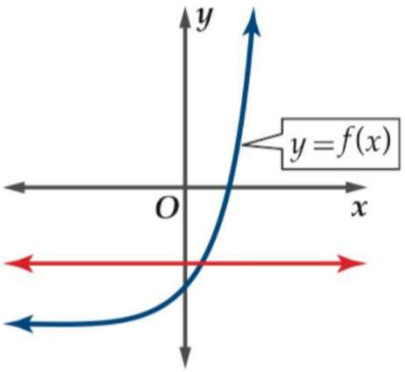
1-7 العلاقات و الدوال العكسية

الدوال العكسية والدوال المتباينة تكون كل من العلاقتين A, B علاقة عكسية للأخرى إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي: إذا كان الزوج المرتب (b, a) موجودًا في إحداهما فإن الزوج المرتب (a, b) يكون موجودًا في الأخرى.
ويُرمز للدالة العكسية للدالة f بالرمز $f^{-1}(x)$.
يوجد للدالة دالة عكسية إذا وفقط إذا قطع أي مستقيم أفقي منحنى الدالة في نقطة واحدة على الأكثر، وهذا يُعرف **باختبار الخط الأفقي**. وإذا حقّقت الدالة اختبار الخط الأفقي، فتكون دالة متباينة؛ لأن x ترتبط بقيمة واحدة فقط من y.

اختبار الخط الأفقي

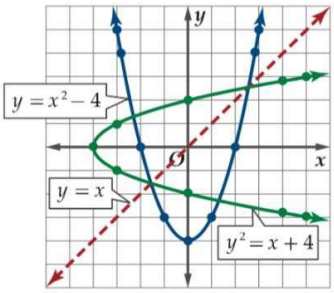


العلاقة $y = x^2 - 4$

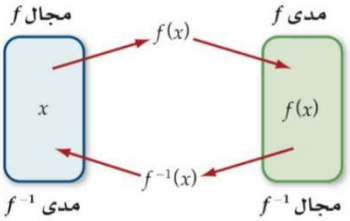
x	y
−3	5
−2	0
−1	−3
0	−4
1	−3
2	0
3	5

العلاقة العكسية $x = y^2 - 4$ أو $y^2 = x + 4$

x	y
5	−3
0	−2
−3	−1
−4	0
−3	1
0	2
5	3



إيجاد الدوال العكسية : لإيجاد الدالة العكسية جبريا, اتبع ما يلي :



الخطوة 1: استعمل اختبار الخط الأفقي للتأكد من وجود دالة عكسية.

الخطوة 2: ضع y مكان $f(x)$، ثم بدّل بين الرمزين x و y.

الخطوة 3: حُلّ بالنسبة إلى y، ثم ضع $f^{-1}(x)$ مكان y.

الخطوة 4: ضع قيودًا على المجال إن وجدت.

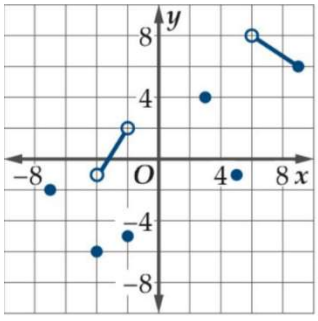
يمكنك التحقق من صحة حلك بإثبات أن $f[f^{-1}(x)] = x$ و $f^{-1}[f(x)] = x$، بمعنى آخر، أن يعطي التركيب الناتج عن الدالة وعكسها الدالة المحايدة دائمًا.

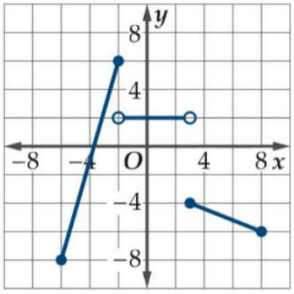
إذا أُعطيت منحنى دالة، فإنه يمكنك تمثيل دالتها العكسية بيانيًّا بتحديد نقاط على منحنى $f(x)$، ثم تحديد صورها بالانعكاس حول المحور $y = x$. غيّر موقعي الإحداثيين x ، y ، ثم صل النقاط بمستقيم أو منحنى أملس.

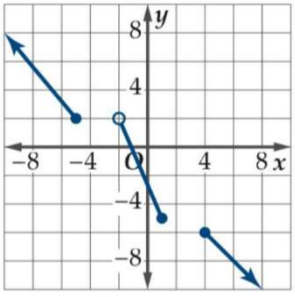
قراءة الرياضيات

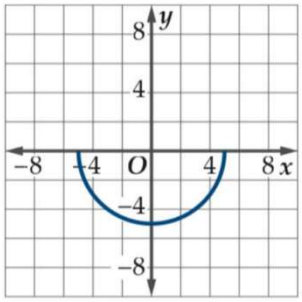
الدوال القابلة للعكس:
يقال للدالة التي تكون دالتها العكسية موجودة: دالة قابلة للعكس.

حدد ما إذا كانت الدالة العكسية موجودة في كل مما يأتي أم لا ؟









MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :							
1) أي الدوال الاتية تمثل الدالة العكسية للدالة $f(x)=\frac{3x-5}{2}$							
A	$g(x)=\frac{2x+5}{3}$	B	$g(x)=\frac{3x+5}{2}$	C	$g(x)=2x+5$	D	$g(x)=\frac{2x-5}{3}$
2) أي الدوال التالية لها دالة عكسية ؟							
A	$f(x)=x^2-1$	B	$f(x)=x^3-2x$	C	$f(x)=\sqrt{x+4}$	D	$f(x)=-1$
3) منحنى الدالة ..... تحقق اختبار الخط الأفقي دائما .							
A	المتباينة	B	العكسية	C	الثابتة	D	لا شيء مما ذكر
4) أي الدوال الاتية تمثل الدالة العكسية للدالة $f(x)=2x+9$							
A	$f^{-1}(x)=-2x-9$	B	$f^{-1}(x)=-9-2x$	C	$f^{-1}(x)=\frac{x-9}{2}$	D	$f^{-1}(x)=\frac{9-x}{2}$
5) أي الدوال الاتية تمثل الدالة العكسية للدالة $f(x)=2\sqrt{x}+3$							
A	$f^{-1}(x)=\left(\frac{x-3}{2}\right)^2$	B	$f^{-1}(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x}-3$	C	$f^{-1}(x)=\left(\frac{x+3}{2}\right)^2$	D	$f^{-1}(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x}+3$

في كل مما يأتي أوجد الدالة العكسية f^{-1} ان أمكن , و حدد مجالها و القيود عليه , و اذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب (غير موجودة)			
$f(x)=\sqrt[3]{x-1}$	$f(x)=4x^5-8x^4$	$f(x)=\sqrt{x+8}$	$f(x)=\frac{x-6}{x}$
أثبت جبريا ان كلا من الدالتين g , f تمثل دالة عكسية للأخرى في كل مما يأتي :			
$f(x)=4x+9$ $g(x)=\frac{x-9}{4}$	$f(x)=2x+3$ $g(x)=\frac{x-3}{2}$	$f(x)=18-3x$ $g(x)=6-\frac{x}{3}$	$f(x)=x^2+10\,,x\geq 0$ $g(x)=\sqrt{x-10}$

كهربائي : إذا كان المبلغ الذي يتقاضاه كهربائي يعبر عنه بالدالة $f(x)=60+55x$, حيث x عدد ساعات العمل .

أوجد الدالة العكسية للدالة المعطاة.	ماذا يمثل x في الدالة العكسية؟	إذا تقاضى الكهربائي 255 ريالا , فكم ساعة عمل ؟

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي