

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات



المفردات

مصفوفة الوحدة

identity matrix

النظير الضربي للمصفوفة

inverse matrix

المعادلة المصفوفية

matrix equation

مصفوفة الثوابت

constant matrix

مصفوفة المتغيرات

variable matrix

الآن

■ أجد النظير الضربي

لمصفوفة من النوع

2×2 .

■ أكتب معادلات مصفوفية

لنظام من معادلتين

وأحلها .

فيما سبق

درستُ حل نظام معادلات

خطية جبرياً. (مهارة

سابقة)

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات



لماذا

يبين الشكل المجاور أسعار وجبة الغداء في مطعم. ولتحديد سعر كل من الشطيرة، وعلبة المقبلات، وعلبة العصير، يمكنك إيجاد قيم المتغيرات w, s, d التي تحقق المساواة:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ s \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 19 \\ 38 \end{bmatrix}$$

حيث w تمثل سعر الشطيرة، و s تمثل سعر علبة المقبلات، و d تمثل سعر علبة العصير.



الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

مصفوفة الوحدة ونظير المصفوفة الضربي: تذكر أن عددين من الأعداد الحقيقية يكون كلُّ منهما نظيرًا ضربيًا للآخر إذا كان حاصل ضربهما هو العنصر المحايد لعملية الضرب. وكذلك الحال في المصفوفات، فإن **مصفوفة الوحدة** هي مصفوفة مربعة جميع عناصر قطرها الرئيس تساوي واحدًا، والباقي أصفار.

مصفوفة وحدة من النوع 3×3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مصفوفة وحدة من النوع 2×2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

الأدوات



الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات



مفهوم أساسي

المصفوفة المحايدة لعملية الضرب

أضف إلى

مطوبتك

التعبير اللفظي: المصفوفة المحايدة لعملية الضرب ورمزها I هي مصفوفة الوحدة، والتي إذا ضربت في أي مصفوفة أخرى من الرتبة نفسها كان الناتج هو المصفوفة الأخرى.

لأي مصفوفة مربعة A لها رتبة مصفوفة الوحدة I نفسها،
فإن $A \cdot I = I \cdot A = A$.

الرموز: إذا كانت $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، و $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ فإن

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

مثال:

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

إذا كانت المصفوفتان $\underline{A}$, $\underline{B}$ مربعتين ولهما الرتبة نفسها، وكان $\underline{AB} = \underline{BA} = \underline{I}$ فإن المصفوفة $\underline{B}$ تُسمى **نظيرًا ضربيًا للمصفوفة $\underline{A}$** ، وكذلك تُسمى المصفوفة $\underline{A}$ نظيرًا ضربيًا للمصفوفة $\underline{B}$. وإذا كان للمصفوفة $\underline{A}$ نظير ضربي فإنه يرمز إليه بالرمز $\underline{A}^{-1}$ ، حيث $\underline{A} \cdot \underline{A}^{-1} = \underline{A}^{-1} \cdot \underline{A} = \underline{I}$

الأدوات

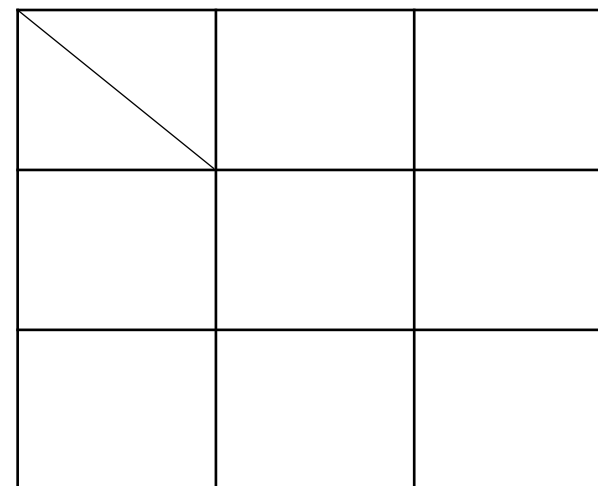
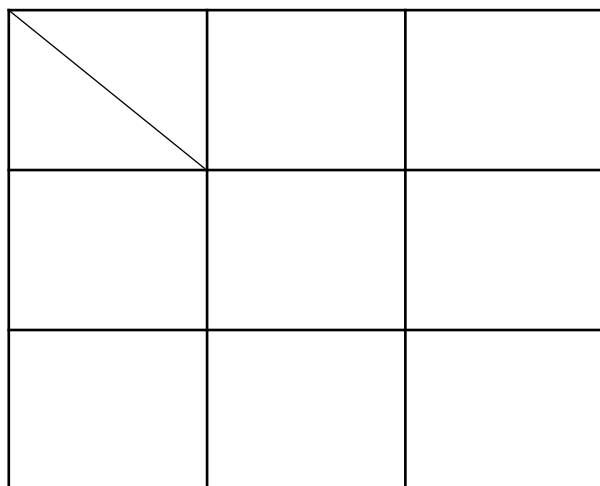


الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

تحقق من فهمك

حدّد ما إذا كانت كلّ من المصفوفتين تمثل نظيرًا ضربيًا للأخرى أم لا فيما يأتي:

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \underline{Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad (1)$$



الأدوات

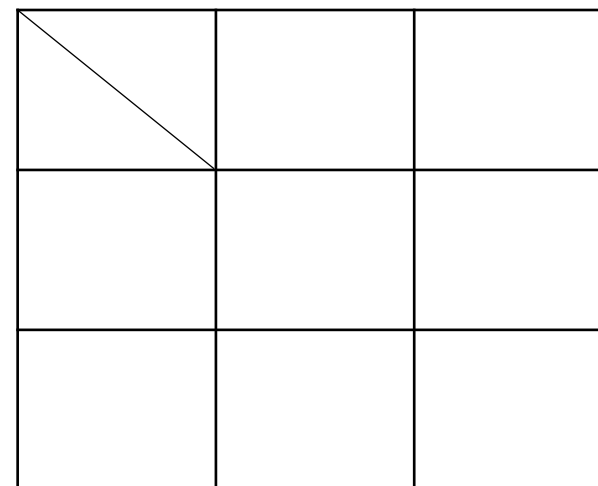
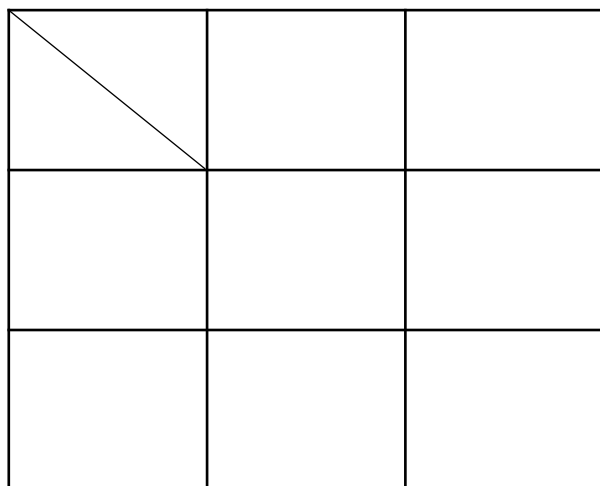


الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

تدرب

حدّد ما إذا كانت كلّ من المصفوفتين تمثل نظيرًا ضربيًا للأخرى أم لا فيما يأتي:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$



الأدوات



الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات



يمكنك استعمال المحددات؛ لإيجاد النظير الضربي لمصفوفة ما.

مفهوم أساسي

النظير الضربي للمصفوفة من النوع 2×2

النظير الضربي للمصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هو $\underline{A}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ وذلك إذا كانت $|\underline{A}| \neq 0$

لاحظ أنه إذا كانت قيمة محددة مصفوفة ما تساوي صفرًا، فليس للمصفوفة نظير ضربي.

إرشادات للدراسة

لاحظ تبديل موقعي
عنصري القطر
الرئيس، وتغيير إشارتي
عنصري القطر الآخر
عند حساب A^{-1} .

أضف إلى

مطوبتك

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

تحقق من فهمك

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي، إن وجد:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \quad (2B)$$

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \quad (2A)$$

الأدوات



الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

تدرب

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي، إن وجد:

$$(3) \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

الأدوات



الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

المعادلات المصفوفية: يمكنك استعمال المصفوفات لتمثيل نظام من المعادلات وحله. فمثلاً، يمكنك كتابة معادلة مصفوفية لحل نظام المعادلتين الآتي:

$$\begin{array}{l} x + 2y = 9 \\ 3x - 6y = 3 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} x + 2y \\ 3x - 6y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

و يمكنك كتابة المعادلة السابقة على الشكل:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

مصفوفة المعاملات

مصفوفة المتغيرات
المتغيرات في النظام فقط

مصفوفة الثوابت
الثوابت في النظام فقط

إرشادات للدراسة

المعادلات المصفوفية

يمكنك استعمال هذه الطريقة لحل نظام معادلات فقط إذا كان لمصفوفة المعاملات A نظير ضربي، أما إذا لم يكن لها نظير ضربي، فيمكن أن يكون للنظام عدد لانهائي من الحلول، أو لا يوجد له حل.

الأدوات



الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات



ثم حُلَّ المعادلة المصفوفية بالطريقة نفسها التي تُحَلُّ بها أي معادلة أخرى من الشكل $ax = b$.

$$\underline{A} \underline{X} = \underline{B}$$

$$\underline{A}^{-1} \underline{A} \underline{X} = \underline{A}^{-1} \underline{B}$$

$$\underline{I} \underline{X} = \underline{A}^{-1} \underline{B}$$

$$\underline{X} = \underline{A}^{-1} \underline{B}$$

المعادلة

اضرب كل طرف في النظير الضربي
لمصفوفة المعاملات إن وجد

$$\underline{A}^{-1} \underline{A} = \underline{I}, \left(\frac{1}{a}\right)a = 1$$

$$\underline{I} \underline{X} = \underline{X}, 1x = x$$

$$ax = b$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)ax = \left(\frac{1}{a}\right)b$$

$$1x = \frac{b}{a}$$

$$x = \frac{b}{a}$$

لاحظ أن حَلَّ المعادلة المصفوفية من الشكل $\underline{A} \underline{X} = \underline{B}$ هو حاصل ضرب النظير الضربي لمصفوفة المعاملات في مصفوفة الثوابت.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

تحقق من فهمك

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام فيما يأتي:

$$-x + y = 4$$

$$-x + y = -4$$

$$4x - 2y = 22$$

$$6x + 9y = -3$$

الأدوات



الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

تدرب

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام فيما يأتي:

$$-2x + y = 9 \quad (6)$$

$$x + y = 3$$

$$y - x = 5 \quad (22)$$

$$2y - 2x = 8$$

الأدوات



الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	رياض ١-٢	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

تحصيلي

إذا كانت المصفوفة $\begin{bmatrix} x+1 & x \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$ ليس لها نظير ضربي؛ فما قيمة x ؟

- (A) $-\frac{4}{5}$ (B) $\frac{4}{5}$
 (C) 2 (D) 3

ما النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ؟

- (A) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$
 (C) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

الأدوات

