SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الزوايا و المستقيمات المتوازية

@luna_xr36

t.me/lunaaaxr633

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

سؤال قدرات

$$x^3 + 7 = -1$$

أوجد قيمة x

@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633

فيما سبق

درستُ تسمية أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين و قاطع لهما

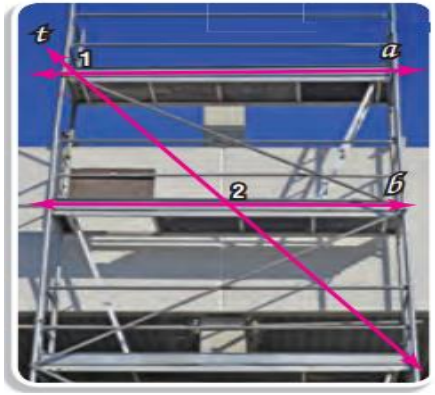
والآن

أستعمل نظريات المستقيمين المتوازيين لتحديد العلاقات بين أزواج محددة من الزوايا

أستعمل الجبر للإيجاد قياس الزوايا

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

لماذا؟



تستعمل طريقة السقالات كثيرًا في أعمال البناء، وتتكون من أذرع معدنية موصولة بطريقة هندسية توفر مساحات عمل أفقية عند ارتفاعات مختلفة وبطريقة آمنة. فالقاطع t المبين في الصورة يوفر دعامة لمساحتَي العمل المتوازيتين.

المستقيمان المتوازيان وأزواج الزوايا: في الصورة أعلاه: المستقيم t قاطع للمستقيمين a, b؛ إذن $\angle 1$ و $\angle 2$ متناظرتان.
وبما أن a, b متوازيان؛ لذا فإن هناك علاقة خاصة بين $\angle 1$ و $\angle 2$.

ما الأشكال المتكونة من السقالات؟

هل مساحتا العمل متوازيتان أم متعامدتان؟

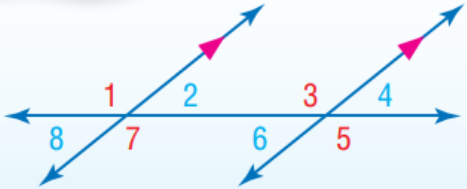
@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مسلمة 2.1

مسلّمة الزاويتين المتناظرتين

أضف إلى مطويتك

إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متناظرتين متطابقتان.



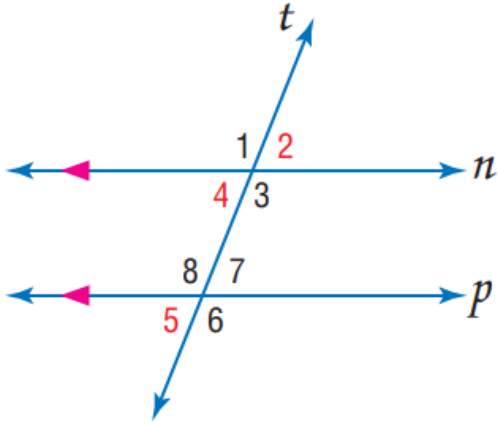
أمثلة: $\angle 8 \cong \angle 6, \angle 7 \cong \angle 5, \angle 4 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 1$

@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ١ : استعمال مسلمة الزاويتين المتناظرتين

في الشكل المجاور: $m\angle 5 = 72^\circ$. أوجد قياس كلٍّ من الزاويتين الآتيتين، واذكر المسلّمات أو النظريات التي استعملتها.

b) $\angle 2$

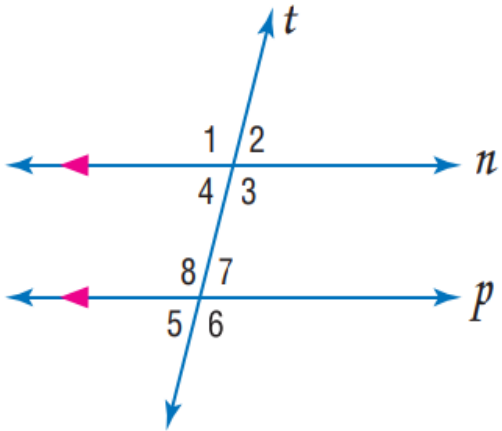


$\angle 2 \cong \angle 4$	نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
$\angle 4 \cong \angle 5$	مسلّمة الزاويتين المتناظرتين
$\angle 2 \cong \angle 5$	خاصية التعدي للتطابق
$m\angle 2 = m\angle 5$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle 2 = 72^\circ$	بالتعويض

@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تحقق من فهمك ١

في الشكل المجاور: $m\angle 8 = 105^\circ$. أوجد قياس كلٍّ من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها.



(A1 $\angle 1$

(B1 $\angle 2$

@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

أضف إلى
مطويتك

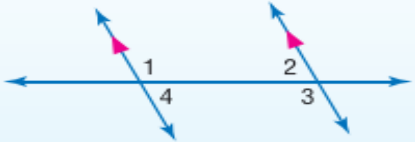
نظريات

المستقيمان المتوازيان وأزواج الزوايا

2.1 نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين داخليًا متطابقتان.

أمثلة: $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$

2.2 نظرية الزاويتين المتحالفتين: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.



أمثلة: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

$\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.

2.3 نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا: إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين خارجيًا متطابقتان.

أمثلة: $\angle 7 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 6$

@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

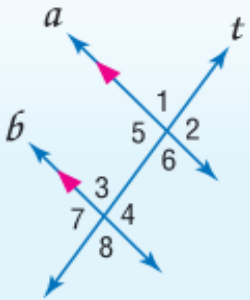
بما أن المسلّمات تُقبل دون برهان ، فيمكنك استعمال مسلّمة الزاويتين المتناظرتين لإثبات كلٍّ من النظريات السابقة.

برهان

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا

المعطيات: $a \parallel b$

t قاطع للمستقيمين a ، b.



المطلوب: $\angle 6 \cong \angle 3$ ، $\angle 5 \cong \angle 4$

برهان حر:

لدينا من المعطيات $a \parallel b$ ، والمستقيم t قاطع لهما. ومن مسلّمة الزاويتين المتناظرتين $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 8 \cong \angle 6$. وكذلك $\angle 2 \cong \angle 5$ و $\angle 3 \cong \angle 8$ ؛ لأن الزاويتين المتقابلتين بالرأس متطابقتان؛ لذا فإن $\angle 5 \cong \angle 4$ و $\angle 3 \cong \angle 6$ بحسب خاصية التعدي للتطابق.

@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٢ : استعمال نظريات المستقيمين المتوازيين و أزواج الزوايا

تخطيط المدن : شارع A وشارع B متوازيان ويقطعهما شارع C.

فإذا كان $m\angle 1 = 118^\circ$، فأوجد $m\angle 2$، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها.

$\angle 2 \cong \angle 1$	نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا
$m\angle 2 = m\angle 1$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle 2 = 118^\circ$	بالتعويض

تحقق من فهمك ؟

تخطيط المدن : استعمل الشكل أعلاه للإجابة عن السؤالين الآتيين، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها :

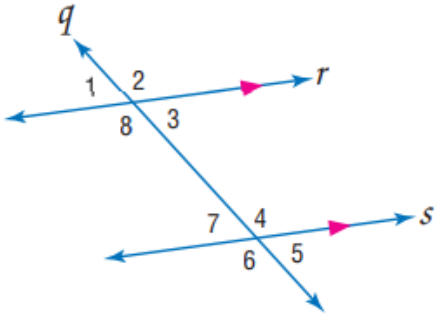
2A) إذا كان $m\angle 1 = 100^\circ$، فأوجد $m\angle 4$.

2B) إذا كان $m\angle 3 = 70^\circ$، فأوجد $m\angle 4$.

@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٣ : استعمال نظريات المستقيمين المتوازيين و أزواج الزوايا

جبر: استعمل الشكل المجاور لإيجاد المتغير في كلّ مما يأتي. برّر إجابتك.



a) إذا كان $m\angle 1 = 85^\circ$, $m\angle 4 = (2x - 17)^\circ$، فأوجد قيمة x.

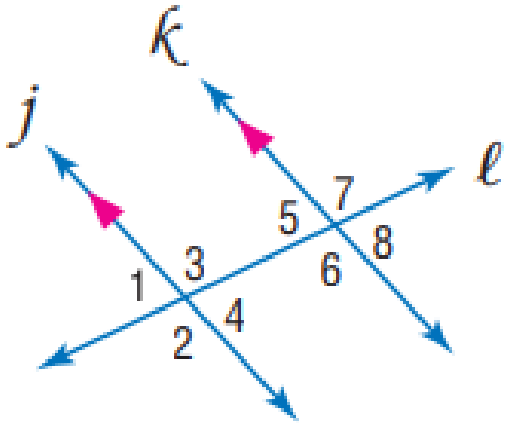
$\angle 3 \cong \angle 1$	نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
$m\angle 3 = m\angle 1$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle 3 = 85^\circ$	عوّض

بما أن المستقيمين r, s متوازيان، فإن الزاويتين $\angle 3$, $\angle 4$ متكاملتان بحسب نظرية الزاويتين المتحالفتين.

$m\angle 3 + m\angle 4 = 180$	تعريف الزاويتين المتكاملتين
$85 + 2x - 17 = 180$	عوّض
$2x + 68 = 180$	بسّط
$2x = 112$	اطرح 68 من كلا الطرفين
$x = 56$	اقسم كلا الطرفين على 2

@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

3A إذا كان $m\angle 7 = (5x - 13)^\circ$, $m\angle 2 = (4x + 7)^\circ$، فأوجد قيمة x.

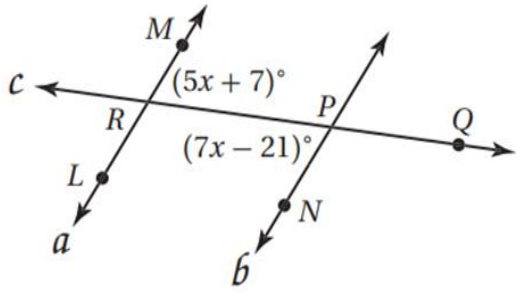


3B إذا كان $m\angle 3 = (3y - 2)^\circ$, $m\angle 5 = 68^\circ$، فأوجد قيمة y.

@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

مثال ٤ : من الاختبار المعياري

مسألة مفتوحة: إذا كان $a \parallel b$ فأوجد $m\angle MRQ$. وبيّن خطوات الحل.



حُلّ سؤال الاختبار

$\angle MRQ, \angle RPN$ متبادلتان داخليًّا. وبما أن المستقيمين a ، b متوازيان، إذن يجب أن تكون الزاويتان المتبادلتان داخليًّا متطابقتين؛ لذا $\angle RPN \cong \angle MRQ$. وبحسب تعريف التطابق يكون $m\angle MRQ = m\angle RPN$. عوِّض بقياسات الزوايا المُعطاة في هذه المعادلة وحلها لإيجاد قيمة x.

$m\angle MRQ = m\angle RPN$	زاويتان متبادلتان داخليًا
$5x + 7 = 7x - 21$	عوّض
$7 = 2x - 21$	اطرح $5x$ من كلا الطرفين
$28 = 2x$	اجمع 21 إلى كلا الطرفين
$14 = x$	اقسم كلا الطرفين على 2

الآن، استعمل قيمة x لإيجاد $m\angle MRQ$.

$m\angle MRQ = (5x + 7)^\circ$	عوّض
$= (5(14) + 7)^\circ$	$x = 14$
$= 77^\circ$	بسّط

تحقق: تحقق من إجابتك باستعمال قيمة x لتجد $m\angle RPN$.

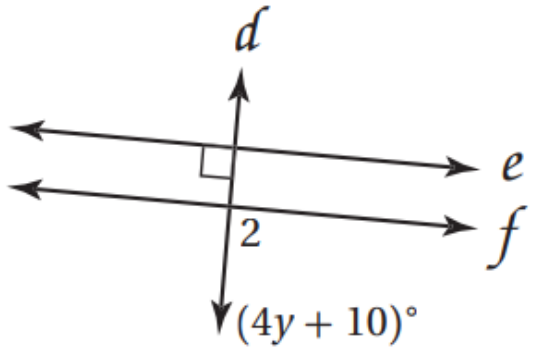
$$m\angle RPN = (7x - 21)^\circ$$
$$= (7(14) - 21)^\circ$$
$$= 77^\circ \quad ✓$$

✓ بما أن $a \parallel b$ فإن $m\angle MRQ = m\angle RPN$، فإن $\angle RPN \cong \angle MRQ$ ، و $a \parallel b$.

@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تحقق من فهمك ٤

4) إذا كان $f \parallel e$ ، فأوجد قيمة y مبينًا خطوات الحل.



@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

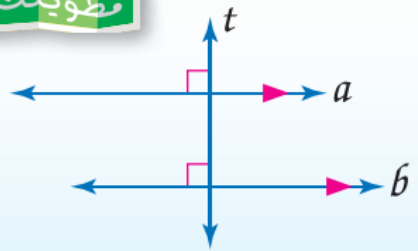
نظرية 2.4

نظرية القاطع العمودي

إذا كان مستقيم عموديًا على أحد مستقيمين متوازيين في مستوى ، فإنه يكون عموديًا على المستقيم الآخر.

مثال: إذا كان $b \parallel a$ ، و $t \perp a$ ، فإن $t \perp b$.

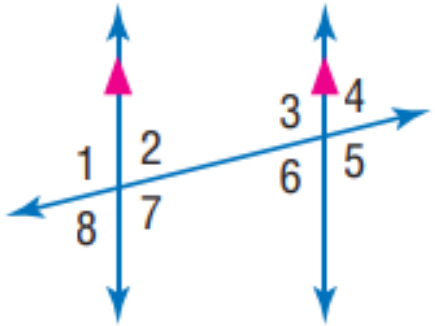
أضف إلى مطويتك



@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تأكد

في الشكل المجاور: $m\angle 1 = 94^\circ$. أوجد قياس كلٍّ من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها:



1) $\angle 3$

2) $\angle 5$

3) $\angle 4$

@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

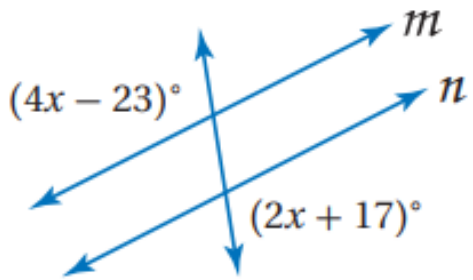
تأكد

7) **طرق:** حاجز الحماية في الشكل المجاور يوازي سطح الطريق، والدعامات الرأسية يوازي بعضها بعضًا.
أوجد قياسات الزوايا 2, 3, 4 .

@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

تأكد

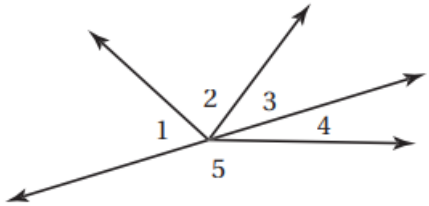
11) إجابة قصيرة: إذا كان $n \parallel m$، فأوجد قيمة x .
بيِّن خطوات حلك.



@luna_xr36
t.me/lunaaaxr633
SAJA AL FAISAL
MATH IS LIVE

تدريب تقويمي

43) افترض أن $\angle 5$,$\angle 4$ متجاورتان على مستقيم، إذا كان $m\angle 1 = (2x)^\circ$, $m\angle 2 = (3x - 20)^\circ$, $m\angle 3 = (x - 4)^\circ$، فما قيمة $m\angle 3$؟



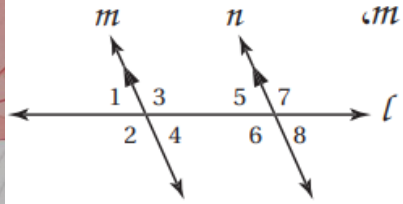
A 26°

B 28°

C 30°

D 32°

44) **إجابة قصيرة:** إذا كان $m \parallel n$، حدّد أي العبارات الآتية صحيحة، وأيها خاطئة. وبرّر إجابتك؟



1) $\angle 6$,$\angle 3$ متبادلتان داخليًّا.

2) $\angle 6$,$\angle 4$ متحالفتان.

3) $\angle 7$,$\angle 1$ متبادلتان خارجيًّا.

@luna_xr36

t.me/lunaaaxr633

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

الواجب المنزلي

دمتم بسعادة
أحبتي

@luna_xr36

t.me/lunaaaxr633

SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE