الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

فيما سبق

درستُ حل أنظمة من المعادلات جبريًا. (مهارة سابقة)

الآن

- أحسب المحدِّدات.
- أحل أنظمة معادلات خطية باستعمال قاعدة كرامر.

المفردات

المحدِّدة
determinant

محدِّدة الدرجة الثانية
second-order determinant

محدِّدة الدرجة الثالثة
third-order determinant

قاعدة الأقطار
diagonal rule

مصفوفة المعاملات
coefficient matrix

قاعدة كرامر
Cramer's Rule

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

لمـــــاذا

لتحديد الإقليم الذي يعيش فيه أحد النمور، قام عالم حيوانات بتتبُّعه بواسطة جهاز GPS، وبعد عدة أيام، تأكد العالم أن الإقليم مثلث الشكل. وأنه من الممكن بعد تحديد إحداثيات رؤوس المنطقة استعمال المصفوفات والمحدِّدات لحساب مساحتها.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

المحدِّدات: كل مصفوفة مربعة لها **محدِّدة**، وتسمى محدِّدة المصفوفة من النوع 2×2 **محدِّدة الدرجة الثانية**.

القطر الرئيسي لمصفوفة مربعة هو: جميع عناصر المصفوفة التي تمتد من الزاوية اليسرى العلوية للزاوية اليمنى السفلى. أو جميع العناصر a_{ij} بحيث $i=j$.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

محدِّدة الدرجة الثانية

التعبيراللفظي: يرمز لمحدِّدة المصفوفة $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ بالرمز $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ وقيمتها تساوي حاصل ضرب عنصري القطر الرئيس مطروحًا منه حاصل ضرب عنصري القطر الآخر.

بالرمـــوز: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb$

مثال: $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = 4(6) - (-3)(5) = 39$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تحقق من فهمك

أوجد قيمة كل محدِّدة فيما يأتي:

(1A

$$\begin{vmatrix} -7 & -6 \\ 8 & 10 \end{vmatrix}$$

(1B

$$\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -4 & 9 \end{vmatrix}$$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تدرب

أوجد قيمة كل محدِّدة فيما يأتي:

1) $\begin{vmatrix} 6 & 8 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

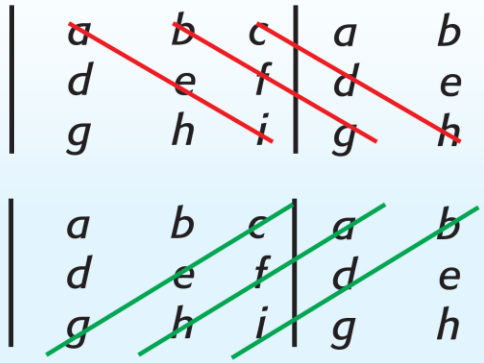
تُسمى محدِّدات المصفوفات من الرتبة 3 × 3 **محدِّدات الدرجة الثالثة**. ويمكنك حساب هـذه المحدِّدات باستعمال **قاعدة الأقطار** أو باستعمال محدِّدة المصفوفة 2 × 2 .

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

حساب محدِّدة المصفوفة 3 × 3

الطريقة الأولى: باستعمال قاعدة الأقطار



خطوة 1: أعد كتابة العمود الأول والثاني عن يمين المحدِّدة.

خطوة 2: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الرئيس وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

خطوة 3: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الآخر وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

خطوة 4: لإيجاد قيمة المحدِّدة نطرح ناتج الخطوة **3** من ناتج الخطوة **2** .

الطريقة الثانية: باستعمال محدِّدة المصفوفة 2 × 2 .

$$a \cdot \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تحقق من فهمك

أوجد قيمة كل محدِّدة فيما يأتي:

(2A

$$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

(2B

$$\begin{vmatrix} -8 & -4 & 4 \\ 0 & -5 & -8 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تدرب

أوجد قيمة كل محدِّدة فيما يأتي:

5) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -4 & 2 & -5 \\ -3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تستعمل المحدِّدات أيضًا لإيجاد مساحة المثلث. فإذا كانت إحداثيات رؤوس المثلث معلومة، فيمكنك استعمال الصيغة أدناه لإيجاد مساحة المثلث.

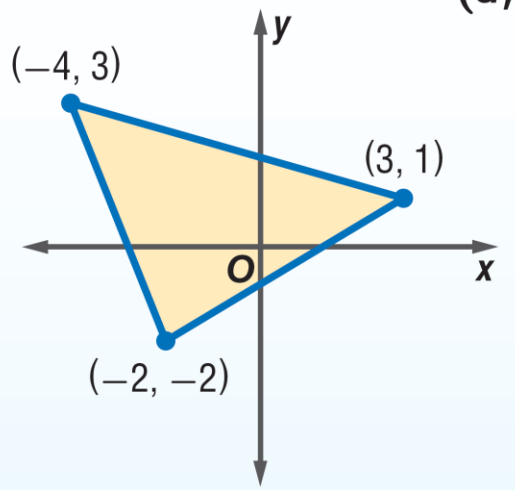
مفهوم أساسي

أضف إلى

مساحة المثلث

التعبير اللفظي: مساحة المثلث الذي إحداثيات رؤوسه $(a, b), (c, d), (e, f)$ هي القيمة المطلقة للمقدار A، حيث:

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$



مثال: مساحة المثلث في الشكل المجاور هي:

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تحقق من فهمك

3) **خرائط:** يقف خالد وسعد ورضوان عند ثلاث نقاط مختلفة على خريطة المدينة التي يسكنونها، فإذا كانت إحداثيات هذه النقاط هي: (11, 9), (6, 4), (3, 15)، بحيث تمثّل كل وحدة على الخريطة 0.5km. فما مساحة المنطقة المثلثة التي يقفون عند رؤوسها؟

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تدرب

22) **علم الآثار:** وجد عالم آثار عظام حوت عند الإحداثيات $(5,9)$ ، $(4,7)$ ، $(0,3)$ على الخريطة. فإذا كانت الإحداثيات بالأمتار . فجد مساحة المثلث الذي رؤوسه تلك النقاط .

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تسمى المصفوفة التي عناصرها معاملات المتغيرات في نظام معادلات بعدة متغيرات بعد ترتيب النظام **مصفوفة المعاملات**.

قاعدة كرامر: يمكنك استعمال المحدِّدات لحل أنظمة معادلات، فإذا كانت قيمة المحدِّدة لمصفوفة المعاملات لا تساوي صفرًا، فإن للنظام حلًّا وحيدًا. وإذا كانت قيمة المحدِّدة صفرًا، فإما أن يكون للنظام عدد لانهائي من الحلول أو لا حل له، وهنالك طريقة لحل أنظمة المعادلات الخطية تُسمى **قاعدة كرامر** .

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

قاعدة كرامر

إذا كانت $\underline{C}$ مصفوفة المعاملات للنظام $\begin{matrix} ax + by = m \\ fx + gy = n \end{matrix}$ ، حيث $\underline{C} = \begin{bmatrix} a & b \\ f & g \end{bmatrix}$

فإن حل هذا النظام هو $x = \dfrac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$ و $y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$ ، وذلك إذا كانت $|\underline{C}| \neq 0$.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تحقق من فهمك

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

(4A

$$7x + 3y = 37$$
$$-5x - 7y = -41$$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تدرب

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

12) $4x - 5y = 39$

$3x + 8y = -6$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

يمكنك استعمال قاعدة كرامر لحل نظام من ثلاث معادلات أيضًا.

مفهوم أساسي

استعمال قاعدة كرامر لحل نظام من ثلاث معادلات

أضف إلى مطويتك

إذا كانت $\underline{C}$ مصفوفة المعاملات للنظام $\begin{aligned} ax + by + cz &= m \\ fx + gy + hz &= n \\ jx + ky + \ell\ell z &= p \end{aligned}$ ، حيث $\underline{C} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ f & g & h \\ j & k & \ell \end{bmatrix}$

فإن حل هذا النظام هو $x = \dfrac{\begin{vmatrix} m & b & c \\ n & g & h \\ p & k & \ell \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}, y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & m & c \\ f & n & h \\ j & p & \ell \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}, z = \dfrac{\begin{vmatrix} a & b & m \\ f & g & n \\ j & k & p \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$

وذلك إذا كانت $|\underline{C}| \neq 0$.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تحقق من فهمك

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

(5A $3x + 5y + 2z = -7$

$-4x + 3y - 5z = -19$

$5x + 4y - 7z = -15$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تدرب

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

14) $4x - 2y + 7z = 26$

$5x + 3y - 5z = -50$

$-7x - 8y - 3z = 49$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٤		المحددات وقاعدة كرامر

الأدوات

تحصيلي

قيمة المحددة $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 6 & 3 & -2 \\ -1 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ تساوي ..

Ⓐ 164 Ⓑ 42

Ⓒ 80 Ⓓ -164

أوجد مساحة مثلث إحداثيات رؤوسه $A(0,0), B(-2,8), C(4,12)$.

Ⓐ 56 Ⓑ 28

Ⓒ 20 Ⓓ 14