تمثيل المعادلات الخطية بيانيًّا

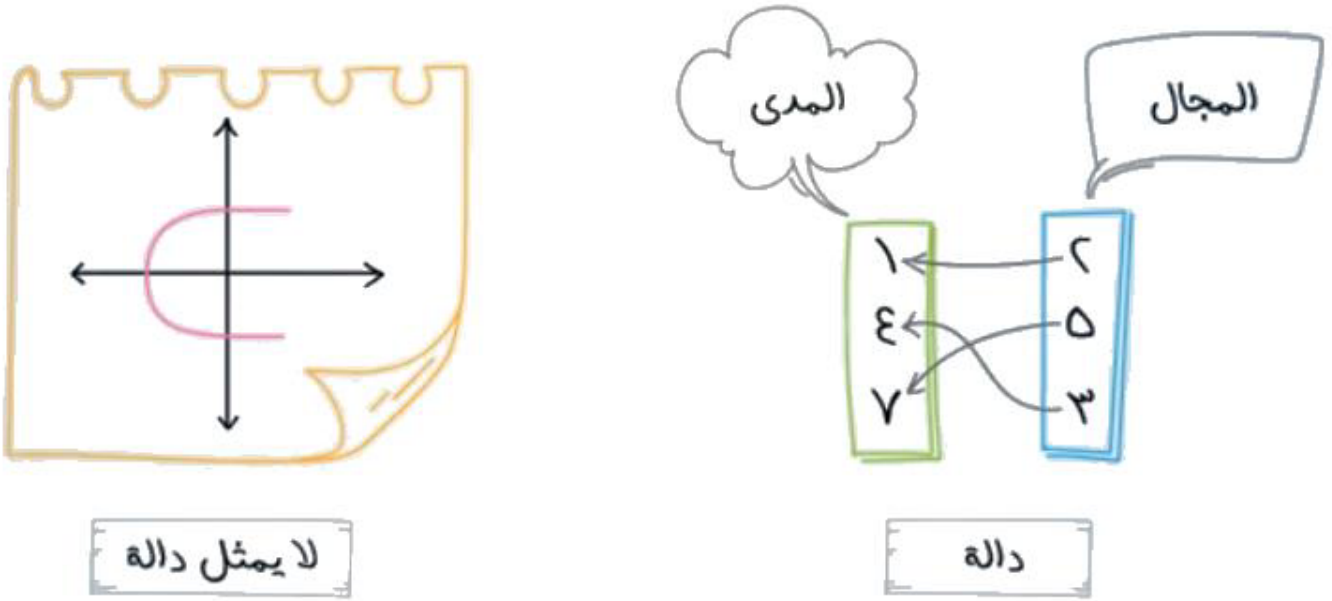
أس + ب ص = جـ

رابط الدرس الرقمي

أهداف الدرس

- تمييز المعادلات الخطية وتحديد مقطعيها السيني والصادي
- تمثيل المعادلات الخطية بيانيا

المعرفة السابقة



سنتعلم اليوم:

أميّز المعادلة الخطية، وأحدد مقطعيها السيني والصادي.

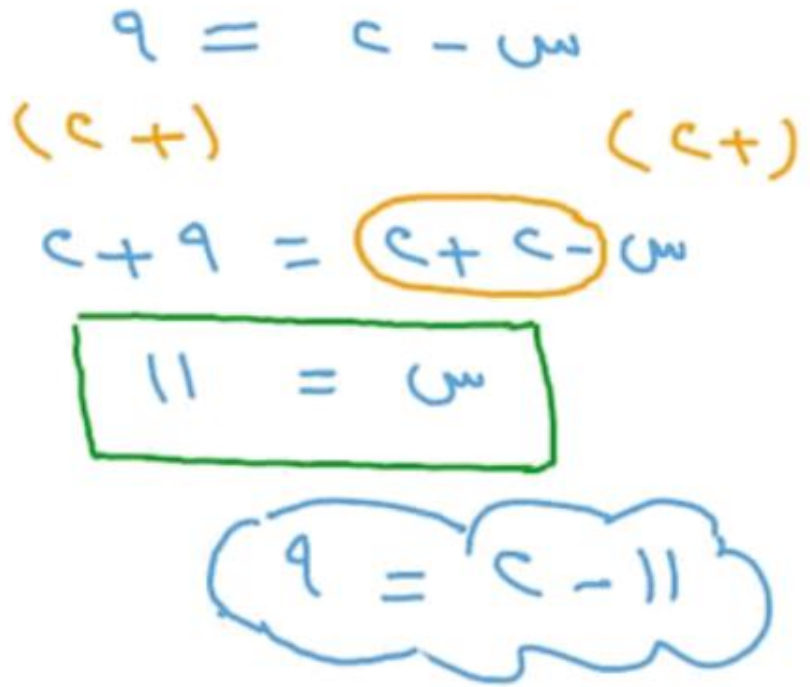
أمثّل المعادلات الخطية بيانيًا.

ماجد الحربي

مهارة

حل معادلات الجمع الخطية ذات الخطوة الواحدة

إذا كان س - ج = ٩ ، فما قيمة س ؟



تمهيد

تشير دراسة إلى أن إعادة تدوير طن واحد من نفايات الأوراق توفر حوالي ١٧ شجرة، وَ ٧٠٠٠ جالون ماء، وَ٣ براميل بترول.

ويمكن التعبير عن العلاقة بين كمية الورق المعاد تدويره وعدد الأشجار الموفرة بالمعادلة: ص = ١٧ س؛ حيث تمثل ص عدد الأشجار، وس كتلة الورق بالطن.

المعادلة الخطية هي المعادلة التي تمثل بيانيًّا بخطٍّ مستقيم، وتكتب على الصورة: أ س + ب ص = جـ وتسمى **الصورة القياسية** للمعادلة الخطية. ويسمى جـ **الحد الثابت**، وتمثل أ س ، ب ص الحدود الجبرية.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الصورة القياسية للمعادلة الخطية

التعبير اللفظي: الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي: أ س + ب ص = جـ ، أ ≥ ٠ ولا تكون قيمتا أ وَ ب معًا صفرًا . أ ، ب ، جـ أعداد صحيحة والعامل المشترك الأكبر لها ١ .

الأمثلة: في المعادلة: ٣ س + ٢ ص = ٥، أ = ٣ ، ب = ٢ ، جـ = ٥

وفي المعادلة: س = −٧ ، أ = ١ ، ب = صفر ، جـ = −٧

أس + ب ص = جـ

تمييز المعادلات الخطية

حدِّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

أ) ص = ٤ − ٣س

أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية.

ص= ٤ − ٣س	المعادلة الأصلية
ص + ٣س= ٤ − ٣س + ٣س	أضف ٣ س إلى الطرفين
٣س + ص= ٤	بسط

هذه المعادلة بالصورة القياسية، أ = ٣ ، ب = ١ ، جـ = ٤، وهي معادلة خطية.

ب) ٦س − س ص = ٤

بما أن الحد س ص فيه متغيران، فلا يمكن كتابة المعادلة على الصورة أ س + ب ص = جـ .
لذا فالمعادلة ليست خطية.

تقويم

حدِّد ما إذا كانت كل معادلة فيما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية:

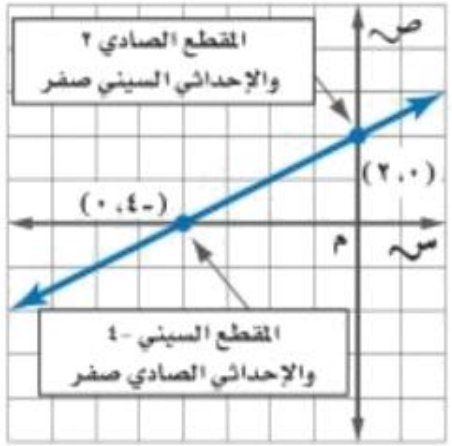
٢) $-٢س - ٣ = ص$

٩) $٥س + ص^{٢} = ٢٥$

١٠) $٨ + ص = ٤س$

١٤) $ص = ٤س + س$

يمكن تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الإحداثي، ويُسمى الإحداثي السيني للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات **المقطع السيني**، ويُسمى الإحداثي الصادي للنقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات **المقطع الصادي**.



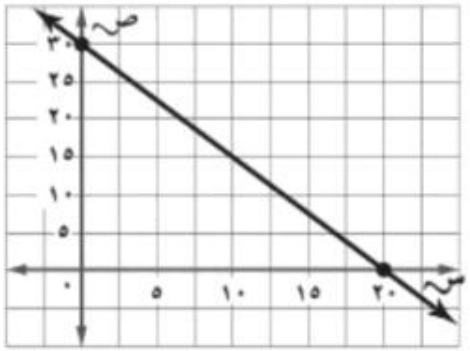
والتمثيل البياني للمعادلة الخطية له على الأكثر مقطع سيني واحدٌ، ومقطع صادي واحدٌ، ما لم تكن المعادلة على النحو س = ٠ ، أو ص = ٠ .

وفي تلك الحالة كل عدد حقيقي هو مقطع صادي أو مقطع سيني على الترتيب.

$$س ص \Leftrightarrow صفر$$

مثال ٢ من الاختبار

أوجد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل جانبًا.



أ) المقطع السيني صفر، والمقطع الصادي ٣٠.

ب) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي ٣٠.

جـ) المقطع السيني ٢٠، والمقطع الصادي صفر.

د) المقطع السيني ٣٠، والمقطع الصادي ٢٠.

اقرأ الفقرة:

نريد أن نحدد المقطعين السيني والصادي للمستقيم الممثل بيانيًا.

حل الفقرة:

الخطوة ١: لإيجاد المقطع السيني، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور السينات.
بما أن المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٢٠ ، ٠)، إذن فالمقطع السيني هو ٢٠.

الخطوة ٢: لإيجاد المقطع الصادي، ابحث عن النقطة التي يقطع فيها المستقيم محور الصادات.
بما أن المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، ٣٠)؛ إذن فالمقطع الصادي هو ٣٠.

وعليه فالجواب الصحيح هو ب.

إيجاد المقطعين السيني والصادي

مثال

بركة سباحة : فُرّغت بركة سباحة بمعدّل ٧٢٠ لترًا في الساعة. ويبيِّن الجدول المجاور الدالة التي تربط كمية الماء في البركة، والزمن اللازم لتفريغها.

تفريغ البركة	
الزمن (ساعة)	كمية الماء (لتر)
(س)	(ص)
٠	١٠٠٨٠
٢	٨٦٤٠
٦	٥٧٦٠
١٠	٢٨٨٠
١٢	١٤٤٠
١٤	٠

أ) أوجد المقطعين السيني والصادي للتمثيل البياني للدالة.

المقطع السيني = ١٤ — ١٤ هي قيمة س عندما تكون ص = ٠

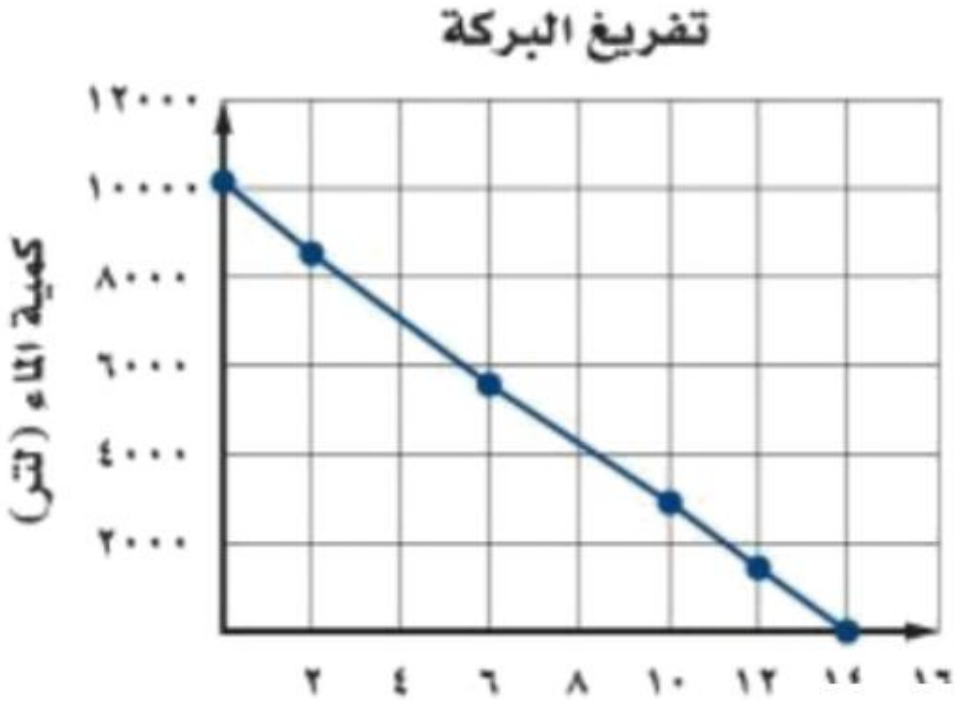
المقطع الصادي = ١٠٠٨٠ — ١٠٠٨٠ هي قيمة ص عندما تكون س = ٠

إرشادات للدراسة

تمييز المتغيرات

الزمن في المثال ٣ هو المتغير المستقل، وكمية الماء هو المتغير التابع.

مثال



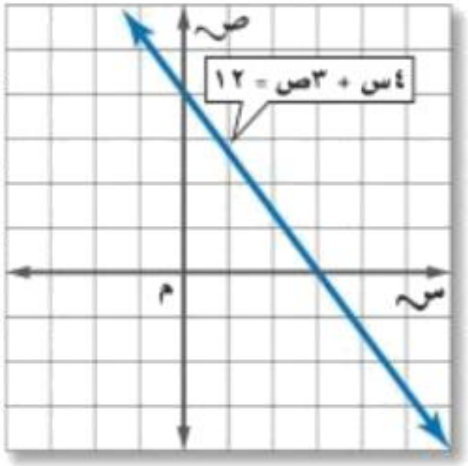
ب) صف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة.

يعني المقطع السيني ١٤ أن كمية الماء في البركة بعد ١٤ ساعة سيكون صفرًا، أو أن البركة قد فُرّغت بشكل كامل. ويعني المقطع الصادي ١٠٠٨٠ أن البركة تحتوي على ١٠٠٨٠ لترًا من الماء في الزمن صفر؛ أي قبل بداية عملية التفريغ. وهذا ما يظهره التمثيل البياني.

تقويم

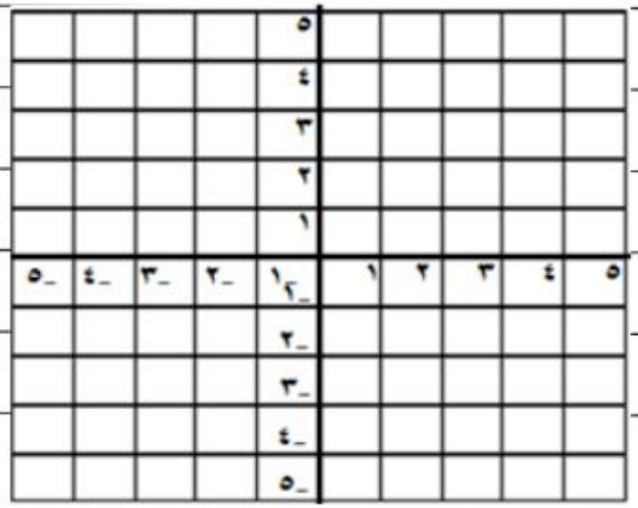
أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي، ثم صف معنى كل منهما:

١٥)



١٦)

س	ص
٣−	١−
٢−	٠
١−	١
٠	٢
١	٣



تقويم

٣) **قيادة السيارة:** تريد عائلة أحمد الذهاب إلى مزرعتهم، والجدول المجاور يبين المسافة المتبقية للوصول إلى المزرعة بوصفها دالة للزمن. أوجد المقطعين السيني والصادي، وصِفْ معنى كل منهما.

الزمن (ساعة) (س)	المسافة المتبقية (كلم) (ص)
٠	٢٤٨
١	١٨٦
٢	١٢٤
٣	٦٢
٤	٠

تمثيل المعادلة بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي

تمثيل المعادلة الخطية بيانيًّا: أوجد المقطعين السيني والصادي. فتتكون لديك نقطتان يمر بهما التمثيل البياني للدالة، ثم استعملهما لتمثيل المستقيم؛ لأنك بحاجة إلى نقطتين فقط لتمثيله.

مثِّل المعادلة ٢س + ٤ص = ١٦ بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي.

لإيجاد المقطع السيني ضع ص = ٠

٢س + ٤ص = ١٦	المعادلة الأصلية
٢س + ٤(٠) = ١٦	استبدل ص بصفر
٢س = ١٦	بسّط
س = ٨	اقسم على ٢

فيكون المقطع السيني ٨؛ أيْ أنّ المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٨ ، ٠).

إرشادات للدراسة

المعادلات المتكافئة

إعادة كتابة المعادلة بدلالة ص يسهّل عملية إيجاد قيم ص.

فمثلًا إذا كان:

٤س + ص = −٣

فإن: ص = −٤ س −٣

ولإيجاد المقطع الصادي ضع س = ٠

٢س + ٤ ص = ١٦	المعادلة الأصلية
٢(٠) + ٤ص = ١٦	عوِّض عن س بصفر
٤ص = ١٦	بسّط
ص = ٤	اقسم على ٤

فيكون المقطع الصادي ٤؛ أيْ أنّ المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، ٤).

عيِّن هاتين النقطتين في المستوى الإحداثي، ثم صِلْ بينهما بخط مستقيم.

إرشادات للدراسة

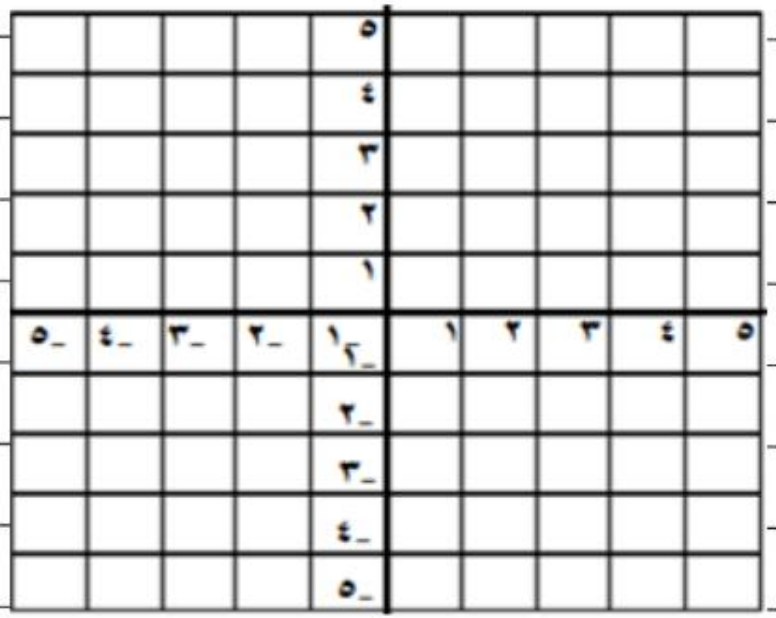
المقطعان السيني والصادي

المقطع السيني هو موقع تقاطع الخط المستقيم مع محور السينات، وقيمة ص فيه صفر دائمًا. والمقطع الصادي هو موقع تقاطع الخط المستقيم مع محور الصادات، وقيمة س فيه صفر دائمًا.

تقويم

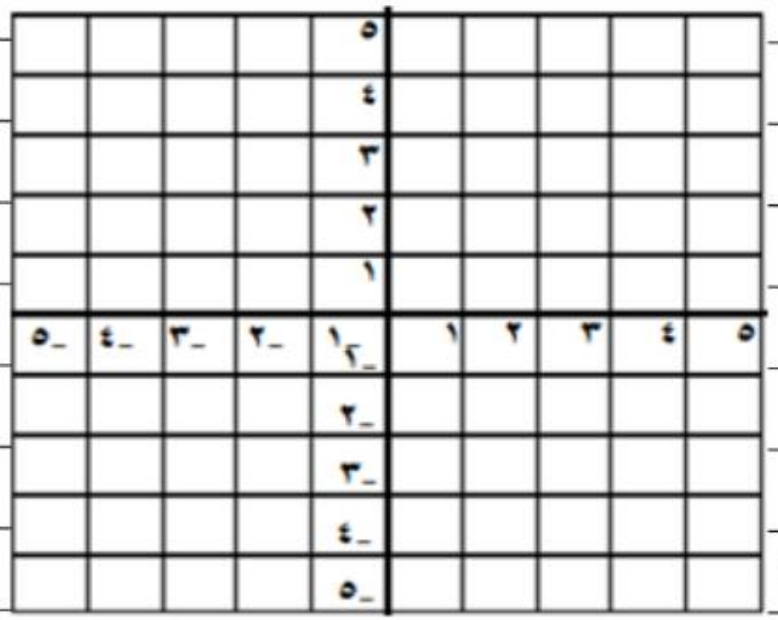
مثِّل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي:

١٧) ص = ٤ + ٢س

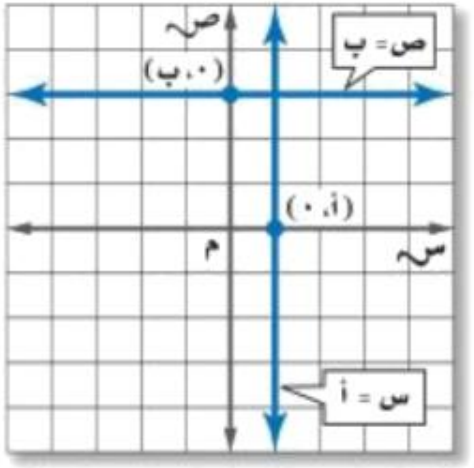


تقويم مثِّل كلًّا من المعادلتين الآتيتين بيانيًّا باستعمال المقطعين السيني والصادي:

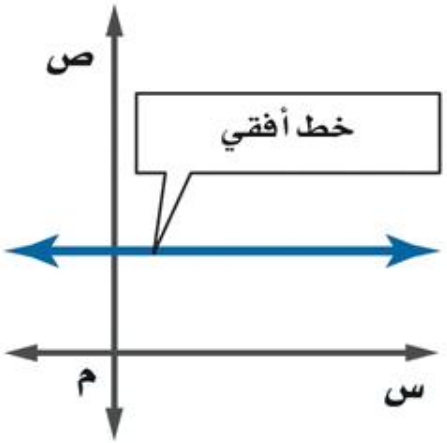
أ) ٤ − س + ٢ص = ٣

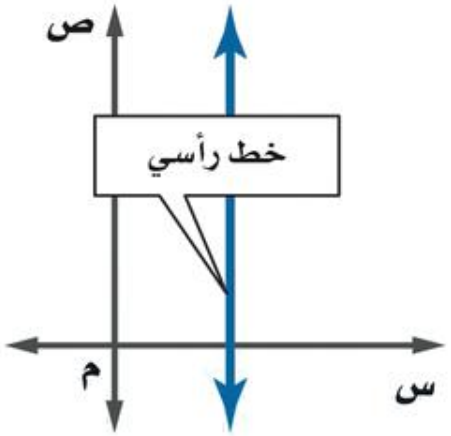


لاحظ أن المعادلة في المثال ٤ لها مقطع سيني ومقطع صادي. إلا أن بعض المستقيمات قد يكون لها مقطع سيني ولا يوجد لها مقطع صادي أو بالعكس. فمثلًا التمثيل البياني لـ ص = ب هو مستقيم أفقي له مقطع صادي فقط (ما لم تكن ب = صفر)، ويكون موقع المقطع على النقطة (٠ ، ب). والتمثيل البياني لـ س = أ هو مستقيم رأسي له مقطع سيني فقط
(ما لم تكن أ = ٠)، ويكون موقع المقطع على النقطة (أ ، ٠).



وكل زوج مرتب يجعل المعادلة صحيحة يمثّل نقطة على المستقيم، لذا فالتمثيل البياني للمعادلة يمثل جميع حلولها. وأي زوج مرتب لا يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة لا تقع على المستقيم.





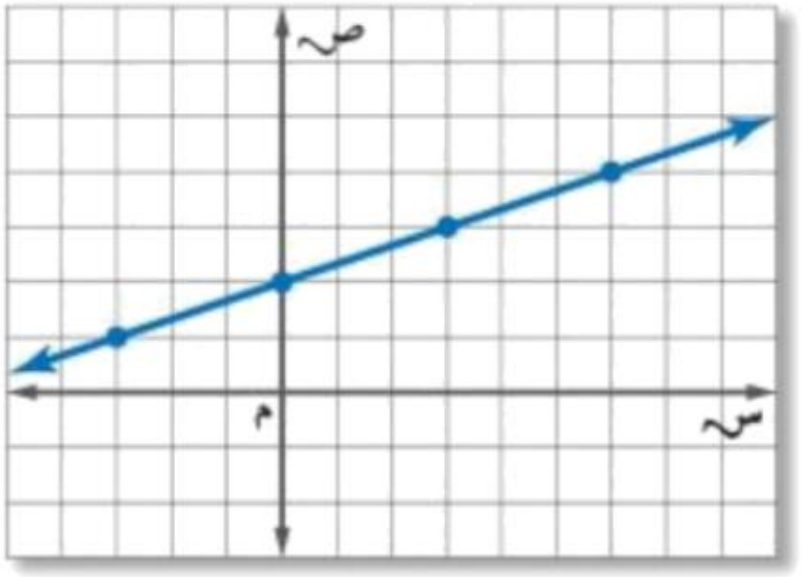
التمثيل البياني بتكوين جدول

مثال

مثِّل المعادلة ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢ بيانيًّا.

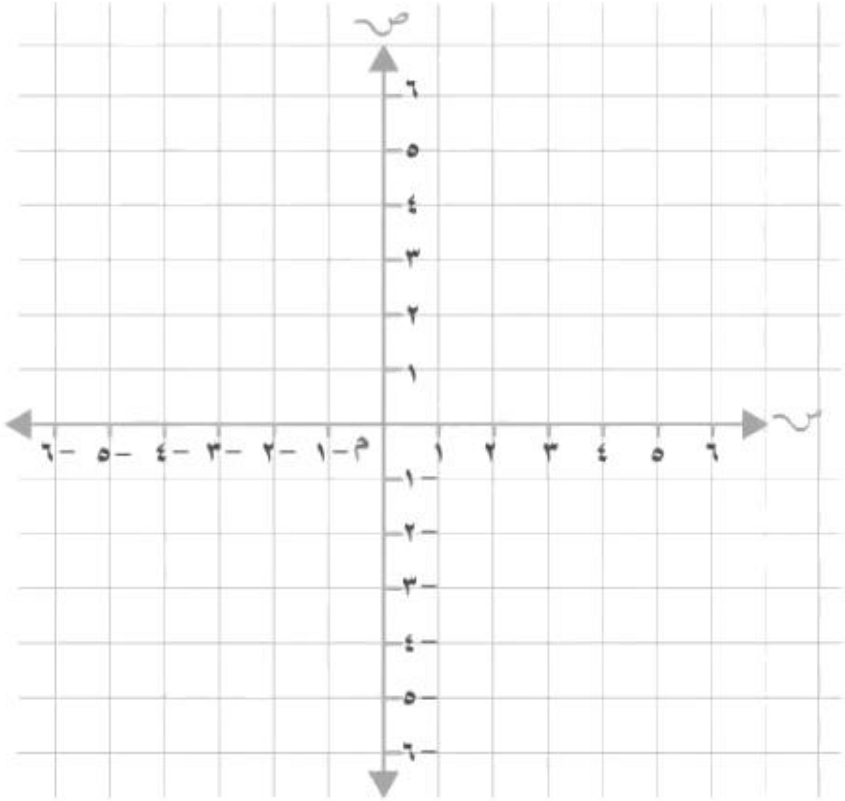
المجال جميع الأعداد الحقيقية. اختر قيمًا للمجال وكوِّن جدولًا. ويفضل عندما يكون معامل س كسرًا أن تختار أعدادًا من المجال تكون من مضاعفات المقام، ثم تكوّن أزواجًا مرتبة وتمثّلها بيانيًّا.

س	$\frac{١}{٣}$ س + ٢	ص	(س، ص)
−٣	$\frac{١}{٣}$ (−٣) + ٢	١	(−٣، ١)
٠	$\frac{١}{٣}$ (٠) + ٢	٢	(٠، ٢)
٣	$\frac{١}{٣}$ (٣) + ٢	٣	(٣، ٣)
٦	$\frac{١}{٣}$ (٦) + ٢	٤	(٦، ٤)



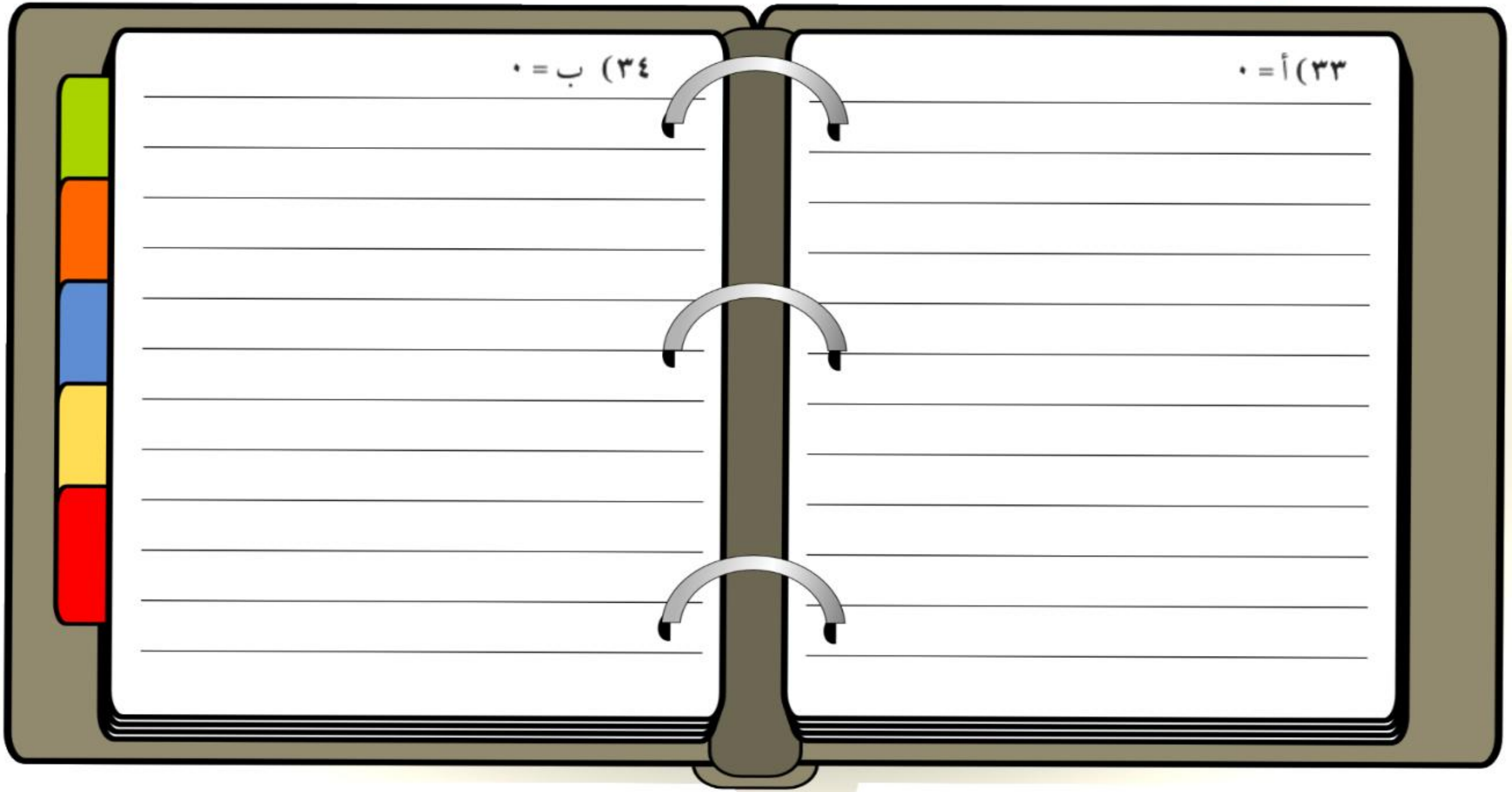
تقويم

٨) مثِّل المعادلة : س + ٢ص = ٤ بيانيًّا بإنشاء جدول.



س	س + ٢ص = ٤	ص	(س ، ص)
			(،)
			(،)
			(،)
			(،)

تقويم **مسألة مفتوحة:** أعط مثالًا لمعادلة خطية على الصورة أس+ ب ص = جـ لكل حالة مما يأتي:



ملخص مفهوم

المعادلةُ الخطيَّةُ

هيَ المعادلةُ التي تُمثَّلُ بيانيًّا بخطٍّ مستقيمٍ

المقطعُ السينيُّ

هوَ الإحداثيُّ السينيُّ للنقطةِ الَّتي يقطعُ فيها المستقيمُ محورَ السيناتِ

الصورةَ القياسيةَ للمعادلةِ الخطيةِ

أس + ب ص = جـ

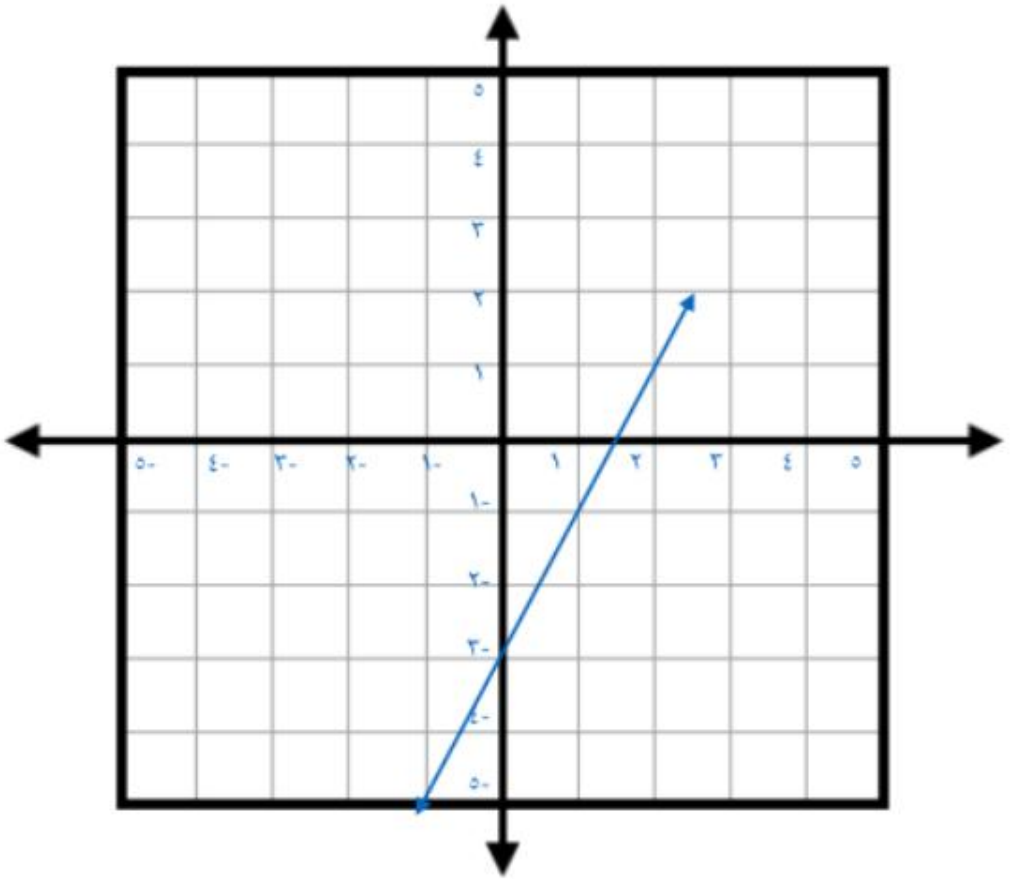
المقطعُ الصاديُّ

هوَ الإحداثيُّ الصاديُّ للنقطةِ الَّتي يقطعُ فيها المستقيمُ محورَ الصاداتِ

قيم نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

الشكل المقابل يعد تمثيلا للمعادلة –س+ ٢ص=٣



صواب

خطأ