سلسلة عروض رفعه الرياضيات

رياضيات 1-2

الفصل الدراسي الثاني

أ/ روان القضاة

بِسْم الله الرَحْمن الرحَيمْ

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين،

أما بعد:

نبذة تعريفية لمجموعة رِفْعَة :

هي مجموعة تُدارمن قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات، وابتكارالأفكارالإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام.

وبهدف التسهيل والتيسير لمادة الرياضيات، تقدم مجموعة رِفْعَة بين أيديكم هذا العمل ضمن "سلسة عروض رِفْعَة "

رياضيات 2-1 :هو عبارة عن عروض جذابة وشاملة لجميع دروس منهج رياضيات 3 للصف الثاني الثانوي

والله ولي التوفيق

أ/ روان تيسير القضاة

سلسلة عروض رفعة (رياضيات 1-2)

رقم الايداع 1443/5302

تاريخ 24/05/1443 هـ

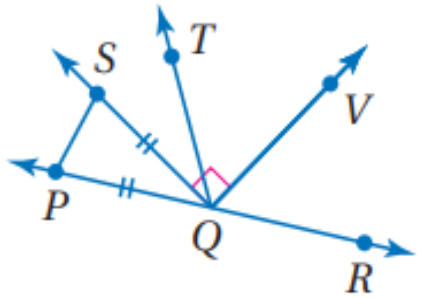
رقم الردمك 978-603-04-0091-1

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل الثالث
المثلثات المتطابقة

3 - 1 تصنيف المثلثات
3 - 2 زوايا المثلثات
3 - 3 المثلثات المتطابقة
3 - 4 اثبات تطابق المثلثات SSS ,SAS
3 - 5 اثبات تطابق المثلثات ASA , AAS
3 - 5 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الاضلاع
3 - 7 المثلثات والبرهنان الاحداثي

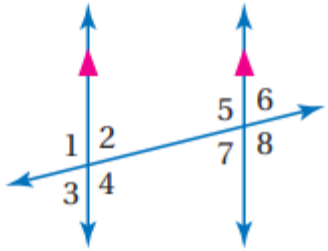
صنّف كل زاوية مما يأتي إلى قائمة أو حادّة أو منفرجة، ثم صنِّف ΔSQP بحسب أضلاعه.



1) $\angle VQS$ **2)** $\angle TQV$

3) $\angle PQV$

جبْر: استعمل الشكل أدناه لإيجاد المتغيِّر المطلوب في كلّ من السؤالين الآتيين. ووضِّح إجابتك:



5) أوجد قيمة x إذا علمت أنّ: $m\angle 3=(x-12)^\circ$، وأنّ $m\angle 6=72^\circ$

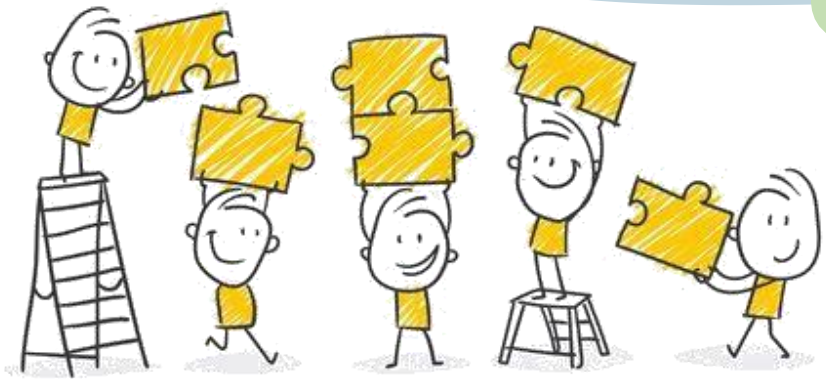
أوجد المسافة بين النقطتين في كلٍّ مما يأتي:

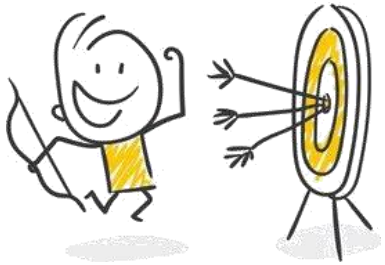
7) $X(-2, 5), Y(1, 11)$

3 - 1

تصنيف المثلثات

صفحة 12





الاهداف :

1. استعمال تصنيف المثلثات
وفقا لأضلاعها أو زواياها في إيجاد قيم مجهولة .

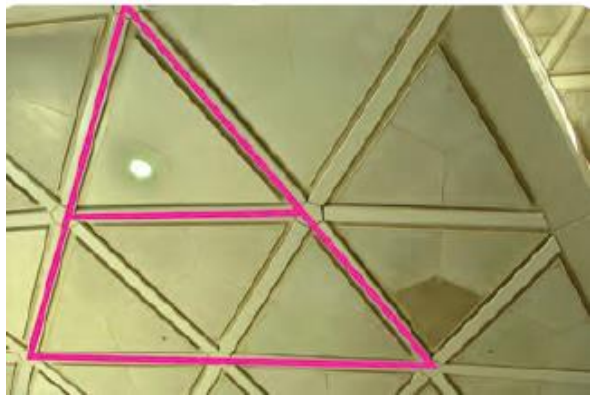
فيما سبق :

درست قياس الزو ايا وتصنيفها

المفردات:

1. المثلث الحاد الزوايا .
2. المثلث المنفرج الزاوية .
3. المثلث القائم الزاوية .
4. المثلث متطابق الاضلاع .
5. المثلث المتطابق الضلعين .
6. المثلث المختلف الاضلاع .

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



لماذا؟

يعدُّ المثلث عنصرًا زخرفيًّا مميزًا في العمارة التقليدية في المملكة العربية السعودية، كما يلاحظ ذلك في صالات المسافرين بمطار الملك خالد الدولي بمدينة الرياض.

هل توجد زوايا مشتركة بين المثلثين المحددين الصغير العلوي والكبير؟

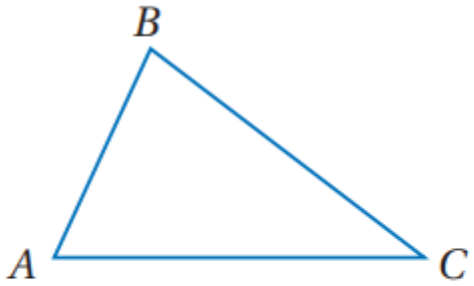
ما عدد هذه الزوايا ؟

هل هذه المثلثات قائمة أم منفرجة أم حادة ؟

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تصنيف المثلثات وفقا لزواياها

يكتب المثلث ABC على الصورة $\triangle ABC$ ، وتُسمى عناصره باستعمال الأحرف A , B , C كما يلي:



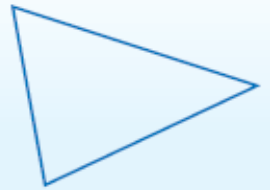
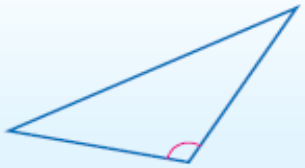
- أضلاع $\triangle ABC$ هي: $\overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA}$
- الرؤوس هي: A , B , C
- الزوايا هي: $\angle A$ أو $\angle BAC$ ، $\angle C$ أو $\angle BCA$ ، $\angle B$ أو $\angle ABC$

وتُصنّف المثلثات بطريقتين: وفقًا لزواياها أو أضلاعها. وتحتوي جميع المثلثات على زاويتين حادتين على الأقل، وتُستعمل الزاوية الثالثة لتصنيف المثلث.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

تصنيف المثلثات وفقًا لزواياها

مثلث حاد الزوايا	مثلث منفرج الزاوية	مثلث قائم الزاوية
		
3 زوايا حادة	إحدى الزوايا منفرجة	إحدى الزوايا قائمة

مراجعة المفردات

الزاوية الحادة:
زاوية يقل قياسها عن $90°$

الزاوية القائمة:
زاوية قياسها $90°$

الزاوية المنفرجة:
زاوية قياسها أكبر من $90°$

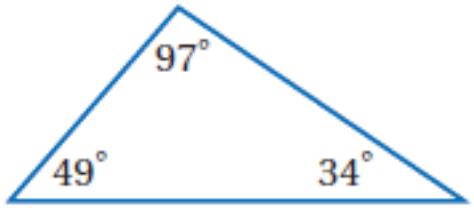
أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

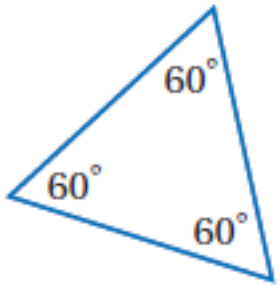
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

صنِّف كلًّا من المثلثين الآتيين وفقًا لزواياه:

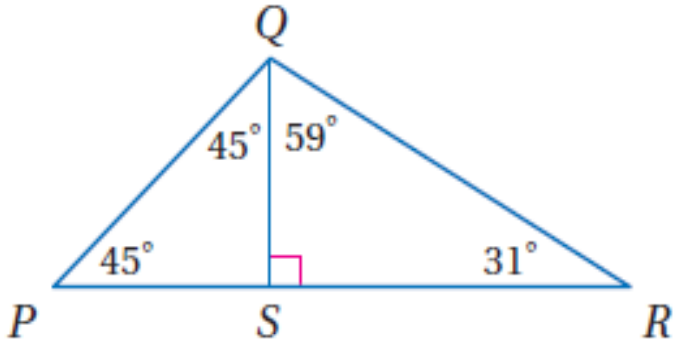
(1A



(1B



2) استعمل الشكل لتصنيف $\triangle PQS$ إلى: حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.



أ.روان القضاة

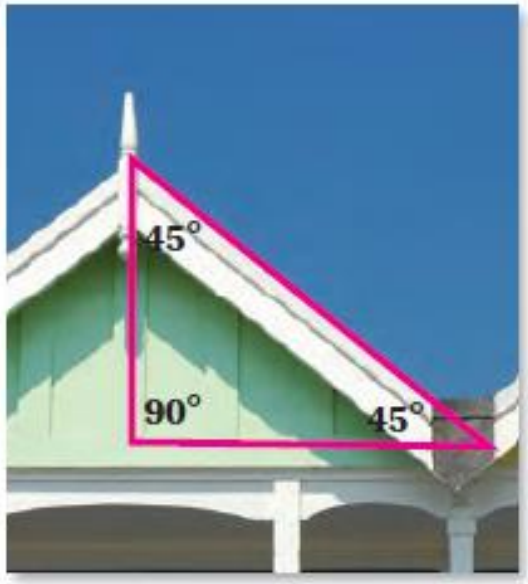
تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

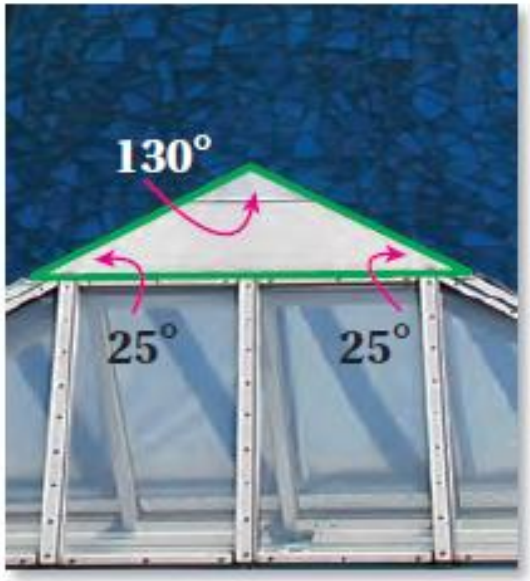
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

فنّ العمارة: صنّف كلًّا من المثلثات الآتية وفقًا لزواياه.

1)



2)

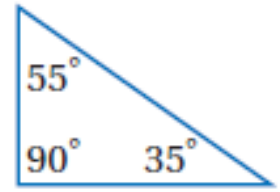


تدرب وحل المسائل

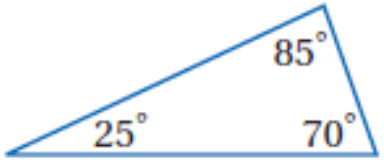
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

صنِّف كلّا من المثلثات الآتية وفقًا لزواياه:

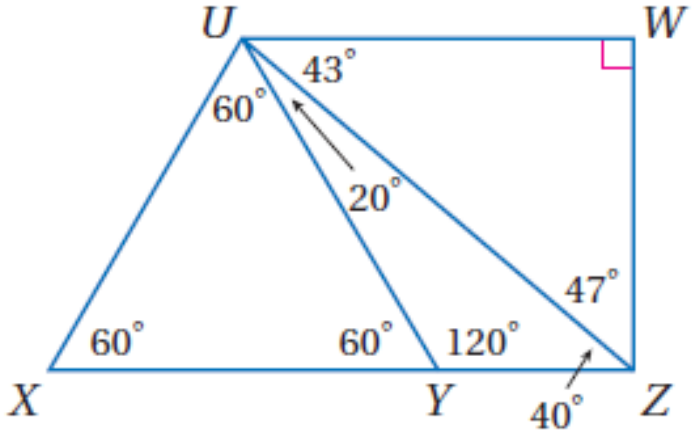
(17



(19



(21 $\triangle UYZ$



استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

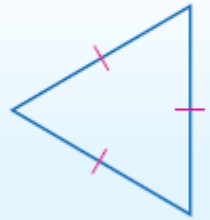
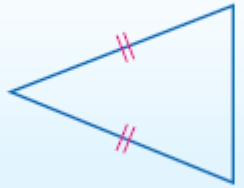
تصنيف المثلثات وفقا لاضلاعها

يمكن كذلك تصنيف المثلثات بحسب عدد الأضلاع المتطابقة فيها.

وللدلالة على تطابق ضلعين في مثلث، يوضع عدد متساوٍ من الشرطات الصغيرة على الضلعين المتطابقين.

مفهوم أساسي — تصنيف المثلثات وفقًا لأضلاعها

أضف إلى مطويتك

مثلث متطابق الأضلاع	مثلث متطابق الضلعين	مثلث مختلف الأضلاع
		
3 أضلاع متطابقة	ضلعان على الأقل متطابقان	لا توجد أضلاع متطابقة

تحقق من فهمك

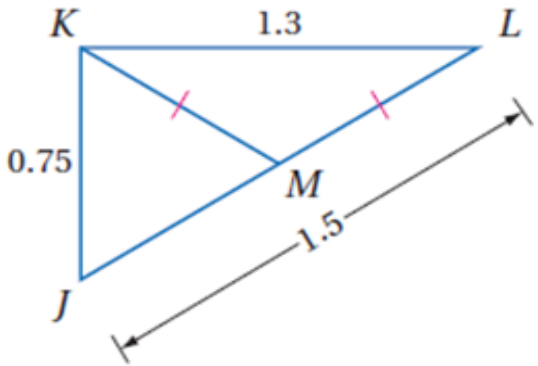
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

3) قيادة السيارة والسلامة :

صنِّف شكل زرِّ ضوءِ الخطر وفقًا لأضلاعه.

4) صنِّف $\triangle KML$ إلى متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع. ووضِّح إجابتك.

إذا كانت M نقطة منتصف $\overline{JL}$



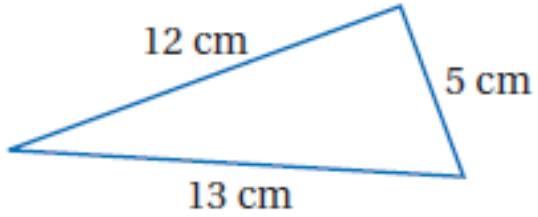
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تأكد

صنِّف كلًّا من المثلثين الآتيين وفقًا لأضلاعه.

(7

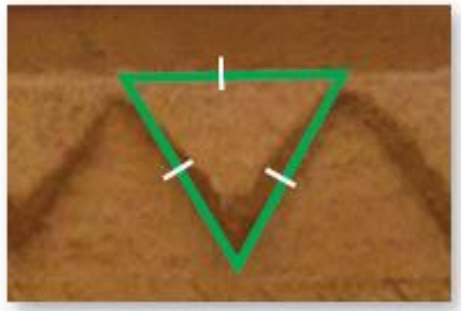
(8



تدرب وحل المسائل

صنِّف كلًّا من المثلثين الآتيين وفقًا لأضلاعه:

(27

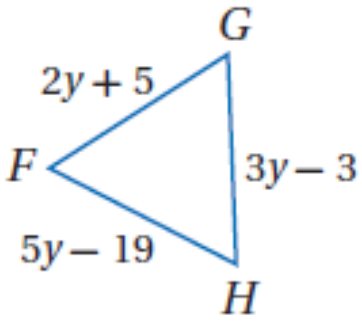


(28

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

5) أوجد قياسات أضلاع المثلث المتطابق الأضلاع FGH.

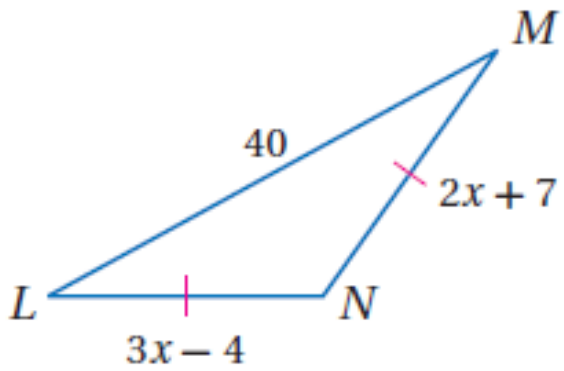


تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: أوجد قيمة x وأطوال الأضلاع المجهولة

(12

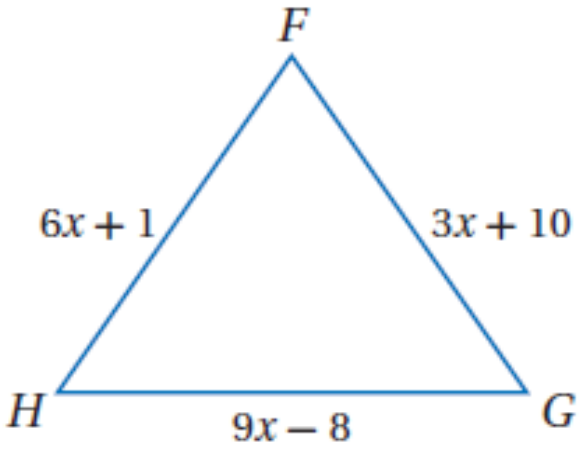


تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

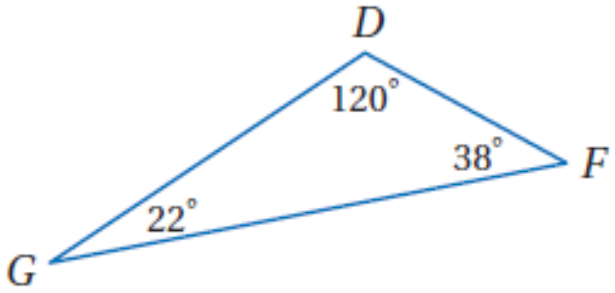
33) جبر: إذا علمت أن المثلث ΔFGH متطابق الأضلاع، فأوجد قيمة x وطول كل ضلع من أضلاعه.



مسائل مهارات التفكير العليا

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

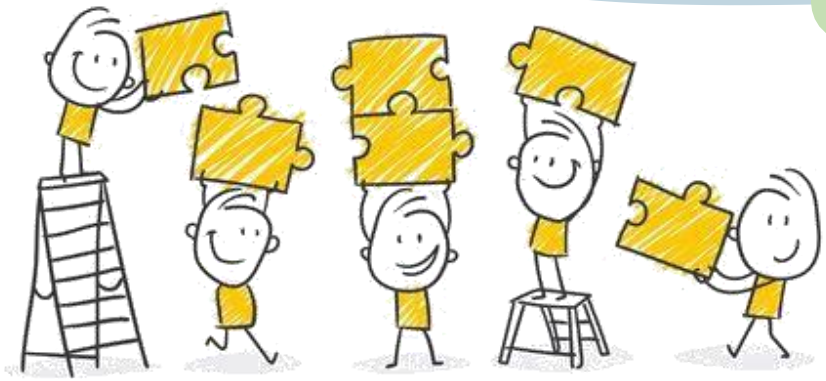
44) اكتشف الخطأ: تقول ليلى: إن $\triangle DFG$ منفرج الزاوية، لكن نوال لا توافقها الرأي وتقول: إن عدد الزوايا الحادة في المثلث أكثر من عدد الزوايا المنفرجة؛ لذا فإن المثلث حادّ الزوايا. أيّتهما كانت إجابتها صحيحة؟ فسر إجابتك.

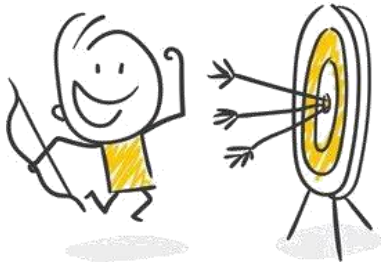


3 - 2

زوايا المثلثات

صفحة 20





الاهداف :

1. تطبيق نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث.
2. تطبيق نظرية الزاوية الخارجية للمثلث.

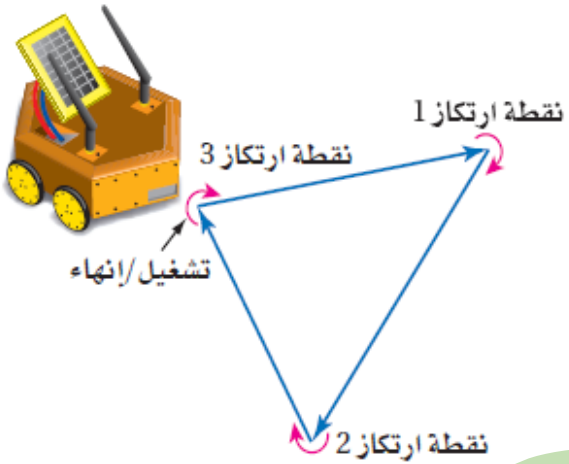
فيما سبق :

درست تصنيف المثلثات وفقا
لاضلاعها وزواياها

المفردات:

1. المستقيم المساعد.
2. الزاوية الخارجية .
3. الزاويتان الداخليتان البعيدتان.
4. البرهان التسلسلي .
5. النتيجة .

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



لماذا؟

ورد في النص ان مجموع قياسات زوايا الدوران عند نقطة الارتكاز الثلاثة يبقى دائما ثابتا .

ما ذلك المجموع؟

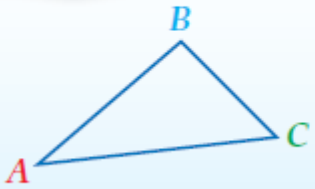
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظرية 3.1 نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180°

مثال:



$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$

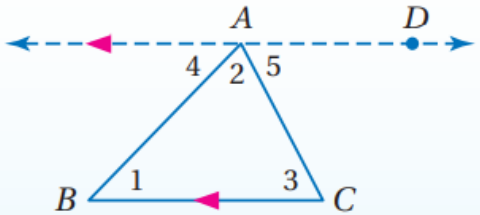
يتطلب برهان نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث استعمال مستقيم مساعِد، و**المستقيم المساعد** هو مستقيم إضافي (أو قطعة مستقيمة إضافية) يتم رسمه للمساعدة على تحليل العلاقات الهندسية، وكما تُبرر العبارات والاستنتاجات المُستعملة في البرهان، فإن خصائص المستقيم المساعِدِ يجب تبريرها.

أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

برهان

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث



المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$

البرهان: من النقطة A ارسم المستقيم $\overleftrightarrow{AD}$ موازيًا لِـ $\overline{BC}$.

العبارات	المبررات
1) $\triangle ABC$	1) مُعطى
2) $\angle BAD$, $\angle 4$ زاويتان متجاورتان على مستقيم.	2) تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم
3) $\angle BAD$, $\angle 4$ متكاملتان.	3) الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان
4) $m\angle 4 + m\angle BAD = 180°$	4) تعريف الزاويتين المتكاملتين
5) $m\angle BAD = m\angle 2 + m\angle 5$	5) مسلّمة جمع قياسات الزوايا
6) $m\angle 4 + m\angle 2 + m\angle 5 = 180°$	6) بالتعويض
7) $\angle 4 \cong \angle 1$, $\angle 5 \cong \angle 3$	7) نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًّا
8) $m\angle 4 = m\angle 1$, $m\angle 5 = m\angle 3$	8) تعريف تطابُق الزوايا
9) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$	9) بالتعويض

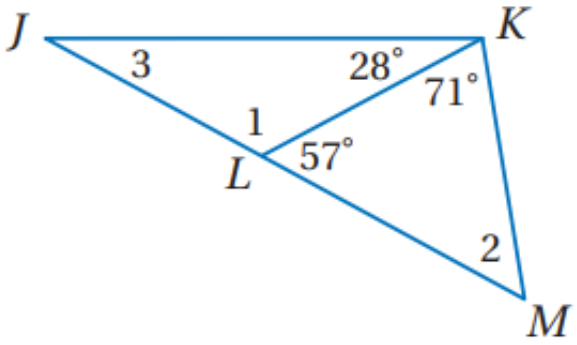
وزارة التربية
Education
أروان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد قياسات الزوايا المرقَّمة فيما يأتي:

(1A

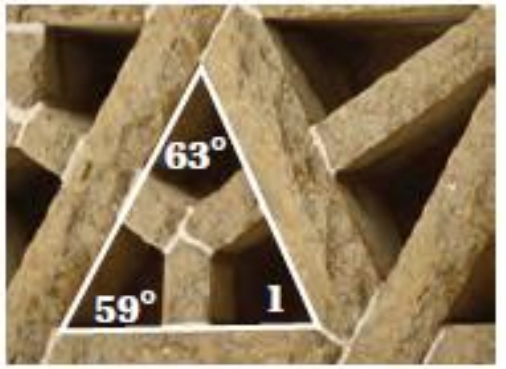


تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد قياس كلٍّ من الزوايا المرقّمة

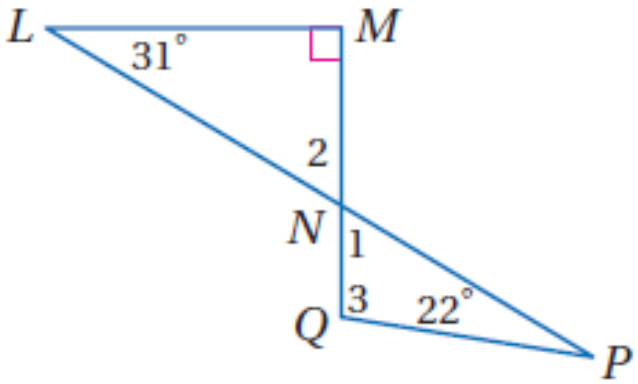
1)



تدرب وحل المسائل

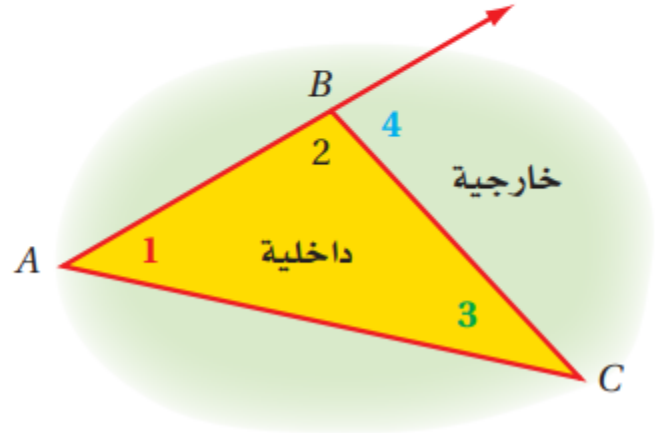
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

(11



استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظرية الزاوية الخارجية للمثلث: بالإضافة إلى الزوايا الداخلية الثلاث، يمكن أن يكون للمثلث **زوايا خارجية** كلٌّ منها تتشكل من أحد أضلاع المثلث وامتداد ضلع مجاور له. ولكل زاوية خارجية **زاويتان داخليتان بعيدتان** غير مجاورتين لها.



$\angle 4$ زاوية خارجية لِـ $\triangle ABC$،
وزاويتاها الداخليتان البعيدتان
هما $\angle 3$, $\angle 1$.

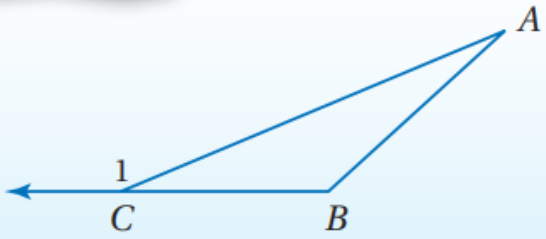
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

نظرية 3.2 **نظرية الزاوية الخارجية**

أضف إلى مطويتك

قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسَيْ الزاويتين الداخليتين البعيدتين.

مثال: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$



أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

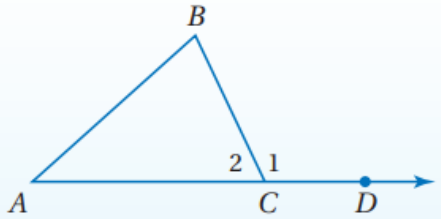
برهان النظرية

في **البرهان التسلسلي** تُستعمل عبارات مكتوبة في مستطيلات، وأسهم تبيِّن التسلسل المنطقي لهذه العبارات.
ويُكتب أسفل كل مستطيل السبب الذي يبرِّر العبارة المكتوبة داخله، ويمكنك برهنة نظرية الزاوية الخارجية باستعمال البرهان التسلسليِّ كما يأتي.

البرهان — نظرية الزاوية الخارجية

المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$



برهان تسلسلي:

- $\triangle ABC$ — معطى
- $\angle 1, \angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم — تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم
- $\angle 1, \angle 2$ متكاملتان — الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان
- $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$ — تعريف الزاويتين المتكاملتين
- $m\angle A + m\angle B + m\angle 2 = 180$ — نظرية مجموع زوايا المثلث
- $m\angle A + m\angle B + m\angle 2 = m\angle 1 + m\angle 2$ — بالتعويض
- $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$ — بالطرح

قراءة الرياضيات

البرهان بالمخطط التسلسلي

يُسمّى البرهان التسلسلي أحيانًا البرهان بالمخطط التسلسلي.

إرشادات للدراسة

البرهان التسلسلي

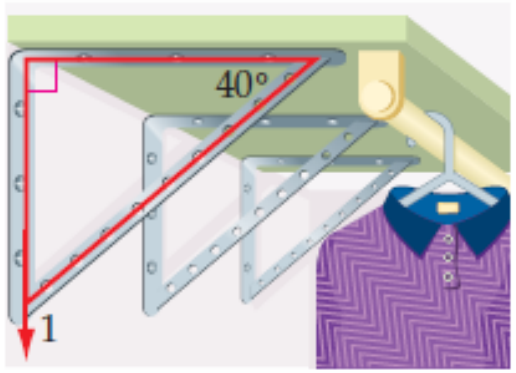
يمكن أن يكتب البرهان التسلسليّ بصورةٍ رأسيّة أو أفقيّة.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق



2) **تنظيم خزانة الملابس:** تثبِّت لطيفة جسور الرفوف على جدار خزانتها. ما قياس $\angle 1$ التي يصنعها الجسر مع جدار الخزانة؟

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

كراسي الشاطئ: تشكل دعامة المقعد مع بقية الهيكل مثلثًا كما هو موضح في الشكل المجاور. أوجد كلًّا من القياسات الآتية:

3) $m\angle 2$

4) $m\angle 4$

5) $m\angle 1$

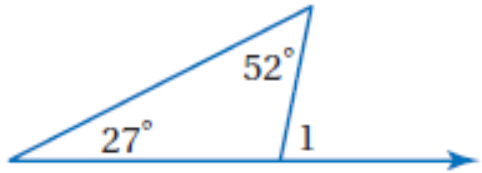
6) $m\angle 3$

تدرب وحل المسائل

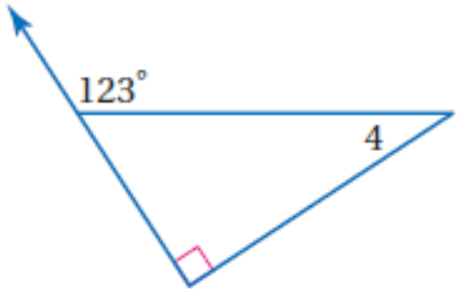
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد كلًّا من القياسات الآتية:

13) $m\angle 1$



14) $m\angle 4$



استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

النتيجة هي نظرية يكون برهانها مبنيًّا على نظريةٍ أخرى، ويمكن استعمال النتيجة كأي نظرية أخرى لتبرير خطوات برهانٍ آخر، أو حلّ أسئلة ذات علاقة، وفيما يلي نتائج مباشرة لنظرية مجموع زوايا المثلث:

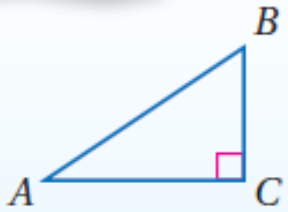
نتيجتان

أضف إلى مطويتك

مجموع زوايا المثلث

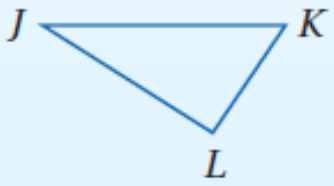
3.1 الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان.

مثال: إذا كانت $\angle C$ قائمة، فإن $\angle B$, $\angle A$ زاويتان متتامتان.



3.2 توجد زاوية قائمة واحدة، أو زاوية منفرجة واحدة على الأكثر في أي مثلث.

مثال: إذا كانت $\angle L$ قائمة، فإن $\angle K$, $\angle J$ زاويتان حادتان.

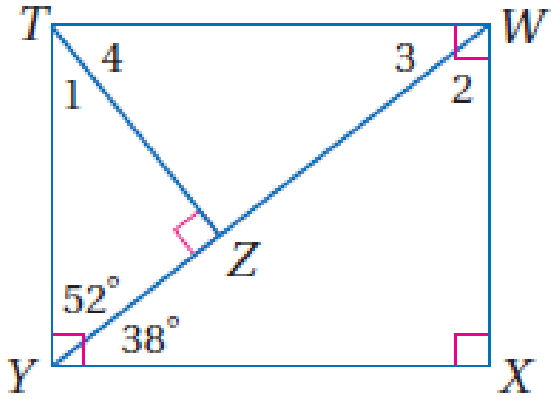


أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد قياس كلٍّ من الزوايا المرقّمة في الشكل المجاور.



(3A $\angle 2$

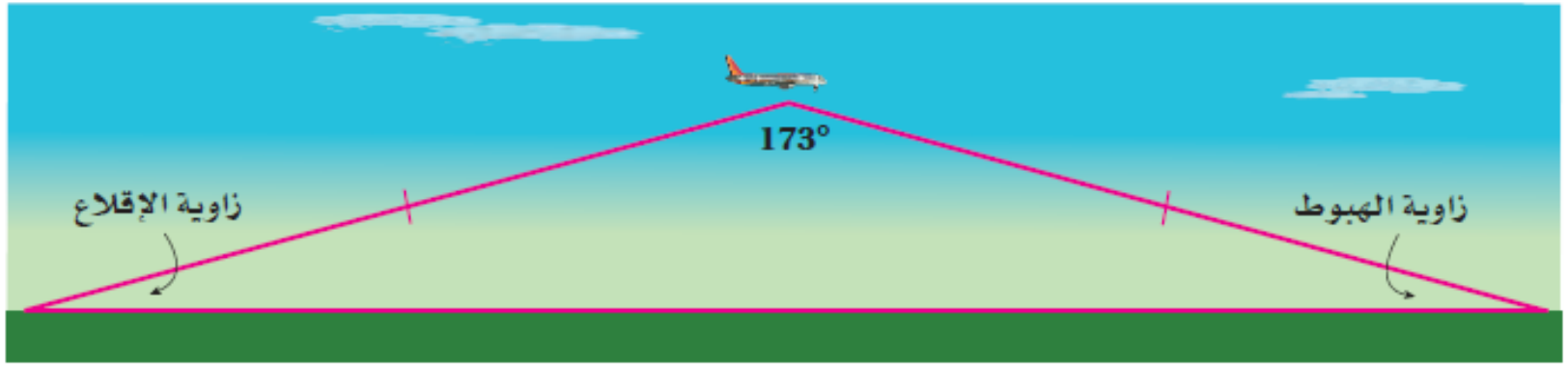
(3B $\angle 3$

(3C $\angle 4$

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

12) طائرات: يمكن تمثيل خطّ الطيران في رحلةٍ ما باستعمال ضلعَي مثلث كما في النموذج أدناه، علمًا بأن المسافة التي تقطعها الطائرة صعودًا تساوي المسافة التي تقطعها هبوطًا.



a) صنِّف النموذج بحسب الأضلاع والزوايا.

b) إذا كانت زاويتا الإقلاع والهبوط متطابقتين، فأوجد قياس كلٍّ منهما.

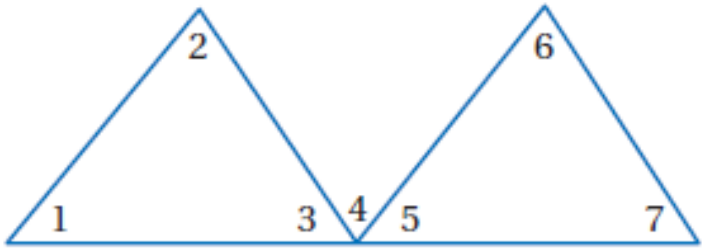
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

31) برهان تسلسلي

المعطيات: $\angle 3 \cong \angle 5$

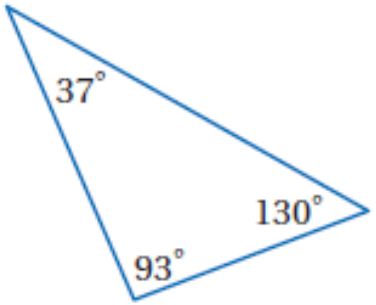
المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 6 + m\angle 7$



مسائل مهارات التفكير العليا

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

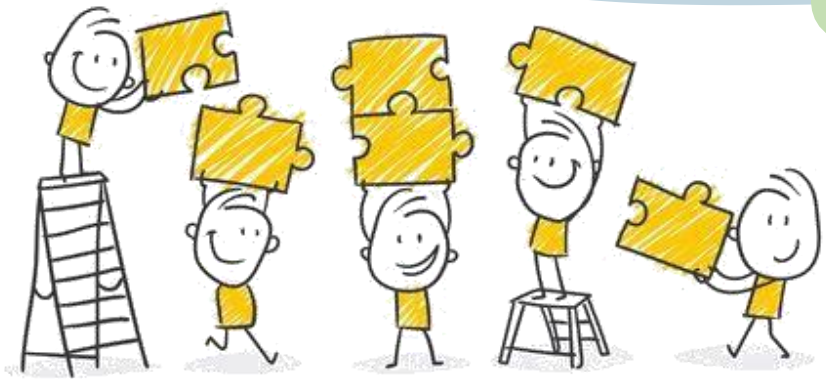
33) اكتشف الخطأ: قام خالد بقياس زوايا المثلث وكتبها كما في الشكل.
فقال عادل: إنّ هناك خطأً في هذه القياسات. وضِّح بطريقتين مختلفتين على الأقل كيف توصّل عادل إلى هذه النتيجة.

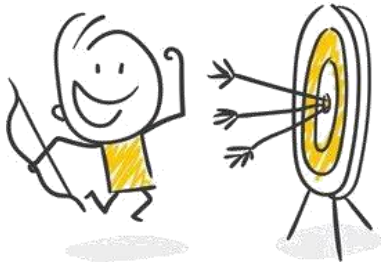


3 - 3

المثلثات المتطابقة

صفحة 28





الاهداف :

1. تسمية العناصر المتناظرة في المضلعات المتطابقة .
2. إثبات تطابق مثلثين باستعمال تعريف التطابق .

فيما سبق :

درست الزوايا المتطابقة
واستعمالاتها

المفردات:

1. التطابق.
2. المضلعات المتطابقة .
3. العناصر المتناظرة .

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

تقوم عدّة مصانع بصنع مسجّلات سيارات بواجهات متحركة يصعب نزعها لحمايتها من السرقة، علمًا بأن شكل هذه الواجهات وأبعادها تطابق شكل المكان الذي تثبت فيه وأبعاده تمامًا؛ وذلك لتثبيتها في لوحة أجهزة السيارة بدقة.

لماذا يجب أن يكون شكل الواجهة الأمامية وحجمها مطابقين للمكان الذي ستثبت فيه ؟

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

التطابق والعناصر المتناظرة: إذا كان لشكلين هندسيين الشكل نفسه والقياسات نفسها فإنّهما **متطابقان**.

متطابقة	غير متطابقة
الأشكال 1, 2, 3 لها الشكل نفسه والقياسات نفسها، على الرغم من أنها في أوضاع مختلفة.	الشكلان 4, 5 لهما الشكل نفسه، لكنهما مختلفان في القياسات.

في أيِّ **مضلعين متطابقين** تتطابق **العناصر المتناظرة**، والعناصر المتناظرة تتضمن الزوايا والأضلاع.

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

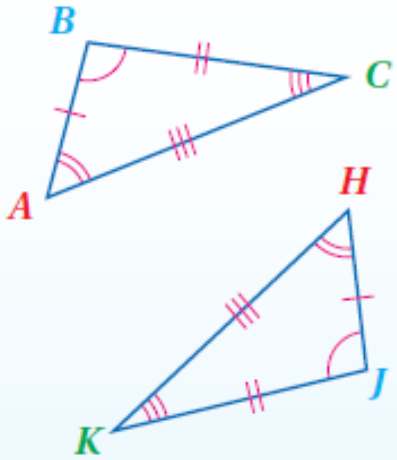
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

تعريف المضلعات المتطابقة

التعبير اللفظي: يتطابق مضلعان إذا وفقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متطابقة.

نموذج:



مثال:

الزوايا المتناظرة

الأضلاع المتناظرة

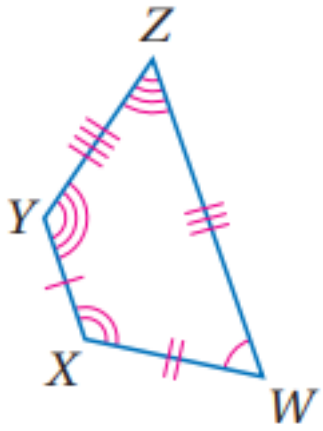
عبارة التطابق

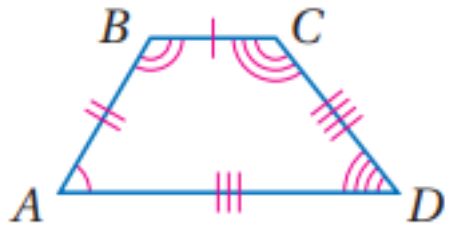
تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

بيّن أنّ المضلّعين المجاورين متطابقان، بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب عبارة التطابق.

(1A





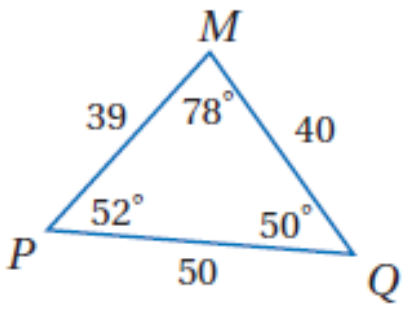
أ.روان القضاة

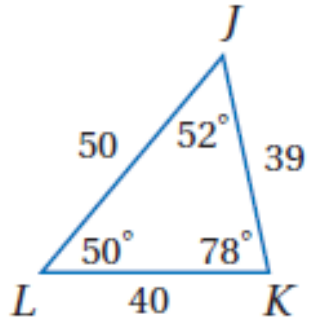
تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

بيّن أنّ المضلّعين المجاورين متطابقان، بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب عبارة التطابق.

(1B



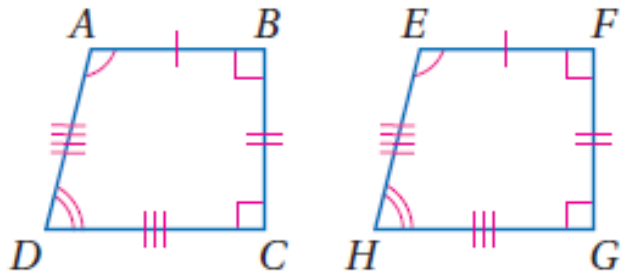


تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

بيّن أنّ المضلعين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة، ثمّ اكتب عبارة التطابق:

2)

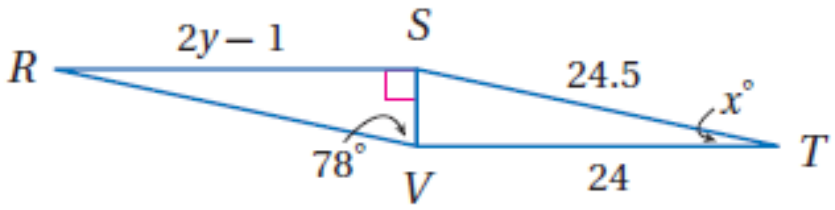


استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تحقق من فهمك

تعيين العناصر المتناظرة المتطابقة

2) في الشكل المجاور إذا كان $\triangle TVS \cong \triangle RSV$،
فأوجد قيمة كلٍّ من x, y .



أ.روان القضاة

تأكد

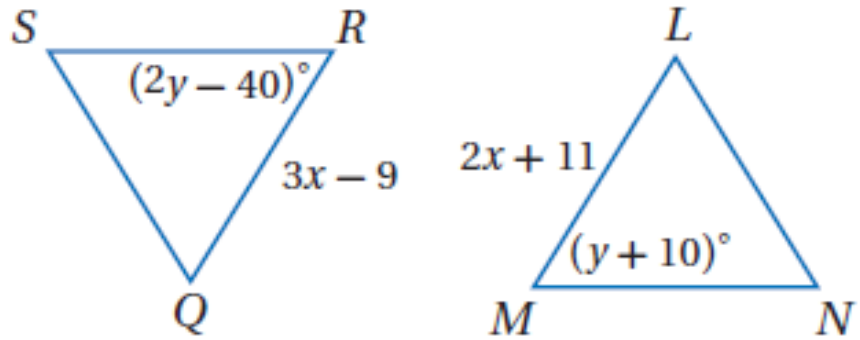
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

في الشكلين المجاورين، إذا كان $\triangle QRS \cong \triangle LMN$ فأوجد:

3) قيمة x.

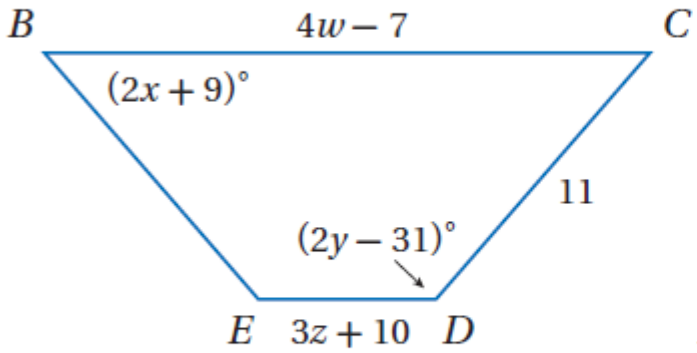
4) قيمة y.

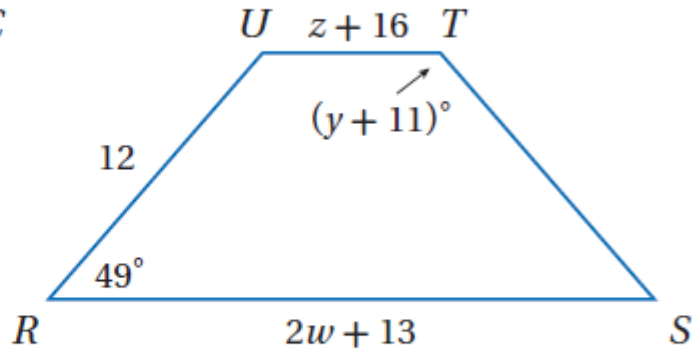


تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

إذا كان المضلع $BCDE \cong$ المضلع $RSTU$، فأوجد قيمة كلٍّ ممَّا يأتي:





(11 y

(13 w

أ.روان القضاة

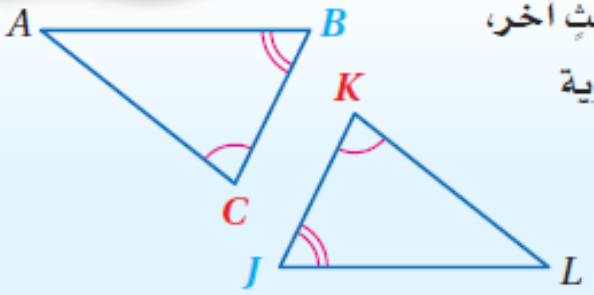
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظرية 3.3

نظريّة الزاوية الثالثة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا تطابقت زاويتان في مثلثٍ مع زاويتين في مثلثٍ آخر، فإنّ الزاوية الثالثة في المثلث الأول تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الثاني.



مثال: إذا كانت: $\angle J \cong \angle B, \angle K \cong \angle C$ ،
فإنّ: $\angle L \cong \angle A$.

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

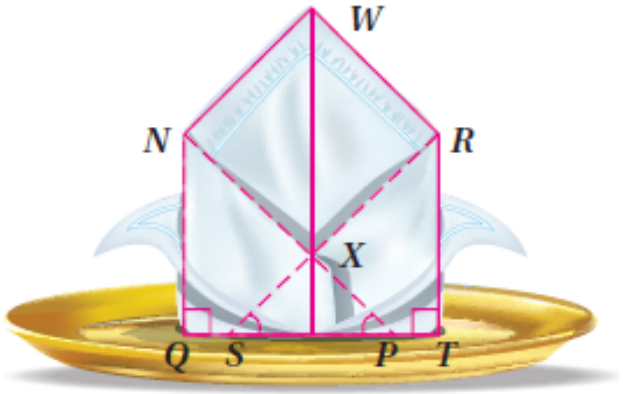
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

استعمال نظرية الزاوية الثالثة

تنظيم الحفلات: قرّر منظّمو حفلة مدرسيّة أن يطووا مناديل الطعام على صورة جيب مثلثي حتى يتمكنوا من وضع هدية بسيطة فيه.

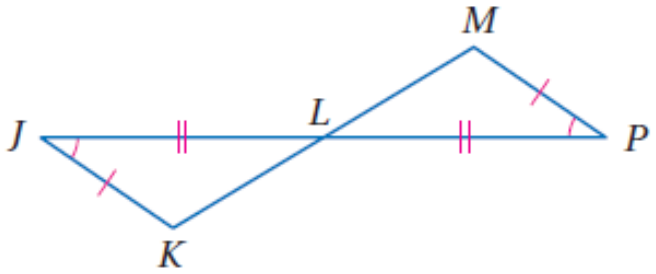
إذا كانت $\angle WNX \cong \angle WRX$، وكان $\overline{WX}$ منصّفًا لِـ $\angle NXR$،

وكان $m\angle NXW = 49°$, $m\angle WNX = 88°$، فأوجد $m\angle NWR$. وفسّر إجابتك.



تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



4) اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $\angle J \cong \angle P$, $\overline{JK} \cong \overline{PM}$

$\overline{KM}$ تنصف L ، $\overline{JL} \cong \overline{PL}$

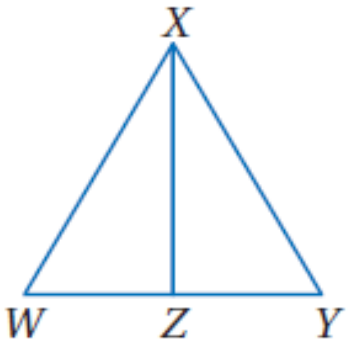
المطلوب: $\triangle JLK \cong \triangle PLM$

العبارات	المبررات

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

7) **برهان:** اكتب برهانًا حرًّا.



المعطيات: $\angle WXZ \cong \angle YXZ, \angle XZW \cong \angle XZY, \overline{WX} \cong \overline{YX}, \overline{WZ} \cong \overline{YZ}$

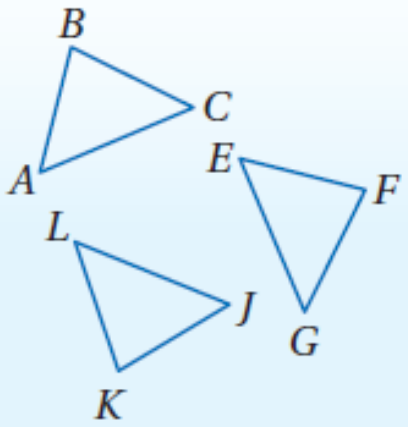
المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle YXZ$

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

النظرية 3.4

خصائص تطابق المثلثات

أضف إلى مطويتك



خاصيّة الانعكاس للتطابق

$\triangle ABC \cong \triangle ABC$

خاصية التماثل للتطابق

إذا كان $\triangle EFG \cong \triangle ABC$ ، فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle EFG$.

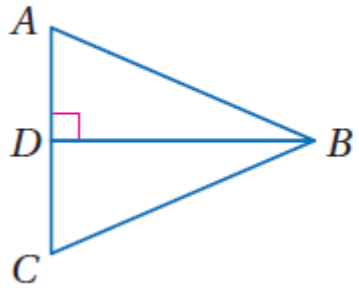
خاصيّة التعدّي للتطابق

إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle EFG, \triangle EFG \cong \triangle JKL$ ، فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle JKL$.

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

19) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين:



المعطيات: $\overline{BD}$ تنصّف $\angle B$.
$\overline{BD} \perp \overline{AC}$

المطلوب: $\angle A \cong \angle C$

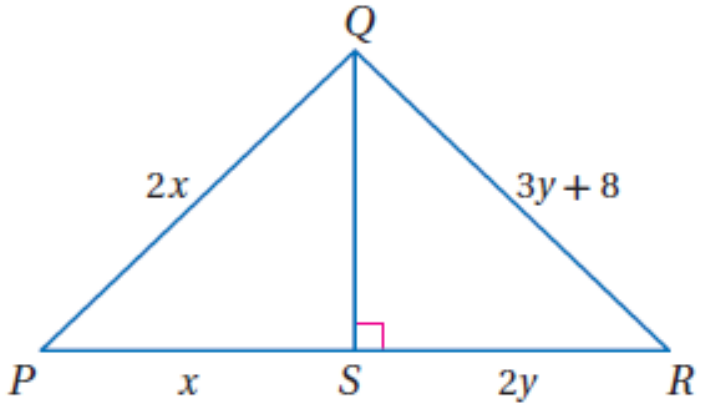
العبارات	المبررات

أ.روان القضاة

مسائل مهارات التفكير العليا

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

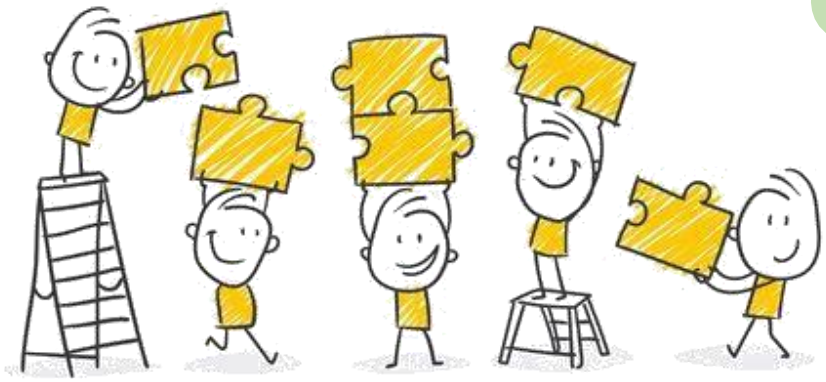
27) تحدٍّ: إذا كان $\triangle PQS \cong \triangle RQS$. فأوجد قيمة كلٍّ من x, y.

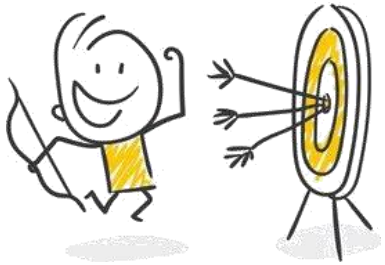


3 - 4

اثبات تطابق المثلثات
SSS ,SAS

صفحة 28





الاهداف :

1. استعمال المسلمة SSS لاختبار تطابق المثلثات .
2. استعمال المسلمة SAS لاختبار تطابق المثلثات .

فيما سبق :

درست إثبات تطابق المثلثات باستعمال تعريف التطابق

المفردات:

1. الزاوية المحصورة .

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

تُعدّ السبورة المزدوجة التي على شكل الحرف A طريقة مناسبة لعرض المعلومات، لا لأنها تُطوى عند التخزين فقط، ولكن لأنّها تكون ثابتةً تمامًا عند وضع الذراعين الجانبيَّين في موقعيهما. وعندما يكون للذراعين الطول نفسه، ويتم تثبيتهما على أبعاد متساوية من القمة على الجانبين، فإن السبورة المفتوحة تشكّل مثلثين متطابقين هما $\triangle ABC, \triangle XYZ$.

كيف تتأثر السبورة المزدوجة إذا لم تكن الأذرع الجانبية على مسافات متساوية من قمة السبورة ؟

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مسلمة التطابق بثلاثة أضلاع SSS : في هذا الدرس ستكتشف أنه ليس من الضروري أن تبين تطابق الأضلاع المتناظرة وتطابق الزوايا المتناظرة في مثلثين لتثبت أنهما متطابقان.

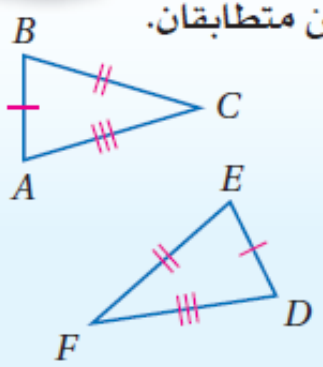
تبيّن السبورة المزدوجة أنّه إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متساوية، فإن المثلثين متطابقان. وهذا ما تنصّ عليه المسلمة الآتية:

أضف إلى مطويتك

مسلمة 3.1

التطابق بثلاثة أضلاع (SSS)

إذا تطابقت أضلاع مثلثٍ مع الأضلاع المناظرة لها في مثلثٍ آخر، فإنّ المثلثين متطابقان.

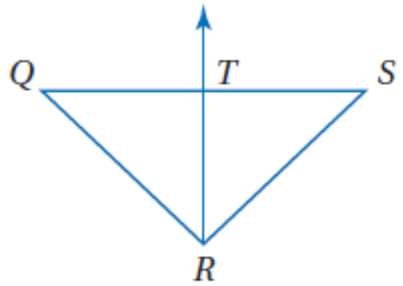


مثال إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DE}$,
$\overline{BC} \cong \overline{EF}$,
$\overline{AC} \cong \overline{DF}$

فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



1) اكتب برهانًا تسلسليًّا.

المعطيات: $\triangle QRS$ متطابق الضلعين، فيه، $\overline{QR} \cong \overline{SR}$.
$\overline{RT}$ تنصّف $\overline{QS}$ عند النقطة T.

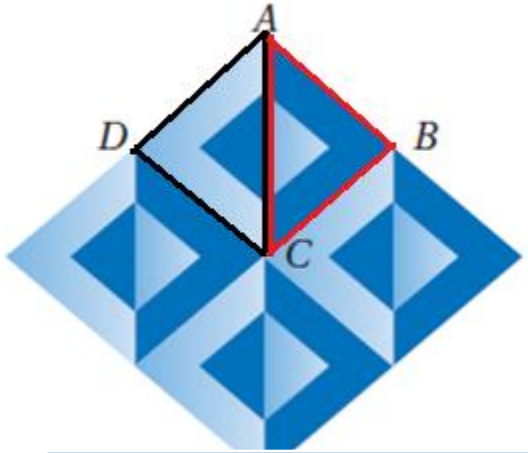
المطلوب: إثبات أنّ $\triangle QRT \cong \triangle SRT$

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

1) **الخداع البصري:** في الشكل المقابل المربع $ABCD$ يطابق المربعات الثلاثة الأخرى التي تشكّل النمط.



a) ما عدد المثلثات المختلفة القياس التي استُعملت لعمل هذا النمط؟

b) استعمل مسلمة التطابق SSS لإثبات أن $\triangle CDA \cong \triangle ABC$.

العبارات	المبررات

تحقق من فهمك

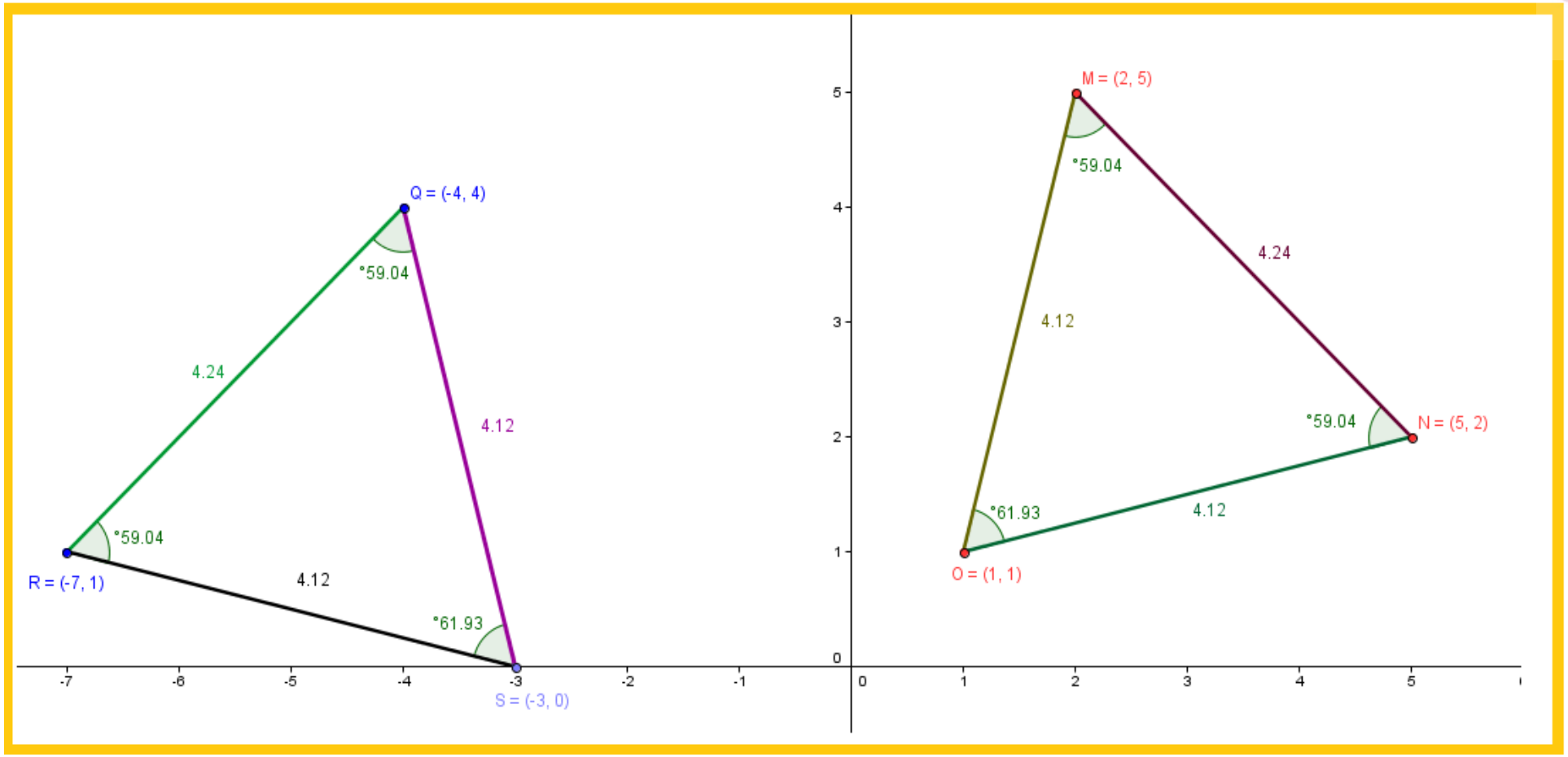
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

2) إحداثيات رؤوس المثلث JKL هي $J(2, 5), K(1, 1), L(5, 2)$. ورؤوس المثلث NPQ هي $N(-3, 0), P(-7, 1), Q(-4, 4)$.

A) مثِّل كلا المثلثين في مستوى إحداثيٍّ واحدٍ.

B) استعمل هذا التمثيل؛ لتخمين ما إذا كان المثلثان متطابقين أم لا . وفسِّر إجابتك.

C) اكتب برهانًا منطقيًّا باستعمال الهندسة الإحداثية لتدعم تخمينك في الجزء **B**.

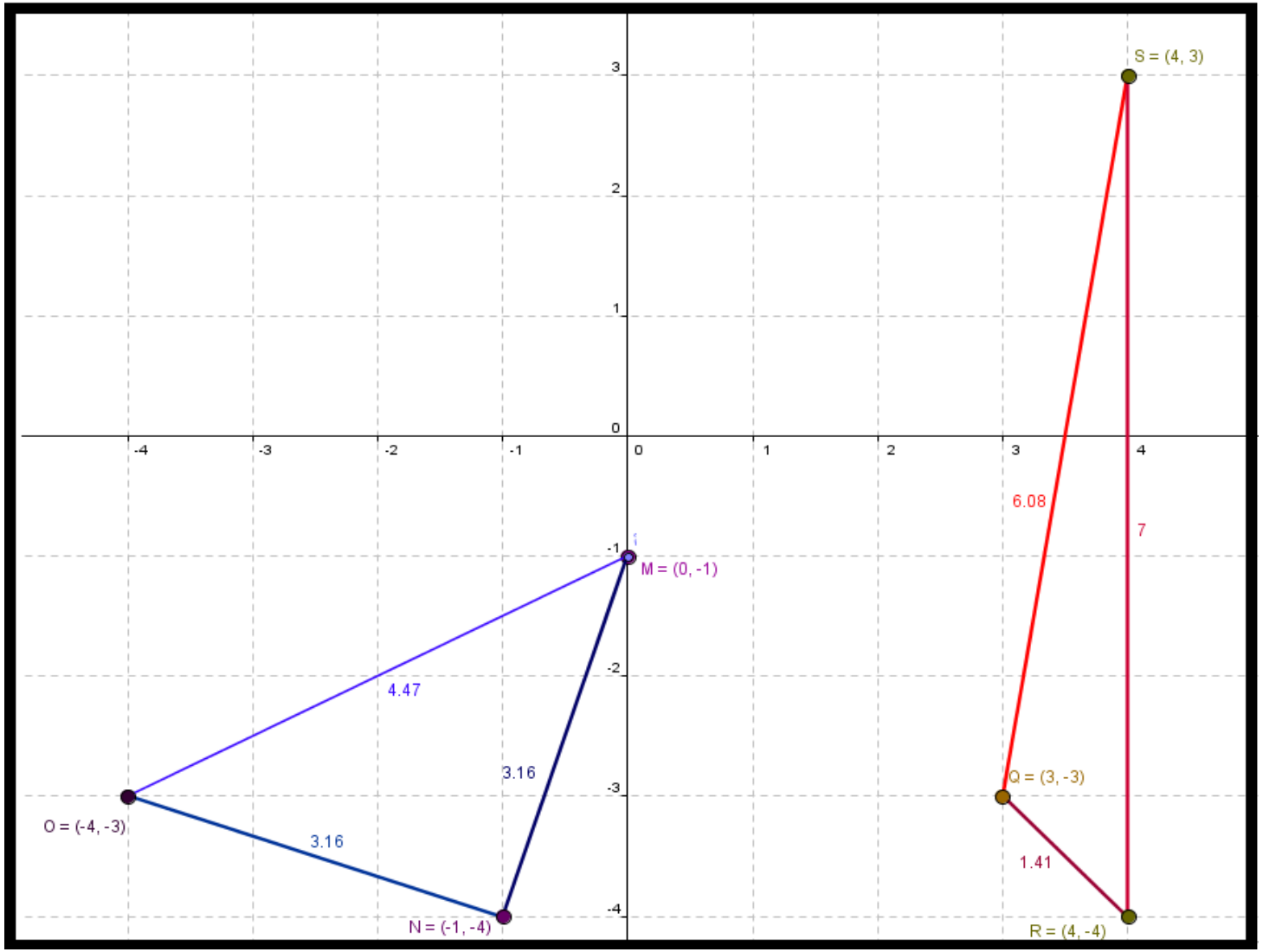

Q = (-4, 4)
°59.04
4.24
4.12
°59.04
R = (-7, 1)
4.12
°61.93
S = (-3, 0)
M = (2, 5)
°59.04
4.24
4.12
°59.04
N = (5, 2)
°61.93
4.12
O = (1, 1)

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

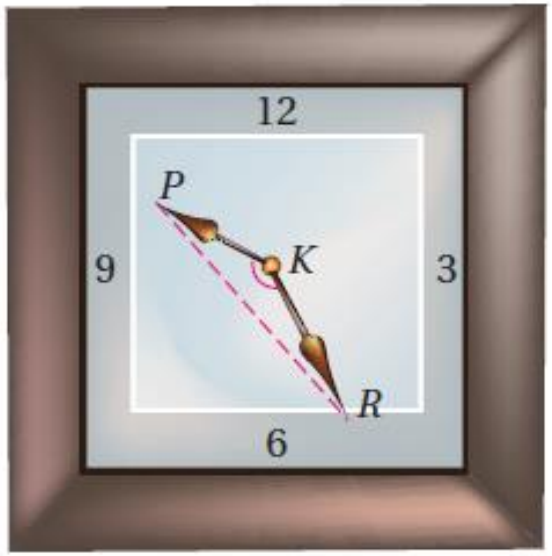
حدّد ما إذا كان $\triangle QRS \cong \triangle MNO$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين، ووضّح إجابتك:

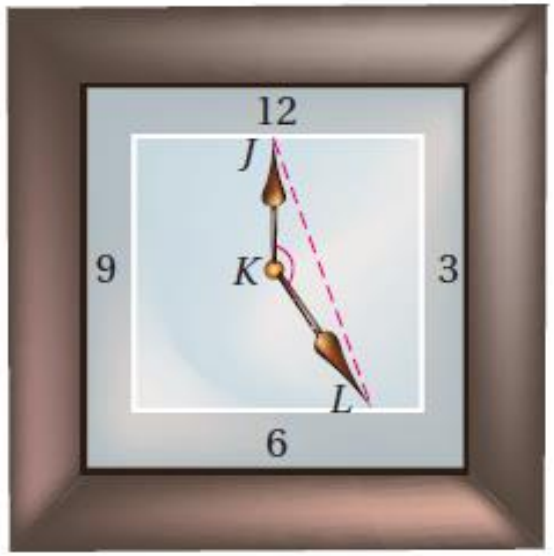
9) $M(0, -1), N(-1, -4), O(-4, -3), Q(3, -3), R(4, -4), S(3, 3)$


S = (4, 3)
6.08
7
M = (0, -1)
4.47
3.16
3.16
O = (-4, -3)
Q = (3, -3)
1.41
N = (-1, -4)
R = (4, -4)

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مسلمة التطابق: ضلعان والزاوية المحصورة بينهما SAS: تُسمّى الزاوية المتكونة من ضلعين متجاورين لمضلع **زاوية محصورة**. تأمّل الزاوية المحصورة والمتكونة من عقربَي الساعة في كلا الوضعين الموضَّحين أدناه، ولاحظ أنه كلما شكّل العقربان زاويةً لها القياس نفسه، فستكون المسافتان بين طرفَي العقربين $\overline{PR}$, $\overline{JL}$ متساويتين.





$\triangle PKR \cong \triangle JKL$

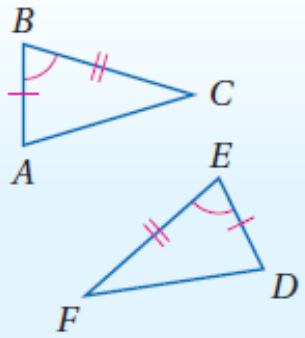
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مسلمة 3.2

أضف إلى مطويتك

مسلمة التطابق: ضلعان والزاوية المحصورة بينهما (SAS)

التعبير اللفظي: إذا طابق ضلعان وزاوية محصورة بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر، فإنّ المثلثين متطابقان.



مثال: إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DE}$,
$\angle B \cong \angle E$,
$\overline{BC} \cong \overline{EF}$,
فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

4) قضبان الإطار الداخلية تقسمه إلى ثمانية أجزاء. إذا كان: $\overline{TU} \cong \overline{TX}$ وَ $\angle XTV \cong \angle UTV$، فبين أن $\triangle XTV \cong \triangle UTV$.

العبارات	المبررات

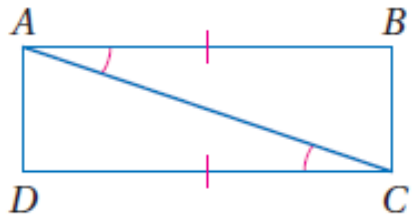
تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

4) اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{BA} \cong \overline{DC}, \angle BAC \cong \angle DCA$

المطلوب: $\overline{BC} \cong \overline{DA}$



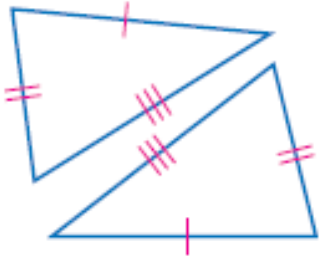
العبارات	المبررات

تدرب وحل المسائل

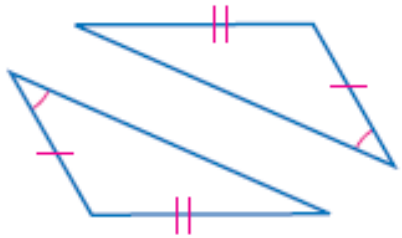
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

حدّد ما إذا كان المثلثان في كلٍّ من الأسئلة الآتية متطابقين أم لا . وضح إجابتك.

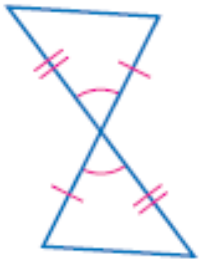
(13



(14



(15

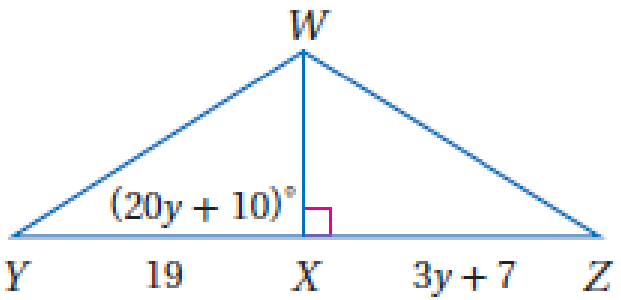


تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: أوجد قيمة المتغير التي تجعل المثلثين متطابقين

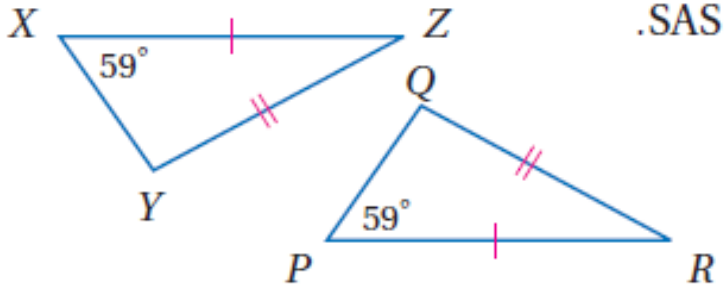
21 $\triangle WXY \cong \triangle WXZ$



مسائل مهارات التفكير العليا

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

24) اكتشف الخطأ: قال أحمد: إنّ $\triangle XYZ \cong \triangle PRQ$ بحسب SAS.



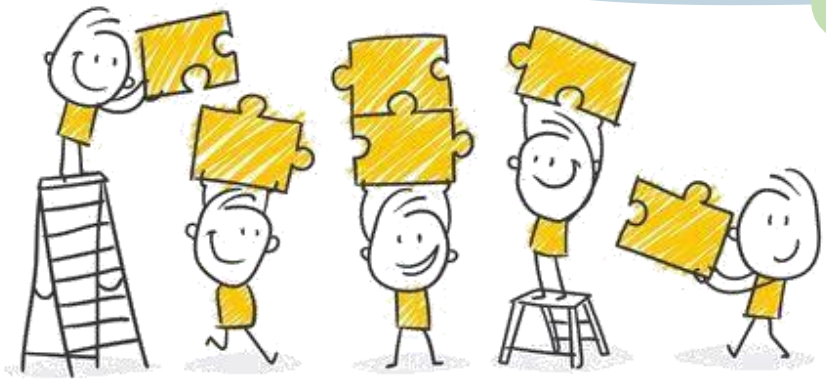
فاعترض خالد وقال: لا توجد معلومات كافية لإثبات أن المثلثين متطابقان. أيُّهما كانت إجابته صحيحة؟ وضح إجابتك.

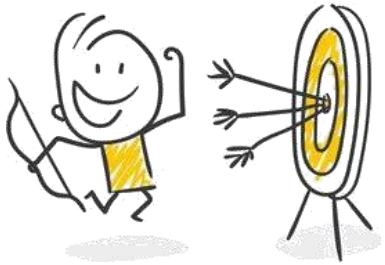
3 - 5

اثبات تطابق المثلثات

ASA , AAS

صفحة 45





الاهداف :

1. استعمال مسلمة AAS لإثبات تطابق المثلثات .
2. استعمال مسلمة ASA لإثبات تطابق المثلثات .

فيما سبق :

درست اثبات تطابق مثلثين باستعمال SSS ,SAS

المفردات:

المضلع المحصور .

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

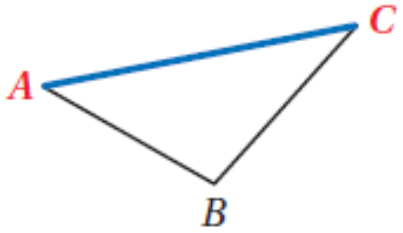
لماذا؟

تتضمن مسابقات التجديف شخصين أو أكثر يجلسون ووجوههم نحو مؤخرة القارب، ولكلٍّ منهم مجداف. ويتطلب السباق عادة مسطّحًا من الماء طوله 1500 متر على الأقل، ويمكن استعمال المثلثات المتطابقة لقياس المسافات التي يصعب قياسها مباشرة. مثل طول مضمار سباق الزوارق.

ذكر في فقرة لماذا أن طول مضمار سباق التجديف يمكن أن يقاس بشكل غير مباشر إلى أي سطح عليك ان تنقل طول المضمار؟

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

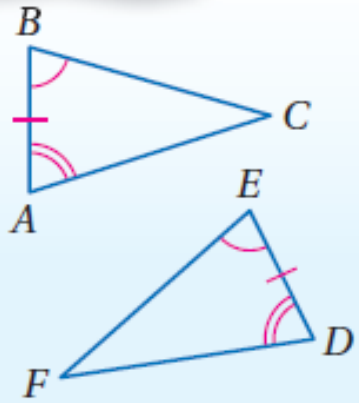
مسلمة التطابق بزاويتين وضلع محصور بينهما ASA: الضلع الواقع بين زاويتين متتاليتين لمضلعٍ يُسمى **الضلع المحصور**، ففي $\triangle ABC$ المجاور، $\overline{AC}$ هو الضلع المحصور بين $\angle C$, $\angle A$.



أضف إلى مطويتك

مسلمة 3.3 التطابق بزاويتين وضلع محصور بينهما (ASA)

إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان.



مثال: إذا كانت $\angle A \cong \angle D$,

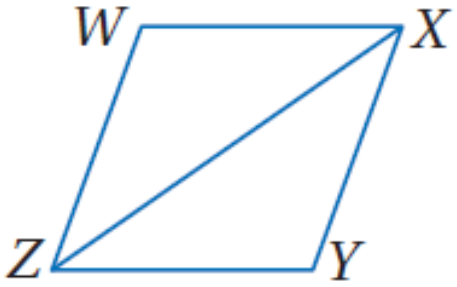
$\overline{AB} \cong \overline{DE}$,

$\angle B \cong \angle E$,

فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



1) اكتب برهاناً حرًّا.

المعطيات: $\overline{ZX}$ تنصّف $\angle WZY$ ، $\overline{XZ}$ تنصّف $\angle YXW$.

المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle YXZ$

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظريّة التطابق بزاويتين وضلع غير محصور بينهما AAS: تطابقُ زاويتين وضلع غير محصور يكفي لإثبات أنّ المثلثين متطابقان. وتُعدّ علاقة التطابق هذه نظرية؛ لأنه يمكن إثبات صحتها باستعمال نظرية الزاوية الثالثة.

نظريّة 3.5

التطابق بزاويتين وضلع غير محصور بينهما (AAS)

أضف إلى مطويتك

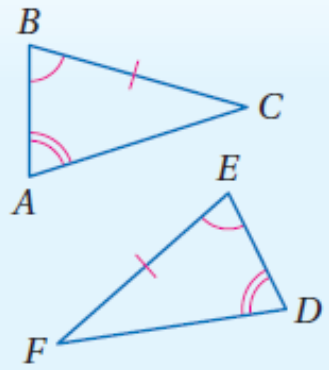
إذا طابقتْ زاويتان وضلع غير محصور بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر يكون المثلثان متطابقين.

مثال إذا كانت $\angle A \cong \angle D$,

$\angle B \cong \angle E$,

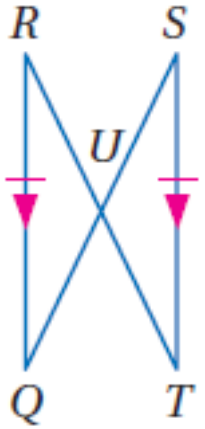
$\overline{BC} \cong \overline{EF}$,

فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



2) اكتب برهانًا تسلسليًّا:

المعطيات: $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$, $\overline{RQ} \parallel \overline{ST}$

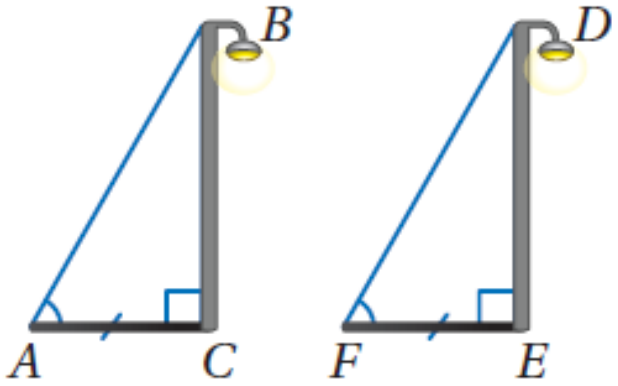
المطلوب: $\triangle RUQ \cong \triangle TUS$

أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

3) استعمل الشكل المجاور الذي يمثل عمودَي كهرباء وظلّيهما لكتابة برهان حرٍّ يبيِّن أن $\overline{BC} \cong \overline{DE}$



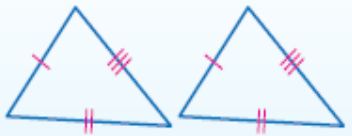
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

ملخص المفاهيم

إثبات تطابق المثلثات

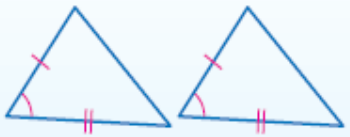
أضف إلى مطويتك

SSS



يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعُهما المتناظرة متطابقة.

SAS



يتطابق المثلثان إذا طابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

ASA

يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

AAS

يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

تأكد

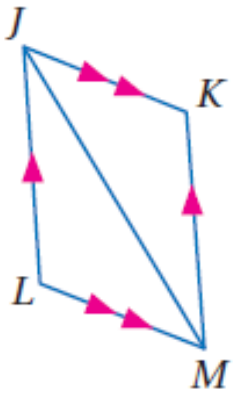
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

برهان

1) برهان تسلسلي

المعطيات: $\overline{JK} \parallel \overline{LM}, \overline{JL} \parallel \overline{KM}$

المطلوب: إثبات أن: $\triangle JML \cong \triangle MJK$



أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

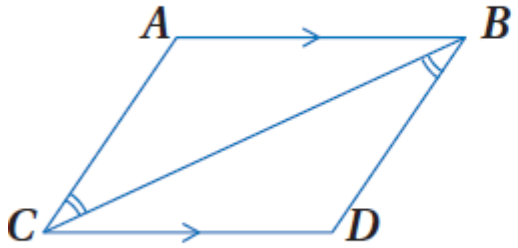
3) بناء جسور: يحتاج مسّاح إلى إيجاد المسافة بين النقطتين A, B المبينتين في الشكل المجاور لبناء جسر فوق النهر. فوضعَ وتدًا عند A، ووضع زميله وتدًا عند B في الجهة المقابلة، ثمّ عيّن المسّاح النقطة C في جهة A، بحيث كانت $\overline{CA} \perp \overline{AB}$. ووضع وتدًا رابعًا عند E، التي هي نقطة منتصف $\overline{CA}$. وأخيرًا وضع وتدًا عند النقطة D، بحيث كان $\overline{CD} \perp \overline{CA}$ ، والنقاط D, E, B تقع على مستقيم واحدٍ.

b) إذا كان: $AC = 160\text{ m}, DC = 60\text{ m}, DE = 100\text{ m}$، فأوجد المسافة بين النقطتين A, B . ووضّح إجابتك.

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

برهان : على الشكل المقابل:



4) **المعطيات:** $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

$\angle CBD \cong \angle BCA$

المطلوب: $\triangle CAB \cong \triangle BDC$

تدرب وحل المسائل

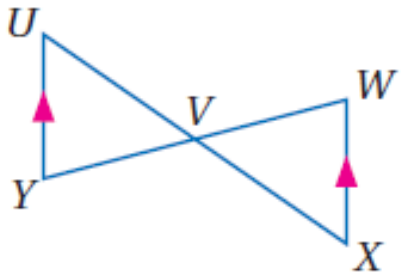
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين.

5) **المعطيات:** V نقطة منتصف $\overline{WY}$

$\overline{XW} \parallel \overline{UY}$

المطلوب: $\triangle UVY \cong \triangle XVW$



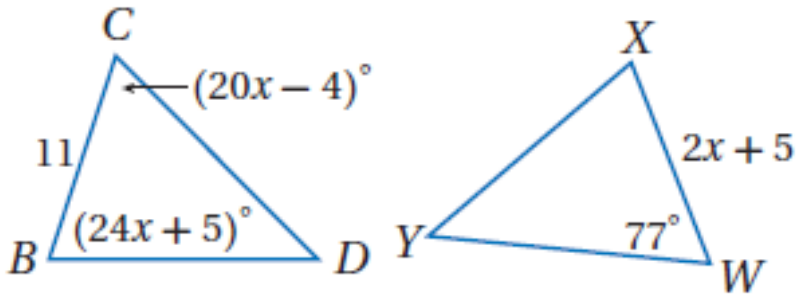
العبارات	المبررات

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: أوجد قيمة المتغير التي تجعل المثلثين متطابقين

8) $\triangle BCD \cong \triangle WXY$



استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

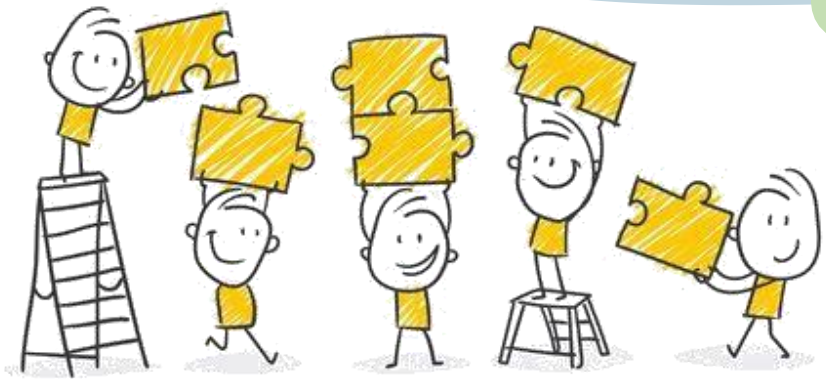
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

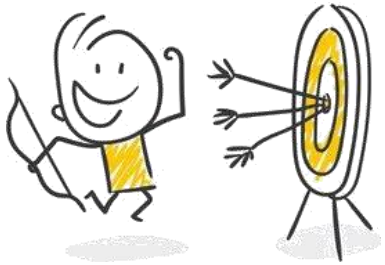
14) **اكتشف الخطأ :** يقول عمر إنه لا يمكن إثبات تطابق مثلثين بتطابق ثلاث زوايا AAA، بينما يقول حسن إنه بإمكانه إثبات هذا التطابق، أيُّهما كانت إجابته صحيحة؟ وضح إجابتك.

3 - 6

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الاضلاع

صفحة 54





الاهداف :

1. استعمال خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين.
2. استعمال خصائص المثلثات المتطابقة الاضلاع .

فيما سبق :

درست المثلثات المتطابقة الضلعين
والمثلثات المتطابقة الاضلاع

المفردات:

1. ساقا المثلث المتطابق الضلعين.
2. زاوية الرأس.
3. زاويتا القاعدة .

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

للعبة القطار السريع في مدينة الألعاب دعائم مثلثية بين المسارات لتقويتها وتثبيتها، والدعائم المثلثية الظاهرة في الصورة عبارة عن مثلثات متطابقة الضلعين.

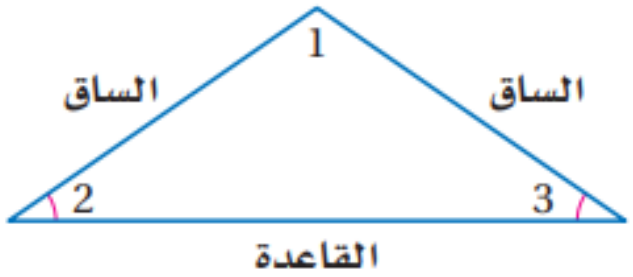
لماذا تعد هذه المثلثات متطابقة الضلعين ؟

ما نوع المثلث الناتج عندما يكون الضلع الثالث في المثلث مطابق للضلعين الآخرين ؟

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

خصائص المثلث المتطابق الضلعين: تذكّر أن المثلثات المتطابقة الضلعين لها ضلعان متطابقان على الأقل، وأن لعناصرها أسماءً خاصة.

حيث يُسمّى الضلعان المتطابقان **الساقين**، والزاوية التي ضلعاها الساقان تُسمّى **زاوية الرأس**. ويُسمى ضلع المثلث المقابل لزاوية الرأس القاعدةَ. والزاويتان المكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تُسميان **زاويتَي القاعدة**.



ففي الشكل المجاور ، $\angle 1$ هي زاوية الرأس،

وزاويتا القاعدة هما $\angle 3$, $\angle 2$.

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

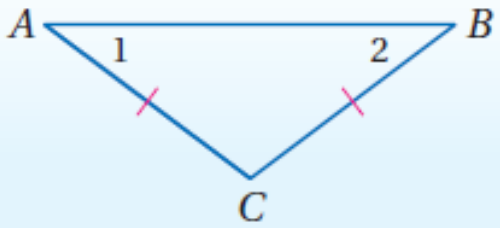
نظريات

المثلث المتطابق الضلعين

أضف إلى مطويتك

3.10 نظرية المثلث المتطابق الضلعين

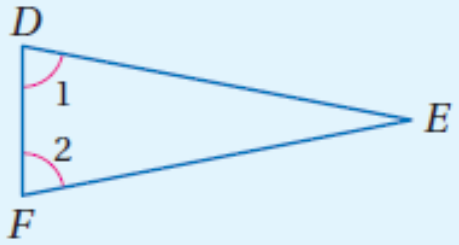
إذا تطابق ضلعان في مثلث، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان.



مثال: إذا كان $\overline{BC} \cong \overline{AC}$، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$.

3.11 عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

إذا تطابقت زاويتان في مثلث، فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقان.



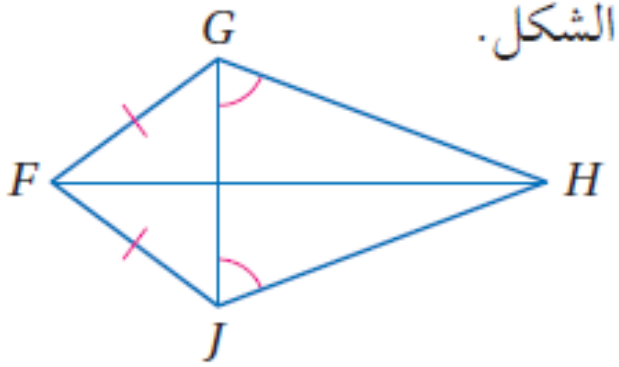
مثال: إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ ، فإن $\overline{DE} \cong \overline{FE}$

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

1A) سمّ زاويتين متطابقتين غير مشار إلى تطابقهما في الشكل.

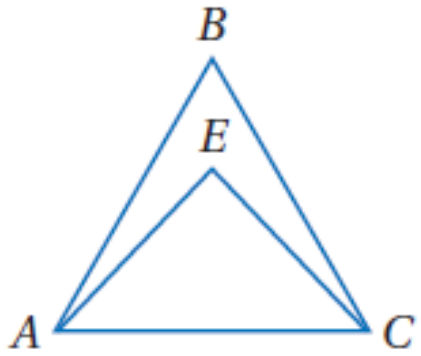
1B) سمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين غير المشار إلى تطابقهما في الشكل.



أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



باستعمال الشكل المجاور أجب عن السؤالين الآتيين:

1) إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CB}$ ، فسمّ زاويتين متطابقتين.

2) إذا كان $\angle EAC \cong \angle ECA$ ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

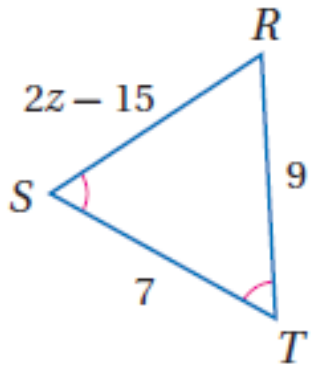
أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: أوجد قيمة المتغير في

(5



استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

خصائص المثلث المتطابق الأضلاع: نظرية المثلث المتطابق الضلعين تقود إلى نتيجتين حول زوايا المثلث المتطابق الأضلاع.

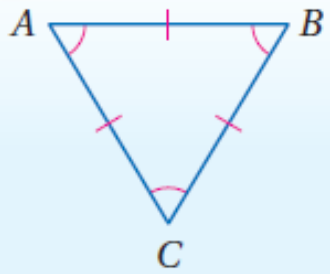
نتيجتان

المثلث المتطابق الأضلاع

أضف إلى مطويتك

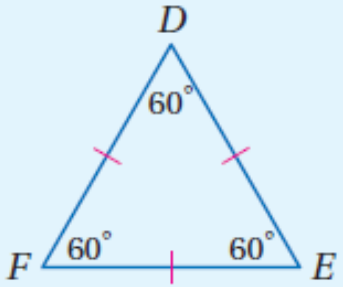
3.3 يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا.

مثال: $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ ،
إذا وفقط إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$



3.4 قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع $60°$.

مثال: إذا كان $\overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FD}$ ،
فإن $m\angle E = m\angle F = m\angle D = 60°$.

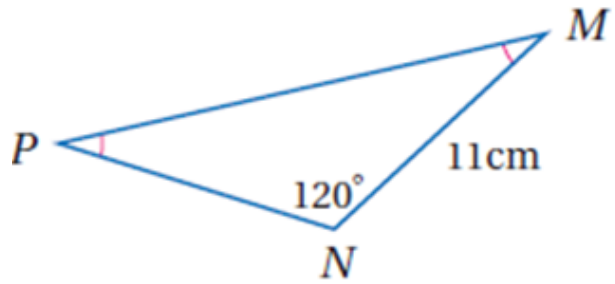


أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تحقق من فهمك

أوجد كل قياس من القياسات الآتية:



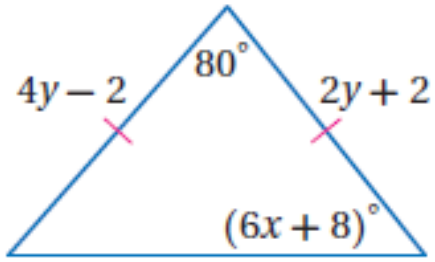
$m\angle M$ **(2A**

PN **(2B**

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

3) أوجد قيمة كلٍّ من المتغيرين في الشكل المجاور .

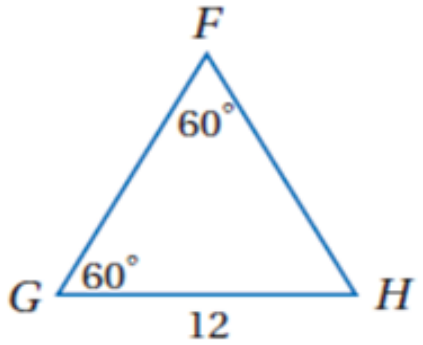


تأكد

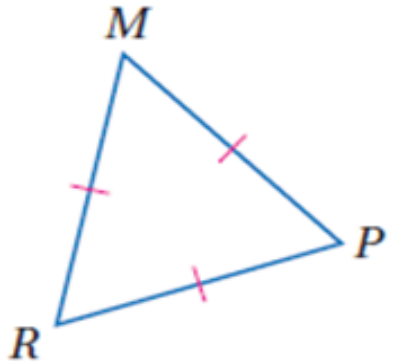
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:

3) FH



4) $m\angle MRP$

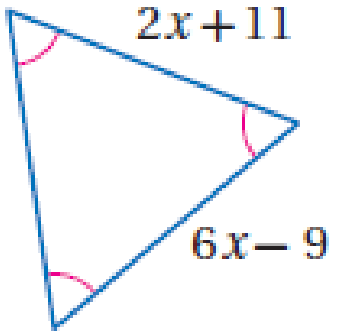


تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: أوجد قيمة المتغير في

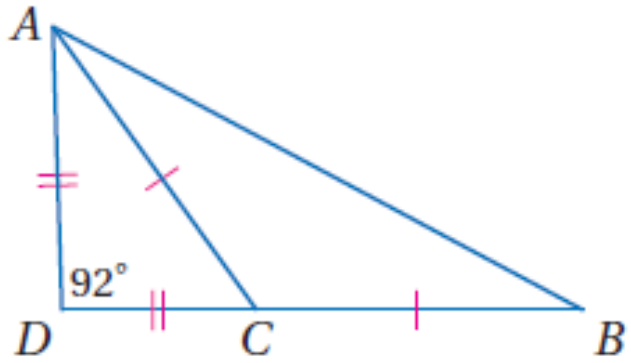
14)



تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد كلًّا من القياسات الآتية:



(18 $m\angle CAD$

(19 $m\angle ACD$

(20 $m\angle ACB$

(21 $m\angle ABC$

أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

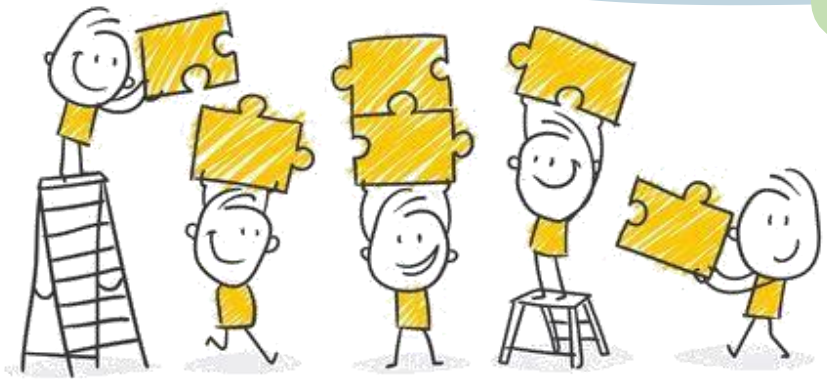
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

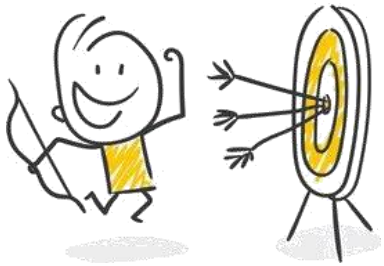
36) اكتب: وضِّح كيف تستعمل قياس زاوية قاعدة المثلث المتطابق الضلعين لإيجاد قياس زاوية الرأس.

3 - 7

المثلثات والبرهنان الاحداثي

صفحة 62





الاهداف :

1.رسم المثلثات وتحديد مواقعها لاستعمالها في البرهان الاحداثي.

2.كتابة برهان إحداثي.

فيما سبق :

درست استعمال الهندسة الاحداثية لبرهان تطابق المثلثات

المفردات:

1. البرهان الاحداثي .

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

نظام تحديد الموقع العالمي (GPS) يستقبل البث من الأقمار الاصطناعية، والتي يمكن بواسطتها تحديد موقع السيارة. ويمكن الاستفادة من هذه المعلومات بالإضافة إلى برمجيات أخرى لتوجيه حركة السيارة.

ما أوجه الشبه بين الشبكة الإحداثية على سطح الأرض والمستوى الاحداثي الهندسي؟

ماذا يلزم لايجاد المسافة بين نقطتين على المستوى الاحداثي؟

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

موقع المثلث وتسميته : كما هو الحال في نظام تحديد الموقع العالمي، فإن معرفة إحداثيات رؤوس شكل ما في مستوى إحداثيٍّ، يمكِّنك من اكتشاف خصائصه والتوصل إلى استنتاجات خاصة به. ويستعمل **البرهان الإحداثي** الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية. فالخطوة الأولى في البرهان الإحداثي هي تمثيل الشكل في المستوى الإحداثي.

مفهوم أساسي

رسم المثلثات في المستوى الإحداثي

أضف إلى مطويتك

الخطوة 1: اجعل نقطة الأصل رأسًا للمثلث.

الخطوة 2: ارسم ضلعًا واحدًا على الأقل من أضلاع المثلث على أحد المحورين.

الخطوة 3: ارسم المثلث في الربع الأول إن أمكن.

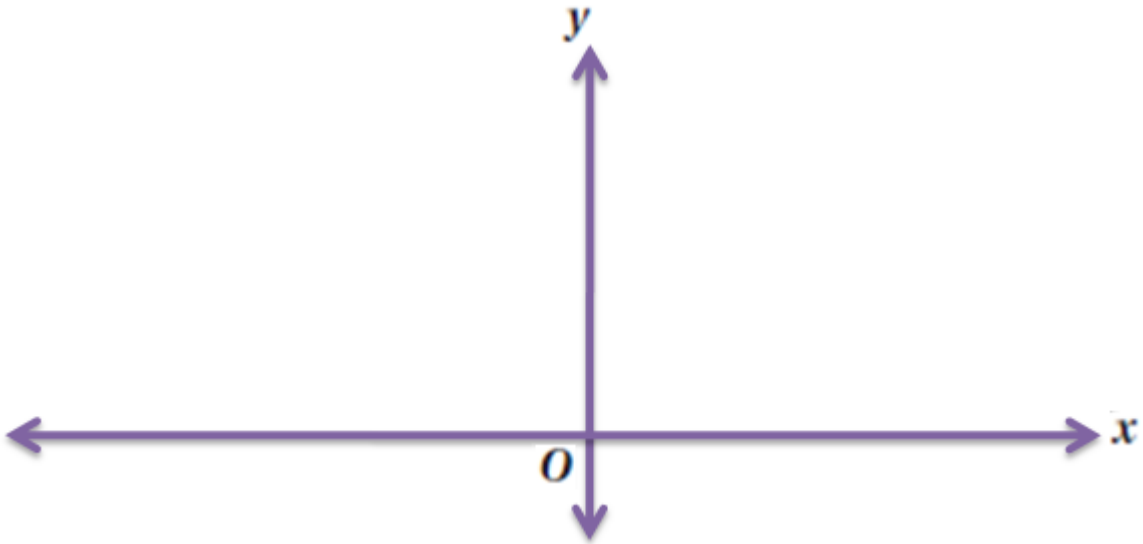
الخطوة 4: استعمل الإحداثيات التي تجعل الحسابات أبسط ما يمكن.

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تحديد موقع المثلث وتسميته

1) ارسم المثلث JKL المتطابق الضلعين في المستوى الإحداثي وسمِّ رؤوسه، على أن يكون طول قاعدته $\overline{JL}$ يساوي a وحدة، ويكون ارتفاعه b وحدة، والرأس K يقع على المحور y .



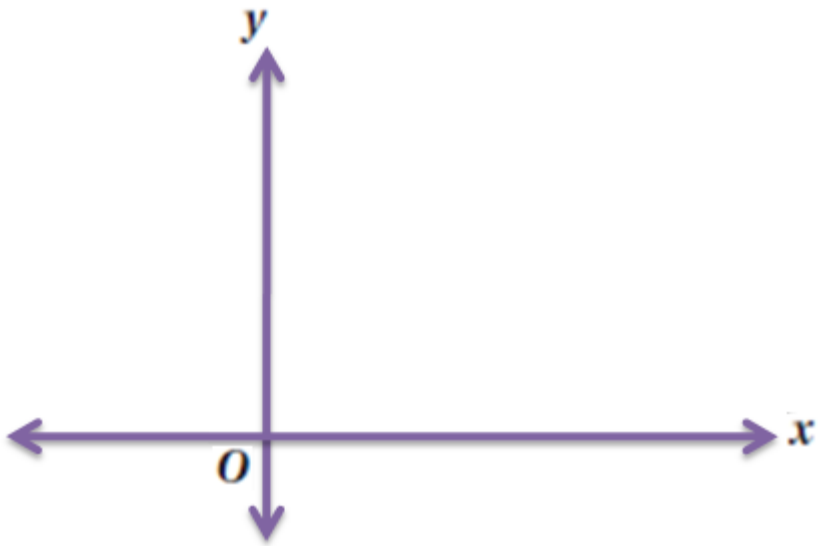
أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

ارسم كلًّا من المثلثين الآتيين في المستوى الإحداثي، وحدّد إحداثيات رؤوسه.

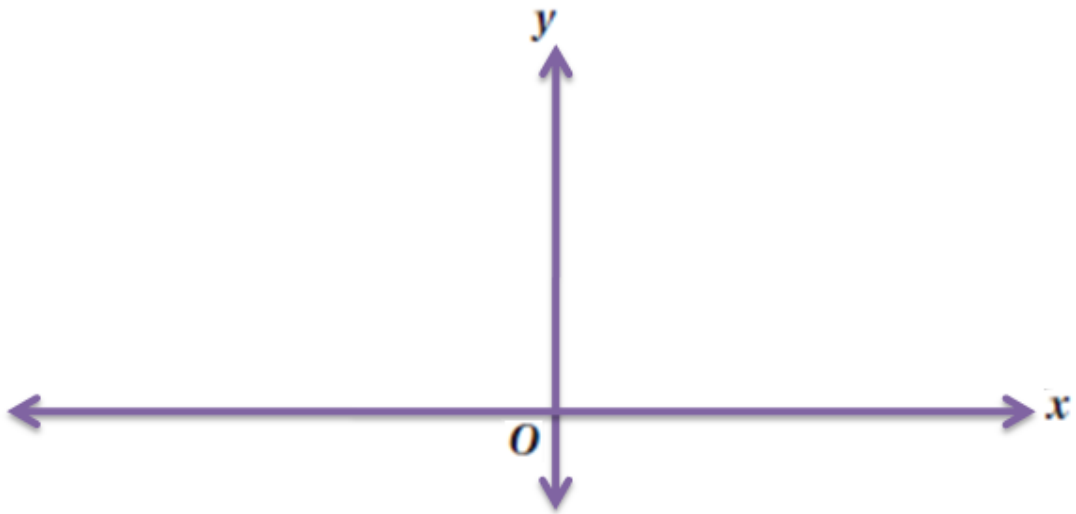
1) $\triangle ABC$ قائم الزاوية، فيه $\overline{AB}, \overline{AC}$ ضلعا القائمة، وطول $\overline{AC}$ يساوي $2a$ وحدة، وطول $\overline{AB}$ يساوي $2b$ وحدة.



تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

2) $\triangle FGH$ المتطابق الضلعين الذي طول قاعدته $\overline{FG}$ يساوي $2a$ وحدة.

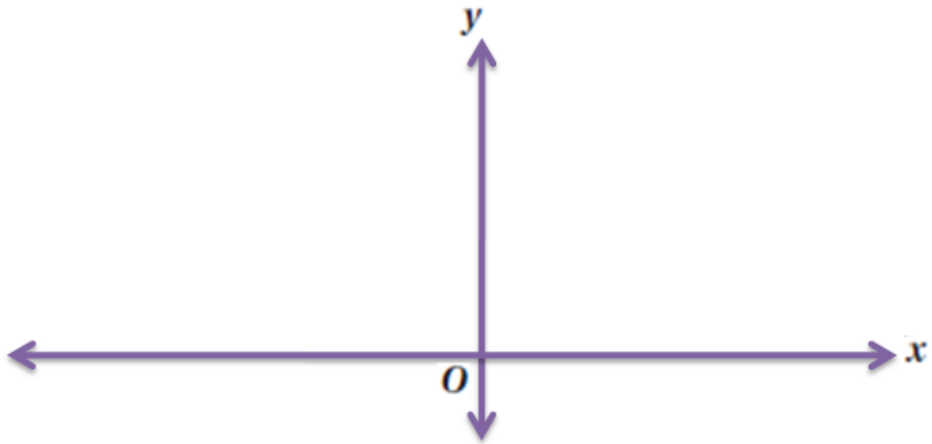


تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

ارسم كل مثلثٍ من المثلثات الآتية في المستوى الإحداثي، وحدِّد إحداثيات رؤوسه:

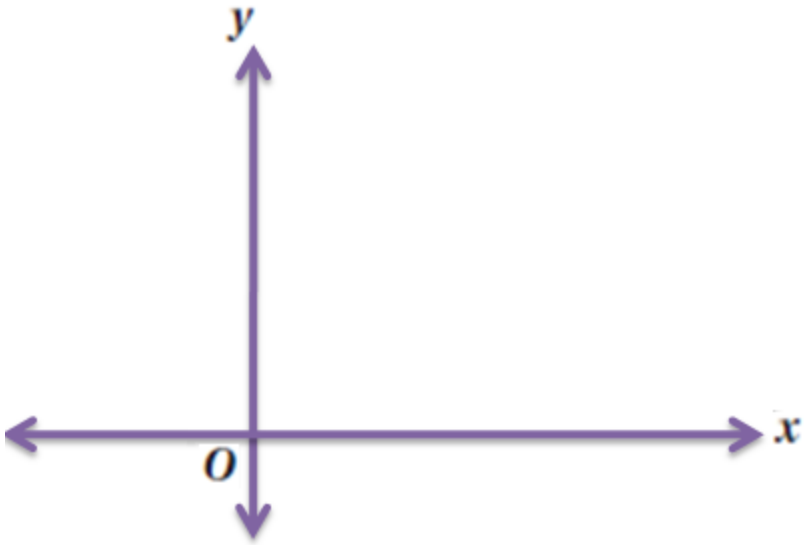
7) $\triangle ABC$ المتطابق الضلعين الذي طول قاعدته $\overline{AB}$ يساوي a وحدة.



تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

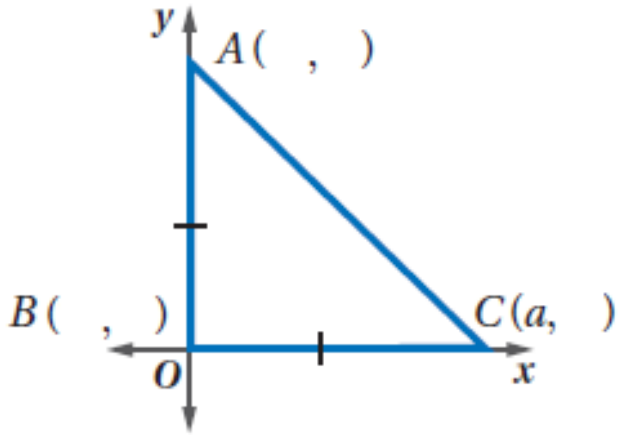
8) $\triangle XYZ$ القائم الزاوية الذي وتره $\overline{YZ}$، وطول الضلع $\overline{XY}$ يساوي b وحدة، وطول $\overline{XZ}$ ثلاثة أمثال طول $\overline{XY}$.



تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

2) أوجد الإحداثيات المجهولة في المثلث $\triangle ABC$ المتطابق الضلعين والقائم الزاوية.

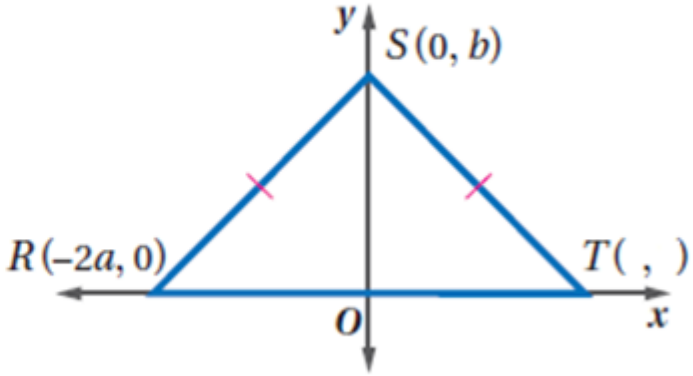


تأكد

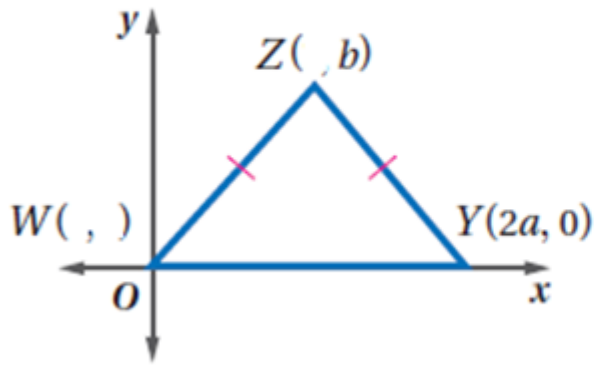
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد الإحداثيات المجهولة في كلّ من المثلثين الآتيين:

(3



(4

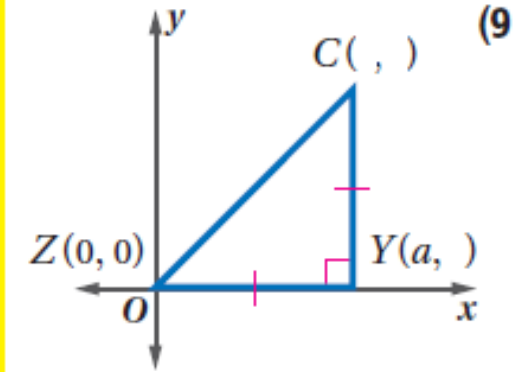


تدرب وحل المسائل

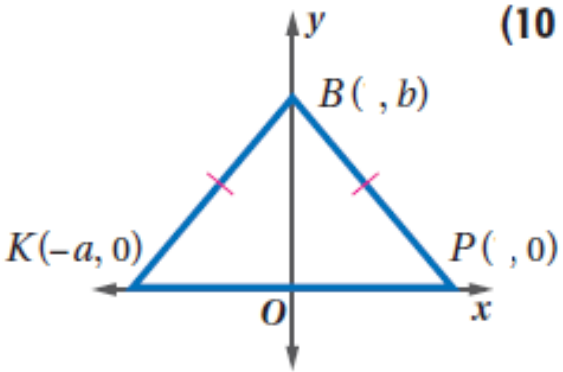
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد الإحداثيات المجهولة في كل مثلث مما يأتي:

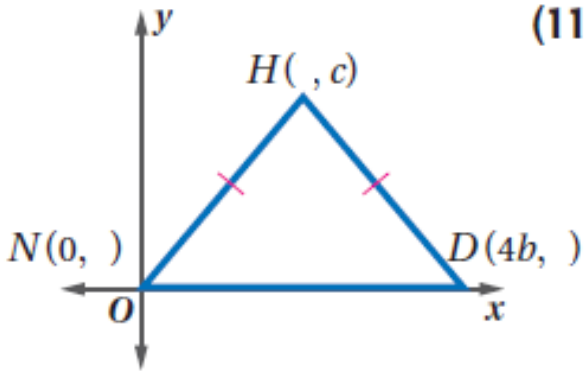
(9



(10



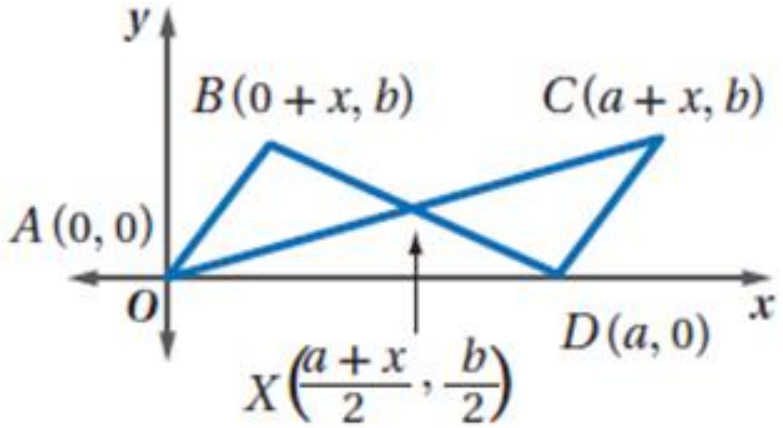
(11



تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

3) اكتب برهانًا إحداثيًا لإثبات أن:
$\triangle ABX \cong \triangle CDX$.

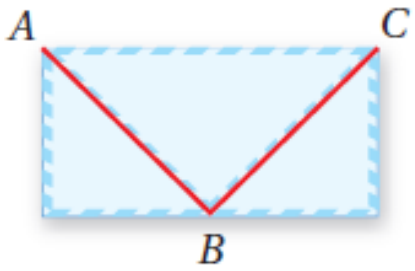


تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

6) اكتب برهانًا إحداثيًّا لإثبات أن المثلث ABC متطابق الضلعين، علمًا بأن بُعدَي المظروف هما: $10\text{ cm}, 20\text{ cm}$، والنقطة B في منتصف الحافة السفلى للمظروف.



مسائل مهارات التفكير العليا

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تحدٍّ: إذا كانت إحداثيات النقطة J هي $(0, 0)$، والنقطة K هي $(2a, 2b)$، فأوجد إحداثيات النقطة L، على أن يكون $\triangle JKL$ من النوع المحدّد في كلٍّ من الأسئلة الثلاثة الآتية:

19) مثلث مختلف الأضلاع

20) مثلث قائم الزاوية

21) مثلث متطابق الضلعين

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل الرابع
العلاقات في المثلث

4 - 1 المنصفات في المثلث

4 - 2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

4 - 3 المتباينات في المثلث

4 - 4 البرهان غير المباشر

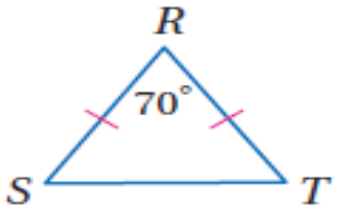
4 - 5 متباينة المثلث

4 - 3 المتباينات في مثلثين

أ.روان القضاة

أوجد:

2) $m\angle RST$



ضع تخمينًا مبنيًّا على المعطيات وارسم شكلًا

4) $\angle 4$, $\angle 3$ زاويتان متجاورتان على خط مستقيم.

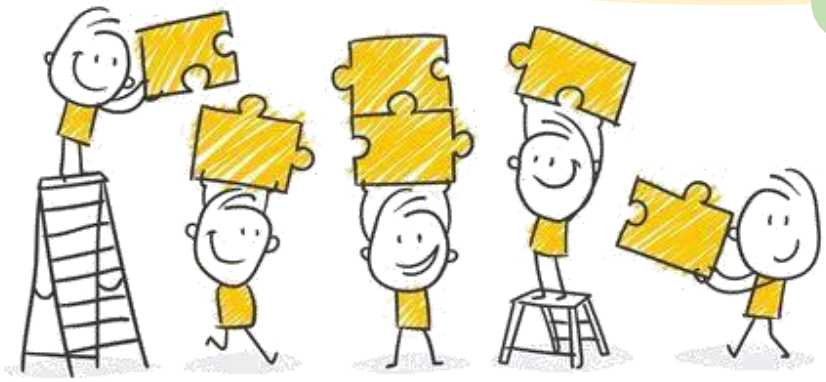
حل

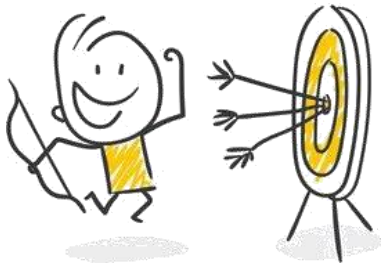
8) $x + 13 < 41$

4 - 1

المنصفات في المثلث

صفحة 81





الاهداف :

1. التعرف على الأعمدة المنصفة في المثلثات واستعمالها.
2. التعرف على منصفات الزوايا في المثلثات واستعمالها .

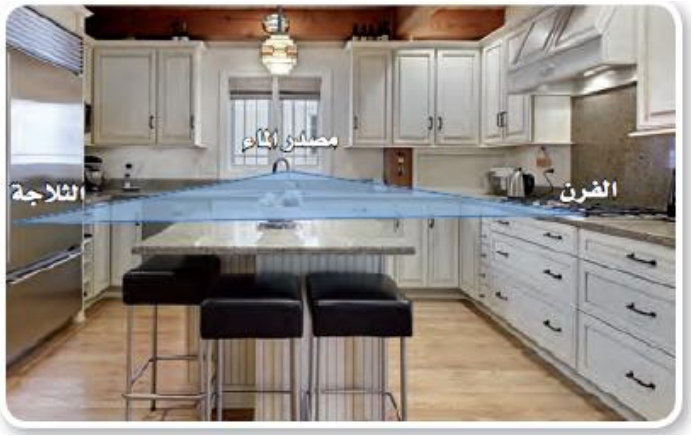
فيما سبق :

درست منصف القطعة المستقيمة ومنصف الزاوية

المفردات:

1. العمود المنصف .
2. المستقيمات المتلاقية.
3. نقطة التلاقي .
4. مركز الدائرة الخارجية للمثلث.
5. مركز الدائرة الداخلية للمثلث .

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



لماذا؟

إن تصميم منطقة العمل على شكل مثلث كما في الصورة المجاورة يجعل إعداد الطعام أسرع؛ وذلك بتقليل عدد الخطوات التي تخطوها سيدة البيت. ولتعيين النقطة المتساوية البعد عن كلٍّ من الفرن ومصدر الماء والثلاجة، يمكنك استعمال الأعمدة المنصّفة لأضلاع المثلث.

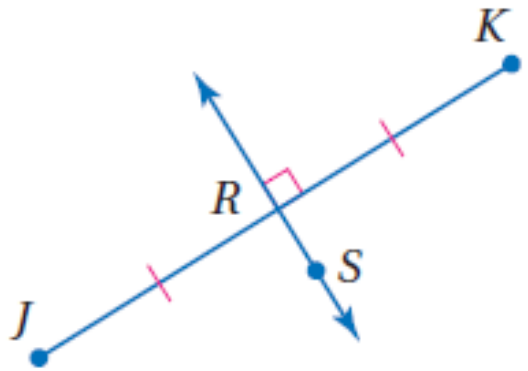
لماذا يجب ان تكون منطقة الحركة والعمل في تصميم المطبخ أكثر فائدة عندما تكون مثلثة الشكل ؟

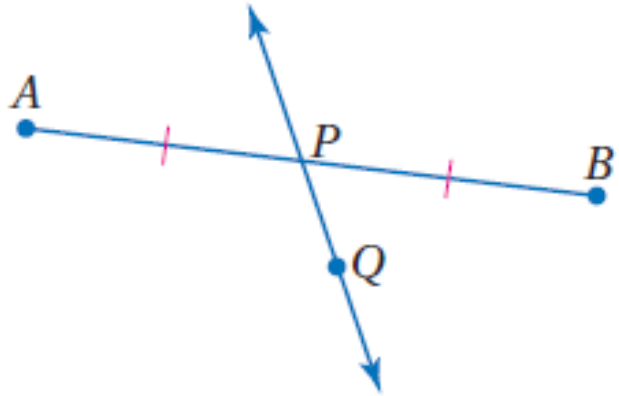
أين يجب ان توضع الطاولة في هذا المثلث ؟

أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

الأعمدة المنصّفة : تعلمت سابقًا أن منصّف قطعة مستقيمة هو أي قطعة أو مستقيم أو مستوى يقطع القطعة عند نقطة منتصفها، وإذا كان المنصّف عموديًّا على القطعة سُمِّي **عمودًا منصّفًا** .





استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظريتان

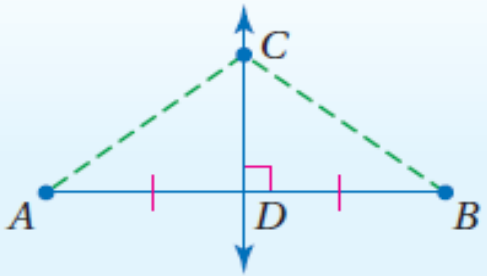
الأعمدة المنصّفة

أضف إلى مطويتك

4.1 نظريّة العمود المنصّف

كلّ نقطة على العمود المنصّف لقطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفَي القطعة المستقيمة.

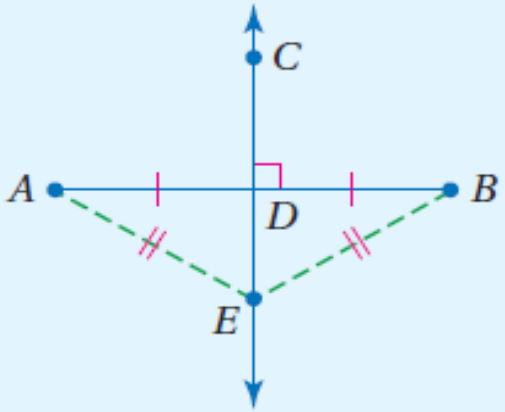
مثال: إذا كان $\overleftrightarrow{CD}$ عمودًا منصّفًا لـ $\overline{AB}$، فإن $AC = BC$.



4.2 عكس نظريّة العمود المنصّف

كل نقطة على بُعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة تقع على العمود المنصّف لتلك القطعة.

مثال: إذا كان $AE = BE$، و $\overleftrightarrow{CD}$ هو العمود المنصّف لِـ $\overline{AB}$، فإن E تقع على $\overleftrightarrow{CD}$.



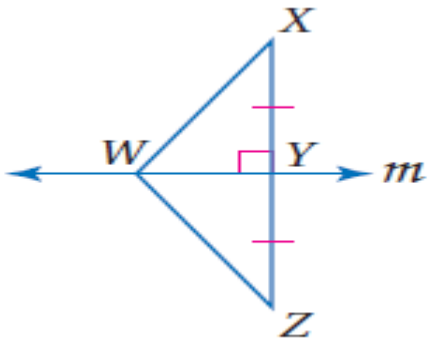
أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

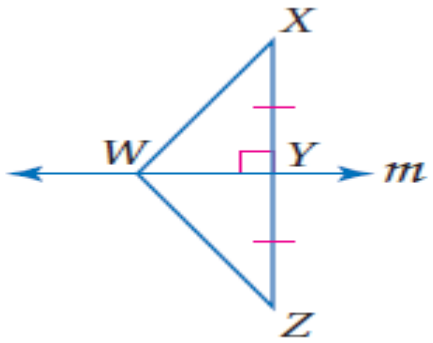
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد كلَّ قياسٍ مما يأتي:

(1A) إذا كان $WZ = 25.3$ ، $YZ = 22.4$ ، $WX = 25.3$ ، فأوجد طول $\overline{XY}$.



(1B) إذا كان m عمودًا منصّفًا لِـ $\overline{XZ}$ ، $WZ = 14.9$ ، فأوجد طول $\overline{WX}$.

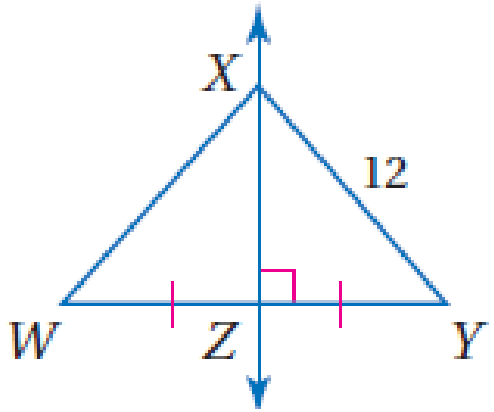


استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

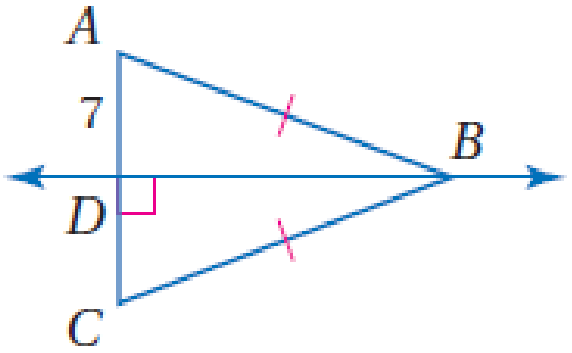
تأكد

أوجد كلَّ قياسٍ مما يأتي:

1) XW



2) AC

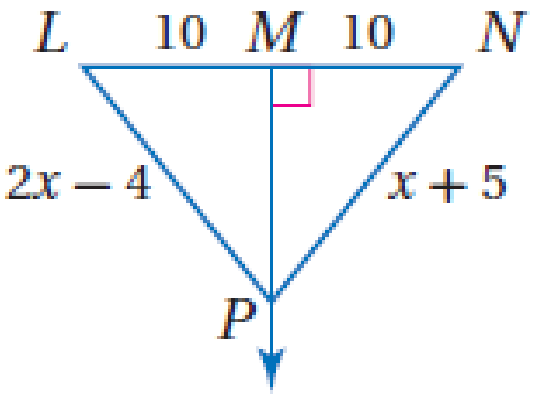


تدرب وحل المسائل

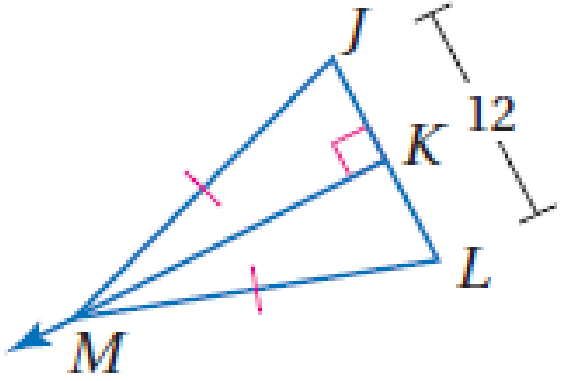
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد كلَّ قياسٍ مما يأتي :

9 NP



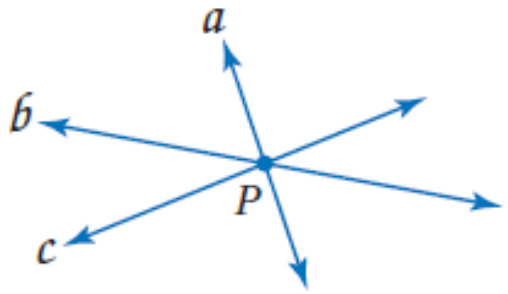
11 KL



استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

المستقيمات المتلاقية

نقطة التلاقي

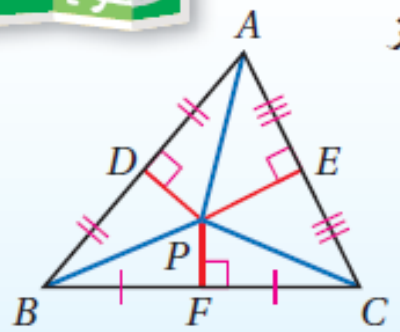


نظرية 4.3

نظرية مركز الدائرة الخارجية للمثلث.

أضف إلى مطويتك

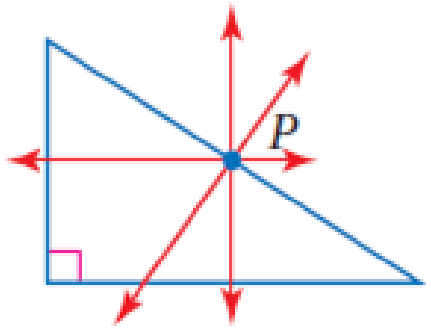
التعبير اللفظي: تلتقي الأعمدة المنصّفة لأضلاع مثلث في نقطة تُسمّى مركز الدائرة الخارجية للمثلث، وهي دائرة تمر برؤوس المثلث، وهي على أبعادٍ متساوية من الرؤوس.



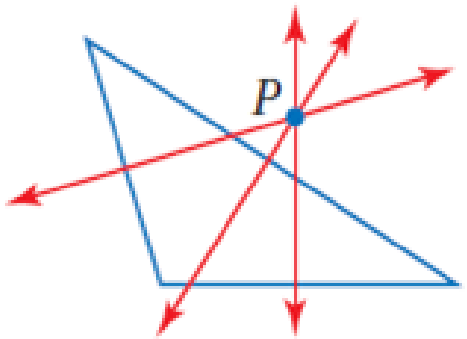
مثال: إذا كانت P مركز الدائرة الخارجية للمثلث $\triangle ABC$ ، فإنّ $PB = PA = PC$

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

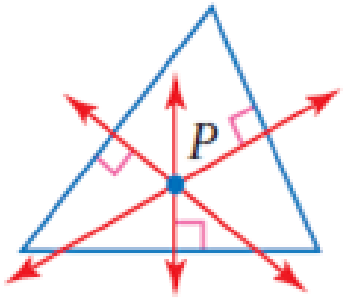
يمكن أن يقع مركز الدائرة الخارجية للمثلث داخل المثلث أو خارجه أو على أحد أضلاعه.



مثلث قائم الزاوية



مثلث منفرج الزاوية



مثلث حاد الزوايا

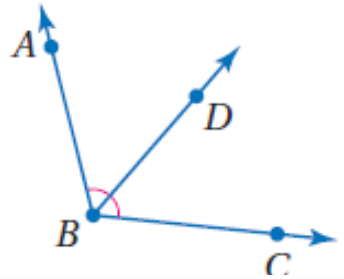
تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

2) يريد عليّ أن يضع مرشّة الماء على أبعاد متساوية من رؤوس حديقته المثلثة الشكل .
فأين يتعين عليه وضع المرشّة؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

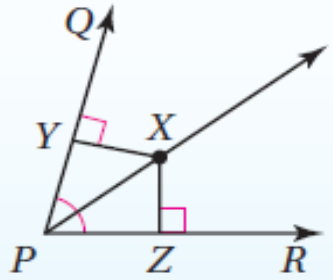
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



نظريتان

منصّفات الزوايا

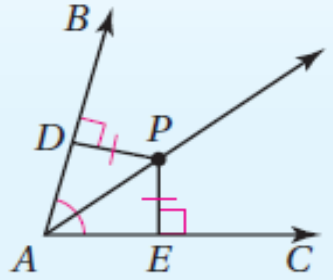
أضف إلى مطويتك



4.4 نظرية منصّف الزاوية

كل نقطة تقع على منصّف زاوية تكون على بُعدين متساويين من ضلعيها.

مثال: إذا كان $\overrightarrow{BF}$ منصّفًا لِـ $\angle DBE$، وكان $\overline{FD} \perp \overrightarrow{BD}, \overline{FE} \perp \overrightarrow{BE}$ فإن $DF = FE$.



4.5 عكس نظريّة منصّف الزاوية

كل نقطة تقع داخل الزاوية وتكون على بُعدين متساويين من ضلعيها فإنها تكون واقعة على منصّف الزاوية.

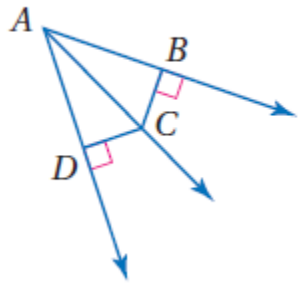
مثال: إذا كان $DF = FE, \overline{FD} \perp \overrightarrow{BD}, \overline{FE} \perp \overrightarrow{BE}$ ، فإن $\overrightarrow{BF}$ ينصّف $\angle DBE$

تحقق من فهمك

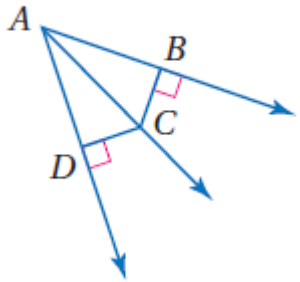
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد كلَّ قياسٍ مما يأتي:

(3A) إذا كان: $m\angle BAC = 38^\circ, BC = 5, DC = 5$ ،
فأوجد $m\angle DAC$ ،



(3C) إذا كان $\overline{AC}$ ينصّف $\angle DAB$ ، و $BC = 4x + 8, DC = 9x - 7$
فأوجد BC

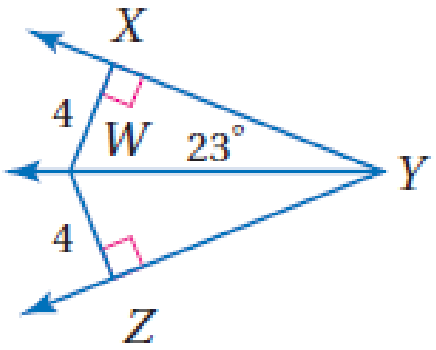


تأكد

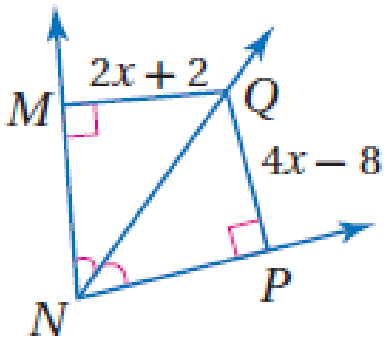
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد كلَّ قياسٍ مما يأتي :

6) $\angle WYZ$



7) QM



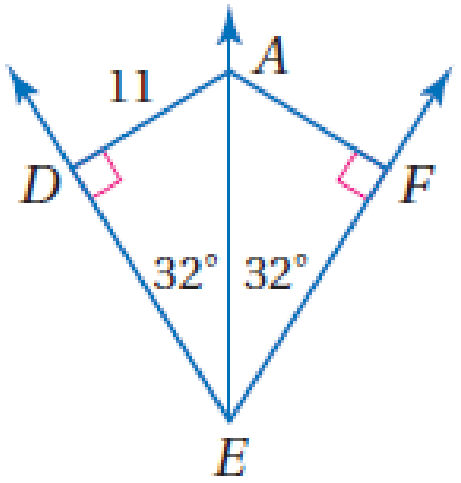
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

تدرب وحل المسائل

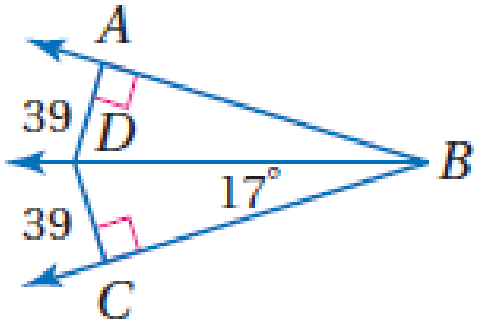
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد قياس كلٍّ ممَّا يأتي :

15) AF



16) $\angle DBA$



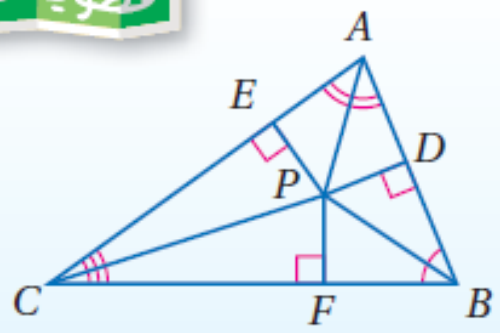
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظرية 4.6

نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: تتقاطع منصّفات زوايا أي مثلث عند نقطة تُسمّى مركز الدائرة الداخلية للمثلث، وهي على أبعاد متساوية من أضلاعه.



مثال: إذا كانت P مركز الدائرة الداخلية للمثلث ABC،

فإنّ $PD = PE = PF$

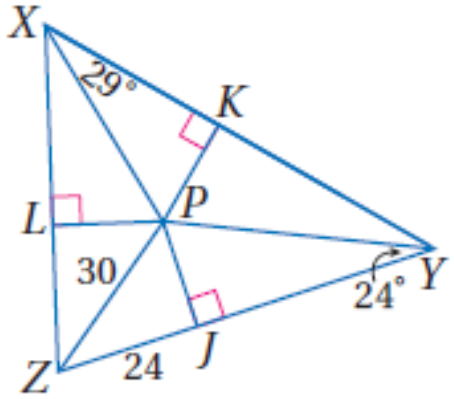
تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

إذا كانت P مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle XYZ$، فأوجد القياسين الآتيين:

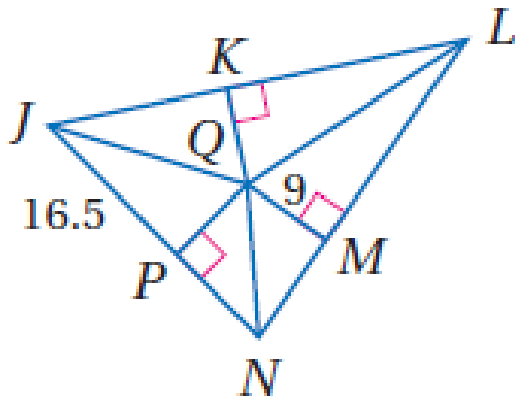
(4A PK

(4B $\angle LZP$



تأكد

8) إذا كانت Q مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle JLN$ ، فأوجد طول $\overline{JQ}$.

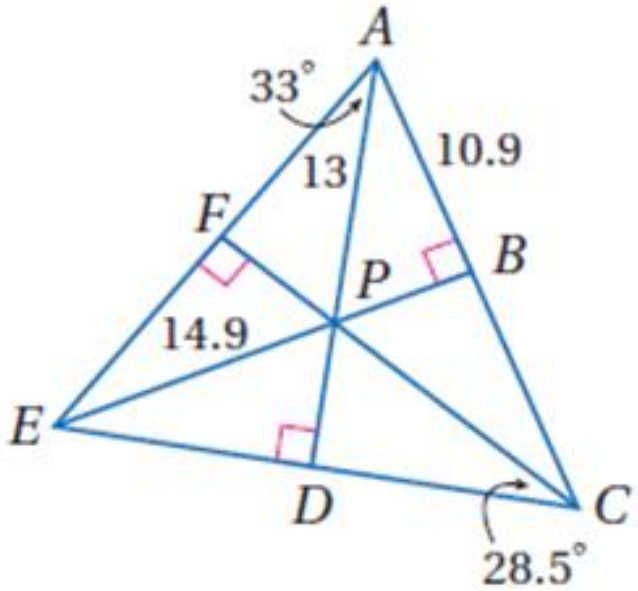


تدرب وحل المسائل

إذا كانت النقطة P مركز الدائرة الداخلية لِـ ΔAEC ، فأوجد كلًّا من القياسات الآتية :

(20 $\angle DAC$

(21 $\angle DEP$

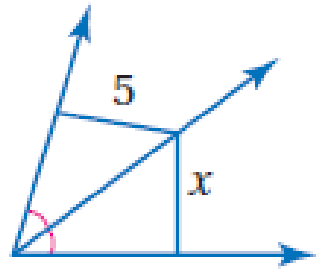


تدرب وحل المسائل

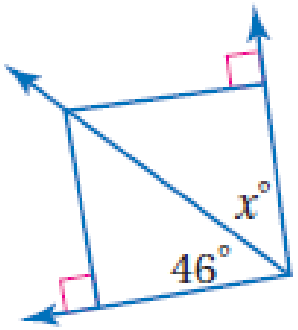
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

حدّد ما إذا كانت المعطيات في كل شكل مما يأتي كافية لإيجاد قيمة x. وضِّح إجابتك.

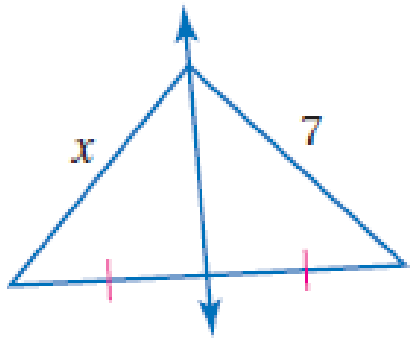
(23



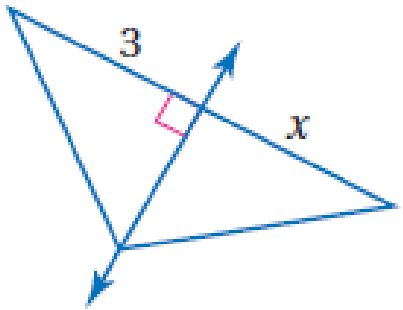
(24



(25



(26

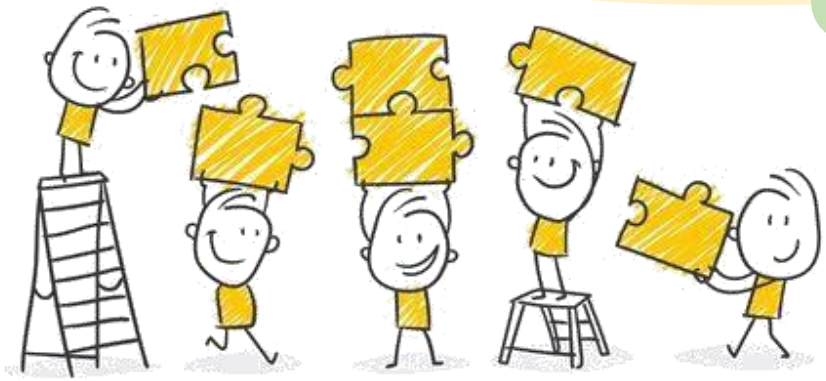


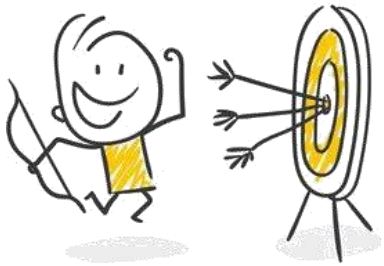
أ.روان القضاة

4 - 2

القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

صفحة 91





الاهداف :

1. التعرف على القطع المتوسطة في المثلث واستعمالها.
2. التعرف على الارتفاعات في المثلث واستعمالها .

فيما سبق :

درست الاعمدة المنصفة و منصفات الزوايا في المثلث واستعمالها

المفردات:

1. القطعة المتوسطة .
2. مركز المثلث.
3. الارتفاع.
4. ملتقى ارتفاعات المثلث.

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

صمّم مهندس طاولة خاصة لأحد الزبائن، يتكون سطحها من لوح زجاجي مثلث الشكل يرتكز على دعامة واحدة، ولتحقيق ذلك فهو في حاجة إلى إيجاد النقطة التي يضع عندها الدعامة لكي يحافظ على اتزانها، ويمكن إيجاد هذه النقطة برسم القطع المتوسطة، وتعيين نقطة تقاطعها.

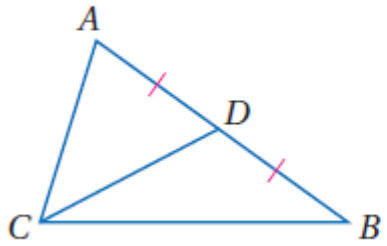
أين تقع نقطة اتزان سطح الطاولة ؟

هل تقع نقطة اتزان بمحاذاة منتصف كل من أضلاع سطح الطاولة ؟

أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

القطع المتوسطة :

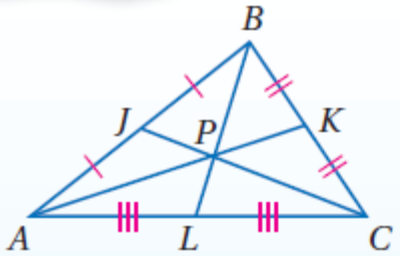


نظرية 4.7

نظرية مركز المثلث

أضف إلى مطويتك

يبعد مركز المثلث عن كل رأس من رؤوس المثلث ثُلُثَي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.



مثال: إذا كانت P مركز $\triangle ABC$ ، فإنّ

$$AP = \frac{2}{3}AK,\ BP = \frac{2}{3}BL,\ CP = \frac{2}{3}CJ$$

أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

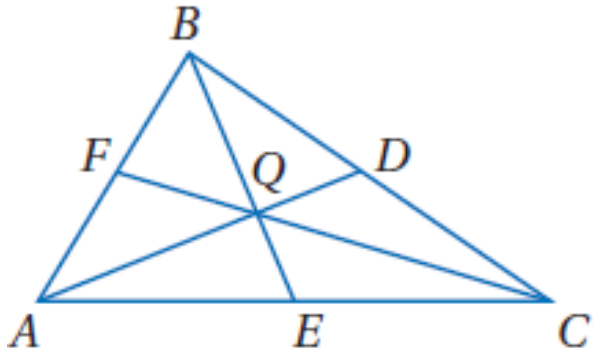
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

استعمال نظرية مركز المثلث

إذا كان $FC = 15$ ، فأوجد طولَي القطعتين الآتيتين :

(1A FQ

(1B QC



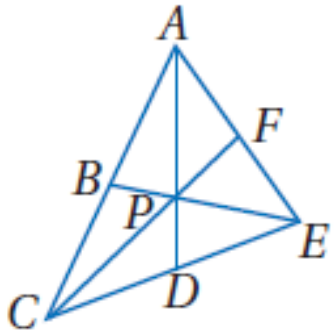
تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

إذا كانت النقطة P مركز $\triangle ACE$ ، $PF = 6, AD = 15$.
فأوجد كلّ طول مما يأتي:

(1 PC

(2 AP



أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

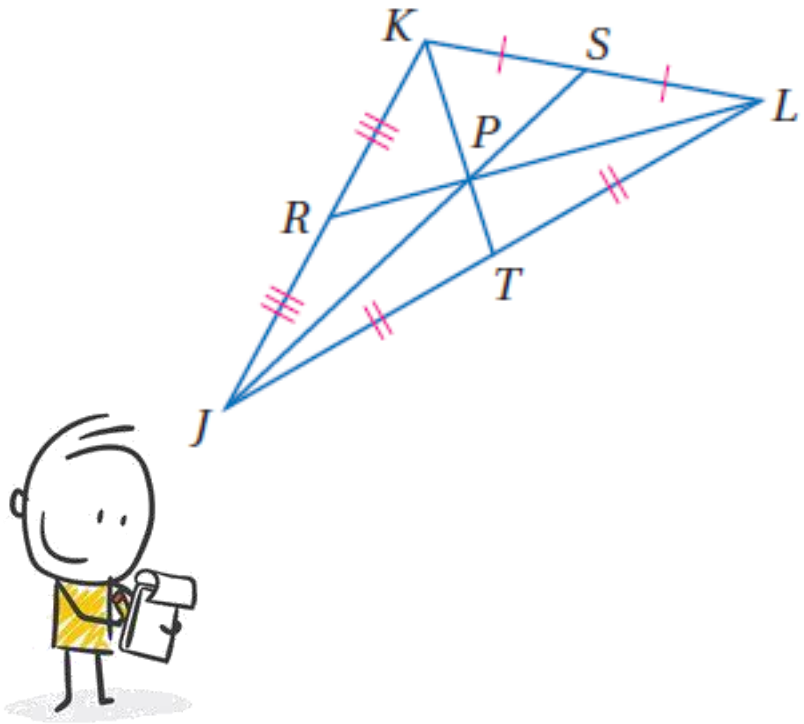
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

استعمال نظرية مركز المثلث

إذا كان $RP = 3.5, JP = 9$ ، فأوجد طولَي القطعتين الآتيتين:

(2A PL

(2B PS

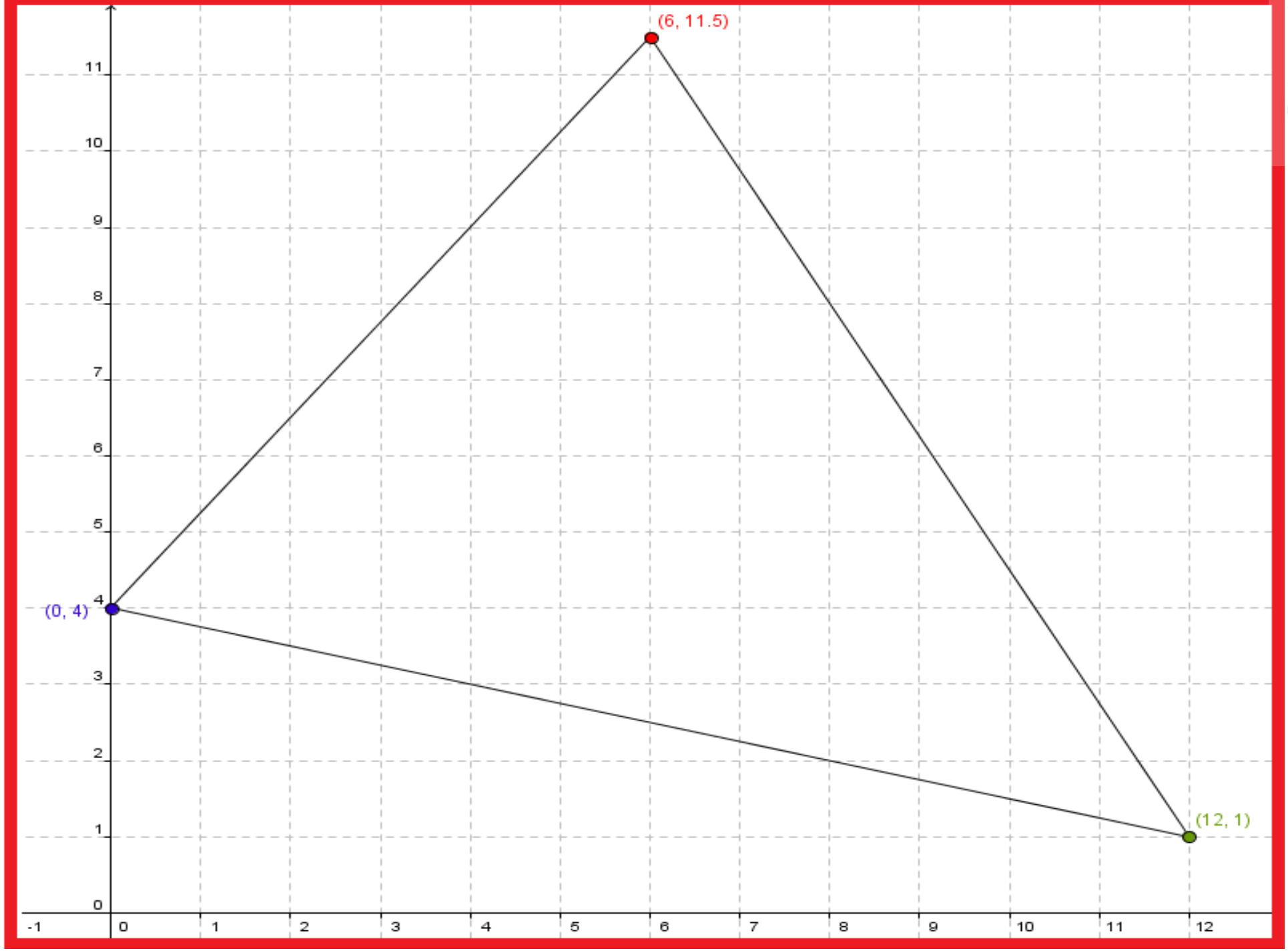


تحقق من فهمك

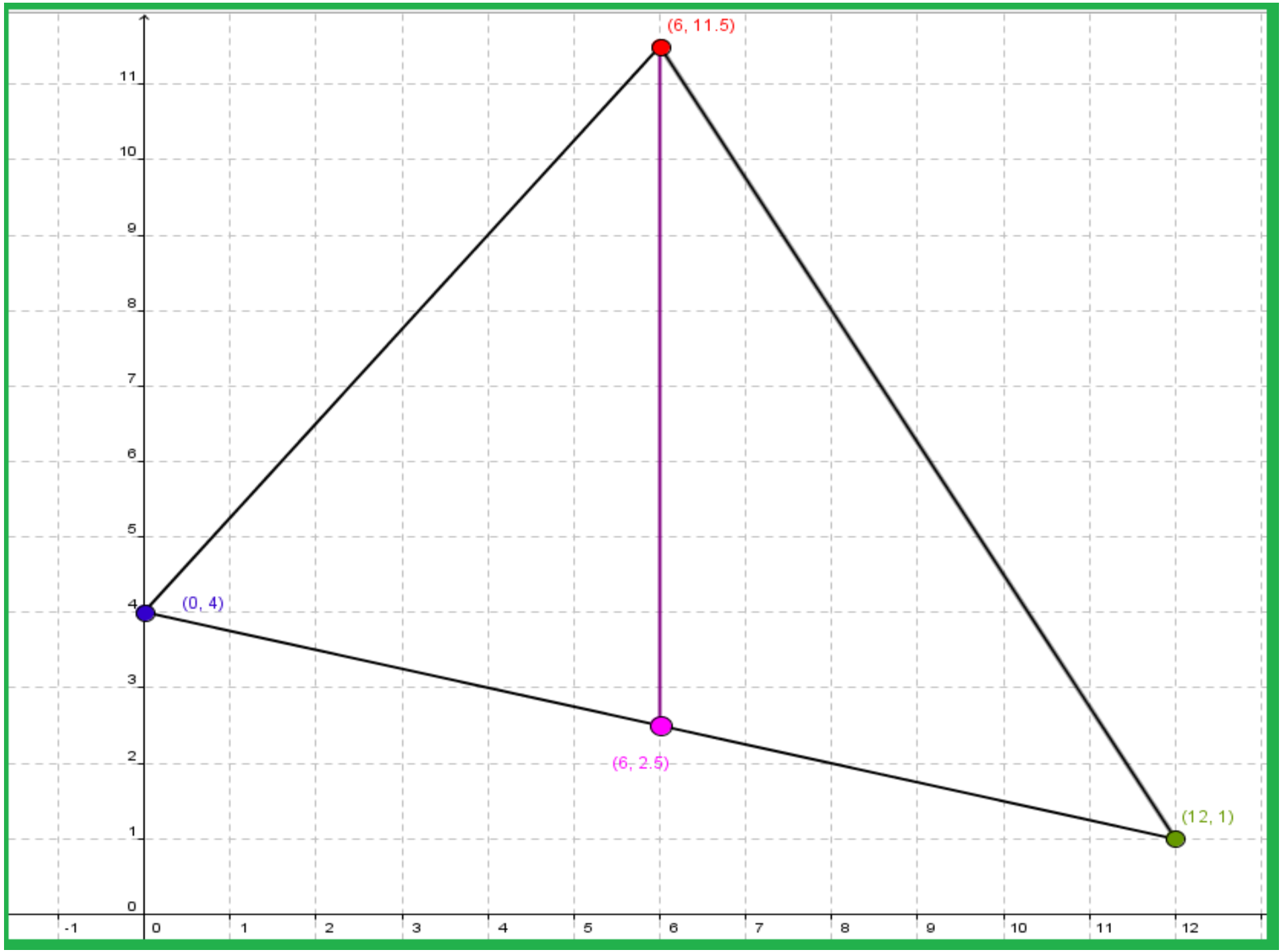
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

إيجاد المركز في المستوى الإحداثي

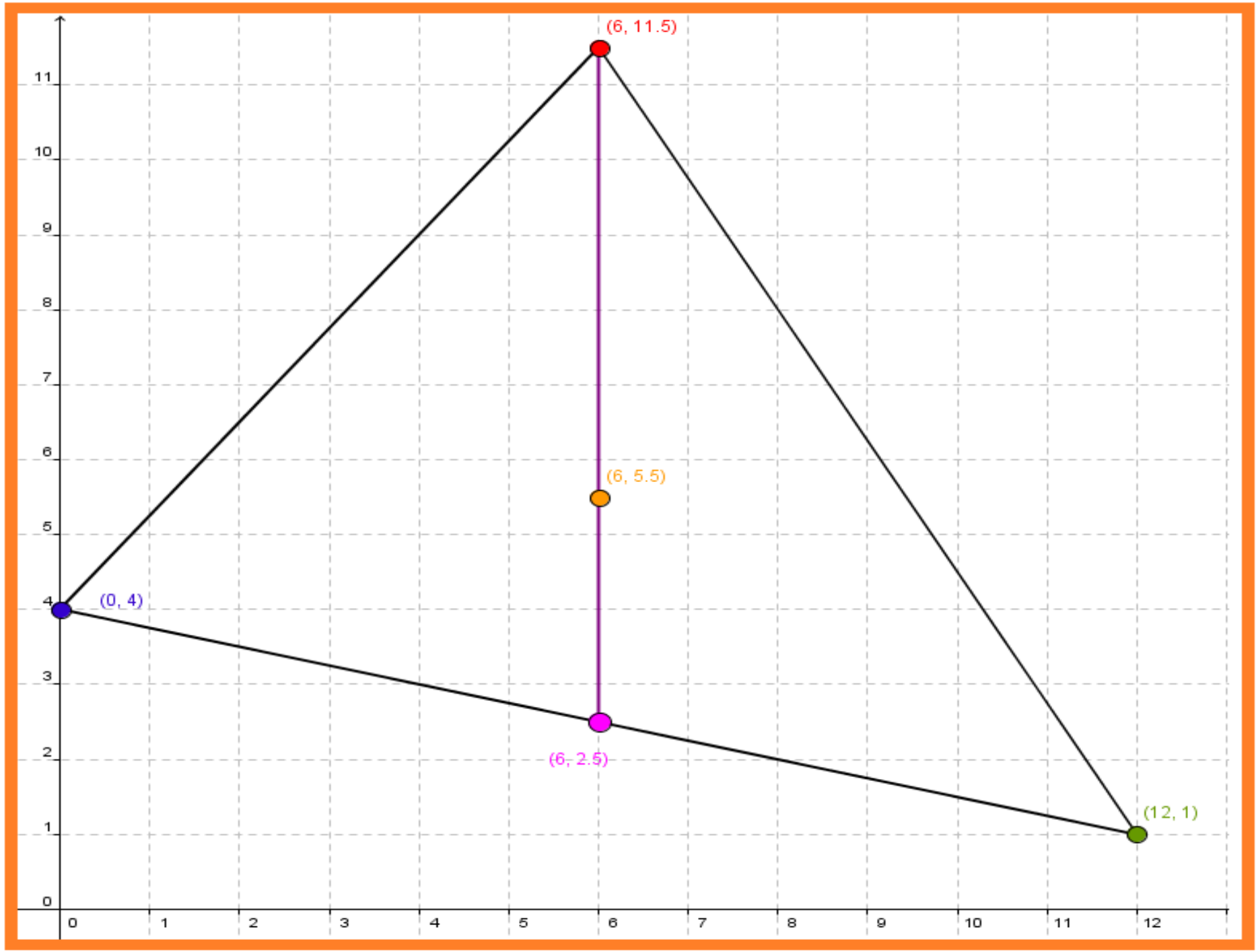
3) تقع رؤوس مثلث عند النقاط (12, 1) , (6, 11.5) , (0, 4)، فما إحداثيات النقطة التي يتزن عندها هذا المثلث؟ وضح إجابتك.



أ.روان القضاة



أ.روان القضاة

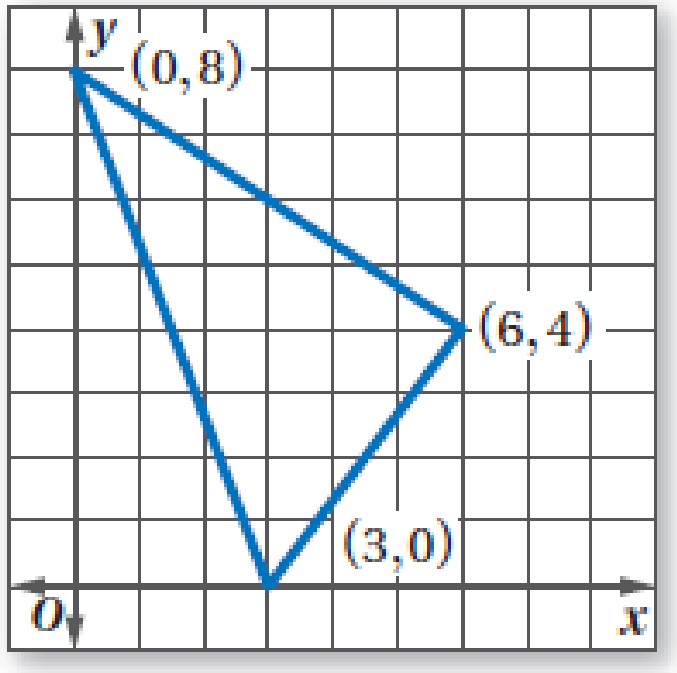


أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

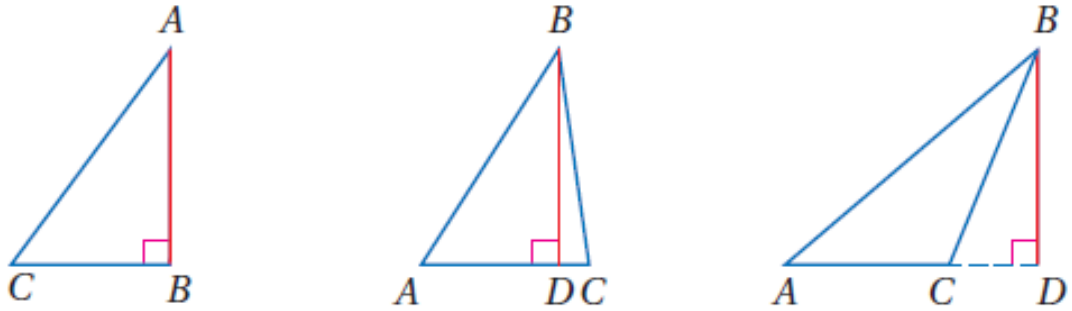
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

11) تصميم داخلي: صنعت كوثر لوحةً مثلثة الشكل كما في الشكل أدناه لتضع عليها صور معالم مشهورة. وأرادت أن تعلقها في سقف حجرتها على أن تكون موازية له. فعند أي نقطة يجب أن تُثبّت الخيط؟



استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

ارتفاعات المثلث:



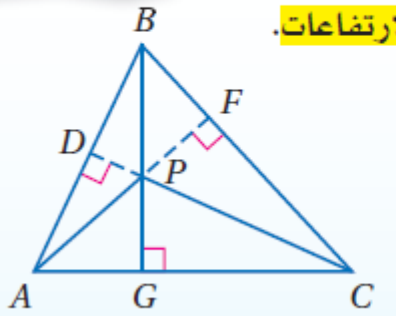
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

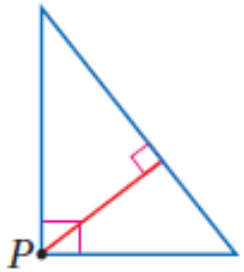
ملتقى الارتفاعات

تتقاطع المستقيمات التي تحوي ارتفاعات أيّ مثلث في نقطة تُسمّى **ملتقى الارتفاعات**.

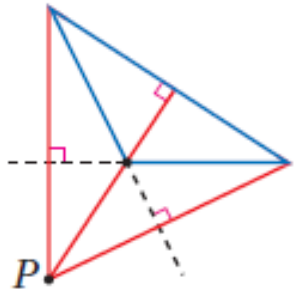


مثال: تتقاطع المستقيمات التي تحوي الارتفاعات $\overline{AF}, \overline{CD}, \overline{BG}$ عند النقطة P ، وهي ملتقى الارتفاعات للمثلث ABC .

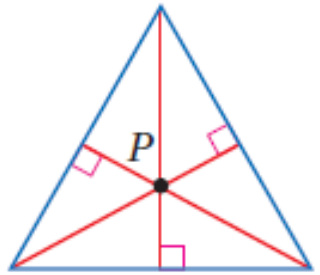
يمكن أن تلتقي الارتفاعات في مثلث داخله أو خارجه أو على أحد أضلاعه.



مثلث قائم الزاوية



مثلث منفرج الزاوية



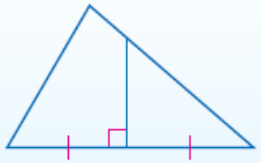
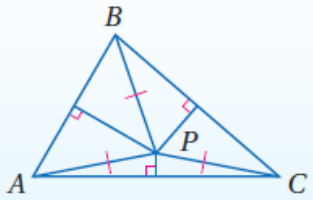
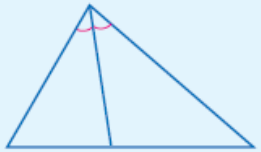
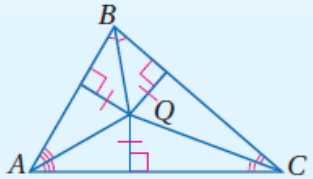
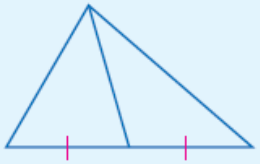
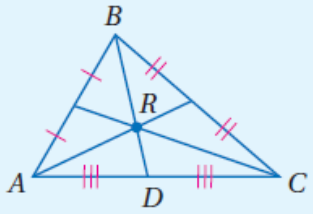
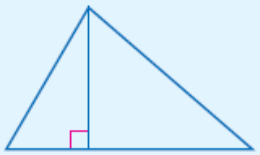
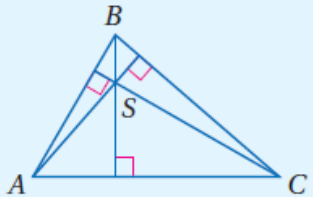
مثلث حاد الزوايا

أ.روان القضاة

ملخص المفاهيم

أضف إلى مطويتك

قطع مستقيمة ونقاط خاصّة في المثلث

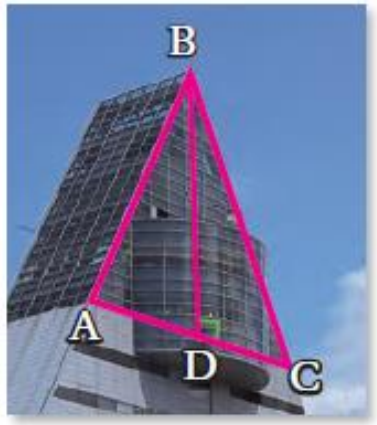
المفهوم	مثال	نقطة التلاقي	الخاصّية	مثال
العمود المنصّف		مركز الدائرة الخارجية للمثلث	P مركز الدائرة الخارجية لـ $\triangle ABC$ ، وتقع على أبعاد متساوية من رؤوس المثلث.	
منصّف الزاوية		مركز الدائرة الداخلية للمثلث	Q مركز الدائرة الداخلية في $\triangle ABC$ ، وتقع على أبعاد متساوية من أضلاع المثلث.	
القطعة المتوسطة		مركز المثلث	R مركز $\triangle ABC$ ،وتبعد عن كل رأس ثُلُثَي طول القطعة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.	
الارتفاع		ملتقى الارتفاعات	تلتقي المستقيمات التي تحوي ارتفاعات $\triangle ABC$ عند النقطة S ، وتسمى ملتقى الارتفاعات.	

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

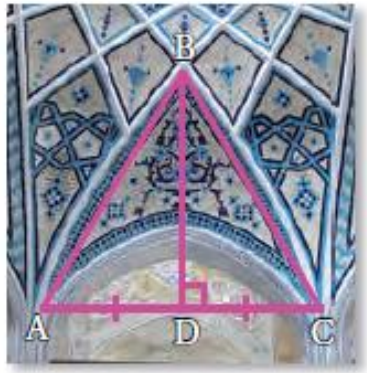
صنّف $\overline{BD}$ في كلٍّ من الأسئلة الآتية إلى ارتفاع، أو قطعة متوسطة، أو عمود منصّف:

(13



(14

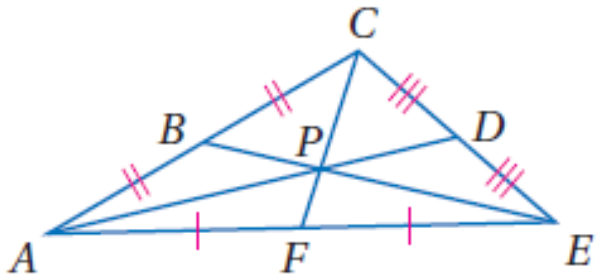
(15



استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

27) اكتشف الخطأ: قال صفوان: إن $\frac{2}{3}AP = AD$ في الشكل المجاور.



ولكن عبد الكريم لم يوافقه في ذلك، فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ وضّح إجابتك.

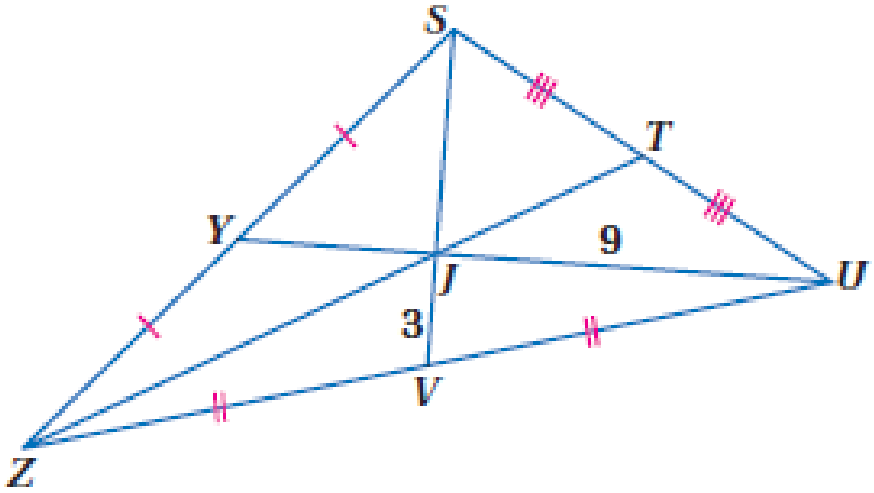
تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

في $\triangle SZU$ ، إذا كان $ZT = 18$ ، فأوجد كلّ طول مما يأتي:

5) YJ

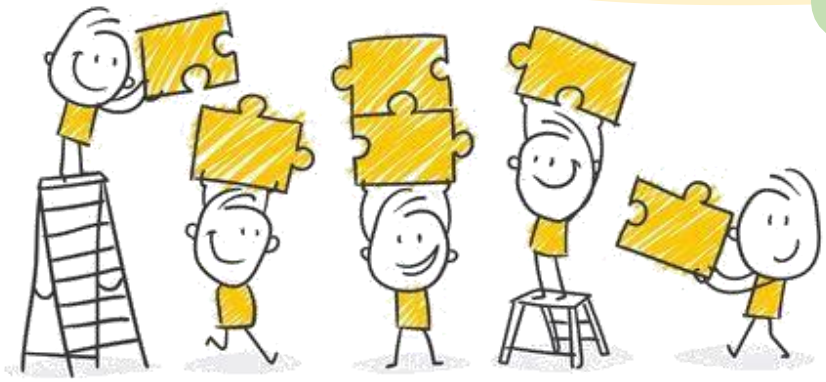
7) YU

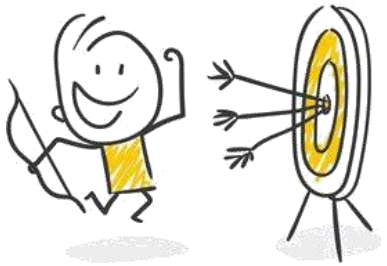


4 - 3

المتباينات في المثلث

صفحة 99





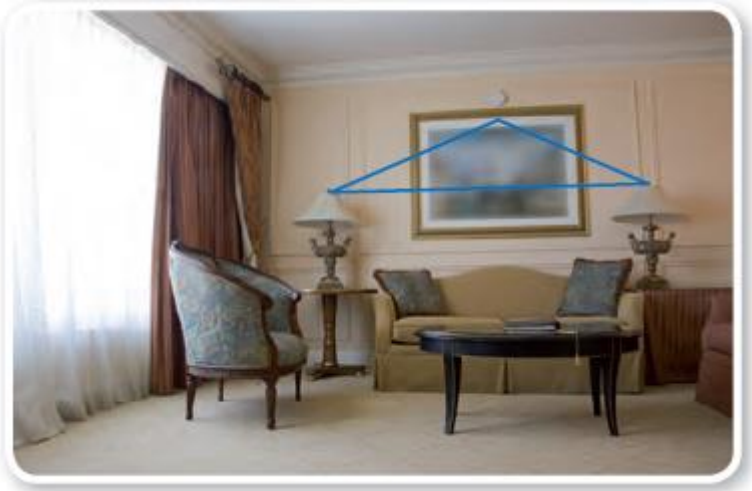
الاهداف :

1. التعرف على خصائص المتباينات وتطبيقها على قياسات زوايا المثلث .
2. تطبيق خصائص المتباينات على العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه.

فيما سبق :

درست العلاقة بين قياسات زوايا المثلث

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



لماذا؟

يستعمل المصمِّمون طريقة تُسمّى التثليث؛ لإعطاء الغرفة مظهرًا يُوحي بالاتساع، ومن الأمثلة على هذه الطريقة وضع طاولة صغيرة عند كل طرف من طرفَي أريكة مع وضع لوحة فوقها. على أن يكون قياس كل زاوية من زاويتَي قاعدة المثلث أقل من قياس الزاوية الثالثة.

ما اكبر زاوية في المثلث الظاهر في الصورة؟

ما أطول ضلع في المثلث؟

أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مفهوم أساسي

تعريف المتباينة

اضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي لأي عددين حقيقيين مثل a, b يكون $a > b$ ، إذا وفقط إذا وُجِدَ عدد حقيقي موجب c على أن يكون $a = b + c$

مثال إذا كان $3 + 2 = 5$ ، فإنّ $3 > 5$ وَ $2 > 5$

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

خصائص المتباينة على الأعداد الحقيقية

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية a , b , c

خاصيّة المقارنة	$a > b$ أو $a = b$ أو $a < b$.
خاصيّة التعدّي	1) إذا كان $a < b, b < c$ ، فإن $a < c$. 2) إذا كان $a > b, b > c$ ، فإن $a > c$.
خاصية الجمع	1) إذا كان $a > b$ ، فإن $a + c > b + c$. 2) إذا كان $a < b$ ، فإن $a + c < b + c$.
خاصيّة الطرح	1) إذا كان $a > b$ ، فإن $a - c > b - c$. 2) إذا كان $a < b$ ، فإن $a - c < b - c$.

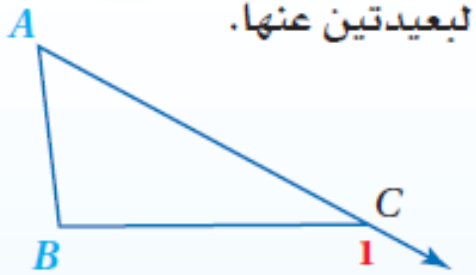
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظرية 4.8

متباينة الزاوية الخارجيّة

أضف إلى مطويتك

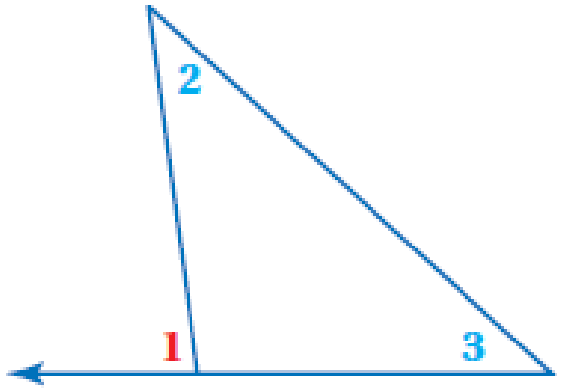
قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أيّ من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها.



مثال:

$m\angle 1 > m\angle A$

$m\angle 1 > m\angle B$



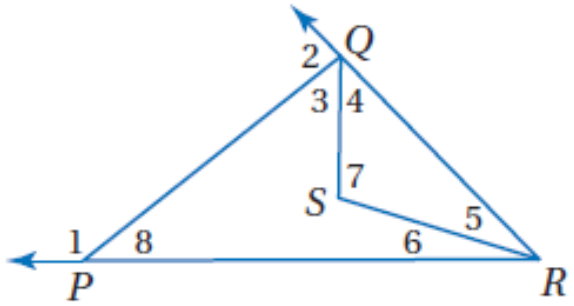
تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجيّة؛ لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المُعطى في كلٍّ مما يأتي:

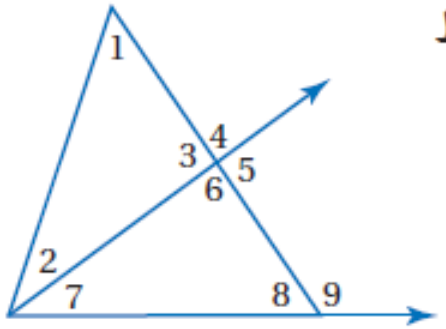
1A) قياساتها أقل من $m\angle 1$

1B) قياساتها أكبر من $m\angle 8$



تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجيّة، لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المعطى في كلٍّ مما يأتي :

1) قياساتها أقل من $m\angle 4$.

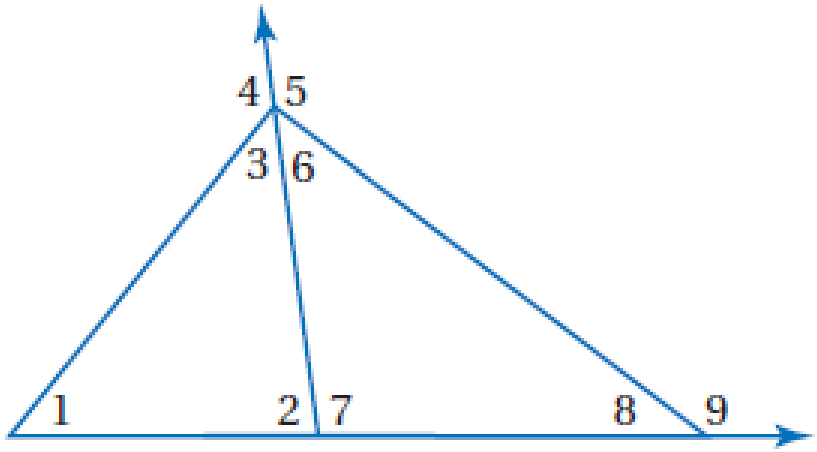
3) قياساتها أكبر من $m\angle 2$.

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

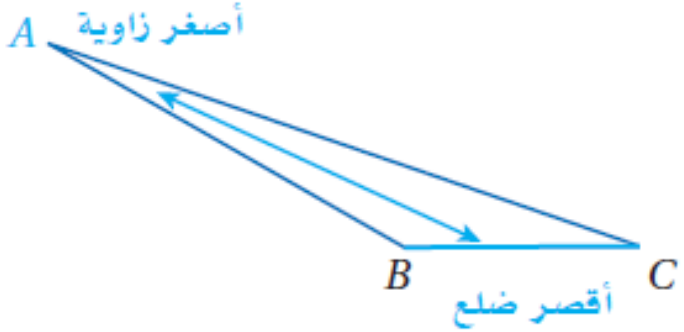
استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجية؛ لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المُعطَى في كلٍّ مما يأتي:

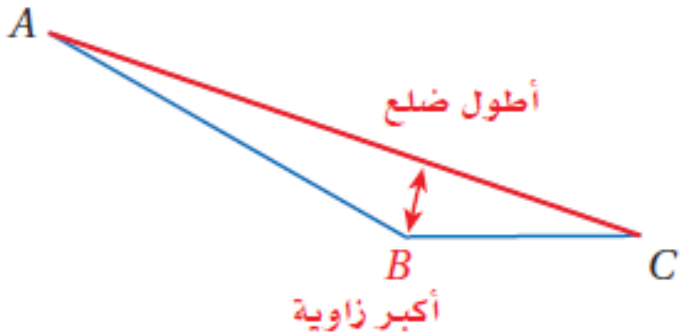
10) قياساتها أقل من $m\angle 9$.



استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه :





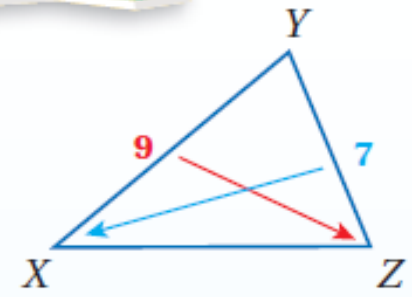
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظريتان

أضف إلى مطويتك

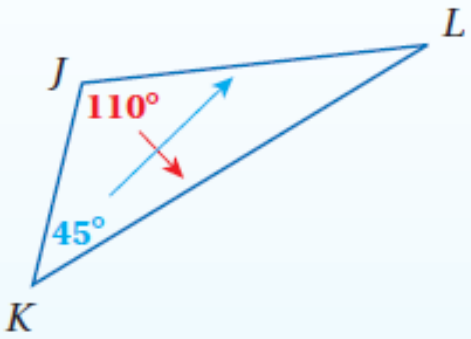
العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه

4.9 **متباينة ضلع-زاوية:** إذا كان أحد أضلاع مثلث أطول من ضلع آخر، فإنّ قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول يكون أكبر من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأقصر.



مثال بما أنّ $XY > YZ$، فإن $m\angle Z > m\angle X$.

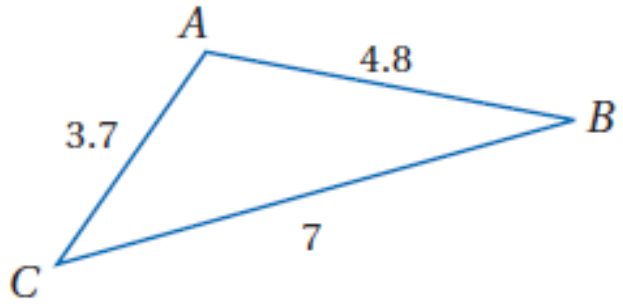
4.10 **متباينة زاوية-ضلع:** إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث أكبر من قياس زاوية أخرى، فإنّ الضلع المقابل للزاوية الكبرى يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الصغرى.



مثال بما أنّ $m\angle J > m\angle K$، فإن $KL > JL$.

تحقق من فهمك

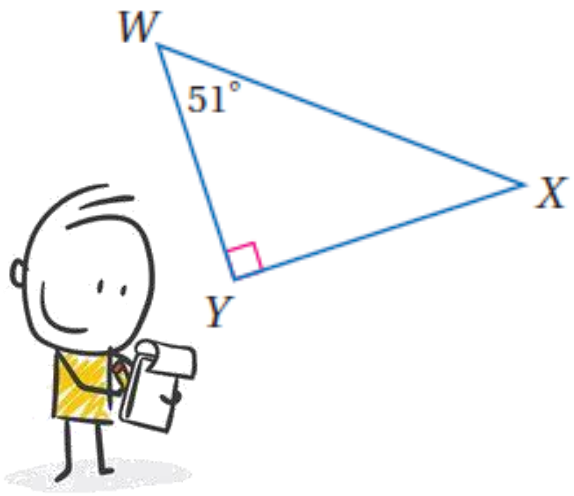
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



ترتيب زوايا المثلث وفقًا لقياساتها

2) اكتب زوايا $\triangle ABC$ مرتبةً من الأصغر إلى الأكبر

ترتيب أضلاع المثلث وفقًا لأطوالها



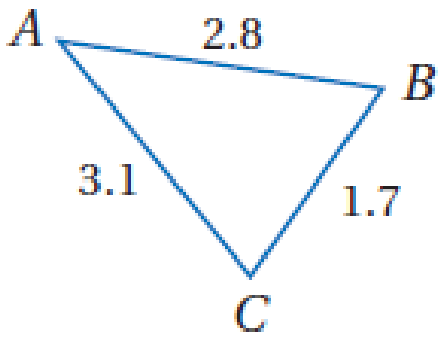
3) اكتب زوايا $\triangle WXY$ وأضلاعه، مرتّبةً من الأصغر إلى الأكبر.

تأكد

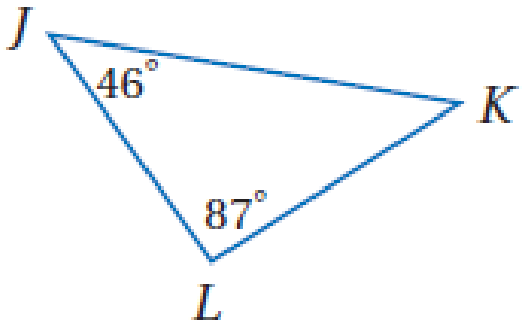
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

اكتب زوايا كل مثلث مرتّبةً من الأصغر إلى الأكبر في السؤالين الآتيين :

(5



(6

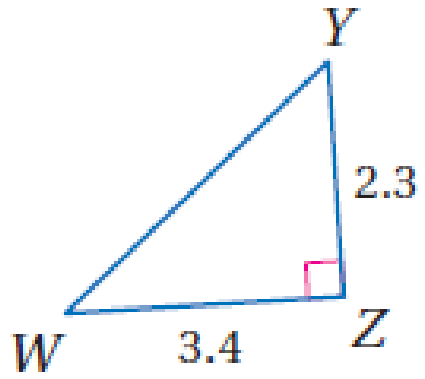


تدرب وحل المسائل

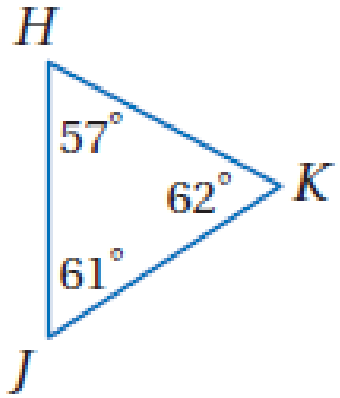
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

اكتب زوايا كل مثلث مرتّبةً من الأصغر إلى الأكبر في كلٍّ مما يأتي:

(12



(13

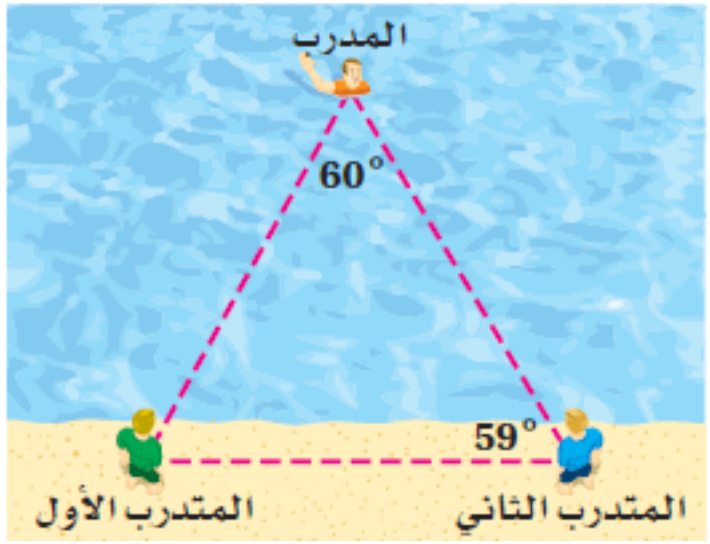


تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

العلاقات بين الزوايا والأضلاع

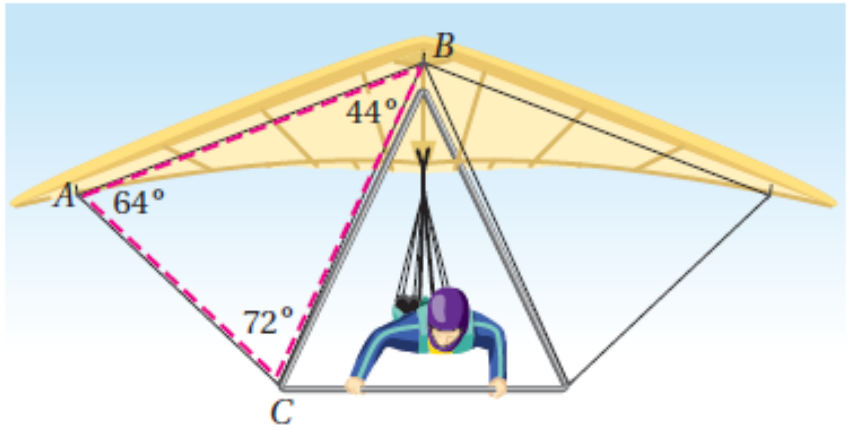
4) **سبّاحو الإنقاذ:** في أثناء التدريب يُمثّل المدرّب دور شخصٍ في خطر ليتمكّن المتدرِّبان من تطبيق مهارات الإنقاذ. إذا كان المدرّب والمتدرِّبان الأول والثاني في المواقع المبيّنة في الشكل، فأيُّ المتدربَين أقرب إلى المدرّب؟



تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

7) **طيران شراعي:** تشكّل دعائم الطائرة الشراعية مثلثات كالمثلث الظاهر في الصورة . فأي دعامة تكون أطول: $\overline{AC}$ أم $\overline{BC}$ ؟ وضّح إجابتك.



أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

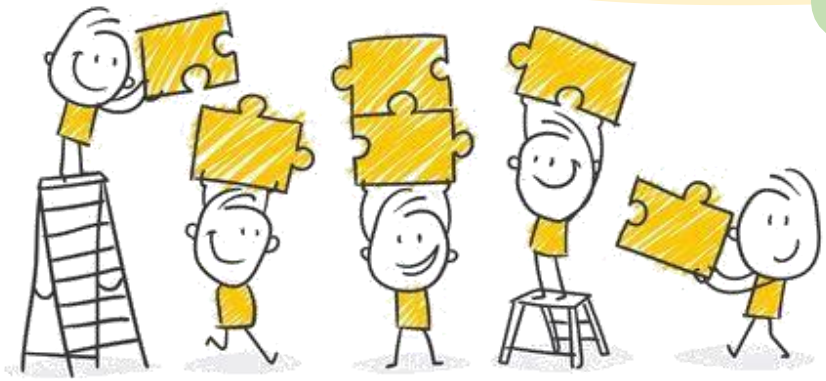
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

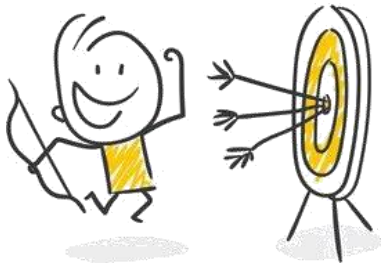
33) تبرير: هل تكون قاعدة المثلث المتطابق الضلعين هي الضلع الأطول في المثلث دائمًا تكون أبدًا؟ وضّح إجابتك.

4 - 4

البرهان غير المباشر

صفحة 107





الاهداف :

1. كتابة براهين جبرية غير مباشرة .
2. كتابة براهين هندسية غير مباشرة .

فيما سبق :

درست البراهين الحرة و ذات العمودين والتسلسلية

المفردات:

1. التبرير المباشر.
2. البرهان المباشر.
3. التبرير غير المباشر .
4. البرهان غير المباشر.
5. البرهان بالتناقض.

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

أعلن محل أحذية عن تخفيض مقداره ٪25 على جميع القطع الموجودة في المحل، **فسألت هند أختها مها خلال تسوقهما في المحل قائلةً:** إذا كان ثمن القطعة 80 ريالًا بعد التخفيض، فهل كان ثمن القطعة أكثر من 100 ريالٍ قبل التخفيض؟

فأجابت مها: نعم؛ لأنه لو كان ثمن القطعة قبل التخفيض 100 ريالٍ أو أقل، فإن ثمنها بعد التخفيض سيكون 75 ريالًا أو أقل.

من خلال فقرة لماذا هل كان ثمن القطعة أكثر من 100ريال قبل التخفيض ؟

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

خطوات كتابة البرهان غير المباشر

الخطوة 1: حدّد النتيجة التي ستبرهنها. ثم افترض خطأها، وذلك بافتراض أنّ نفيها صحيح.

الخطوة 2: استعمل التبرير المنطقي لتبين أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقضٍ مع المعطيات أو مع حقيقةٍ أخرى، مثل تعريف أو مسلمة أو نظريَّة.

الخطوة 3: بما أن الافتراض الذي بدأت به أدّى إلى تناقض، فبيِّن أن النتيجة الأصلية المطلوب إثباتها يجب أن تكون صحيحة.

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

صياغة افتراض للبدء في برهان غير مباشر

اكتب الافتراض الضروري الذي تبدأ به برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي :

1A) $x > 5$

1B) النقاط J, K, L تقع على استقامة واحدة.

1C) $\triangle XYZ$ متطابق الأضلاع.

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي :

1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

2) $\triangle XYZ$ مختلف الأضلاع.

3) إذا كان $4x < 24$ ، فإنّ $x < 6$

4) $\angle A$ليست زاوية قائمة.

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

12) $\angle 2$, $\angle 1$ زاويتان غير متكاملتين.

14) العدد الفردي لا يقبل القسمة على 2 .

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

كتابة برهان جبري غير مباشر

اكتب برهانًا غير مباشر لكلٍّ من العبارتين الآتيتين:

2A) إذا كانت $7x > 56$ ، فإنّ $x > 8$

2B) إذا كان $-c$ موجبًا ، فإنّ c سالبٌ.

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

اكتب برهانًا غير مباشر

5) إذا كان $2x + 3 < 7$ ، فإنّ $x < 2$

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تدرب وحل المسائل

اكتب برهانًا غير مباشر

15) إذا كان $-3x + 4 < 7$ ، فإنَّ $x > -1$.

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

اكتب برهانًا غير مباشر

20) **المعطيات:** n^2 عدد زوجي.

المطلوب: n عدد زوجي.

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

استعمال البرهان الجبري غير المباشر

3) **رحلة :** قطع رياض أكثر من 360 كيلومترًا في رحلة، وتوقّف في أثناء سفره مرتين فقط. استعمل البرهان غير المباشر لإثبات أن رياضًا قطع أكثر من 120 كيلومترًا في إحدى مراحل رحلته الثلاث على الأقل.

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

براهين غير مباشرة في نظرية الأعداد

4) اكتب برهانًا غير مباشر لإثبات أنه "إذا كان مربع عدد صحيح فرديًّا، فإنّ العدد الصحيح فرديٌّ".

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

8) اكتب برهانًا غير مباشر لإثبات أنّه إذا كان $5x - 2$ عددًا فرديًّا، فإن x عدد فردي.

تحقق من فهمك

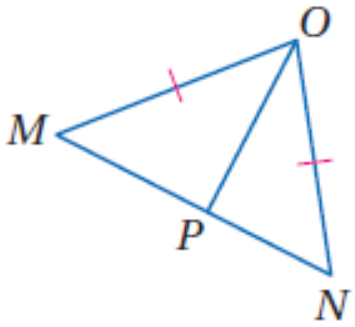
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

البرهان غير المباشر في الهندسة :

برهان هندسي

5) اكتب برهانًا غير مباشر.



المعطيات: $\overline{MO} \cong \overline{ON}\ ,\ \overline{MP} \ncong \overline{NP}$

المطلوب: $\angle MOP \ncong \angle NOP$

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

اكتب برهانًا غير مباشر لكل عبارة من العبارتين الآتيتين:

9) وتر المثلث القائم الزاوية هو أطول أضلاعه.

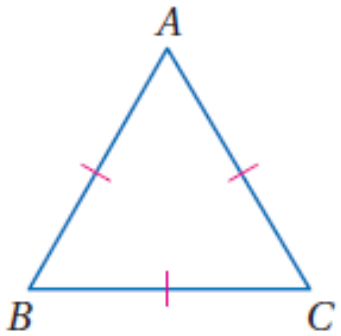
10) إذا كانت الزاويتان متكاملتين، فإنّه لا يمكن أن تكونا منفرجتين معًا.

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

اكتب برهانًا غير مباشر 22) **المعطيات:** $\triangle ABC$ متطابق الأضلاع.

المطلوب: $\triangle ABC$ متطابق الزوايا.



استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

33) اكتشف الخطأ: يحاول أسعد ورضوان أن يُثبتا العبارة التالية باستعمال البرهان غير المباشر. فهل أيٌّ منهما إجابته صحيحة؟ وضح إجابتك.

"إذا كان مجموع عددين زوجيًّا، فإنّ العددين زوجيّان".

أسعد

العبارة صحيحة. إذا كان أحد العددين زوجيًّا والآخر صفرًا، فإن المجموع يكون عددًا زوجيًّا. وبما أنّ الافتراض صحيح حتى عندما تكون النتيجة خطأ، فإن العبارة صحيحة.

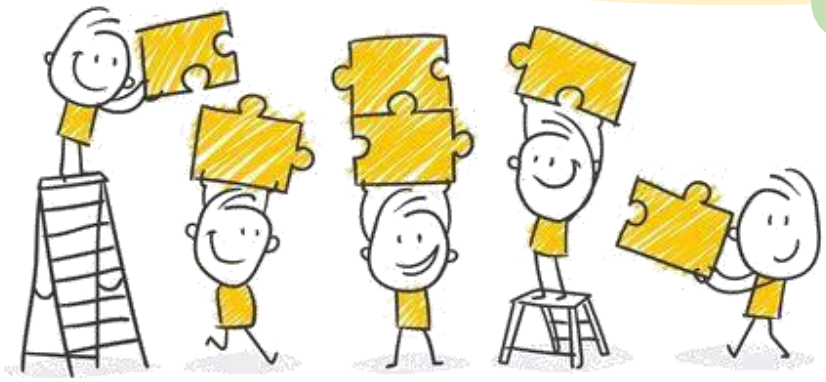
رضوان

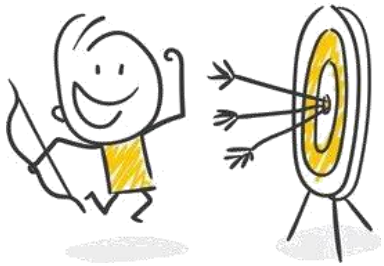
العبارة صحيحة. إذا كان العددان فرديين فإنّ مجموعهما يكون عددًا زوجيًّا. وبما أن الافتراض صحيح عندما تكون النتيجة خطأ، فإنّ العبارة صحيحة.

4 - 5

متباينة المثلث

صفحة 115





الاهداف :

1. استعمال نظرية متباينة المثلث لتعيين الأطوال التي تكون مثلثا.
2. إثبات العلاقات في المثلث باستعمال نظرية متباينة المثلث .

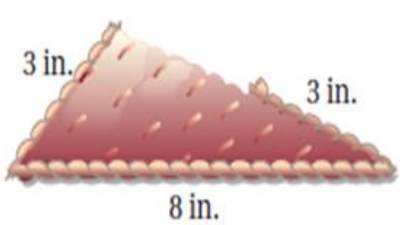
فيما سبق :

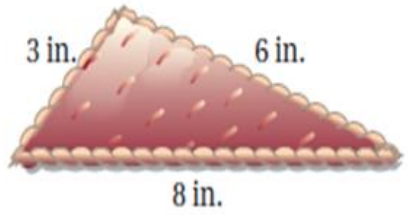
درست خصائص المتباينات وتطبيقها على العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

يريد أحد المصمِّمين أن يستعمل قطع الخيوط المجدُولة والمتبقية من أحد أعماله لتزيين الوسائد المثلثة الشكل أدناه.
ولتقليل الإهدار، أراد المصمّم أن يستعمل القطع دون قصها، فاختار ثلاث قطع عشوائيًّا وحاول أن يشكّل مثلثًا.
والشكلان الآتيان يبيِّنان اثنتين من هذه المحاولات.





ما أطول قطع الخيوط الثلاث في كل محاولة ؟

ما مجموع أقصر طولين في كل محاولة ؟

أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظرية 4.11

نظرية متباينة المثلث

أضف إلى مطويتك

مجموع طولَي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

أمثلة $PQ + QR > PR$

$QR + PR > PQ$

$PR + PQ > QR$

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تعيين الأطوال التي تكوّن مثلثًا

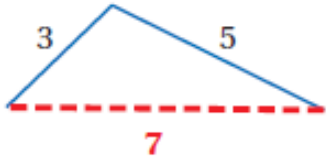
حدد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كلٍّ من السؤالين الآتيين، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فوضح السبب:

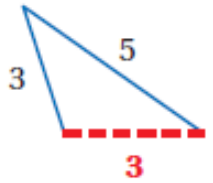
(1A 15 cm, 16 cm, 30 cm

(1B 2 ft, 8 ft, 11 ft

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

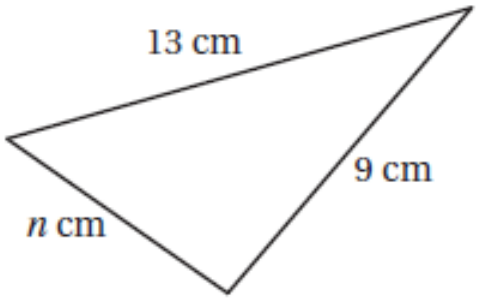
عندما يُعلم طولا ضلعين في مثلثٍ، يمكن تحديد مدى القيم الممكنة لطول الضلع الثالث باستعمال نظرية متباينة المثلث.





تحقق من فهمك

2) في الشكل المجاور، أيُّ الأعداد الآتية لا يمكن أن يكون قيمة لِـ n؟



A 7 **B** 13 **C** 10 **D** 22

أ.روان القضاة

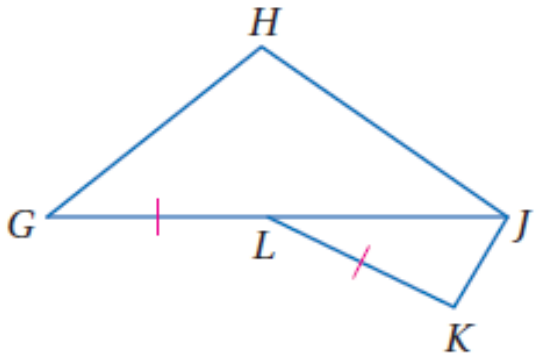
تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

3) اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $GL = LK$

المطلوب: $JH + GH > JK$



العبارات	المبررات

أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تأكد

حدِّد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كلّ مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فوضِّح السبب.

1) 5 cm, 7 cm, 10 cm

تدرب وحل المسائل

7) 11 mm, 21 mm, 16 mm

أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

4) **اختيار من متعدّد:** إذا كان طولَا ضلعين في مثلث 5 m, 9 m، فما أصغر عدد صحيح يمكن أن يمثّل طول الضلع الثالث فيه؟

A 5 m **B** 4 m **C** 14 m **D** 6 m

أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اكتب متباينةً تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلثٍ عُلم طولَا ضلعين من أضلاعه في كلٍّ مما يأتي:

10) 4 ft, 8 ft

11) 5 m, 11 m

أ.روان القضاة

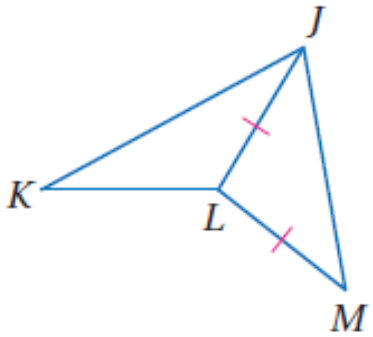
تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

اكتب برهانًا ذا عمودين

15) المعطيات: $\overline{JL} \cong \overline{LM}$

المطلوب: $KJ + KL > LM$



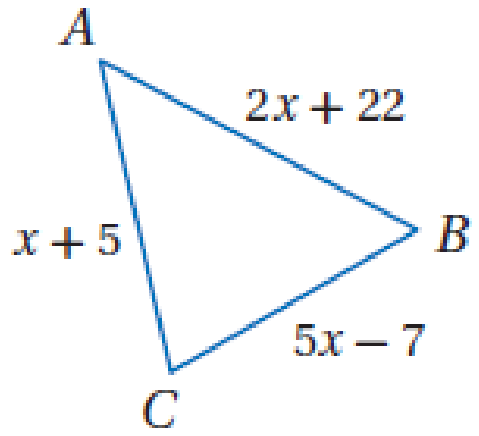
العبارات	المبررات

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: حدّد القيم الممكنة لـ x

(16



تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

إذا كانت كل مجموعة تمثل أطوال أضلاع مثلث، فاكتب متباينةً تمثِّل مدى القيم الممكنة لِـ x في كلٍّ من الأسئلة الآتية:

20 $x, 4, 6$

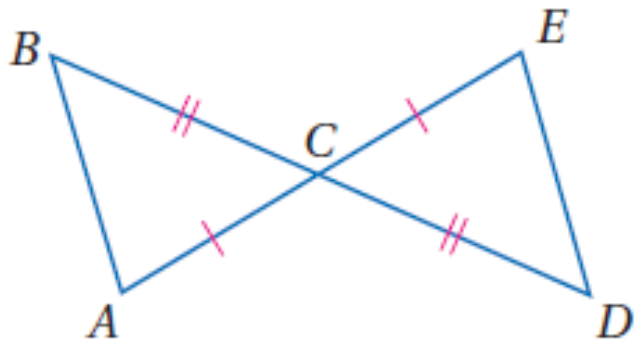
22 $x + 1, 5, 7$

أ.روان القضاة

مسائل مهارات التفكير العليا

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

29) تحدّ: ما مدى القيم الممكنة لمحيط الشكل $ABCDE$، إذا كان $AC = 7, DC = 9$؟ وضّح إجابتك.

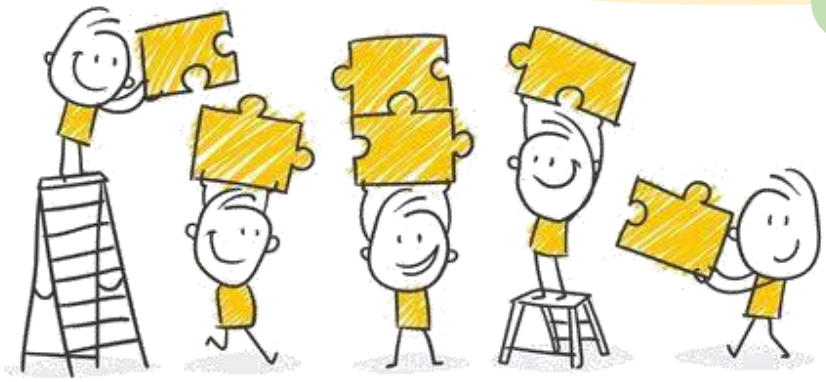


أ.روان القضاة

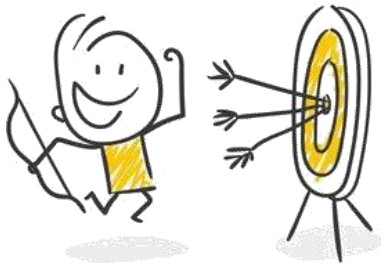
4 - 6

المتباينات في مثلثين

صفحة 121



أ.روان القضاة



الاهداف :

1. تطبيق متباينة SAS أو عكسها لإجراء مقارنات بين عناصر مثلثين .
2. إثبات صحة العلاقات باستعمال متباينة SAS أو عكسها.

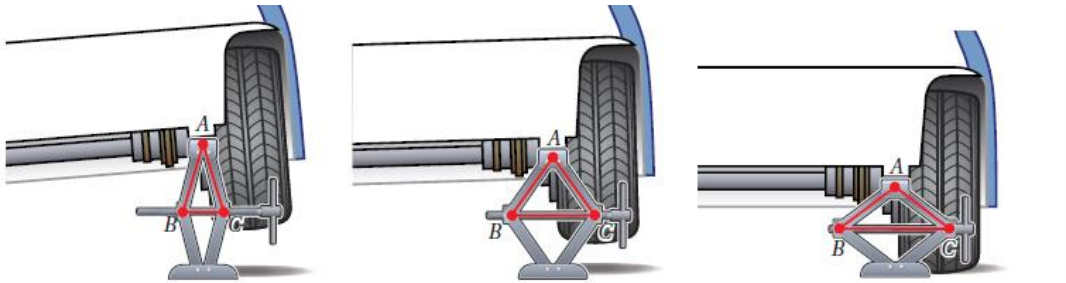
فيما سبق :

درست المتباينات في المثلث الواحد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

تُستعمل الرافعة عند تغيير إطارات السيارات، والرافعة المبيّنة أدناه واحدة من الرافعات البسيطة التي ما زالت تُستعمل حتى يومنا هذا. لاحظ أنّه عندما تُنزَّلُ الرافعة فإنّ ساقَي $\triangle ABC$ يظلّان متطابقين، في حين تزداد الزاوية A اتّساعًا ويزداد طول الضلع $\overline{BC}$ المقابل لِـ $\angle A$



هل تكون الزاوية A اكبر عندما ترتفع السيارة أم عندما تنخفض ؟

هل تكون BC اطول عندما ترتفع السيارة أم عندما تنخفض ؟

أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

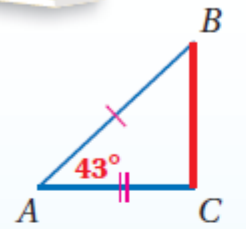
نظريتان

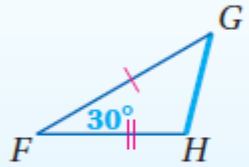
المتباينات في مثلثين

أضف إلى مطويتك

4.13 متباينة SAS

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإنّ الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

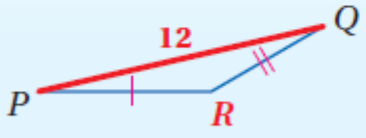


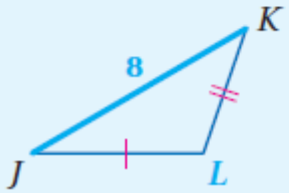


مثال: إذا كان: $m\angle A > m\angle F$ ، $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\overline{AC} \cong \overline{FH}$ ،
فإنّ $BC > GH$.

4.14 عكس متباينة SAS (SSS)

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإنّ قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول يكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.





مثال: إذا كان: $PQ > JK$, $\overline{QR} \cong \overline{KL}$, $\overline{PR} \cong \overline{JL}$ ،
فإن $m\angle R > m\angle L$.

أ.روان القضاة

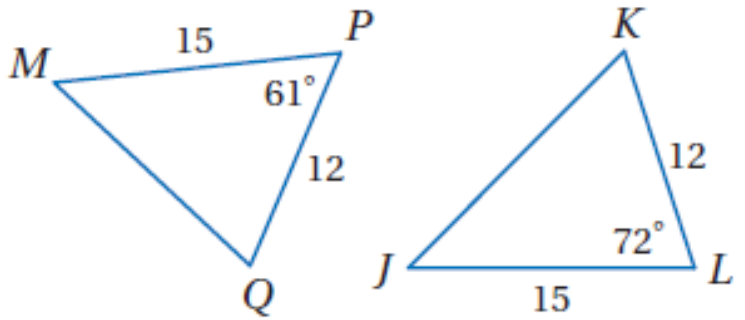
تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

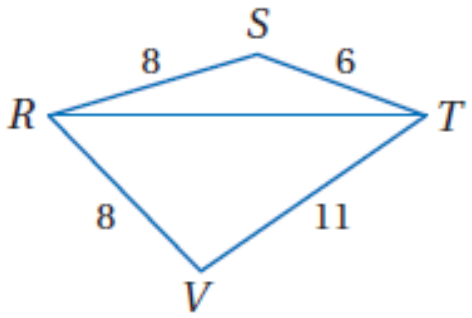
استعمال متباينة SAS وعكسها

قارن بين القياسات المعطاة في كلٍّ من السؤالين الآتيين :

(1A JK, MQ



(1B $m\angle SRT, m\angle VRT$



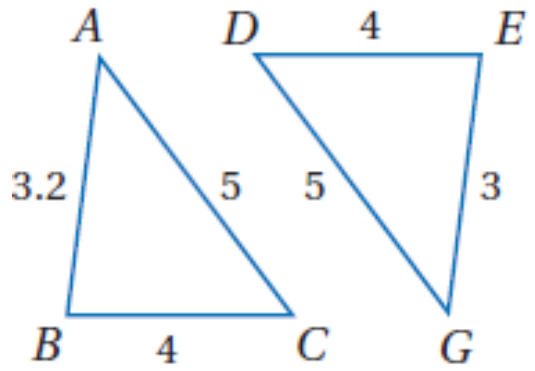
تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

قارن بين القياسين المحددين في

(1 $m\angle ACB, m\angle GDE$

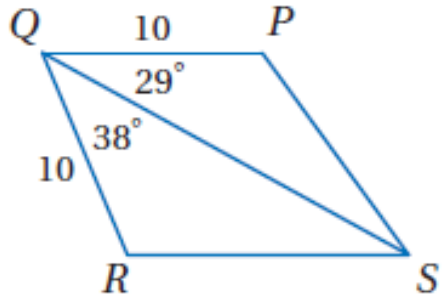


تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

قارن بين القياسين المحددين في

PS, SR **(10**



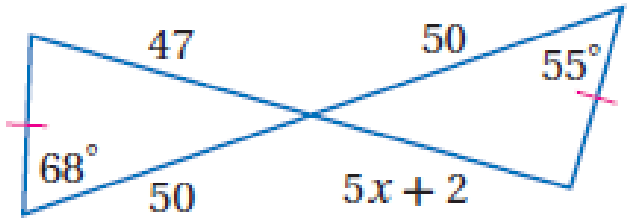
أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

استعمال الجبر في العلاقات بين مثلثين

3) أوجد متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لِـ x .

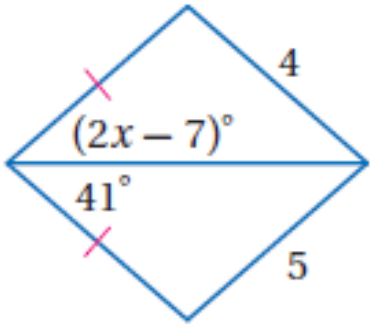


تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

اكتب متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لِـ x

(4



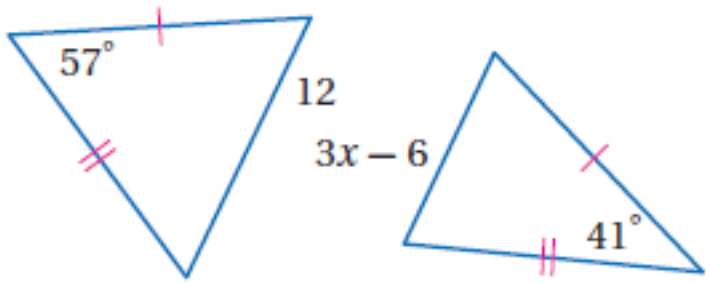
أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

اكتب متباينةً تمثل مدى القيم الممكنة لِـ x في

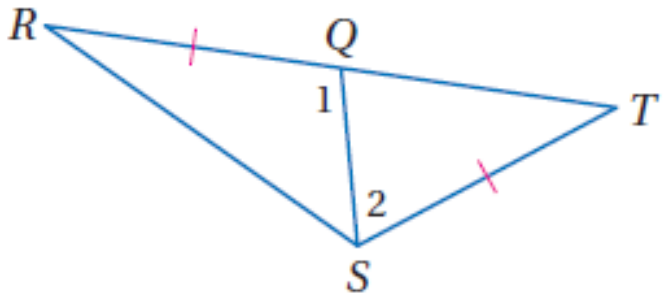
(12



تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

إثبات علاقات المثلث باستعمال متباينة SAS



4) اكتب برهانا ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$

المطلوب: $RS > TQ$

العبارات	المبررات

أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

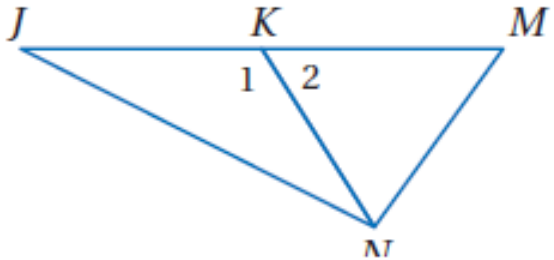
إثبات علاقات باستعمال عكس متباينة SAS

5) اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{NK}$ قطعة متوسطة في $\triangle JMN$.

$JN > NM$

المطلوب: $m\angle 1 > m\angle 2$



العبارات	المبررات

أ.روان القضاة

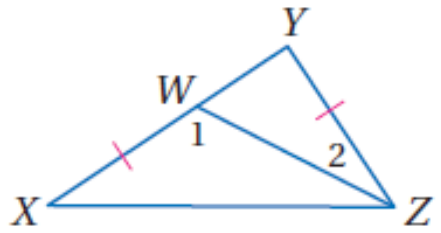
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تأكد

برهان اكتب برهانًا ذا عمودين في

6) **المعطيات:** $\triangle YZX$
$\overline{YZ} \cong \overline{XW}$

المطلوب: $ZX > YW$



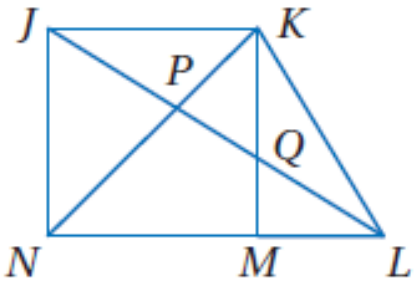
العبارات	المبررات

أ.روان القضاة

مسائل مهارات التفكير العليا

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

22) تحدٍّ: في الشكل المجاور، إذا كان: $\overline{KJ} \cong \overline{JN}$ ، $m\angle LJN > m\angle KJL$ ،
فأيّ الزاويتين هي الأكبر: $\angle LKN$ أم $\angle LNK$ ؟ وضّح إجابتك.



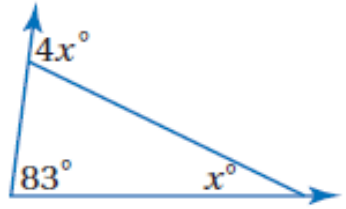
الفصل الرابع
العلاقات في المثلث

5 - 1 زوايا المضلع
5 - 2 متوازي الاضلاع
5 - 3 تمييز متوازي الاضلاع
5 - 4 المستطيل
5 - 5 المعين والمربع
5 - 6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

أ.روان القضاة

أوجد قيم x في كل مما يلي مقرَّ إلى أقرب عُشر: :

1)



حدِّد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يلي:

4) $A(3, 3), B(8, 2), C(6, -1), D(1, 0)$

أوجد المسافة بين كل نقطتين، ثم أوجد إحداثيات نقطة منتصف القطعة الواصلة بينهما في كل مما يلي:

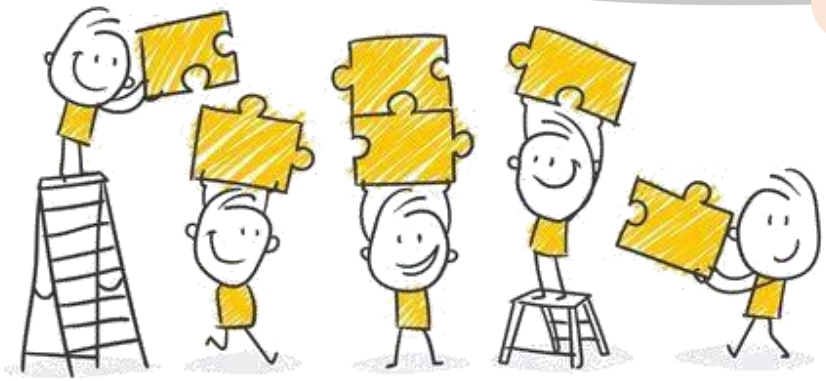
9) $R(2, 5), S(8, 4)$

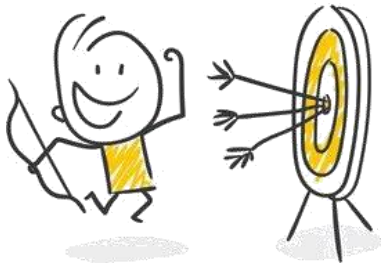
أ.روان القضاة

5 - 1

زوايا المضلع

صفحة 140





الاهداف :

1. ايجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع واستعمالها.
2. ايجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع واستعمالها .

فيما سبق :

درست اسماء المضلعات وتصنيفها

المفردات:

القطر

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

تنتج عاملات النحل اليافعة شمعًا تشكِّله بعناية نحلات أخريات على صورة خلايا سداسيّة. ومع أنّ سُمْكَ جدران الخلايا 0.1 mm، إلّا أنّها تتحمّل ثقلًا يعادل 25 مثل وزنها. وتشكِّل جدران الخلايا الزاوية نفسها عند كل التقاء. وقياس هذه الزاوية يساوي قياس الزاوية الداخلية للسداسي المنتظم.

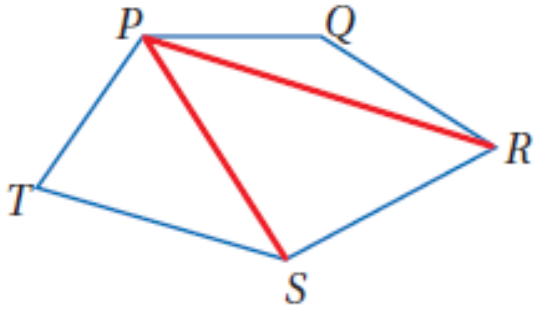
ما عدد الزوايا الداخلية لكل خلية ؟

ماذا نستفيد من كون الخلية على شكل سداسي منتظم بالنسبة لقياس الزوايا الداخلية فيها ؟

إذا كان مجموع قياسات الزاويا الداخلية 720 فما قياس كل زاوية داخلية لخلية النحل ؟

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

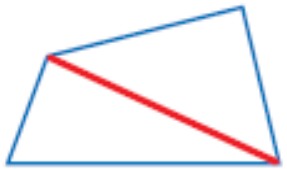
مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع: قطر المضلع هو قطعة مستقيمة تصل بين أي رأسين غير متتاليين فيه.



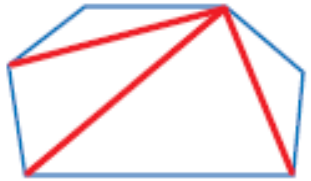
رأسا المضلع $PQRST$ غير التاليين للرأس P هما R, S ؛
لذا فالمضلع $PQRST$ له قطران من الرأس P هما $\overline{PS}, \overline{PR}$.
لاحظ أن هذين القطرين يقسمان الشكل الخماسي إلى ثلاثة مثلثات.

مجموع قياسات زوايا المضلع يساوي مجموع قياسات زوايا المثلثات التي تتشكّل عند رسم جميع الأقطار الممكنة من أحد الرؤوس.

مثلث


رباعي

خماسي


سداسي

أ.روان القضاة

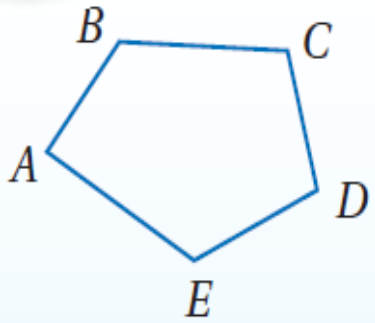
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظرية 5.1

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع

أضف إلى مطويتك

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدّب عدد أضلاعه n يساوي $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$.

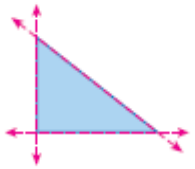


مثال:

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E = (5 - 2) \cdot 180^\circ$$
$$= 540^\circ$$

مراجعة المفردات

المضلع المحدّب:
يكون المضلع محدبًا إذا لم يحتو امتداد أي من أضلاعه نقاطًا داخله، وبعكس ذلك يكون مقعرًا.


مضلع محدّب

مضلع مقعر

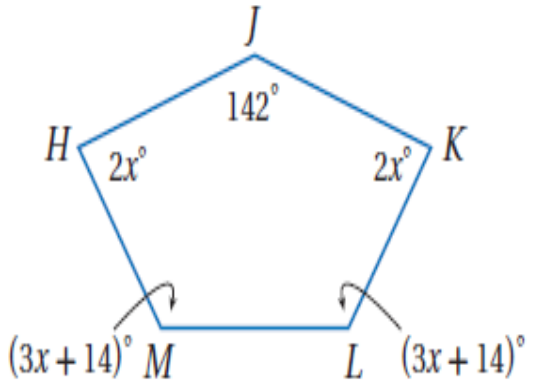
أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

1A) أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للثماني المحدب

1B) أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للخماسى المجاور



أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تأكد

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لكل من

1) العشاري

تدرب وحل المسائل

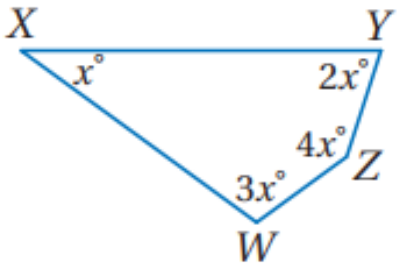
12) ذو 12 ضلعًا

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعين الآتيين:

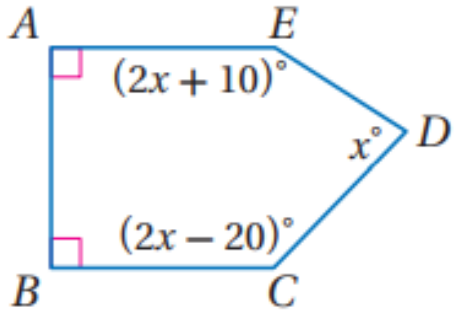
3)



تدرب وحل المسائل

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعين الآتيين:

(18



تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

2A) سجاد : أوجد قياس الزاوية الداخلية لسجادة على شكل ثماني منتظم.

أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد قياس زاوية داخليّة لكل من المضلعات المنتظمة الآتية:

21) ذو 12 ضلعاً

23) العشاري

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

3) إذا كان قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم يساوي $144°$، فأوجد عدد أضلاعه.

أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تأكد

إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى،
فأوجد عدد الأضلاع في كل مما يأتي:

6) 150°

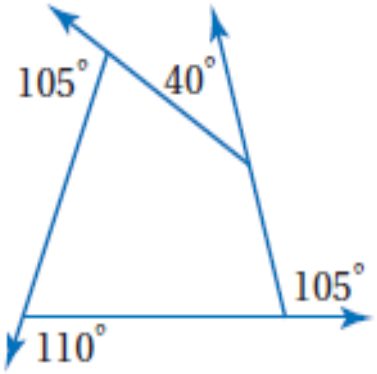
تدرب وحل المسائل

28) 156°

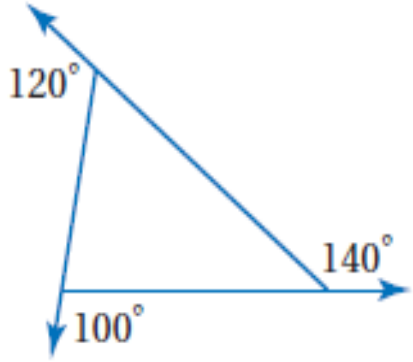
أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

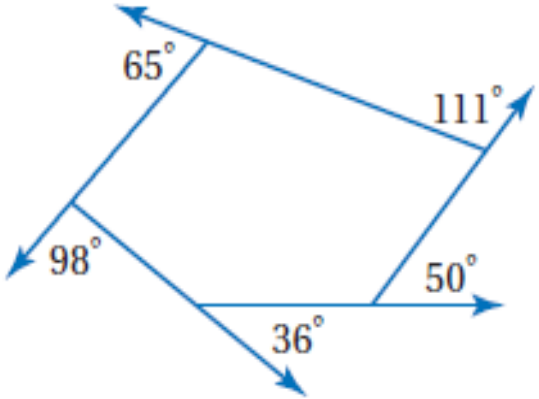
مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع: هل توجد علاقة بين عدد أضلاع مضلع محدّب ومجموع قياسات زواياه الخارجية؟ انظر المضلعات أدناه التي أُعطي في كل منها قياس زاوية خارجية عند كل رأس.



$105^\circ + 110^\circ + 105^\circ + 40^\circ = 360^\circ$



$120^\circ + 100^\circ + 140^\circ = 360^\circ$



$65^\circ + 98^\circ + 36^\circ + 50^\circ + 111^\circ = 360^\circ$

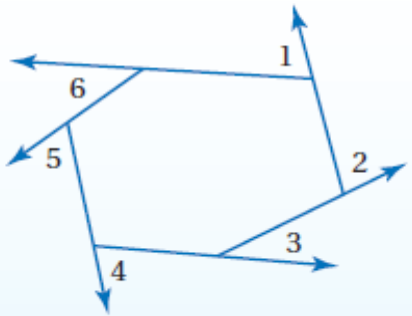
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظرية 5.2

مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع

أضف إلى مطويتك

مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع المحدّب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360°.



مثال:

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360^\circ$$

إرشادات للدراسة

قياس الزاوية الخارجية:

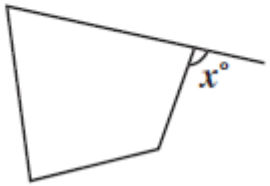
قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم عدد أضلاعه n يساوي

$$\frac{360^\circ}{n}$$

مراجعة المفردات

الزاوية الخارجيّة:

الزاوية الخارجية لمضلع محدب هي زاوية محصورة بين أحد أضلاعه وامتداد ضلع آخر.



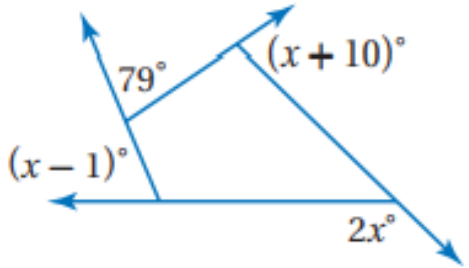
أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تأكد

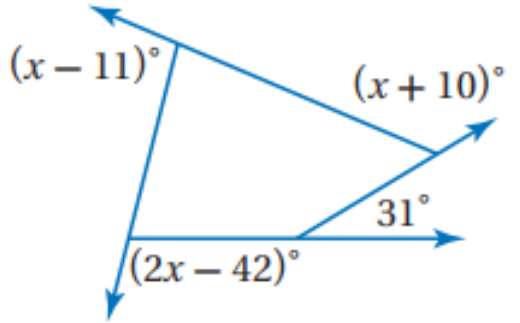
أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين :

(9



تدرب وحل المسائل

(29

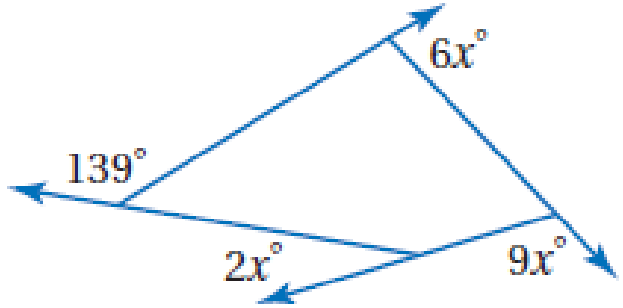


أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

4A) أوجد قيمة x في الشكل المجاور .



4B) أوجد قياس الزاوية الخارجيّة لمضلع منتظم ذي 12 ضلعًا.

أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد قياس الزاوية الخارجيّة لكل من المضلعين المنتظمين الآتيين:

11) ثُماني

تدرب وحل المسائل

34) ذو 15 ضلعًا

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

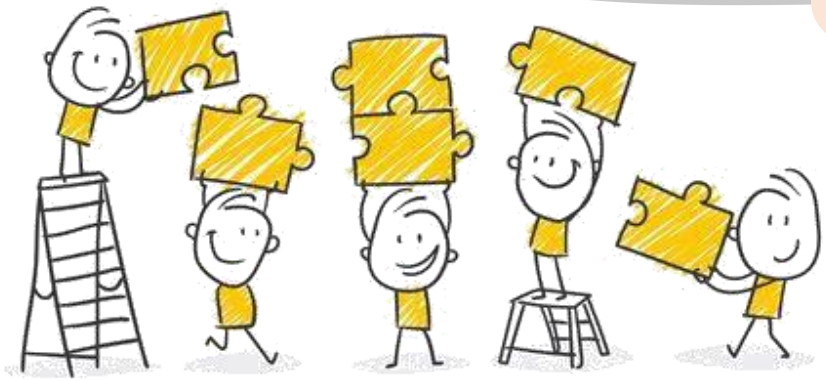
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

43) اكتشف الخطأ : قالت مريم: إنّ مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للعشاري أكبر منه للسباعي؛ لأنّ عدد أضلاع العشاري أكثر من أضلاع السباعي. وقالت لبنى: إنّ مجموع قياسات الزوايا الخارجية لكلا المضلعين متساوٍ . فهل أيٌّ منهما ادعاؤها صحيح؟ وضّح تبريرك.

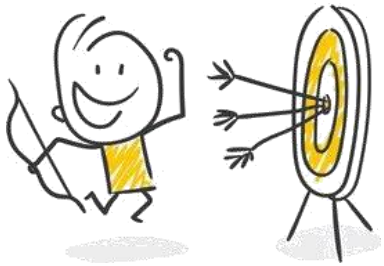
5 - 2

متوازي الاضلاع

صفحة 149



أ.روان القضاة



الاهداف :

1. التعرف على خصائص أضلاع وزوايا متوازي الاضلاع وتطبيقها .
2. التعرف على خصائص أقطار متوازي الاضلاع وتطبيقها .

فيما سبق :

درست تصنيف المضلعات الرباعية

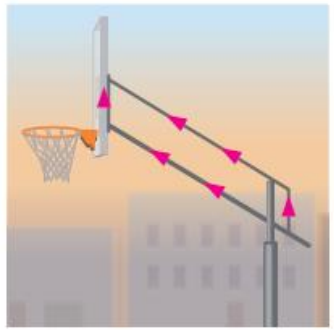
المفردات:

متوازي الاضلاع

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

يمكن التحكم في ارتفاع مرمى كرة السلة من خلال أذرع خلفية كما في الشكل أدناه. لاحظ أنّه كلّما تم تعديل الارتفاع، يبقى كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي الذي تشكّله الأذرع متوازيين.



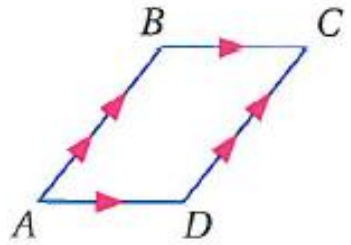
ما الخصائص التي تجعل الشكل المكون من الاذرع الخلفية متوازي أضلاع ؟

ماذا يحصل لقياسات الزوايا عندما ينخفض الهدف من ارتفاع 10ft الى 5ft؟

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه: **متوازي الأضلاع** هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. ويرمز لمتوازي الأضلاع بالرمز $\square$.

ففي $\square ABCD$ المبين جانبًا، $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ بحسب التعريف.



$\square ABCD$

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظريات

أضف إلى مطويتك

خصائص متوازي الأضلاع

5.3 كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان.

مثال: $\overline{JK} \cong \overline{ML}$, $\overline{JM} \cong \overline{KL}$

5.4 كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان.

مثال: $\angle J \cong \angle L$, $\angle K \cong \angle M$

5.5 كل زاويتين متحالفتين في متوازي الأضلاع متكاملتان.

مثال: $x^\circ + y^\circ = 180^\circ$

5.6 إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة،
فإن زواياه الأربع قوائم.

مثال: في $\square JKLM$، إذا كانت $\angle J$ قائمة، فإنّ :
$\angle K, \angle L, \angle M$ قوائم أيضًا.

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

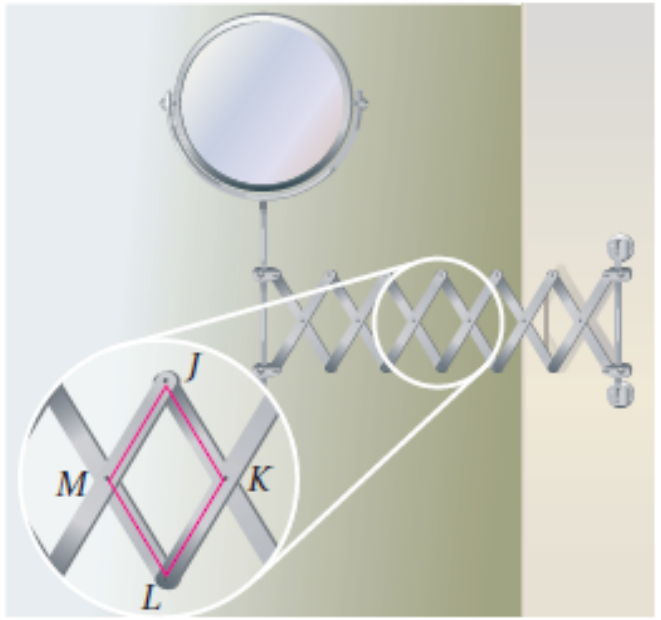
تحقق من فهمك

1) **مرايا:** تُستعمل في مرآة الحائط المبينة جانبًا متوازيات أضلاع يتغير شكلها كُلّما مُدّ الذراع. في $\square JKLM$ ، إذا كان $MJ = 8\text{ cm}, m\angle J = 47°$، فأوجد كلًّا مما يأتي:

A LK

B $m\angle L$

C إذا مُدّ الذراع حتى أصبح $m\angle J = 90°$، فكم يصبح قياس كلٍّ من $\angle M, \angle L, \angle K$؟ برّر إجابتك.



أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

1) **ملاحظة :** يستعمل البحّارة مسطرتين متوازيتين، يصل بينهما ذراعان متساويا الطول لتحديد اتجاه إبحارهم، فيضعون حافة إحدى المسطرتين بمحاذاة مسار الإبحار، ثم يحركون المسطرة الأخرى حتى تصل إلى قرص بوصلة مرسوم على الخريطة. تُشكّل المسطرتان والذراعان الواصلتان بينهما $\square MNPQ$.

a) إذا كان $MQ = 2\text{in}$ ، فأوجد NP.

b) إذا كان $m\angle NMQ = 38^\circ$ ، فأوجد $m\angle MNP$.

c) إذا كان $m\angle MQP = 128^\circ$ ، فأوجد $m\angle MNP$.

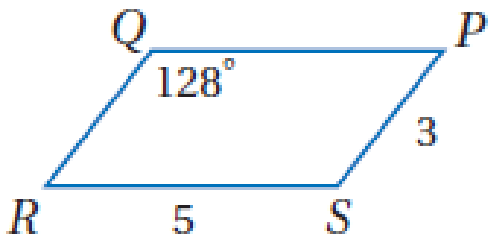
أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

استعمل $\square PQRS$ المبيَّن جانبًا لإيجاد كل مما يأتي :



7) $m\angle R$

8) QR

9) QP

10) $m\angle S$

أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

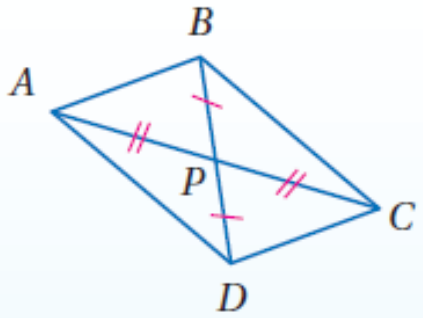
نظريات

قطرا متوازي الأضلاع

أضف إلى مطويتك

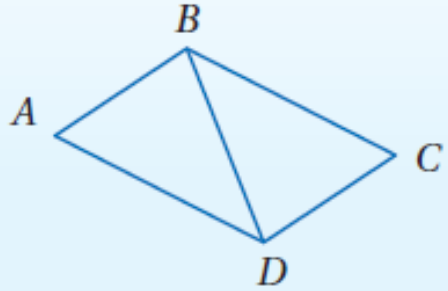
5.7 قطرا متوازي الأضلاع ينصّف كل منهما الآخر.

مثال: $\overline{AP} \cong \overline{PC}$, $\overline{DP} \cong \overline{PB}$.



5.8 قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

مثال: $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.

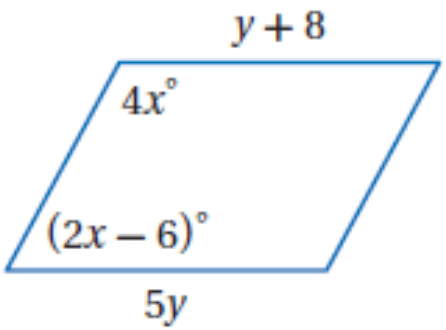


تحقق من فهمك

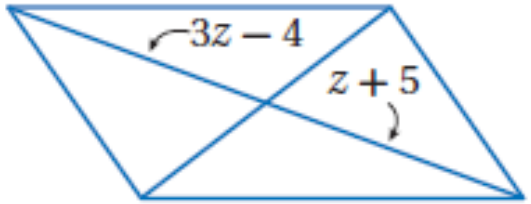
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد قيمة المتغير في كل من متوازيي الأضلاع الآتيين :

(2A



(2B



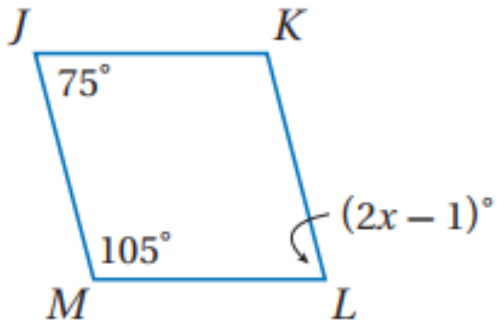
أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تأكد

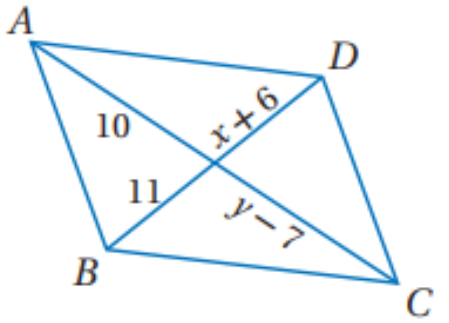
جبر: أوجد قيمة المتغير في كل من متوازيي الأضلاع الآتيين :

(2



تدرب وحل المسائل

(14

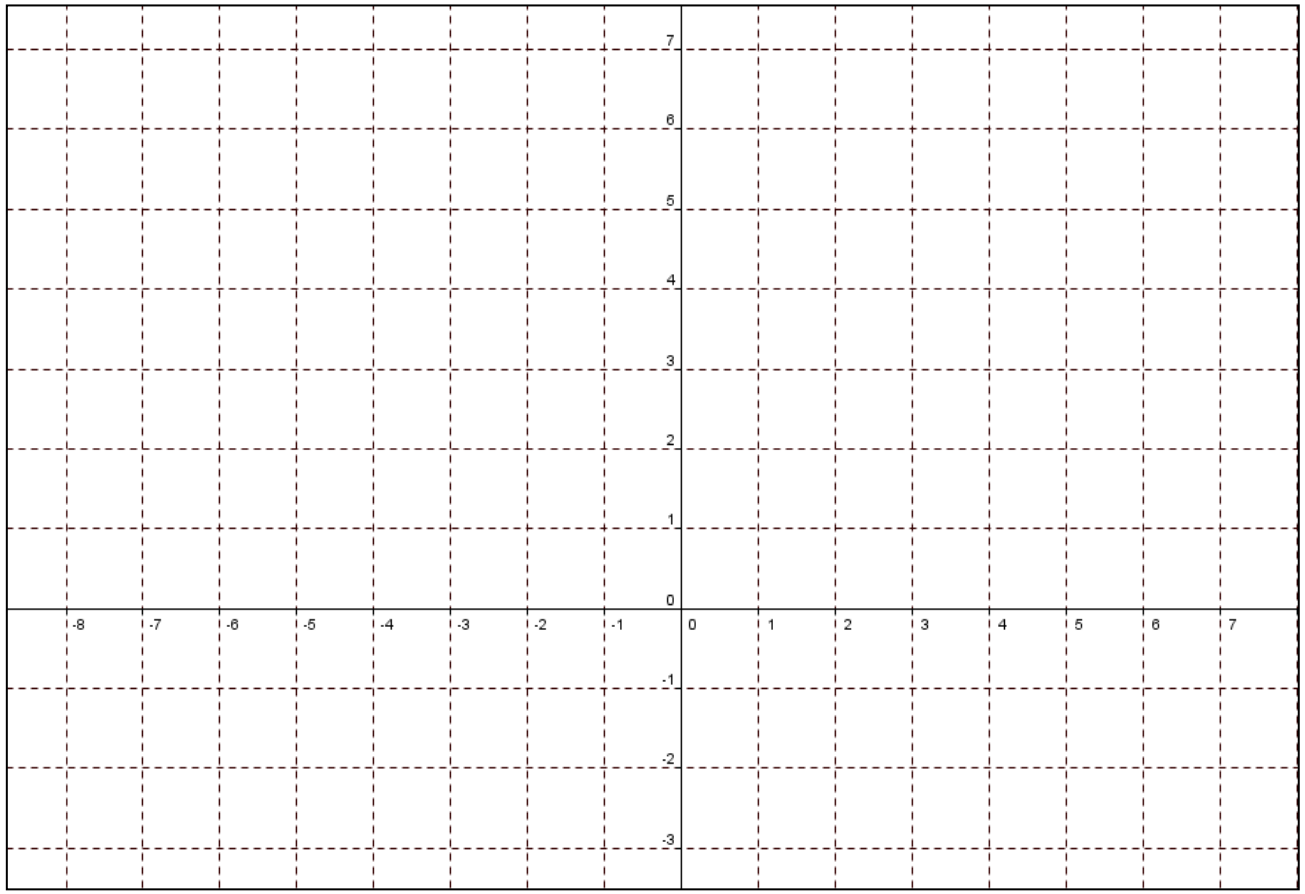


أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

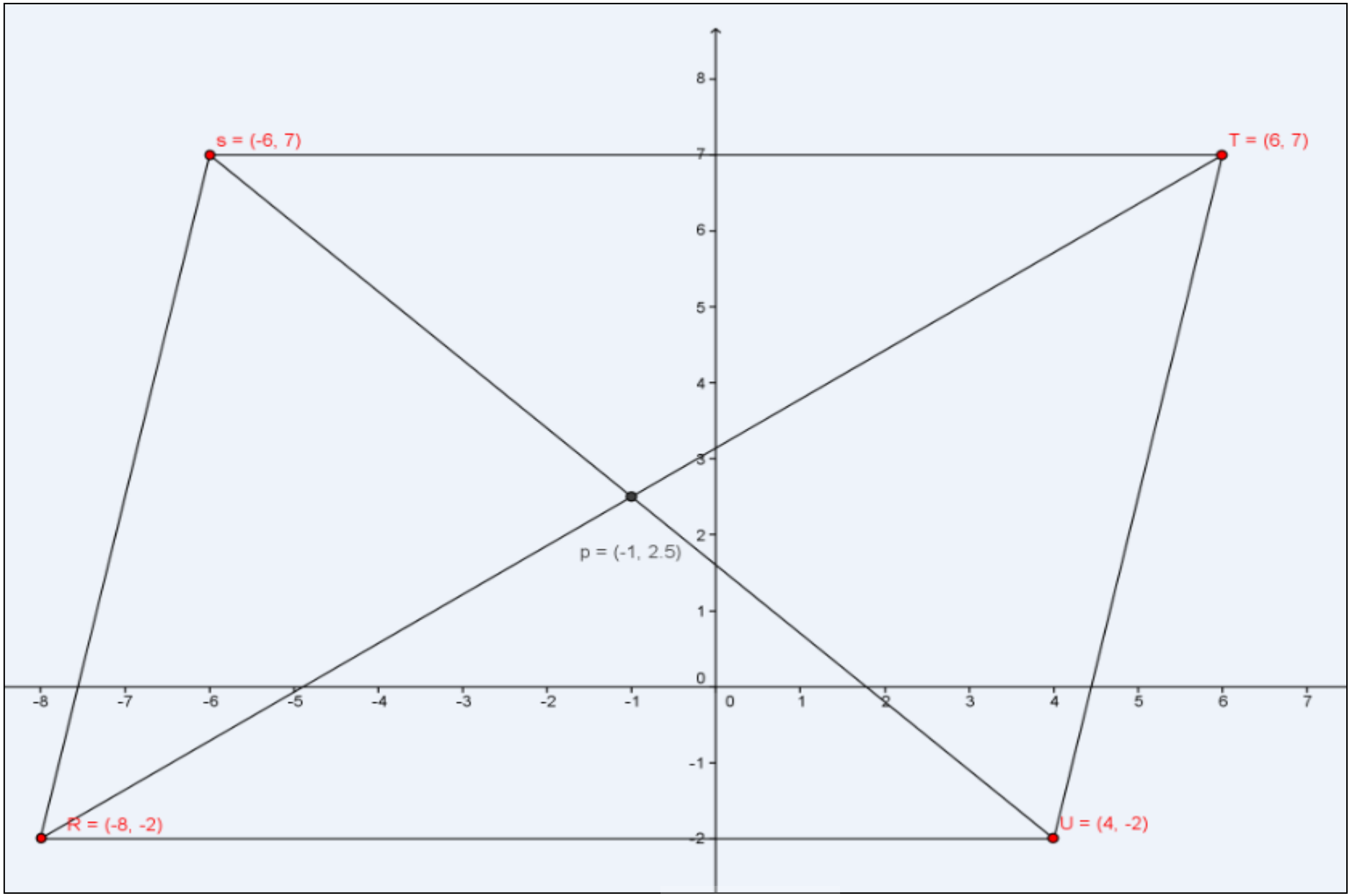
تحقق من فهمك

3) **هندسة إحداثيّة :** أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $\square RSTU$ الذي رؤوسه $R(-8, -2), S(-6, 7), T(6, 7), U(4, -2)$.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

أ.روان القضاة



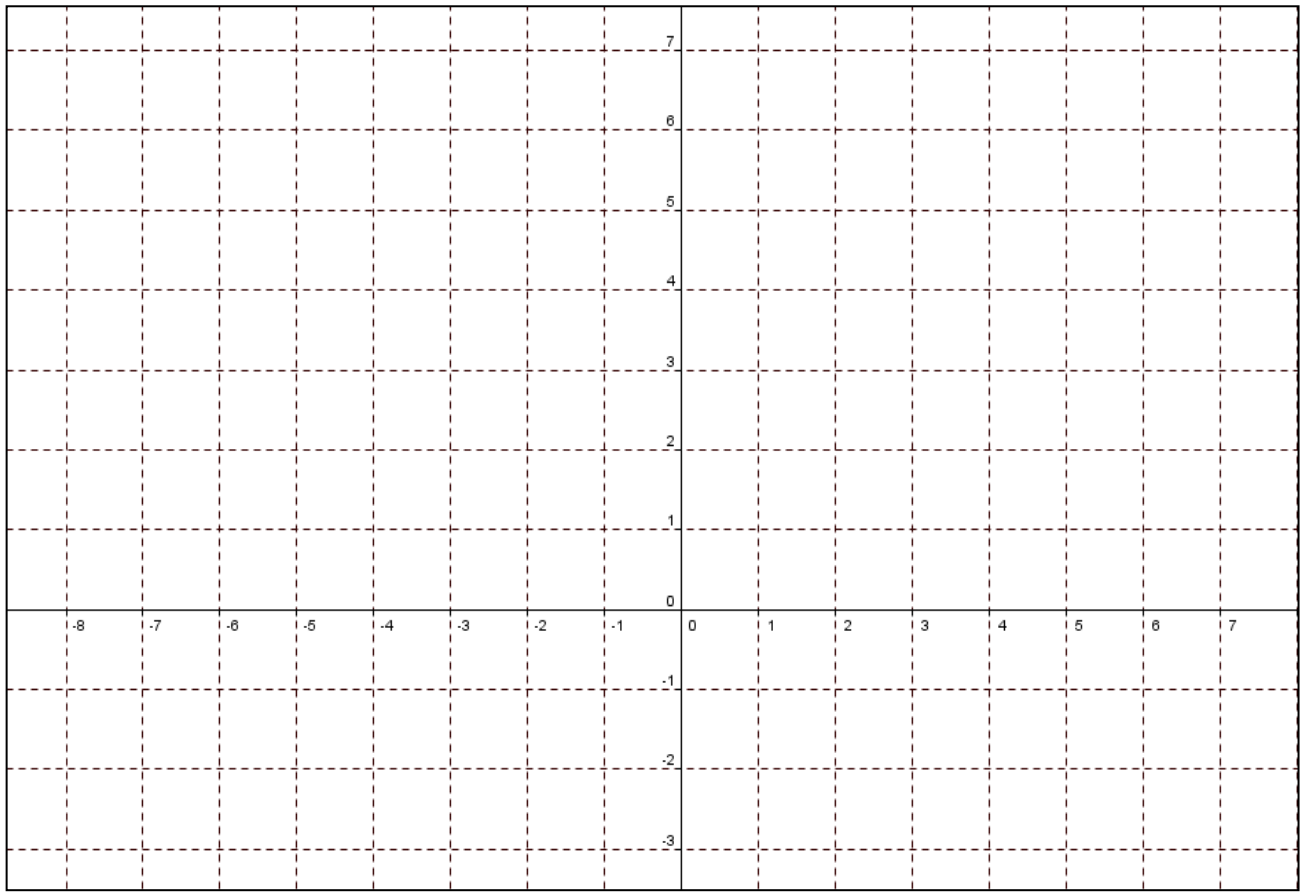
أ.روان القضاة

تأكد

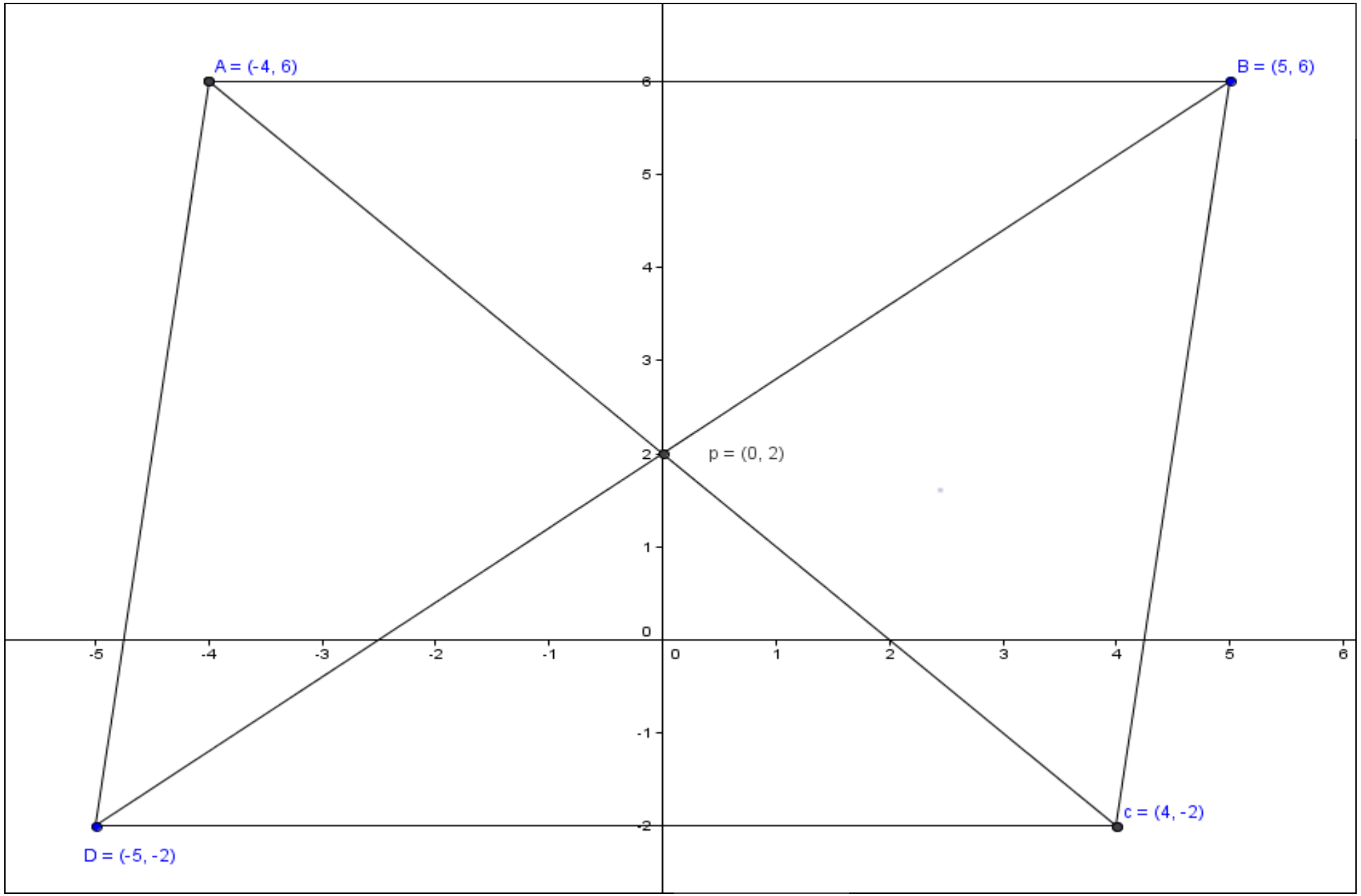
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

هندسة إحداثيّة : أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري

(4 $\square ABCD$ الذي رؤوسه
$A(-4, 6), B(5, 6), C(4, -2), D(-5, -2)$.



أ.روان القضاة



أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

4) اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $\square HJKP$, $\square PKLM$

المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

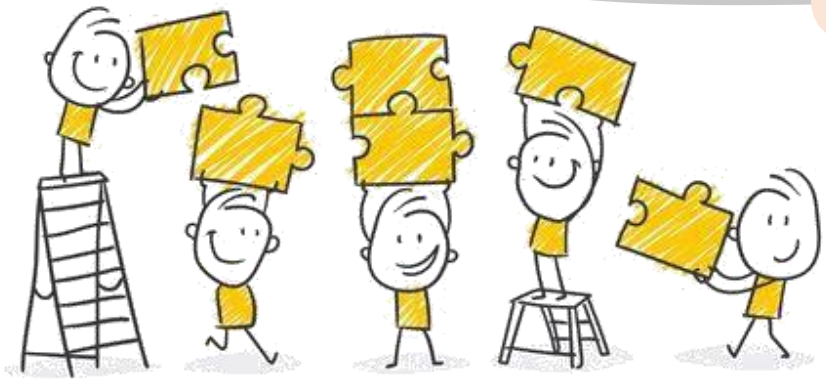
العبارات	المبررات

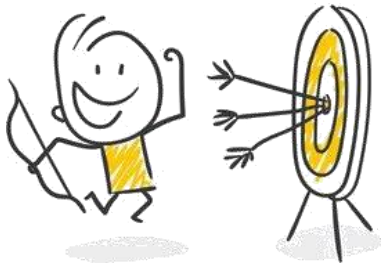
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

5 - 3

تمييز متوازي الاضلاع

صفحة 157





الاهداف :

1. التعرف على الشروط التي تؤكد أن شكلا رباعيا متوازي أضلاع وتطبيقها .
2. برهنة على أن أربع نقاط في المستوى الاحداثي تشكل رؤوس متوازي أضلاع

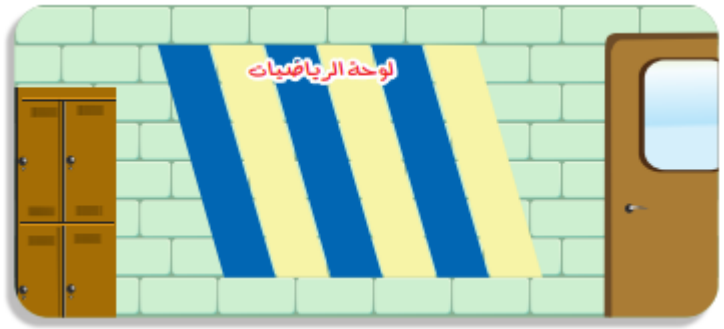
فيما سبق :

درست خصائص متوازي الاضلاع و طبقتها

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

قصّت فاطمة شرائح ورقية ملونة لتكون خلفية للوحة الرياضيات عند مدخل المدرسة. فسألتها صديقتها: كيف قصصتِ الشرائح دون استعمال المنقلة بحيث كان الضلعان العلوي والسفلي في كل منها متوازيين؟



هل كانت الاطوال الاصلية لشرائح الورق أكبر من أو أصغر من أو تساوي 3ft ؟

قالت فاطمة أيضا انه يوجد قياس اخر يجب ان يكون متساويا بين جميع شرائح الورق وذلك من اجل التأكد من أن شرائح الورق تشكل متوازي أضلاع . فما القياس الذي أشارت إليه فاطمة ؟

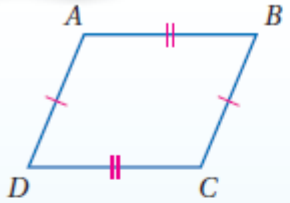
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظريات

شروط متوازي الأضلاع

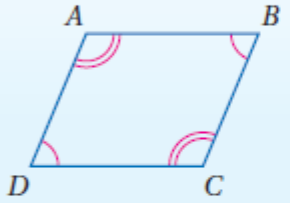
أضف إلى مطويتك

5.9 في الشكل الرباعي، إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



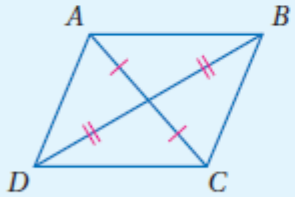
مثال: إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DC}, \overline{AD} \cong \overline{BC}$ ،
فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

5.10 في الشكل الرباعي، إذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



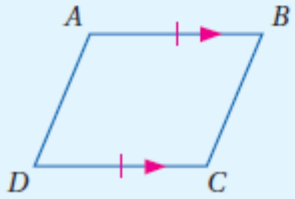
مثال: إذا كانت $\angle A \cong \angle C, \angle B \cong \angle D$ ،
فإنّ $ABCD$ متوازي أضلاع.

5.11 إذا كان قطرا شكل رباعي ينصّف كل منهما الآخر، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



مثال: إذا كان $\overline{AC}, \overline{DB}$ ينصّف كل منهما الآخر،
فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

5.12 في الشكل الرباعي، إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



مثال: إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AB} \cong \overline{DC}$ ،
فإنّ $ABCD$ متوازي أضلاع.

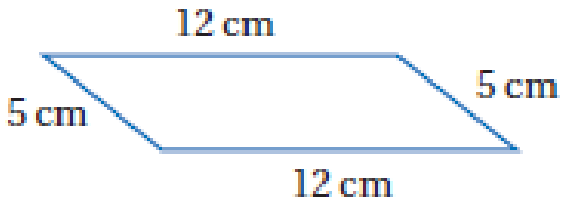
أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

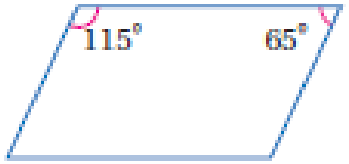
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

حدد ما إذا كانت المعطيات على الشكل الرباعي المجاور كافية ليكون متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.

(1A



(1B



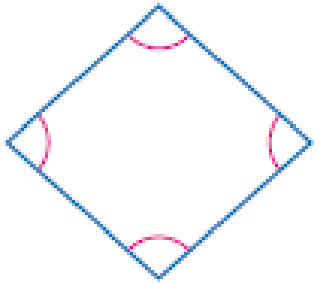
أ.روان القضاة

تأكد

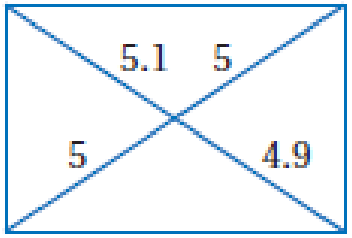
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

حدّد ما إذا كان كل شكل رباعي فيما يأتي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.

1)



2)

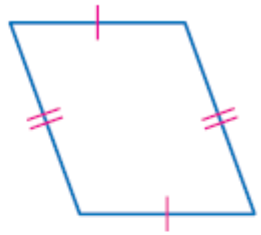


تدرب وحل المسائل

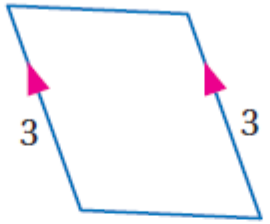
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

حدّد ما إذا كانت المعطيات في كل مما يأتي كافية ليكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا . برّر إجابتك.

(9

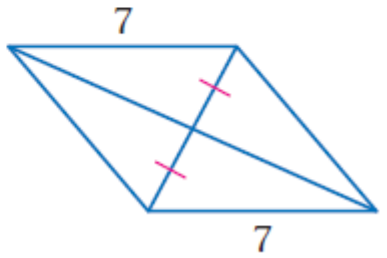


(10

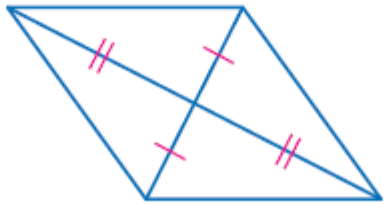


(11

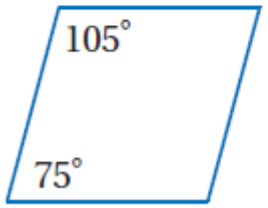
(12



(13



(14



أ.روان القضاة

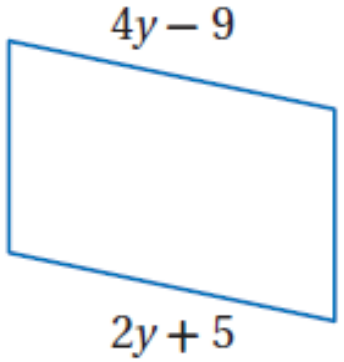
تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(3A

(3B



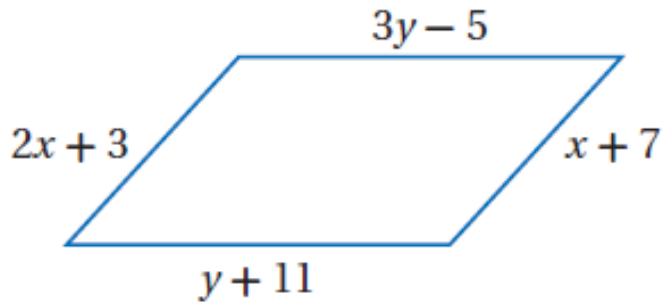
أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(5

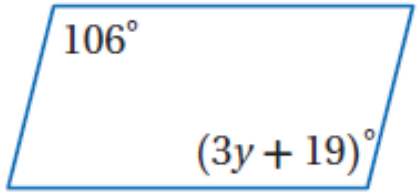


تدرب وحل المسائل

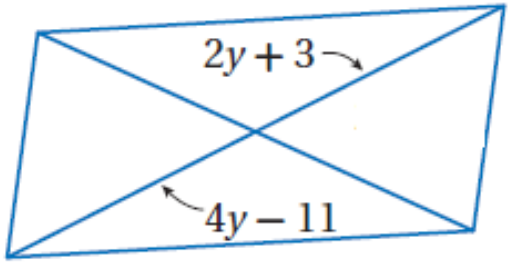
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(17



(20



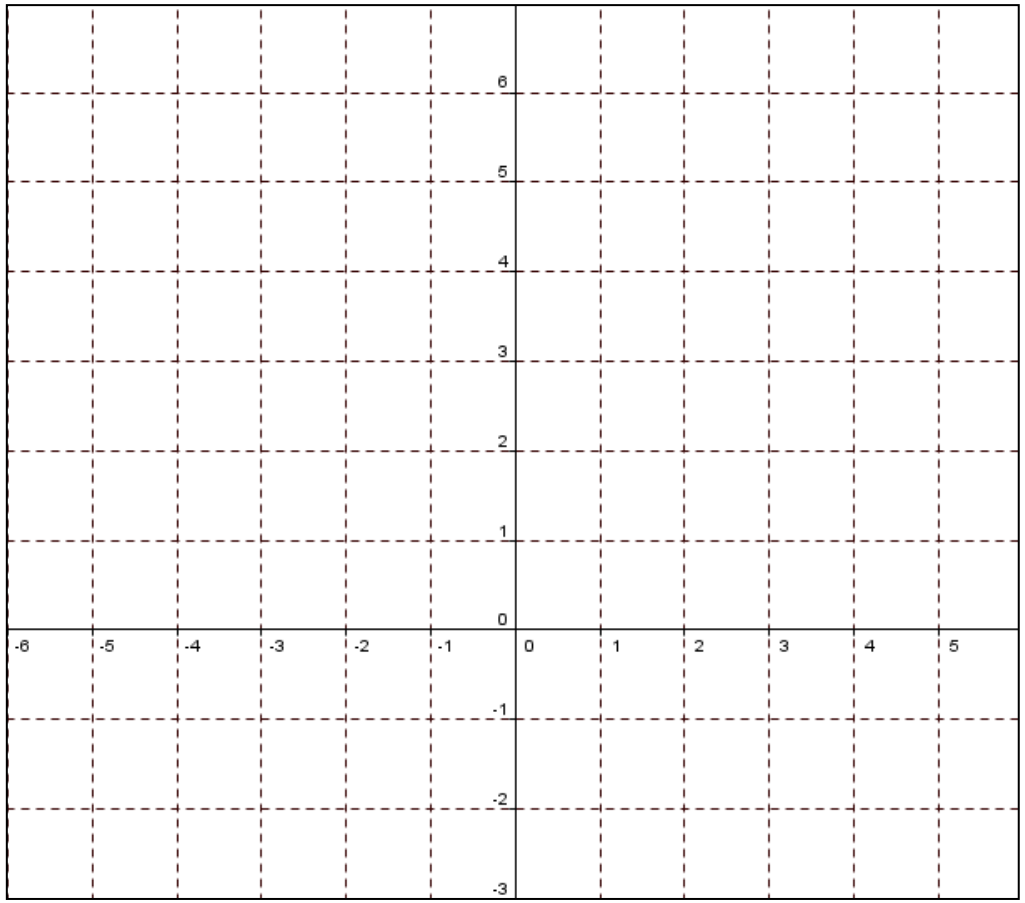
أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

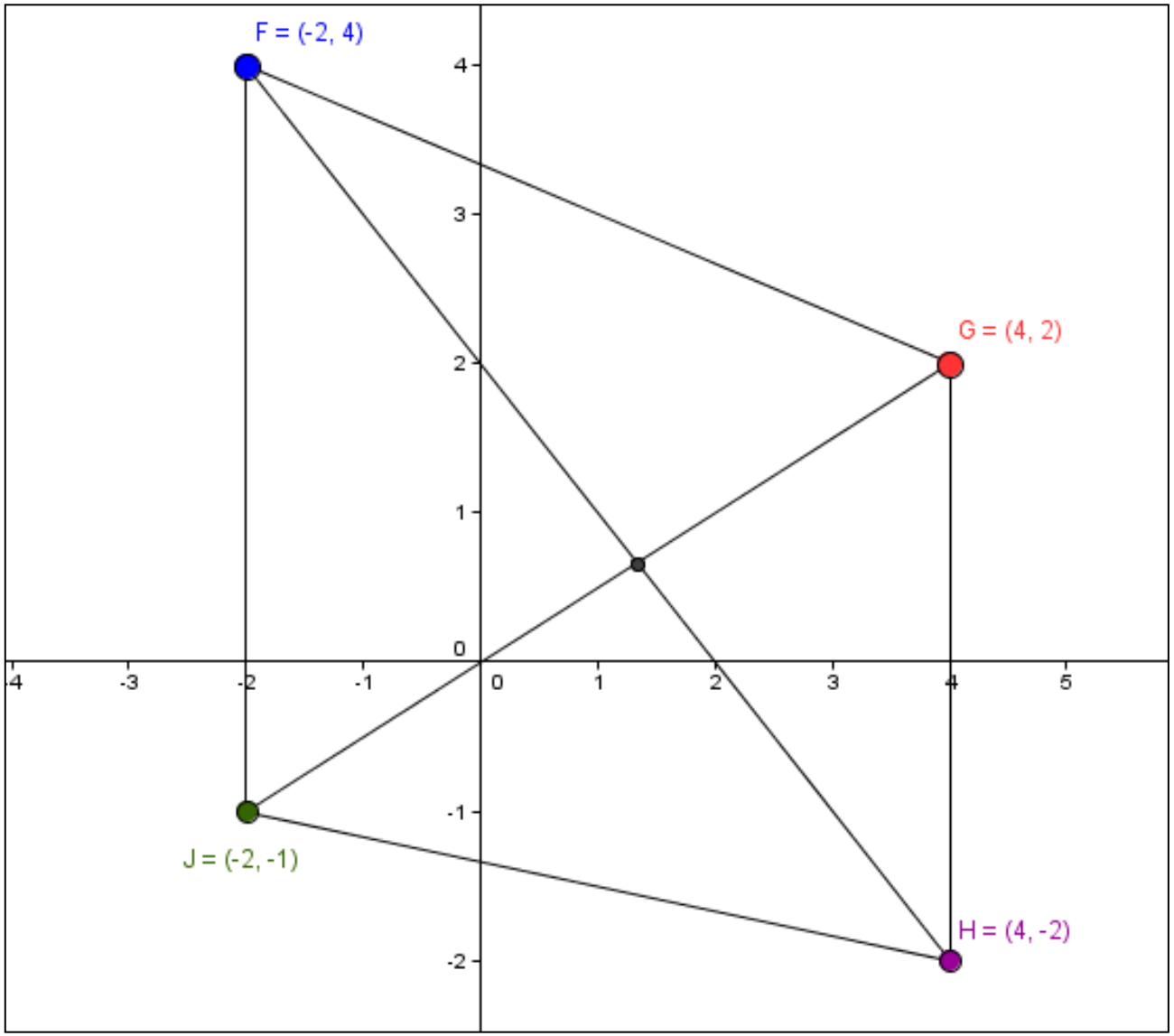
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي الذي أعطيت إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدِّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برِّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال:

4B $F(-2, 4), G(4, 2), H(4, -2), J(-2, -1)$ ، صيغة نقطة المنتصف.



أ.روان القضاة



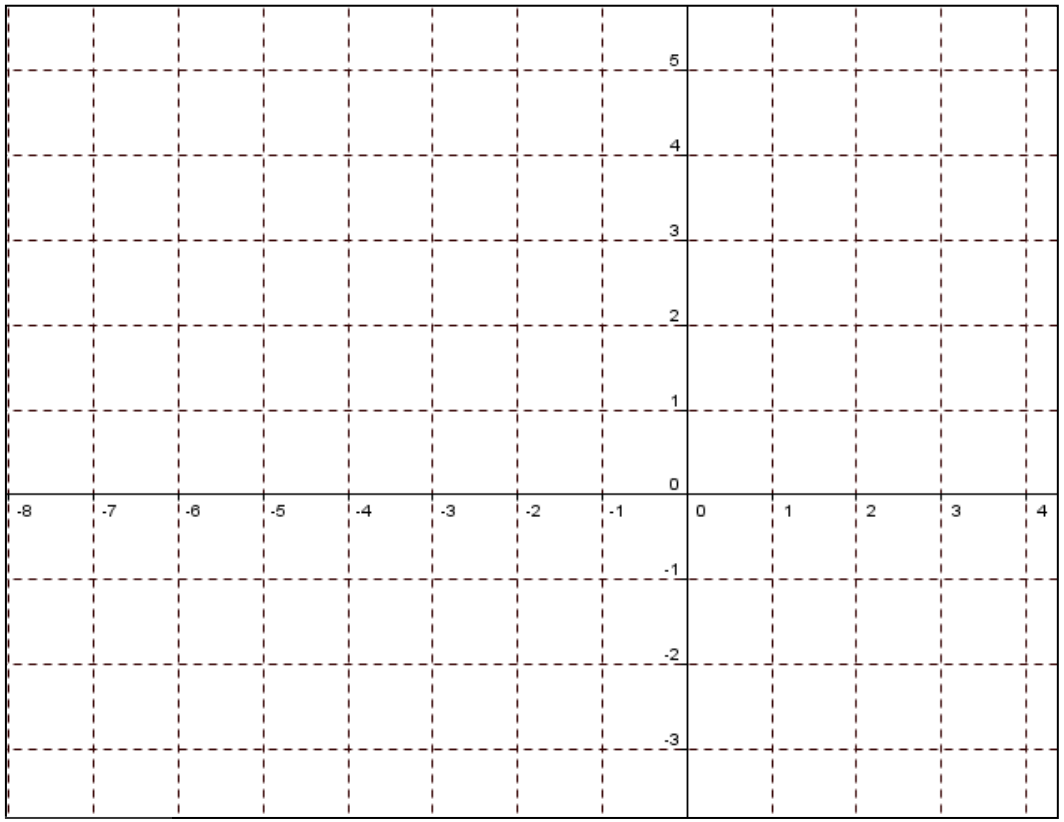
أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

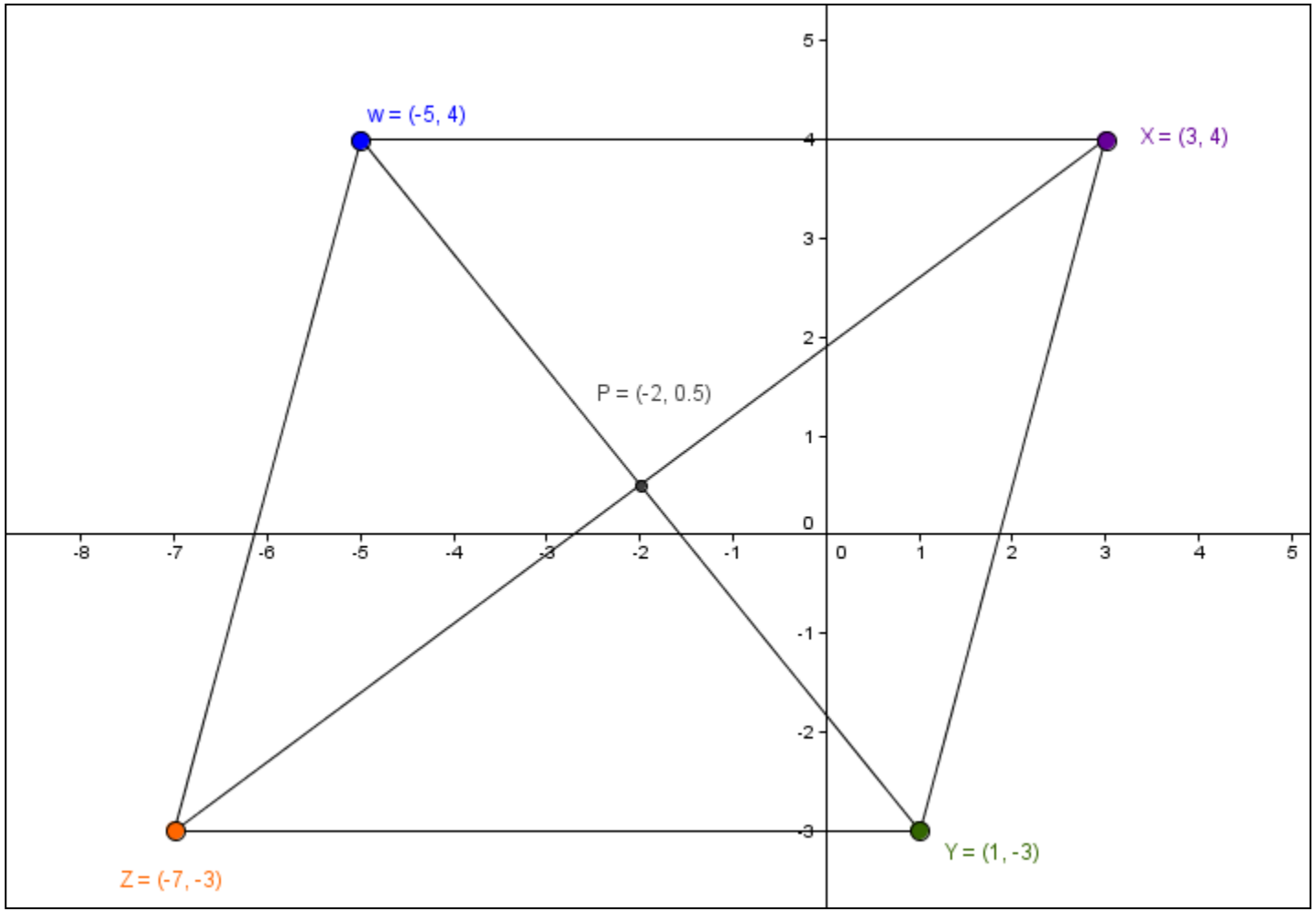
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

هندسة إحداثيّة : مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه فيما يأتي.
وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحدّدة في السؤال.

7) $W(-5, 4), X(3, 4), Y(1, -3), Z(-7, -3)$ ، صيغة نقطة المنتصف.



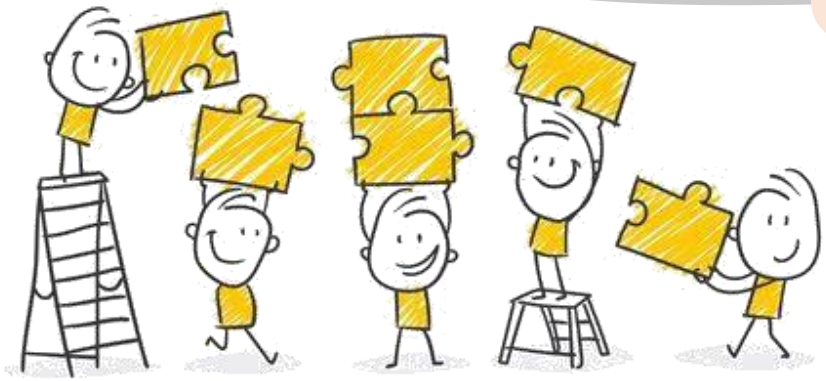
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

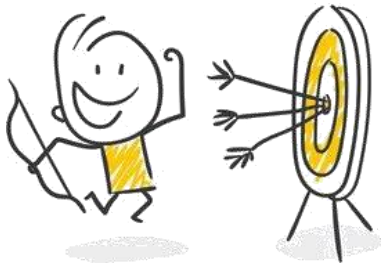

w = (-5, 4)
X = (3, 4)
P = (-2, 0.5)
Y = (1, -3)
Z = (-7, -3)

5 - 4

المستطيل

صفحة 166





الاهداف :

1. التعرف على خصائص المستطيل وتطبيقها .
2. تحديد ما إذا كان متوازي الاضلاع مستطيلا.

فيما سبق :

درست استعمال خصائص متوازي الاضلاع وتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي اضلاع ام لا

المفردات:

المستطيل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

أحمد هو الطالب المسؤول عن عرض لوحات الرياضيات في يوم النشاط المدرسي. ولعمل خلفية مميزة يعرض عليها لوحات الرياضيات، قام بطلاء جزء من جدار على شكل مستطيل يبدأ طوله من أسفل الجدار ويمتد للأعلى، وكان طوله 80 in ، وعرضه 36 in. كيف يمكنه أن يتحقق من أنّ الجزء الذي قام بطلائه مستطيل؟

كيف يمكنك البدء بعمل خلفية لو كنت مكان أحمد ؟

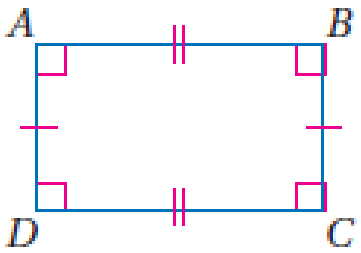
ماذا سيعمل أحمد للتأكد من أن الخلفية مستطيلة ؟

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

خصائص المستطيل: **المستطيل** هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم.

ونجد من ذلك أنّ للمستطيل الخصائص الآتية :

- الزوايا الأربع قوائم.
- كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتطابقان.
- كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.
- كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.
- القطران ينصّف كل منهما الآخر.



المستطيل $ABCD$

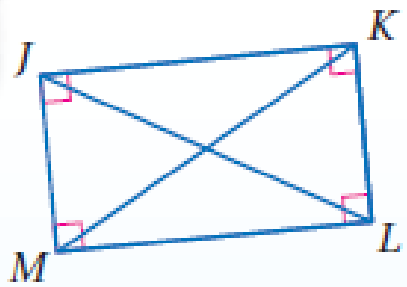
نظرية 5.13

قطرا المستطيل

إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا، فإن قطريه متطابقان.

مثال: إذا كان $\square JKLM$ مستطيلًا ، فإنّ $\overline{JL} \cong \overline{MK}$.

أضف إلى مطويتك

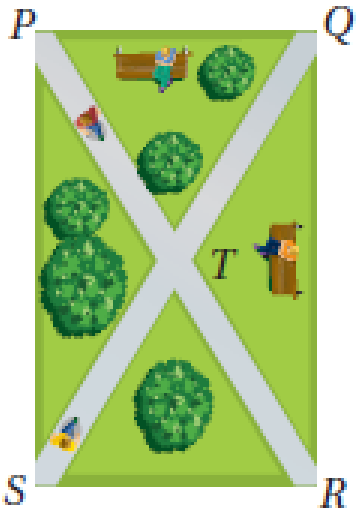


أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

تحقق من فهمك

حدائق: حديقة مستطيلة الشكل تحتوي على ممرين كما في الشكل المجاور.



إذا كان $PR = 200$ m، فأوجد QT.

1A) إذا كان $TS = 120$ ، فأوجد PR.

1B) إذا كان $m\angle PRS = 64^\circ$، فأوجد $m\angle SQR$.

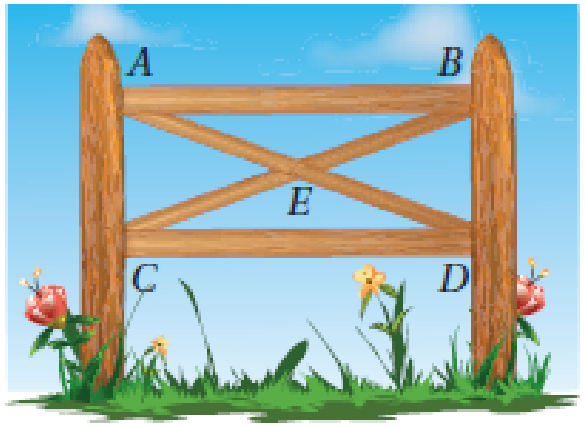
أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنجاز - توثيق

سياج: سياج مستطيل الشكل تُستعمل فيه دعائم متقاطعة لتقوية السياج.



إذا كان $AB = 6\,\text{ft}, AC = 2\,\text{ft}, m\angle CAE = 65^\circ$،
فأوجد كلًّا مما يأتي :

(10 BD

(11 CB

(12 $m\angle DEB$

(13 $m\angle ECD$

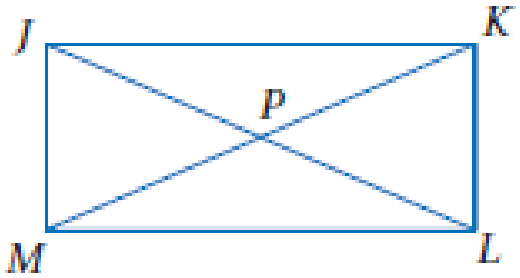
أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

الشكل الرباعي $JKLM$ مستطيل.

إذا كان $MK = 5y + 1$, $JP = 3y - 5$، فأوجد قيمة y.



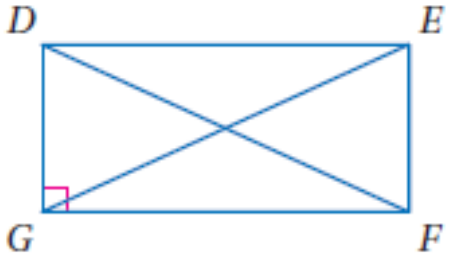
أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: استعن بالمستطيل $DEFG$ المبيَّن جانبًا.

5) إذا كان $EG = x + 5$, $FD = 3x - 7$، فأوجد EG .

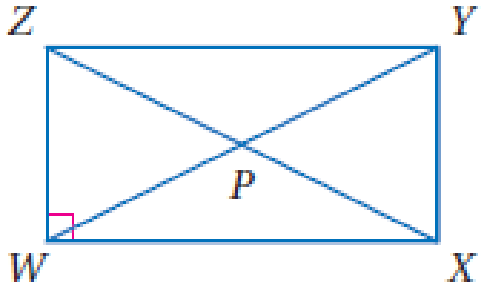


تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: استعن بالمستطيل $WXYZ$ المبيَّن جانبًا.

15) إذا كان $WP = 2x + 11$, $PY = 3x - 5$، فأوجد ZP.



أ.روان القضاة

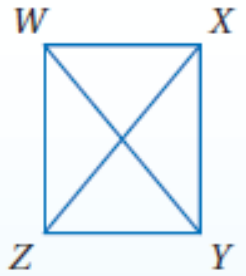
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

إثبات أن متوازي أضلاع يكون مستطيلا

نظرية 5.14

أضف إلى مطويتك

إذا كان قطرا متوازي أضلاع متطابقين فإنّه مستطيل.



مثال: في $\square WXYZ$، إذا كان $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$،
فإنّ $\square WXYZ$ مستطيل.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

4) إذا كانت إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $JKLM$ هي $J(-10, 2), K(-8, -6), L(5, -3), M(2, 5)$.
فهل $JKLM$ مستطيل؟ استعمل صيغة المسافة بين نقطتين.

أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

هندسة إحداثيّة : مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل من السؤالين الآتيين، وحدِّد ما إذا كان مستطيلًا أم لا. برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال.

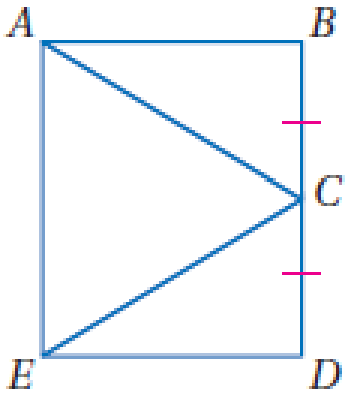
9) $A(4, 3), B(4, -2), C(-4, -2), D(-4, 3)$ ، صيغة المسافة.

أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

7) **برهان:** إذا كان $ABDE$ مستطيلًا، و $\overline{BC} \cong \overline{DC}$،
فأثبت أنّ $\overline{AC} \cong \overline{EC}$.

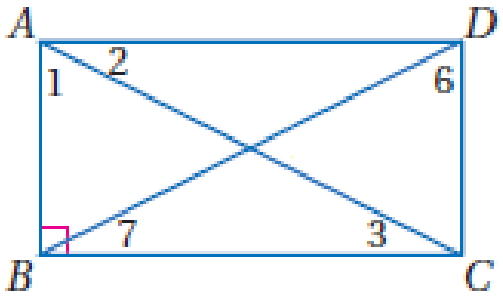


العبارات	المبررات

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



في المستطيل $ABCD$ ، إذا كان $m\angle 2 = 40^\circ$ ، فأوجد كلًا مما يأتي :

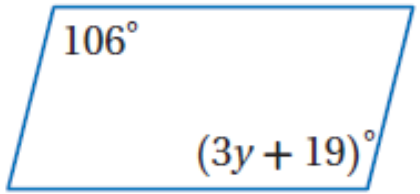
(26 $m\angle 1$ (27 $m\angle 7$ (28 $m\angle 3$

تدرب وحل المسائل

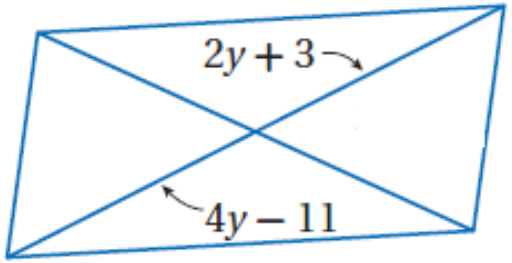
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(17



(20



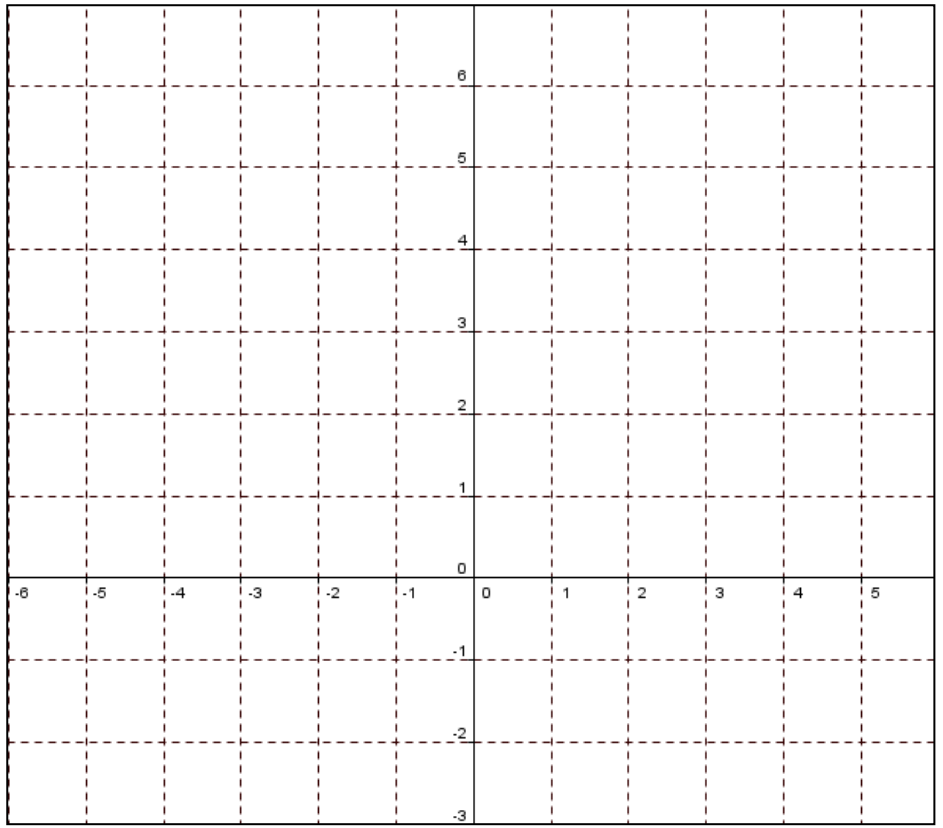
أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

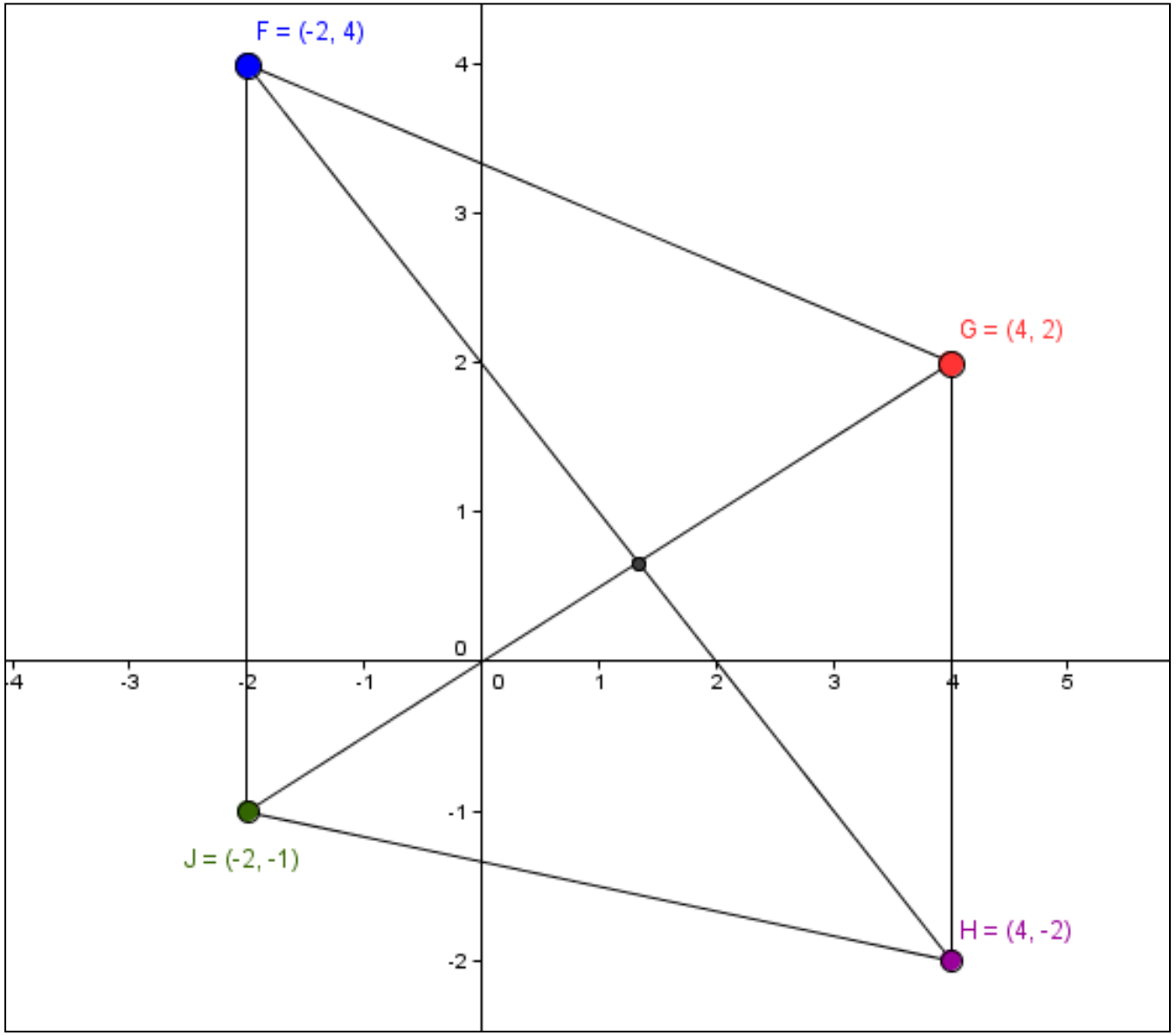
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي الذي أعطيت إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدِّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برِّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال:

4B $F(-2, 4), G(4, 2), H(4, -2), J(-2, -1)$ ، صيغة نقطة المنتصف.



أ.روان القضاة



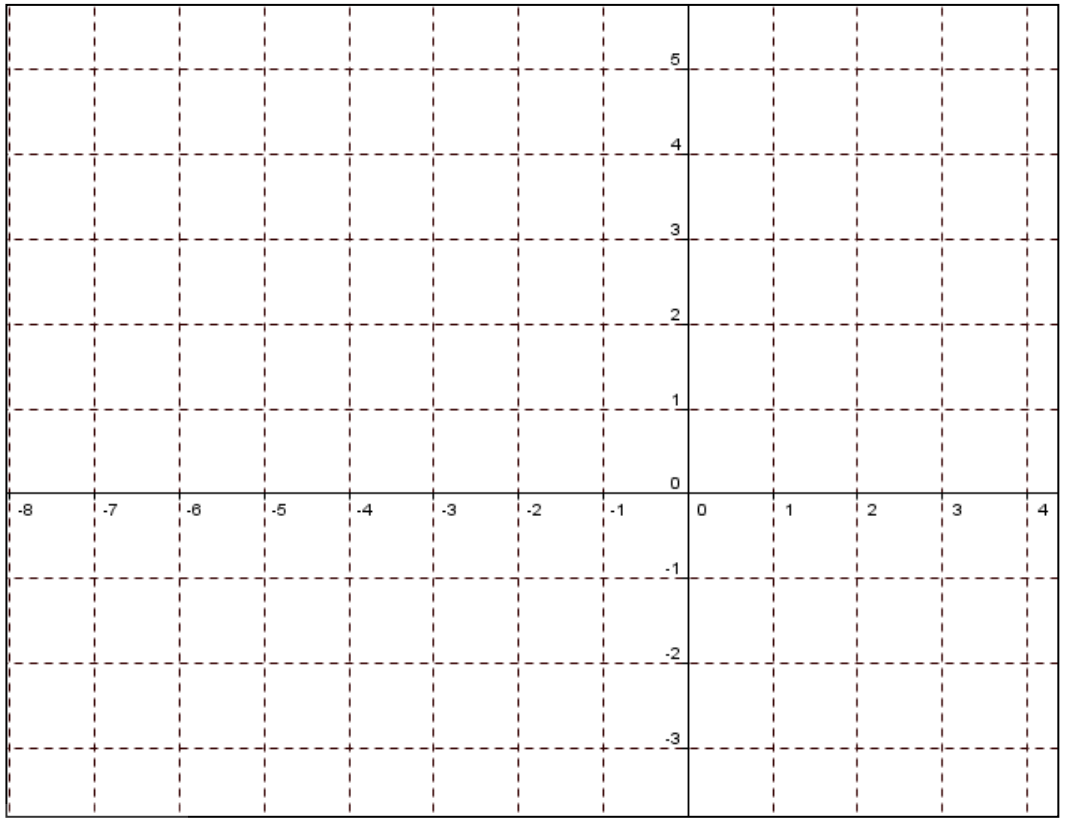
أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

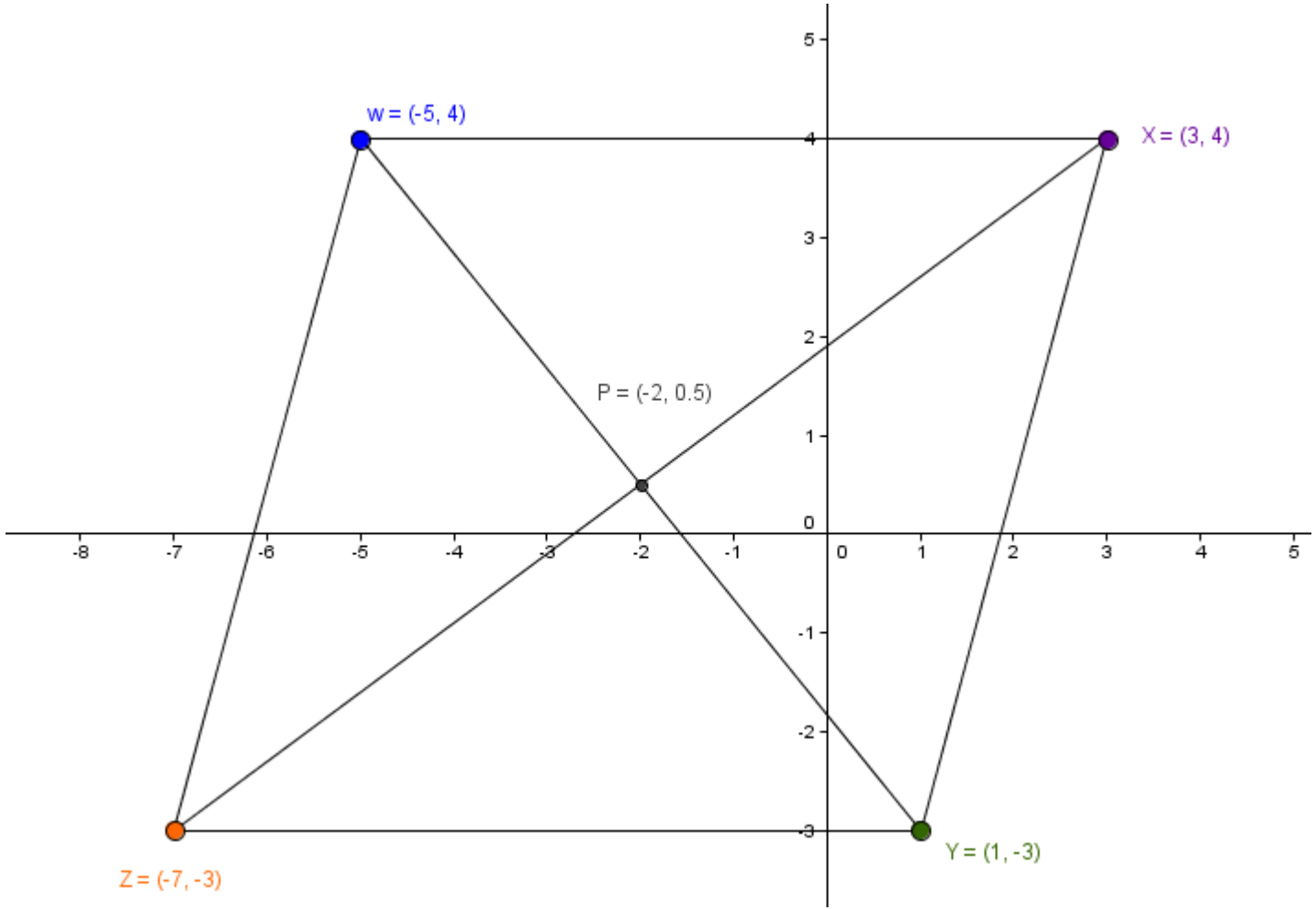
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

هندسة إحداثيّة : مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه فيما يأتي.
وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحدّدة في السؤال.

7) $W(-5, 4), X(3, 4), Y(1, -3), Z(-7, -3)$ ، صيغة نقطة المنتصف.



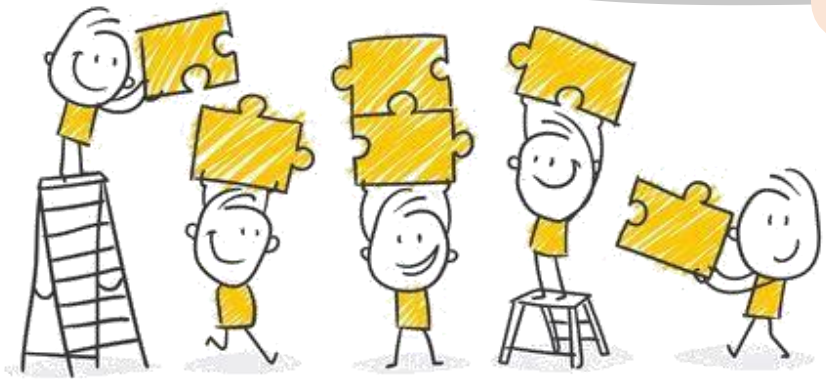
أ.روان القضاة

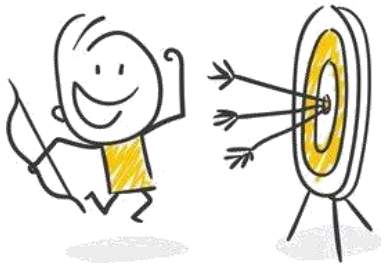

w = (-5, 4)
X = (3, 4)
P = (-2, 0.5)
Z = (-7, -3)
Y = (1, -3)

5 - 5

المعين والمربع

صفحة 172





الاهداف :

1. التعرف على خصائص المعين والمربع وتطبيقها .
2. تحديد ما إذا كان متوازي الاضلاع مستطيلا أو معينا أو مربعا.

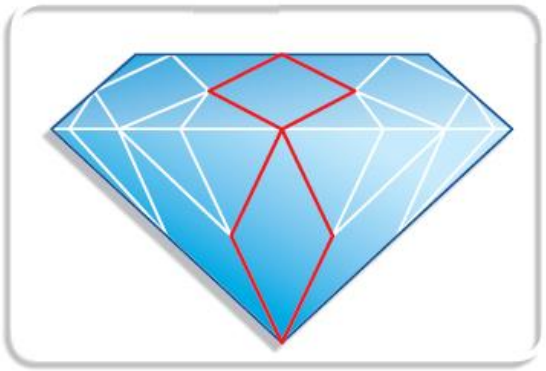
فيما سبق :

درست تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أو مستطيلا

المفردات:

1. المعين
2. المربع

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



لماذا؟

تصمم الألماسات باستعمال أنماط متكررة من الأشكال الهندسية. إذا صمم فنان الألماسة المجاورة، بحيث تكوّنت من أنماط متكررة من مثلثات وأشكال رباعية، كيف يمكن تحديد نوع الأشكال الرباعية المحددة باللون الأحمر في الألماسة؟

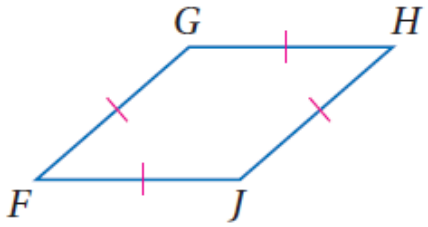
صف قياسات أطوال الاضلاع في كل شكل من الاشكال الرباعية المحددة باللون الاحمر في الالماسة ؟

لماذا يمكن أن يصنف كل من المعين و المربع أيضا على أنه متوازي أضلاع متطابق الاضلاع ؟

أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

خصائص المعيّن والمربّع :



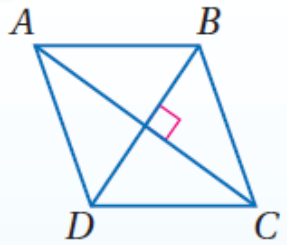
المعيّن هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة. وللمعيّن جميع خصائص متوازي الأضلاع علاوة على الخاصيتين الواردتين في النظريتين الآتيتين :

نظريات

أضف إلى مطويتك

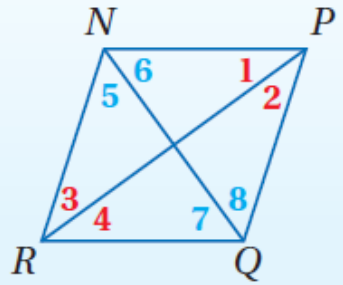
قطرا المعيّن

5.15 إذا كان متوازي أضلاع معيّنًا، فإنّ قطريه متعامدان.



مثال : إذا كان $\square ABCD$ معيّنًا، فإنّ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.

5.16 إذا كان متوازي أضلاع معيّنًا فإنّ كل قطر فيه ينصّف كلًّا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما.



مثال : إذا كان $\square NPQR$ معيّنًا، فإنّ
$\angle 1 \cong \angle 2 , \angle 3 \cong \angle 4 , \angle 5 \cong \angle 6 , \angle 7 \cong \angle 8$

أ.روان القضاة

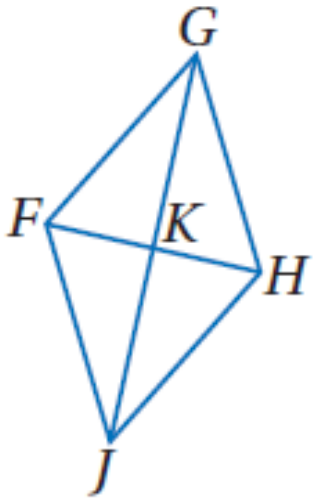
تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

استعن بالمعيّن $FGHJ$

1A) إذا كان $FK = 5, FG = 13$، فأوجد KJ.



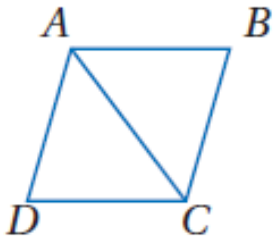
1B) جبر: إذا كان $m\angle KFG = (9y - 5)^\circ , m\angle JFK = (6y + 7)^\circ$، فأوجد قيمة y.

أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: استعن بالمعين $ABCD$ المبيَّن جانبًا.



1) إذا كان $m\angle BCD = 114^\circ$، فأوجد $m\angle BAC$.

2) إذا كان $AB = 2x + 3\ ,\ BC = x + 7$، فأوجد CD.

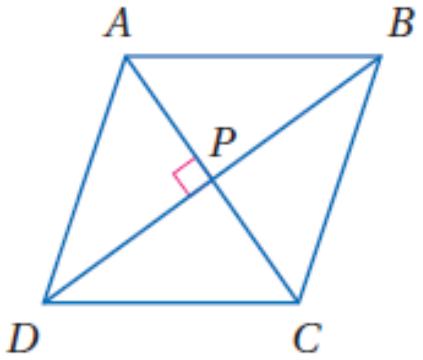
أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

جبر: استعن بالمعين $ABCD$ المبيَّن جانبًا.

7) إذا كان $AB = 14$، فأوجد BC.



8) إذا كان $m\angle BCD = 118^\circ$، فأوجد $m\angle BAC$.

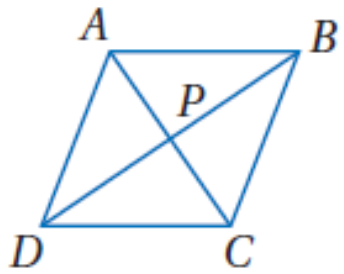
11) إذا كان $m\angle DPC = (3x - 15)^\circ$، فأوجد قيمة x.

أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

في المعين $ABCD$ ، إذا كان $PB = 12, AB = 15, m\angle ABD = 24^\circ$،
فأوجد كلًّا مما يأتي :



20) AP

21) CP

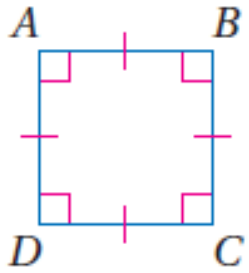
22) $m\angle BDA$

23) $m\angle ACB$

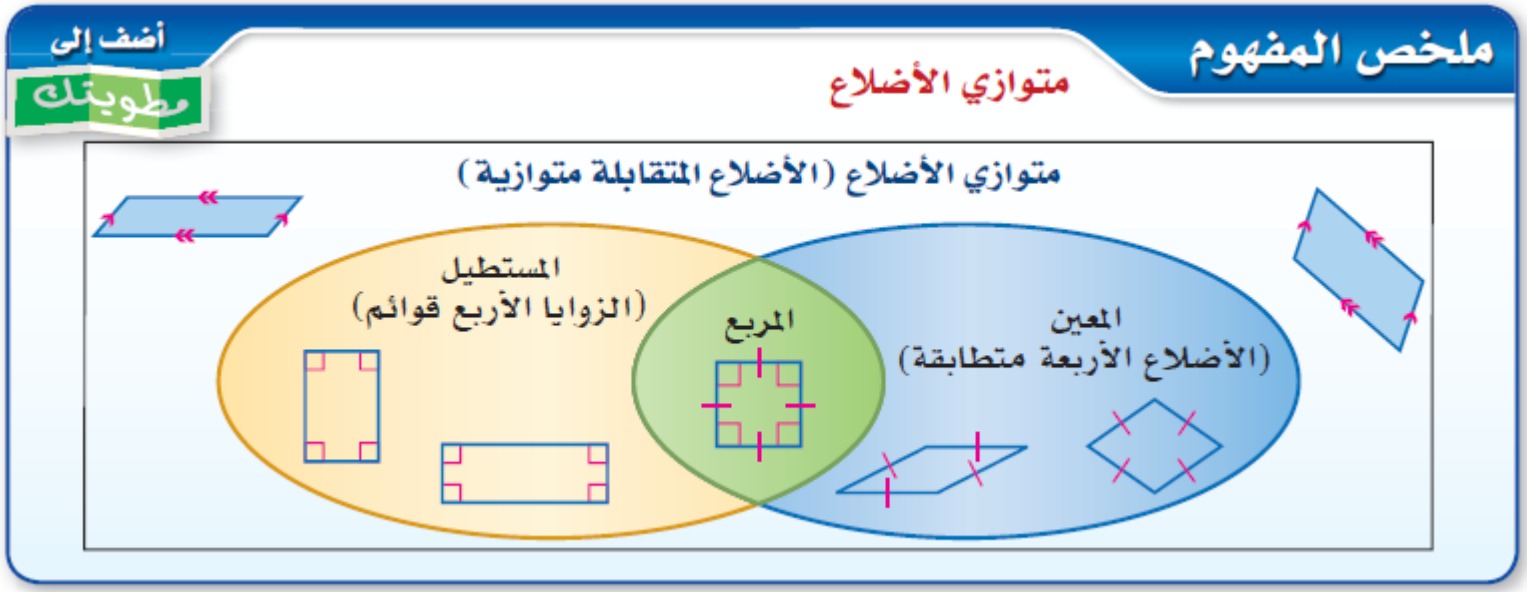
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

استعمال خصائص المربع

المربّع هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قوائم. تذكّر أن متوازي الأضلاع الذي زواياه الأربع قوائم يكون مستطيلًا، ومتوازي الأضلاع الذي أضلاعه الأربعة متطابقة يكون معيّنًا؛ لذا فعندما يكون متوازي الأضلاع معيّنًا وإحدى زواياه قائمة فإنّه يكون مربّعًا أيضًا، وعليه فإن المربع هو متوازي أضلاع ومستطيل ومعيّن.



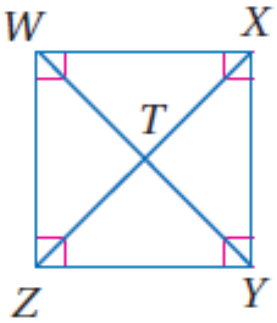
المربع $ABCD$



أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



في المربع $WXYZ$، إذا كان $WT = 3$، فأوجد كلًّا مما يأتي :

24 ZX

26 $m\angle WTZ$

27 $m\angle WYX$

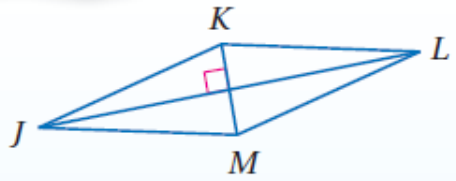
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظريات

أضف إلى مطويتك

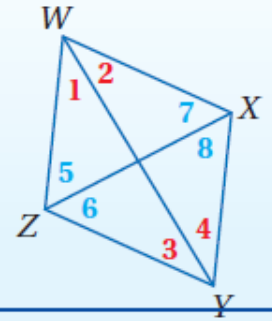
الشروط الكافية للمعيّن والمربّع

5.17 إذا كان قطرا متوازي أضلاع متعامدين فإنّه معيّن. (عكس النظرية 5.15)



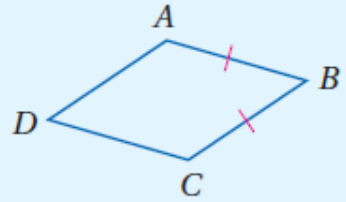
مثال: إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{JL} \perp \overline{KM}$ ،
فإنّ $\square JKLM$ معيّن.

5.18 إذا نصَّف قطر متوازي أضلاع كلًّا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما، فإن متوازي الأضلاع يكون معيّنًا. (عكس النظرية 5.16)



مثال: إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع، وكانت $\angle 4 \cong \angle 3$, $\angle 2 \cong \angle 1$،
أو $\angle 8 \cong \angle 7$, $\angle 6 \cong \angle 5$ ،
فإنّ $\square WXYZ$ معيّن.

5.19 إذا كان ضلعان متتاليان في متوازي الأضلاع متطابقين فإنّه معيّن.



مثال: إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ،
فإنّ $\square ABCD$ معيّن.

5.20 إذا كان الشكل الرباعي مستطيلًا ومعيّنًا فإنه مربّع.

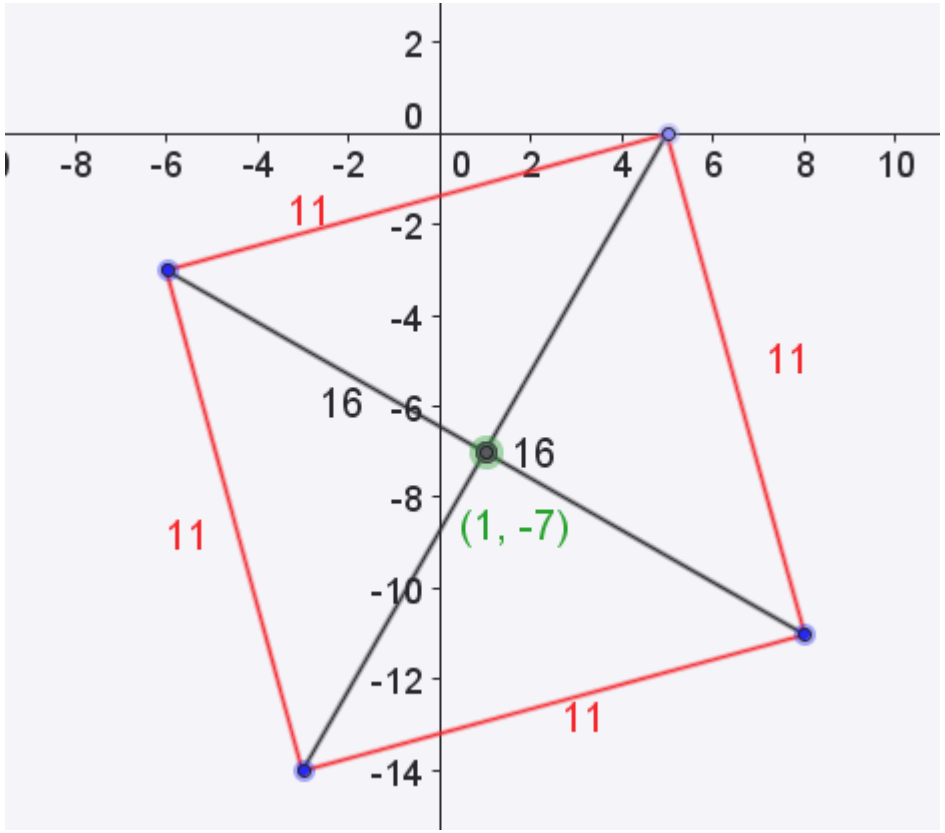
أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

4) حدِّد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $(5, 0), K(8, -11), L(-3, -14), M(-6, -3)$ معيّنًا أو مستطيلًا أو مربّعًا ؟ اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضِّح إجابتك.

أ.روان القضاة


2
0
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10
-2
-4
-6
-8
-10
-12
-14
11
11
11
11
16
16
(1, -7)

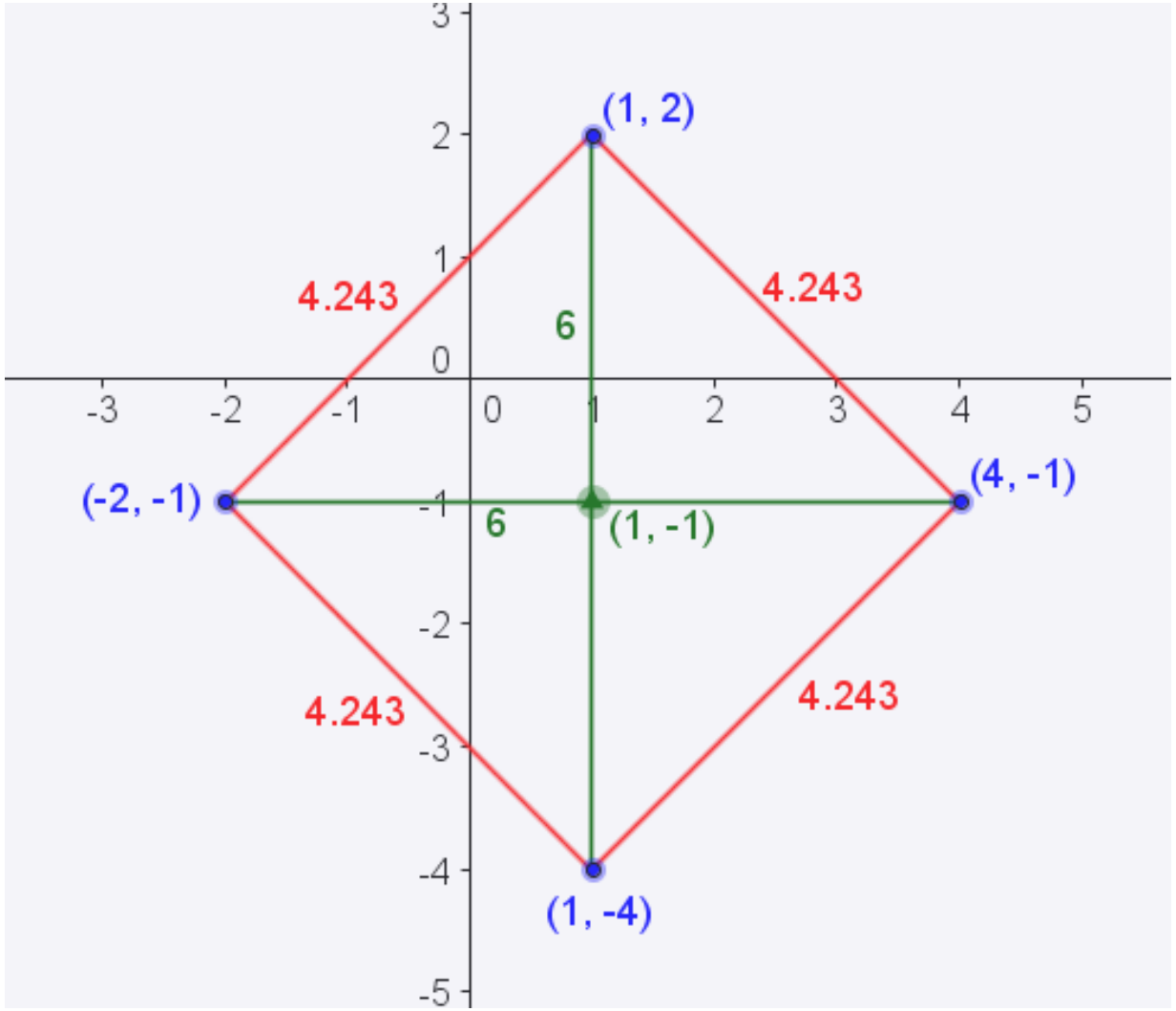
تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

هندسة إحداثيّة : حدِّد ما إذا كان $\square QRST$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معينًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضِّح إجابتك.

5) $Q(1, 2), R(-2, -1), S(1, -4), T(4, -1)$

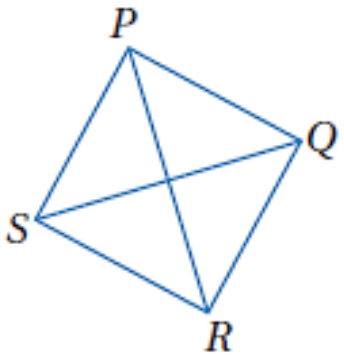
أ.روان القضاة

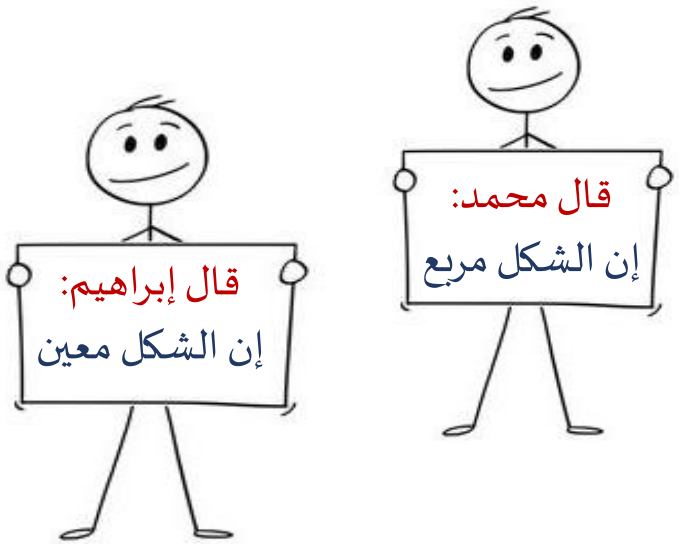

(1, 2)
4.243
4.243
6
(-2, -1)
6
(1, -1)
(4, -1)
4.243
4.243
(1, -4)

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

37) اكتشف الخطأ: في الشكل الرباعي $SRQP$ المبيَّن جانبًا، $\overline{PR} \cong \overline{QS}$.

هل أي منهما على صواب؟ وضّح تبريرك.

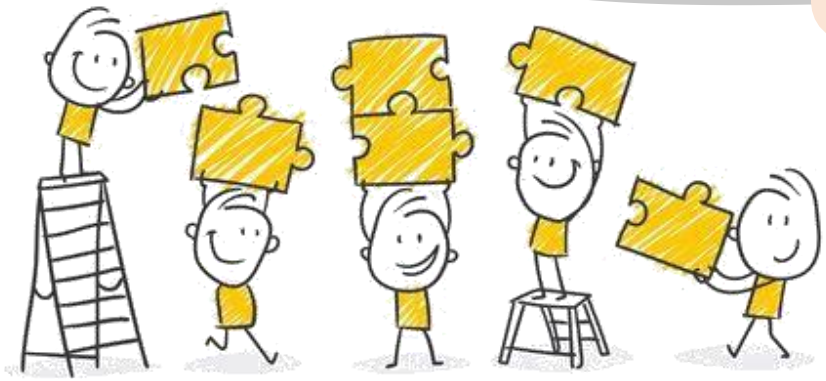


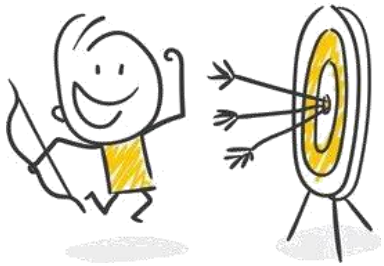


5 - 6

شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

صفحة 180





الاهداف :

1. التعرف على خصائص شبه المنحرف وتطبيقها .
2. التعرف على خصائص شكل الطائرة الورقية وتطبيقها .

فيما سبق :

درست استعمال خصائص أنواع خاصةمن متوازي الاضلاع .

المفردات:

1. شبه المنحرف
2. قاعدتا شبه المنحرف
3. ساقا شبه المنحرف
4. زاويتا القاعدة
5. شبه المنحرف متطابق الساقين
6. القطعة المتوسطة لشبه المنحرف
7. شكل الطائرة الورقية

أ.روان القضاة

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

لماذا؟

تستعمل في رياضات القفز ، صناديق ذات أجزاء متداخلة مصنوعة من الإسفنج ذي الضغط العالي، وتتخذ منصّات وثب ودرجات صعود، وتمثّل جوانب كل من الأجزاء شبه منحرف.

ما الخصائص التي تميز شبه المنحرف عن متوازي الاضلاع ؟

لماذا تكون منصات الوثب أكثر ثباتا عندما تكون جوانبها على شكل شبه منحرف مما لو كان على شكل مستطيل؟

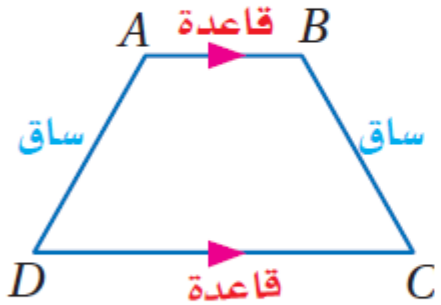
خصائص شبه المنحرف:

شبه المنحرف هو شكل رباعي

فيه ضلعان فقط متوازيان يُسميان **قاعدتي شبه المنحرف**.

الضلعان غير المتوازيين يُسميان **ساقي شبه المنحرف**.

زاويتا القاعدة مكوّن كل منهما من قاعدة وأحد ضلعي الساقين



شبه المنحرف $ABCD$ المبيَّن جانبًا،

$\angle A, \angle B$ زاويتا القاعدة $\overline{AB}$ ،

$\angle C, \angle D$ زاويتا القاعدة $\overline{DC}$.

إذا كان ساقا شبه المنحرف متطابقين فإنه يسمى **شبه منحرف متطابق الساقين**.

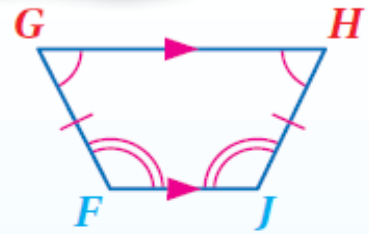
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

نظريات

شبه المنحرف المتطابق الساقين

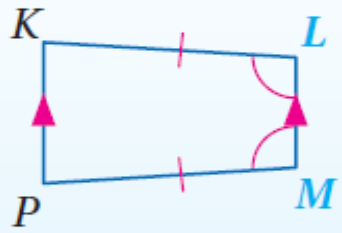
أضف إلى مطويتك

5.21 إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين، فإنّ زاويتي كل قاعدة متطابقتان.



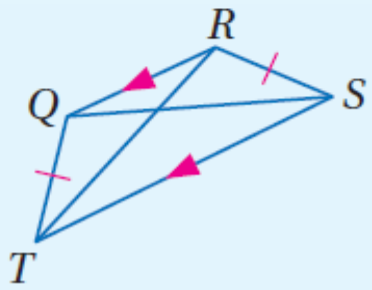
مثال: إذا كان شبه المنحرف $FGHJ$ متطابق الساقين،
فإنّ $\angle J \cong \angle F$, $\angle H \cong \angle G$.

5.22 إذا كانت زاويتا قاعدة في شبه المنحرف متطابقتين، فإنّه متطابق الساقين.



مثال: إذا كان $KLMP$ شبه منحرف، فيه $\angle L \cong \angle M$
فإنه متطابق الساقين.

5.23 يكون شبه المنحرف متطابق الساقين، إذا وفقط إذا كان قطراه متطابقين.



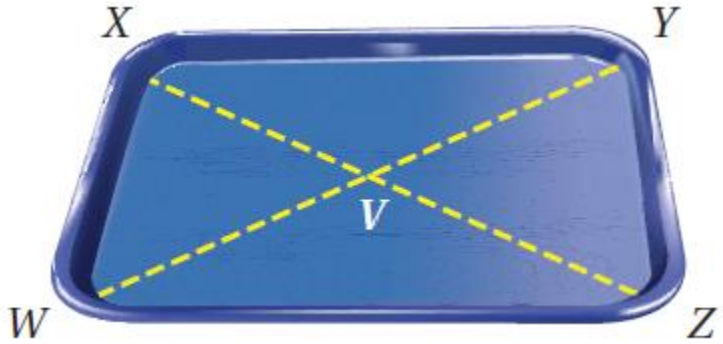
مثال: إذا كان شبه المنحرف $QRST$ متطابق الساقين،
فإنّ $\overline{RT} \cong \overline{QS}$. وكذلك إذا كان $QRST$ شبه منحرف،
فيه $\overline{RT} \cong \overline{QS}$ فإنّه متطابق الساقين.

أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

1) **مطاعم:** لاستغلال مساحة الطاولات المربعة، تستعمل في مطعم أطباقٌ على شكل شبه منحرف كما في الشكل المجاور. إذا كان $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين، وكان $m\angle YZW = 85°$, $WV = 15\text{ cm}$، $VY = 10\text{ cm}$، فأوجد كلًّا مما يأتي :



A $m\angle XWZ$

B $m\angle WXY$

C XZ

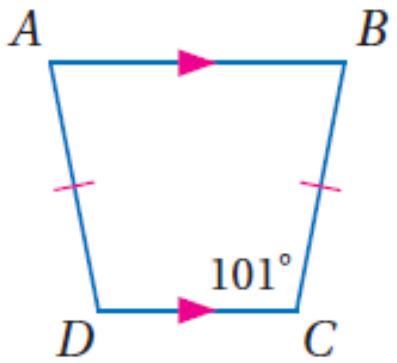
أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

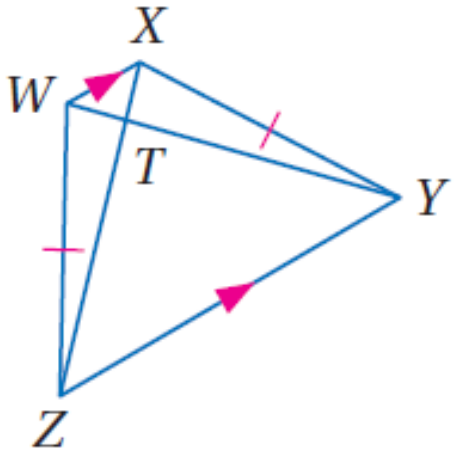
أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

1) $m\angle D$



2) WT، إذا كان:

$ZX = 20,\ TY = 15$



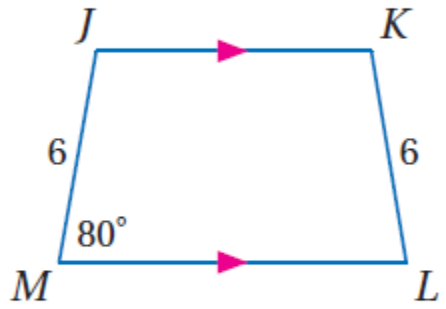
أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

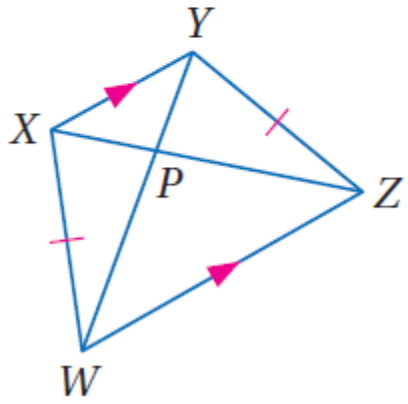
أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

8) $m\angle K$



9) PW ، إذا كان:

$XZ = 18, PY = 3$

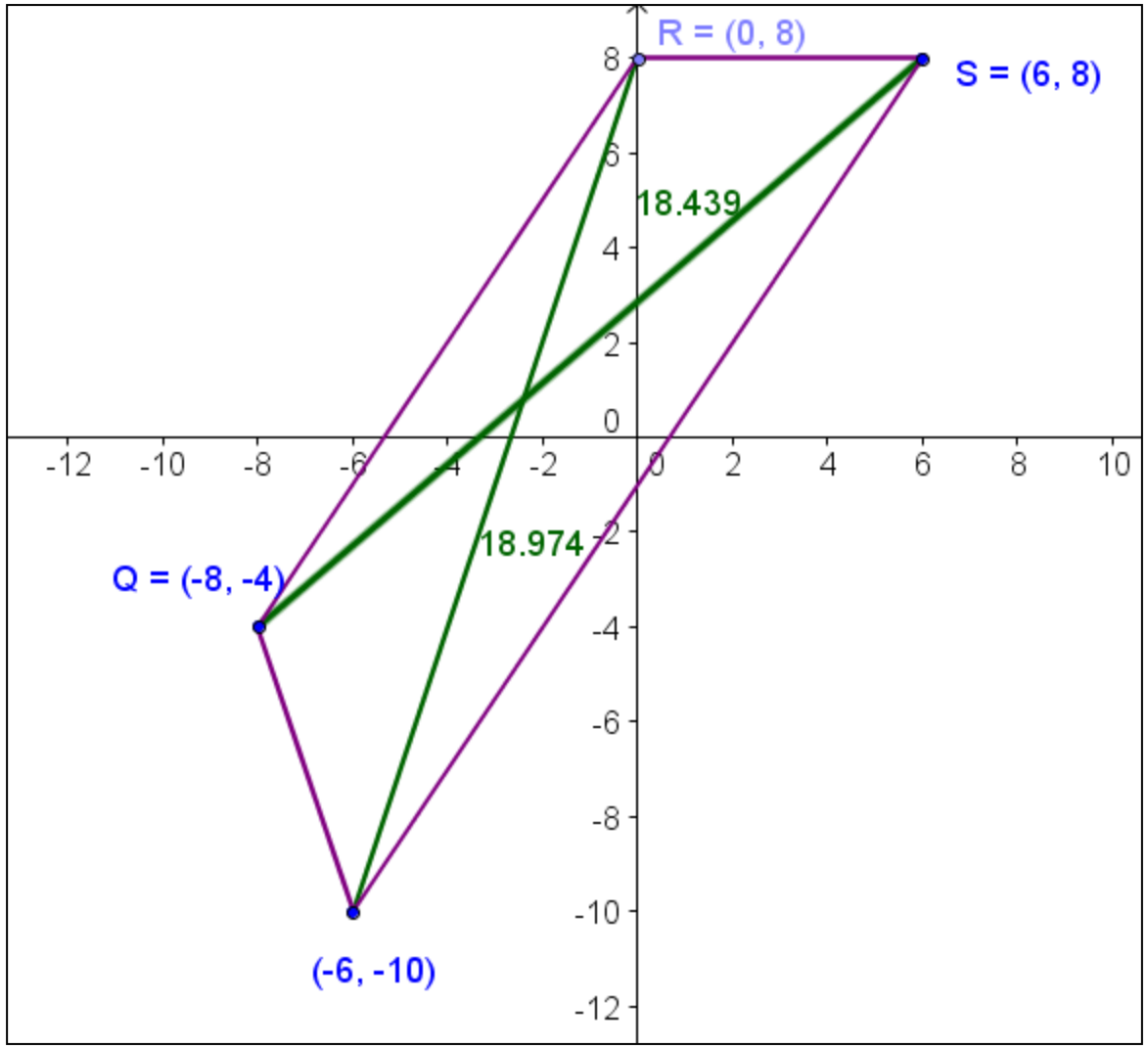


تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

2) رؤوس الشكل الرباعي $QRST$ هي $Q(-8, -4), R(0, 8), S(6, 8), T(-6, -10)$.
بيّن أن $QRST$ شبه منحرف، وحدِّد ما إذا كان متطابق الساقين. ووضِّح إجابتك.

أ.روان القضاة



أ.روان القضاة

تأكد

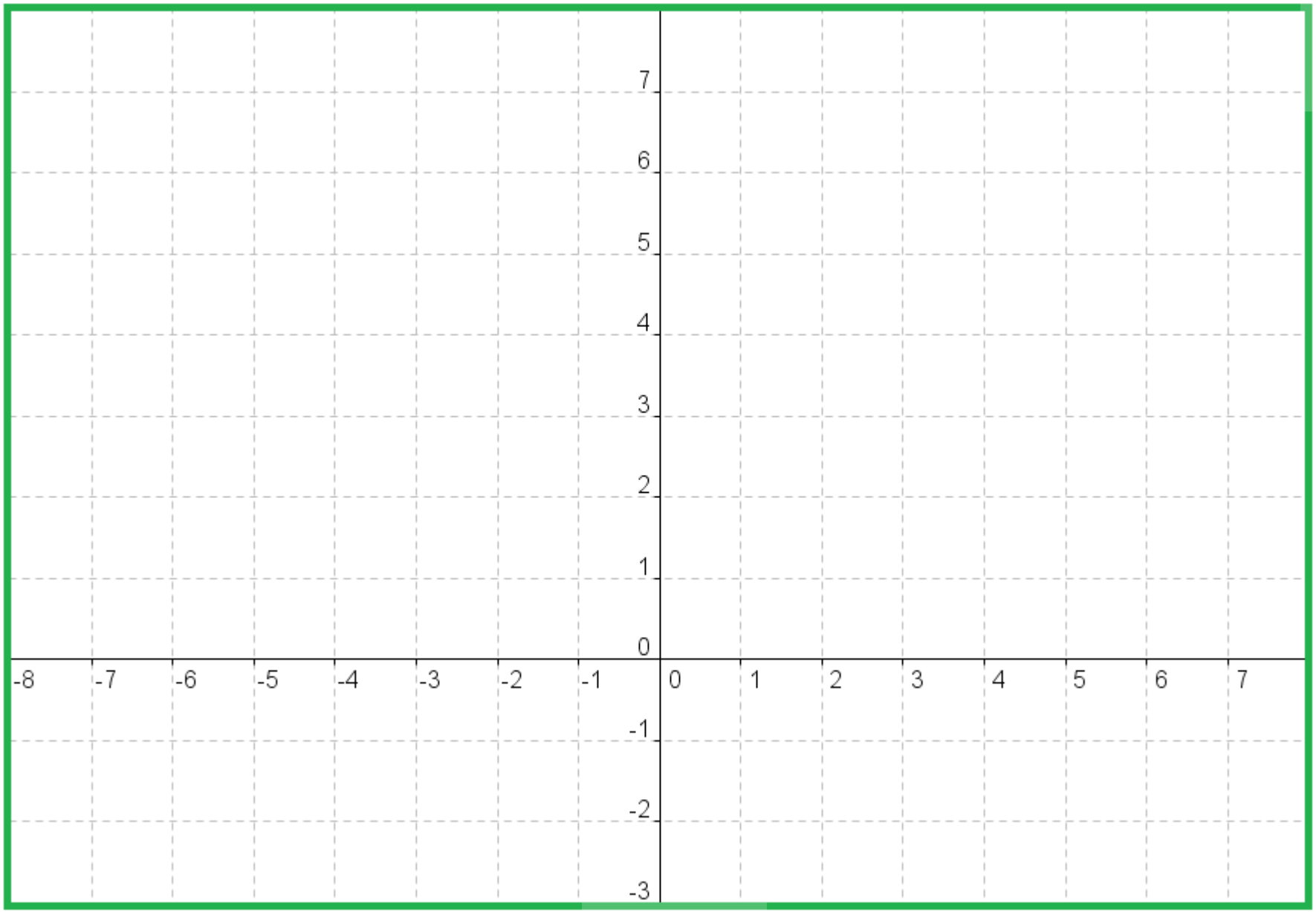
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

هندسة إحداثيّة : رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي $A(-4,-1), B(-2,3), C(3,3), D(5,-1)$.

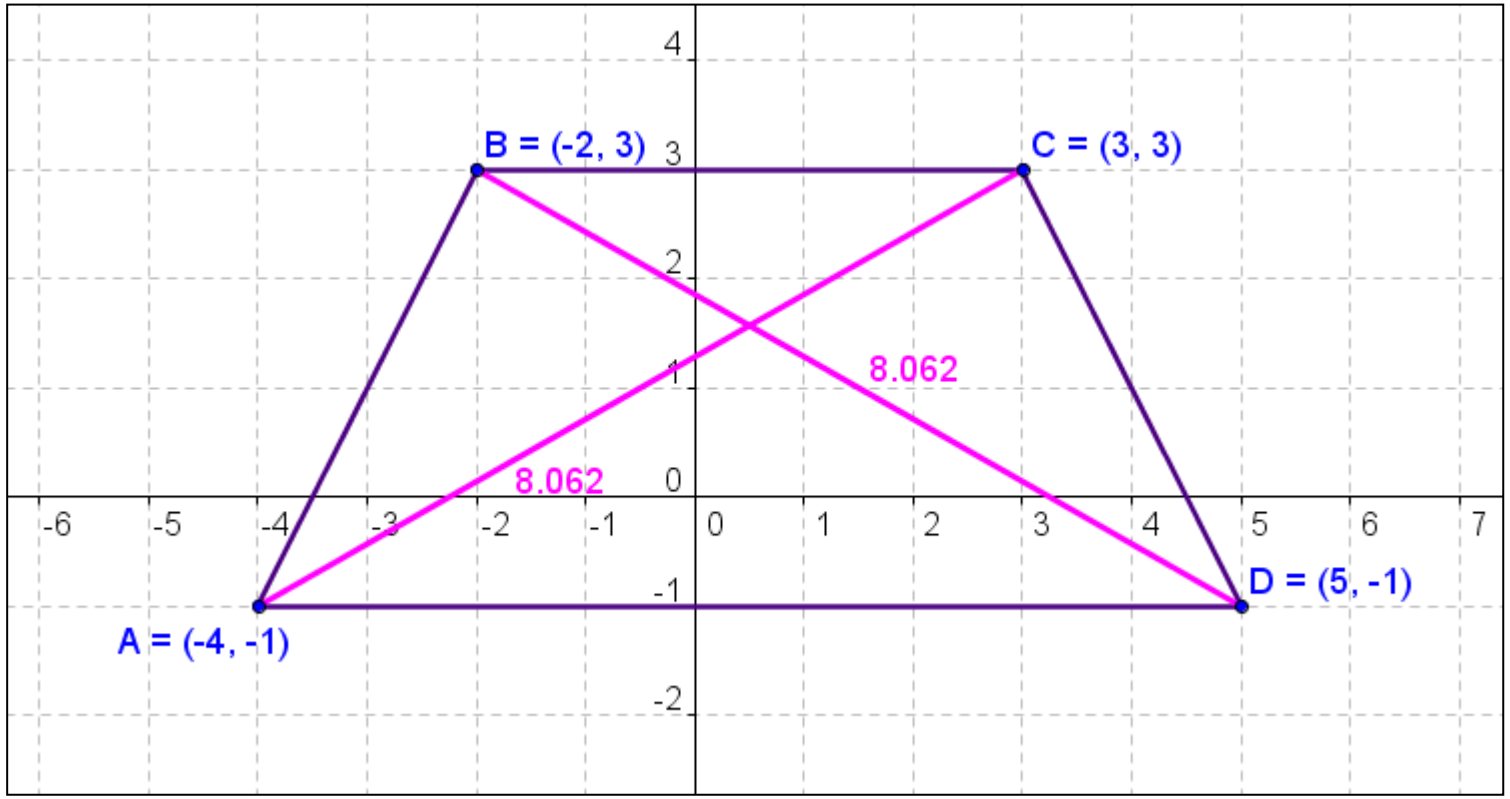
3) بيّن أنّ $ABCD$ شبه منحرف.

4) حدّد ما إذا كان $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين ؟ وضِّح إجابتك.

أ.روان القضاة



أ.روان القضاة


B = (-2, 3)
C = (3, 3)
8.062
8.062
A = (-4, -1)
D = (5, -1)

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف هي قطعة مستقيمة تصل بين منتصفي ساقيه. وتبين النظرية الآتية العلاقة بين القطعة المتوسطة وقاعدتي شبه المنحرف.

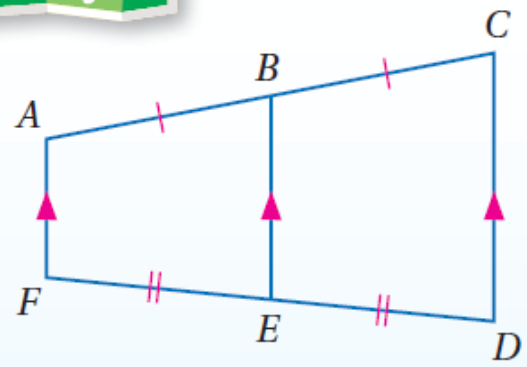
نظرية 5.24

نظريّة القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

أضف إلى مطويتك

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلًّا من القاعدتين، وطولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين.

مثال: إذا كانت $\overline{BE}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $ACDF$، فإنّ $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$, $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$، $BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$.



قراءة الرياضيات

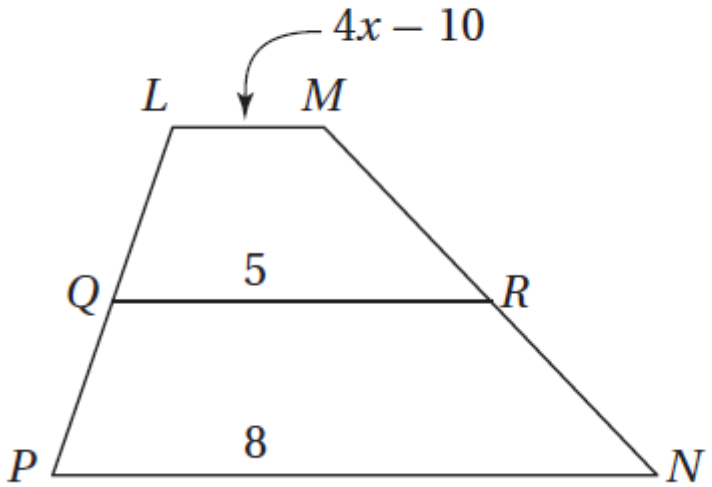
القطعة المتوسطة: تسمى القطعة المتوسطة لشبه المنحرف أيضًا القطعة المنصّفة.

أ.روان القضاة

تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

3) في الشكل أدناه، $\overline{QR}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $LMNP$. ما قيمة x؟



أ.روان القضاة

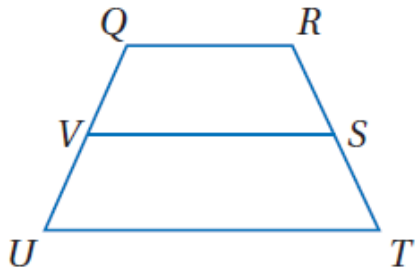
تدرب وحل المسائل

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

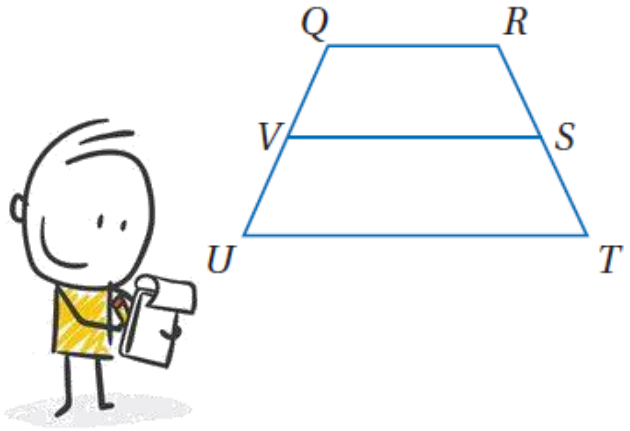
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

في الشكل المجاور، S,V نقطتا منتصفي الساقين لشبه المنحرف $QRTU$.

14) إذا كان $UT = 22$, $QR = 12$ ، فأوجد VS.



15) إذا كان $UT = 12$, $VS = 9$ ، فأوجد QR.

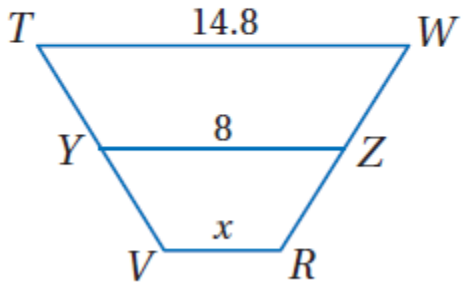


أ.روان القضاة

تأكد

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

5) إجابة قصيرة: في الشكل المجاور: $\overline{YZ}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $TWRV$. أوجد قيمة x.



أ.روان القضاة

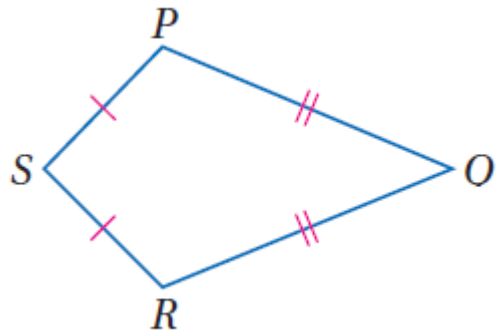
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

خصائص شكل الطائرة الورقيّة :

شكل الطائرة الورقيّة هو شكل رباعي

يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة

كل ضلعين متقابلين في شكل الطائرة الورقيّة ليسا متطابقين ولا متوازيين.



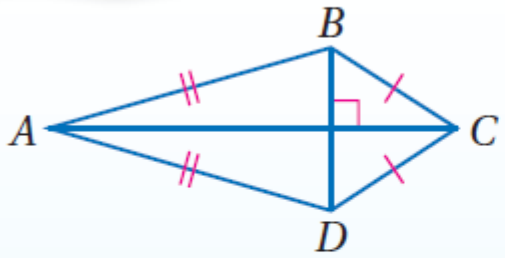
نظريات

شكل الطائرة الورقيّة

أضف إلى مطويتك

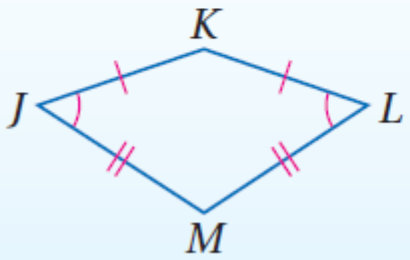
5.25 قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان.

مثال: بما أن $ABCD$ شكل طائرة ورقيّة ، فإنّ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.



5.26 يوجد في شكل الطائرة الورقية زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة، هما الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين.

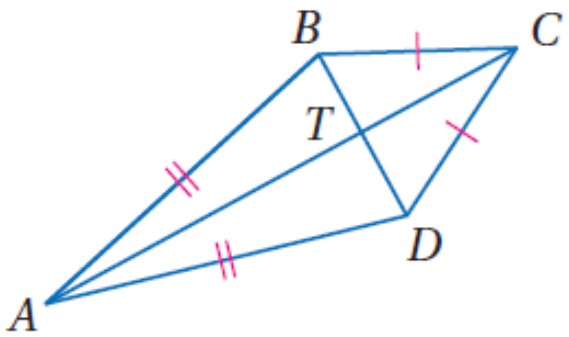
مثال: بما أن $JKLM$ شكل طائرة ورقيّة، فإنّ $\angle K \ncong \angle M$, $\angle J \cong \angle L$.



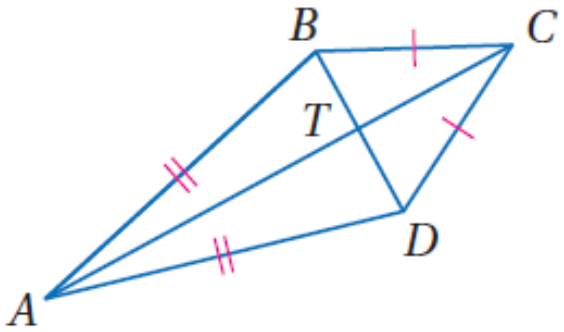
تحقق من فهمك

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

4A) إذا كان $ABCD$ شكل طائرة ورقية، فيه:
$m\angle BCD = 50^\circ$, $m\angle BAD = 38^\circ$ ، فأوجد $m\angle ADC$.



4B) إذا كان $TC = 8$, $BT = 5$ ، فأوجد CD.

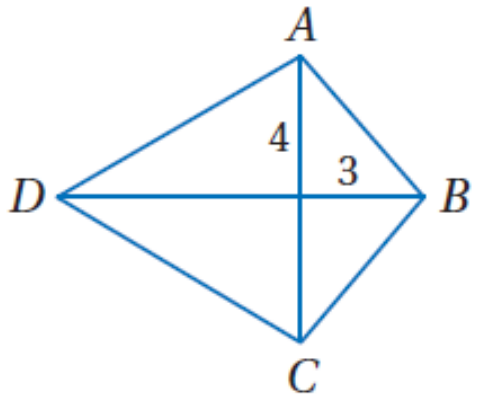


أ.روان القضاة

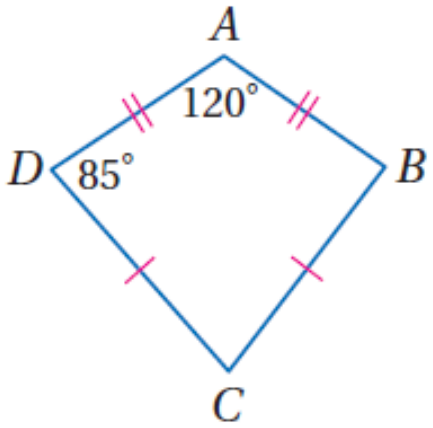
تأكد

إذا كان $ABCD$ على شكل طائرة ورقيّة، فأوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

6) AB

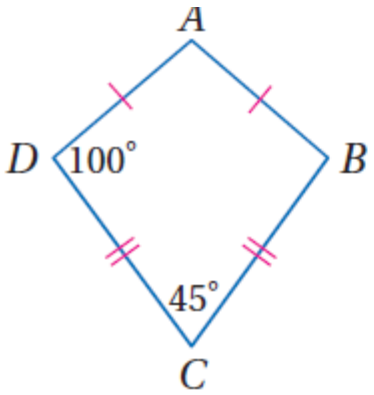


7) $m\angle C$



مسائل مهارات التفكير العليا

استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .



47) اكتشف الخطأ: أوجد كل من عادل وسعيد $m\angle A$ في شكل الطائرة الورقيّة $ABCD$ المجاور . هل إجابة أي منهما صحيحة؟ وضِّح إجابتك.

عادل	سعيد
$m\angle A = 115^\circ$	$m\angle A = 45^\circ$

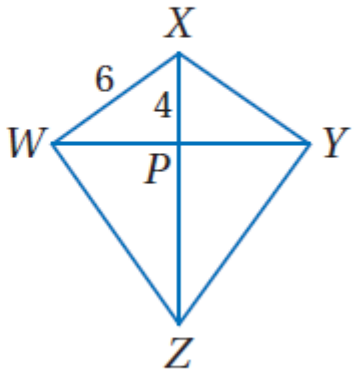
أ.روان القضاة

تدرب وحل المسائل

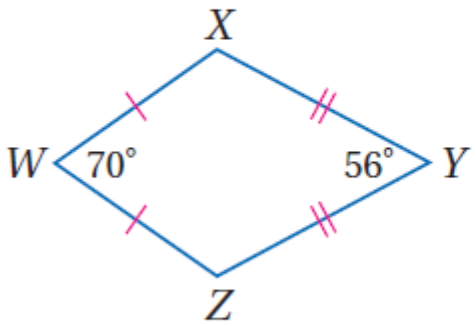
استراتيجية العصف الذهني - استراتيجية المناقشة والحوار
استراتيجية الدقيقة الواحدة .

إذا كان $WXYZ$ شكل طائرة ورقيّة، فأوجد القياس المطلوب في كل مما يأتي :

(17 WP



(18 $m\angle X$



المراجع :

ماجرهل رياضيات 1-2

الصف الاول الثانوي

الفصل الدراسي الثاني

وزارة التعليم

مجموعة العبيكان للاستثمار

اتقدم بالشكر الجزيل لمجموعة الابداع والتميز

مجموعة (رِفعة)

ولي الفخر بأن أكون أحد أعضاء هذه المجموعة

أ. روان القضاة

تنبيه : كل الحقوق محفوظة ، نسخة الكترونية مجانية لا تباع
عند إزالة شعار المجموعة أو اسم المؤلفه سوف يعرضك للمسائلة القانونية .