الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

فيما سبق

درستُ استعمال الأعداد المركبة لوصف حلول المعادلات التربيعية.

(الدرس 2 - 3)

الآن

- أحدد عدد جذور معادلة كثيرة حدود وأنواعها.
- أجد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة والأصفار التخيلية للدالة.
- أكتب دالة كثيرة حدود بأقل درجة ممكنة بمعرفة أصفارها.

المفردات

النظرية الأساسية في الجبر

Fundamental Theorm of Algebra

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

لمـــــاذا

يستعمل مدير الإنتاج في مصنع الدالةَ:

$g(x) = 1.384x^4 - 0.003x^3 + 0.28x^2 - 0.078x + 1.365$،

لتقدير معدل تكلفة إنتاج القطعة الواحدة على مدى عدة سنوات، حيث x عدد السنوات منذ 1410هـ.

ولكي تجد العام الذي يبلغ فيه معدل تكلفة إنتاج قطعة واحدة قيمة معينة، يمكنك استعمال جذور معادلة كثيرة الحدود المرتبطة بالدالة.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

ملخص المفهوم

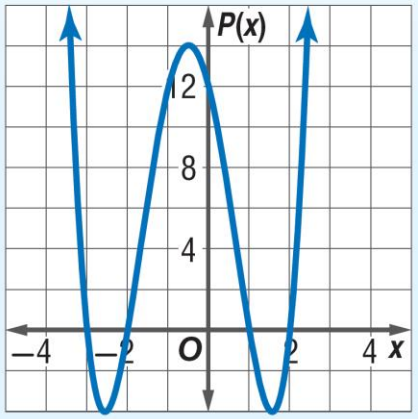
أضف إلى مطويتك

الأصفار، والعوامل، والجذور، والمقاطع

التعبير اللفظي: إذا كانت $P(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود، فإن العبارات الآتية متكافئة:

- c صفر للدالة $P(x)$.
- c جذر أو حل للمعادلة $P(x) = 0$.
- $x - c$ عامل من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$.
- إذا كان c عددًا حقيقيًّا، فإن $(c, 0)$ هي نقطة تقاطع تمثيل الدالة $P(x)$ مع المحور x.

مثال: افترض أن دالة كثيرة الحدود هي: $P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$.



فإن أصفار هذه الدالة هي: $-3, -2, 1, 2$

وجذور المعادلة $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$ هي: $-3, -2, 1, 2$

وعوامل كثيرة الحدود $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$ هي: $(x + 3), (x + 2), (x - 1), (x - 2)$

ونقاط تقاطع التمثيل البياني للدالة $P(x)$ مع المحور x هي: $(-3, 0), (-2, 0), (1, 0), (2, 0)$.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

عند حل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر من الممكن أن يكون لها جذر حقيقي واحد أو أكثر، وقد لا يوجد جذور حقيقية (أيْ أن الجذور أعداد تخيلية). وبما أن الأعداد الحقيقية والتخيلية جميعها تنتمي إلى مجموعة الأعداد المركبة، يمكن القول إن أية معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من الصفر لها جذر واحد مركب على الأقل، وهذه هي **النظرية الأساسية في الجبر**.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

النظرية الأساسية في الجبر

كل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر لها جذر واحد على الأقل ينتمي إلى مجموعة الأعداد المركبة.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

تحقق من فهمك

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها :

1A) $x^3 + 2x = 0$

1B) $x^4 - 16 = 0$

1C) $3x^3 - x^2 + 9x - 3 = 0$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

تدرب

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، ونوعها :

1) $x^2 - 3x - 10 = 0$

3) $16x^4 - 81 = 0$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

مفهوم أساسي

نتيجة للنظرية الأساسية في الجبر

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة n العدد n فقط من الجذور المركبة بما في ذلك الجذور المكررة.

مثال:

$x^3 + 2x^2 + 6 = 0$ — 3 جذور

$4x^4 - 3x^3 + 5x - 6 = 0$ — 4 جذور

$-2x^5 - 3x^2 + 8 = 0$ — 5 جذور

مفهوم أساسي

قانون ديكارت للإشارات

أضف إلى مطويتك

إذا كانت $P(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية، فإن :

- عدد الأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(x)$ ، أو أقل منه بعدد زوجي.
- عدد الأصفار الحقيقية السالبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(-x)$ ، أو أقل منه بعدد زوجي.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

تحقق من فهمك

2) اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية للدالة.

$h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$.

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة	عدد الأصفار الحقيقية الموجبة	مجموع الأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة	عدد الأصفار التخيلية يساوي مجموع الأصفار مطروحا منه مجموع عدد الأصفار الحقيقية للدالة

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

تدرب

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية للدالة.

5) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة	عدد الأصفار الحقيقية الموجبة	مجموع الأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة	عدد الأصفار التخيلية يساوي مجموع الأصفار مطروحا منه مجموع عدد الأصفار الحقيقية للدالة

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

تعلمت سابقًا أن حاصل ضرب العددين المركبين المترافقين هو عدد حقيقي دائمًا، ومن الجدير بالذكر أن الجذور المركبة تكون في أزواج مترافقة. فمثلًا إذا علمت أن أحد جذري المعادلة $x^2 - 8x + 52 = 0$ هو $4 + 6i$، فإنك تستنتج أن الجذر الآخر هو $4 - 6i$.

وينطبق هذا الأمر على أصفار دوال كثيرات الحدود أيضًا. فإذا كان العدد المركب صفرًا لدالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية، فإن مرافقه أيضًا صفر لدالة كثيرة الحدود.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

نظرية الأصفار المركبة المترافقة

التعبير اللفظي: إذا كان a , b عددين حقيقيين ، و كان $a + bi$ صفرًا لدالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية. فإن $a - bi$ صفر للدالة أيضًا.

مثال: إذا كان $3 + 4i$ صفرًا للدالة $f(x) = x^3 - 4x^2 + 13x + 50$، فإن $3 - 4i$ صفر للدالة أيضًا.

عندما تعطى جميع أصفار دالة كثيرة حدود ويطلب إليك تحديد الدالة، حوّل الأصفار إلى عوامل، ثم اضرب جميع العوامل بعضها في بعض؛ لتحصل على دالة كثيرة الحدود المطلوبة.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

تحقق من فهمك

3) اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كان العددان $-1, 1 + 2i$ من أصفارها.

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

تدرب

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كانت الأعداد المعطاة في كل مما يأتي من أصفارها :

12) $-4, 4 + i$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

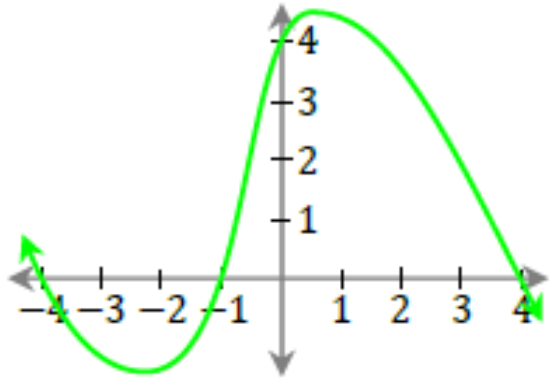
تحصيلي

أي التالي صفر من أصفار $f(x) = x^2 + 5x + 6$ ؟

Ⓐ -3 Ⓑ 0

Ⓒ 2 Ⓓ 5

أي التالي ليس عاملًا من عوامل كثيرة الحدود $f(x)$ ؟



Ⓐ $x + 4$ Ⓑ $x + 1$

Ⓒ $x - 4$ Ⓓ $x - 1$

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

تحصيلي

حسب النظرية الأساسية في الجبر فإن عدد الجذور المركبة لكثيرة الحدود $f(x) = 3x^5 + 2x^3 - 5x + 1$ يساوي ..

Ⓐ 2 Ⓑ 3

Ⓒ 4 Ⓓ 5

عدد الجذور المركبة لكثيرة الحدود $f(x) = x^4 - 8$ يساوي ..

Ⓐ 0 Ⓑ 4

Ⓒ 8 Ⓓ 12

الصف	المادة	الفصل	الدرس	التاريخ	موضوع الدرس
٢ث	ريض٢-١	٣	٨		الجذور والأصفار

الأدوات

تحصيلي

كثيرة حدود من أصفارها العددان $(1+2i)$ و -1 ، ما أقل درجة ممكنة لها؟

Ⓐ الأولى
Ⓑ الثانية
Ⓒ الثالثة
Ⓓ الرابعة