعدد

القسم ١

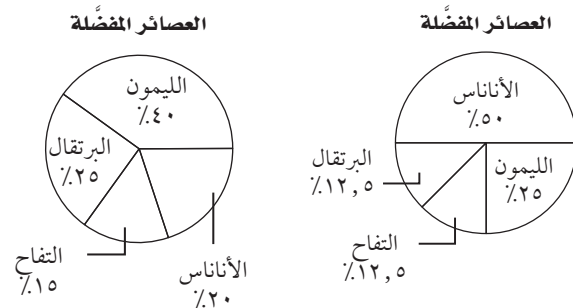
اختر الإجابة الصحيحة:

١ سأل ماجد طلاب فصله عن أنواع العصائر المفضلة لديهم، فكانت النتائج كما في الجدول الآتي:

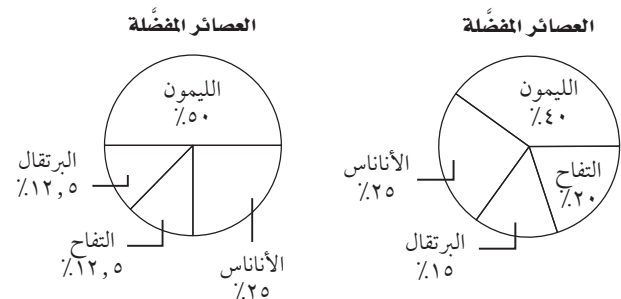
أنواع العصائر المفضلة				
نوع العصير	البرتقال	الليمون	الأناناس	التفاح
عدد الطلاب	٣	١٢	٦	٣

أي التمثيلات الآتية تعرض هذه البيانات؟

(أ) (ج)



(ب) (د)



٢ كان معدل درجات دُعاء في الرياضيات ٨٢، أي

الطالبات فيما يأتي لها المعدل نفسه؟

(أ) حصلت آمنة على ما مجموعه ٤٩٢ درجة في ٦ اختبارات.

(ب) حصلت رغد على ما مجموعه ٣٥٢ درجة في ٤ اختبارات.

(ج) حصلت إيناس على ما مجموعه ٤٦٨ درجة في ٦ اختبارات.

(د) حصلت زينة على ما مجموعه ٣٤٤ درجة في ٤ اختبارات.

٣ إذا كان احتمال أن يسجل رائد هدفاً في مباراة هو $\frac{٣}{٥}$ ، فكم هدفاً تتوقع أن يسجل في ٦٠ مباراة؟

(أ) ٥٠ (ج) ٣٠

(ب) ٣٦ (د) ٢٤



الإجابة المطولة

القسم ٣

أجب عن السؤال الآتي موضعاً خطوات الحل:

٦ علبة فيها (١٥) قطعة كعك متماثلة، ٥ منها محشوة بالمكسرات و ٥ بالتمر و ٥ بالعسل. إذا سُحب من العلبة كعكتان واحدة تلو الأخرى، دون إعادة الكعكة المسحوبة الأولى إلى العلبة.

(أ) ما احتمال أن تكون كل منهما محشوة بالمكسرات؟

(ب) ما احتمال سحب كعكة محشوة بالعسل من الكعك المتبقي في العلبة بعد سحب كعكتين محشوتين بالمكسرات.



أدرب

من خلال الإجابة عن الأسئلة؛ حتى أعزز ما تعلمته من مفاهيم وما اكتسبته من مهارات.

للاطلاع

أنا طالبٌ مُعدٌّ للحياة، ومنافسٌ عالمياً.

٤ يوضح الجدول أدناه جميع النتائج الممكنة لثلاثة مفاتيح كهربائية من حيث كونها مفتوحة أو مغلقة.

مفتاح ٣	مفتاح ٢	مفتاح ١
مفتوح	مفتوح	مفتوح
مغلق	مفتوح	مفتوح
مفتوح	مغلق	مفتوح
مغلق	مغلق	مفتوح
مفتوح	مفتوح	مغلق
مغلق	مفتوح	مغلق
مفتوح	مغلق	مغلق
مغلق	مغلق	مغلق

إذا اختيرت عينة عشوائية، فأَيُّ العبارات الآتية صحيحة؟

(أ) احتمال أن تكون المفاتيح الكهربائية كلها مفتوحة، هو الاحتمال نفسه أن تكون كلها مغلقة.

(ب) احتمال أن يكون مفتاح كهربائي واحد مفتوحاً، أكبر من احتمال أن يكون هناك مفتاحان مفتوحان.

(ج) احتمال أن يكون لمفتاحين النتائج نفسها بالضبط هو $\frac{1}{3}$.

(د) احتمال أن يكون مفتاح واحد على الأقل مفتوحاً أكبر من احتمال أن يكون مفتاح واحد على الأقل مغلقاً.

الإجابة القصيرة

القسم ٢

٥ أُجريت دراسة إحصائية على ٣٢ طالباً حول مادتهم المفضلة، فأجاب ١٤ منهم أنهم يفضلون العلوم، فكم تتوقع أن يكون عدد الطلاب الذين يفضلون مادة العلوم، إذا كان عدد الطلاب الكلي ٨٨٠ طالباً؟

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن السؤال

فراجع الدرس

٦	٥	٤	٣	٢	١
٢-٧	٥-٧	٢-٧	٣-٧	٤-٦	٣-٦



وزارة التعليم
Ministry of Education

الفصل ٧: الاختبار التراكمي (١٧٧٢) ١٢٧٢