الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

فيما سبق

درستُ حل نظام معادلات خطية جبريًّا. (مهارة سابقة)

الآن

- أجد النظير الضربي لمصفوفة من النوع 2 × 2.
- أكتب معادلات مصفوفية لنظام من معادلتين وأحلها .

المفردات

مصفوفة الوحدة
identity matrix

النظير الضربي للمصفوفة
inverse matrix

المعادلة المصفوفية
matrix equation

مصفوفة الثوابت
constant matrix

مصفوفة المتغيرات
variable matrix

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

لمـــــاذا

يبين الشكل المجاور أسعار وجبة الغداء في مطعم. ولتحديد سعر كل من الشطيرة، وعلبة المقبلات، وعلبة العصير، يمكنك إيجاد قيم المتغيرات w, s, d التي تحقق المساواة:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ s \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 19 \\ 38 \end{bmatrix}$$

حيث w تمثل سعر الشطيرة، وs تمثل سعر علبة المقبلات، وd تمثل سعر علبة العصير.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

مصفوفة الوحدة ونظير المصفوفة الضربي: تذكّر أن عددين من الأعداد الحقيقية يكون كلٌّ منهما نظيرًا ضربيًّا للآخر إذا كان حاصل ضربهما هو العنصر المحايد لعملية الضرب. وكذلك الحال في المصفوفات، فإن **مصفوفة الوحدة** هي مصفوفة مربعة جميع عناصر قطرها الرئيس تساوي واحدًا، والباقي أصفار.

مصفوفة وحدة من النوع 2×2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مصفوفة وحدة من النوع 3×3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

المصفوفة المحايدة لعملية الضرب

التعبير اللفظي: المصفوفة المحايدة لعملية الضرب ورمزها $\underline{I}$ هي مصفوفة الوحدة، والتي إذا ضربت في أي مصفوفة أخرى من الرتبة نفسها كان الناتج هو المصفوفة الأخرى.

لأي مصفوفة مربعة $\underline{A}$ لها رتبة مصفوفة الوحدة $\underline{I}$ نفسها،
فإن $\underline{A} \cdot \underline{I} = \underline{I} \cdot \underline{A} = \underline{A}$.

الرمـــــوز: إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$، وَ $\underline{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ فإن

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

مثال:

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

إذا كانت المصفوفتان $\underline{A}$, $\underline{B}$ مربعتين ولهما الرتبة نفسها، وكان $\underline{A}\,\underline{B} = \underline{B}\,\underline{A} = \underline{I}$ فإن المصفوفة $\underline{B}$ تُسمى **نظيرًا ضربيًّا للمصفوفة** $\underline{A}$ ، وكذلك تُسمى المصفوفة $\underline{A}$ نظيرًا ضربيًّا للمصفوفة $\underline{B}$. وإذا كان للمصفوفة $\underline{A}$ نظير ضربي فإنه يرمز إليه بالرمز $\underline{A}^{-1}$، حيث $\underline{A} \cdot \underline{A}^{-1} = \underline{A}^{-1} \cdot \underline{A} = \underline{I}$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

تحقق من فهمك

حدِّد ما إذا كانت كلّ من المصفوفتين تمثل نظيرًا ضربيًّا للأخرى أم لا فيما يأتي:

1) $X = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

تدرب

حدِّد ما إذا كانت كلّ من المصفوفتين تمثل نظيرًا ضربيًّا للأخرى أم لا فيما يأتي:

1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

يمكنك استعمال المحددات؛ لإيجاد النظير الضربي لمصفوفة ما.

إرشادات للدراسة

لاحظ تبديل موقعي عنصري القطر الرئيس، وتغيير إشارتي عنصري القطر الآخر عند حساب A^{-1} .

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

النظير الضربي للمصفوفة من النوع 2×2

النظير الضربي للمصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هو $\underline{A}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$،

وذلك إذا كانت $|\underline{A}| \neq 0$

لاحظ أنه إذا كانت قيمة محددة مصفوفةٍ ما تساوي صفرًا، فليس للمصفوفة نظير ضربي.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

تحقق من فهمك

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي، إن وجد:

(2A $\underline{D} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$

(2B $\underline{T} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

تدرب

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي، إن وجد:

3) $\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

إرشادات للدراسة

المعادلات المصفوفية

يمكنك استعمال هذه الطريقة لحل نظام معادلات فقط إذا كان لمصفوفة المعاملات A نظير ضربي، أما إذا لم يكن لها نظير ضربي، فيمكن أن يكون للنظام عدد لانهائي من الحلول، أو لا يوجد له حل.

المعادلات المصفوفية: يمكنك استعمال المصفوفات لتمثيل نظام من المعادلات وحله. فمثلًا، يمكنك كتابة معادلة مصفوفية لحل نظام المعادلتين الآتي:

$$\begin{matrix} x + 2y = 9 \\ 3x - 6y = 3 \end{matrix} \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} x + 2y \\ 3x - 6y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

وَيمكنك كتابة المعادلة السابقة على الشكل:

$$\underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

مصفوفة الثوابت: الثوابت في النظام فقط

مصفوفة المتغيرات: المتغيرات في النظام فقط

مصفوفة المعاملات

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

ثم حُلَّ المعادلة المصفوفية بالطريقة نفسها التي تُحَلُّ بها أي معادلة أخرى من الشكل $ax = b$.

المعادلة	
$ax = b$	
$\left(\frac{1}{a}\right)ax = \left(\frac{1}{a}\right)b$	اضرب كل طرف في النظير الضربي لمصفوفة المعاملات إن وجد
$1x = \frac{b}{a}$	$A^{-1}A = I$, $\left(\frac{1}{a}\right)a = 1$
$x = \frac{b}{a}$	$IX = X$, $1x = x$

$AX = B$	
$A^{-1}AX = A^{-1}B$	
$IX = A^{-1}B$	
$X = A^{-1}B$	

لاحظ أن حَلَّ المعادلة المصفوفية من الشكل $AX = B$ هو حاصل ضرب النظير الضربي لمصفوفة المعاملات في مصفوفة الثوابت.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

تحقق من فهمك

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام فيما يأتي:

$$4x - 2y = 22$$
$$6x + 9y = -3$$

$$-x + y = 4$$
$$-x + y = -4$$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

تدرب

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام فيما يأتي:

6) $-2x + y = 9$
$x + y = 3$

22) $y - x = 5$
$2y - 2x = 8$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٢	٥		النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأدوات

تحصيلي

إذا كانت المصفوفة $\begin{bmatrix} x & x+1 \\ 8 & -2 \end{bmatrix}$ ليس لها نظير ضربي؛ فما قيمة x ؟

Ⓐ $\frac{-4}{5}$ Ⓑ $\frac{4}{5}$

Ⓒ 2 Ⓓ 3

ما النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ؟

Ⓐ $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ⓑ $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

Ⓒ $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ Ⓓ $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$