مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

سكيتشات
الصف ثاني ثانوي
الفصل الدراسي الثالث

معلمة الرياضيات :
عواطف العتيبي

تحت رقم إيداع

1445/2336

وتاريخ 1445/02/21

هـ، ورقم ردمك

978-603-04-7987-0

المقدمة

٢ - ٣ نبذة عن مجموعة رفعة

الحمدلله والصلاة والسلام على نبينا محمد
وعلى آله وصحبه أجمعين

هي مجموعة تدار من قبل معلمين ومعلمات الرياضيات
من جميع أنحاء المملكة

وهي قائمة على التطوير المهني للمعلمين والمعلمات
وابتكار الأفكار الإبداعية لتعليم العام

وبهدف التيسير والتسهيل
لمادة الرياضيات ونشر العلم

حسابات مجموعة رفعة

حساب المؤلفة

نقدم لكم من سلسلة رفعة سكيتشات الرياضيات ٢-٣

نسأل الله أن يكون خالصاً لوجهه وأن تجدوا فيه الفائدة

تمثيل فضاء العينة

فضاء العينة

مجموعة جميع نواتج المكنة

القائمة المنظمة | الرسم الشجري | الجدول

التجربة العشوائية

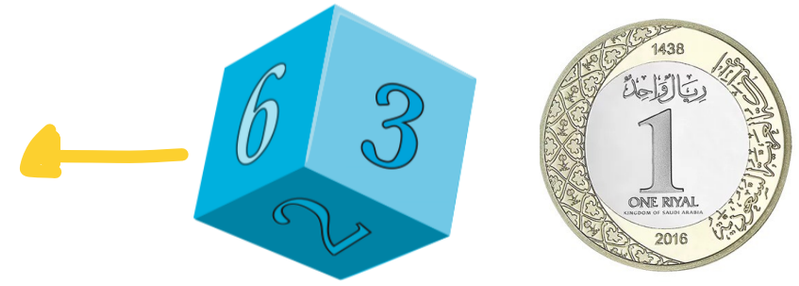
هي مانعرف نتائجها مسبقاً

النواتج

هي ماينتج عن تجربة عشوائية

الحادثة

هي نتيجة أو اكثر للتجربة



مكعب مرقم
من 1 الى 6

تجربة ذات مرحلتين

تجارب متعددة المراحل

مبدأ العد الأساسي

او

قاعدة الضرب

$2 \times 6 = 12$

$2 \times 6 \times 2 = 24$

ضرب عدد نواتج المكنة في
كل مرحلة من مراحل التجربة

عواطف العتيبي
@math20084

الاحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

المضروب ..

مضروب الصفر = 1

4!

مضروب 4 واقل منها

$4 \times 3 \times 2 \times 1$

التباديل

رمزها P

ماخوذ منها عناصر

تنظيم لمجموعة من العناصر يكون ترتيب فيه مهماً

$_nP_r$

$_6P_4$

مضروب 6 الى 4 خانات

$= 6 \times 5 \times 4 \times 3$

$_6P_6 = 6!$ اذا تساوى ناخذ مضروب العدد

$_6P_1 = 6$ اذا كان مع الرقم 1 يساوي العدد

$_6P_0 = 1$ اذا كان مع الرقم 0 يساوي صفر

انواع التباديل ..

تباديل خطية

n!

يتم ترتيب العناصر فيها على شكل خطي

تباديل دائرية

يتم ترتيب العناصر فيها على شكل دائرة

اما لها نقطة مرجعية n!

او بدون نقطة مرجعية (n - 1) !

التباديل مع التكرار

$$\frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \cdot r_k!}$$

تكرار تكرار

التوافيق

رمزها C

اختيار لمجموعة من العناصر بحيث يكون ترتيب فيها غير مهم

$_6C_4 = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$

اذا تساوى عدد التوافيق والماخوذ منها

$_5C_5 = 1$

$_5C_0 = 1$

$_5C_4 = 5$ اذا كان الماخوذ منه اقل بقيمة من عدد التوافيق

$_5C_1 = 5$

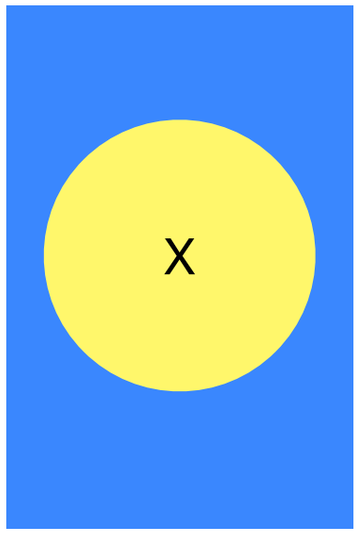
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الاحتمال الهندسي

الاحتمال الهندسي ..

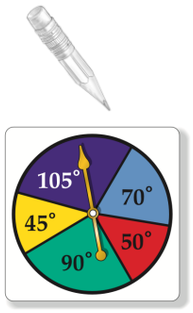
الاحتمال الذي يتضمن
قياساً هندسياً
مثل الطول أو المساحة

الاحتمال والمساحة



ماحتمال وقوع النقطة X
على الدائرة الصفراء

$$\text{احتمال الجزء الكلي} = \frac{\text{طول المنطقة الصفراء (الدائرة)}}{\text{طول المنطقة الزرقاء (المستطيل)}}$$



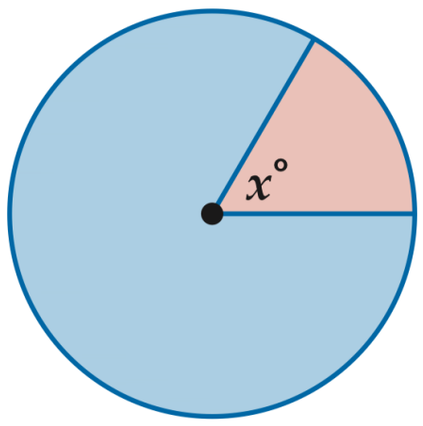
الاشهر القرص المؤشر

الاحتمال والطول

ماحتمال وقوع النقطة x
على القطعة المستقيمة BC

$$\text{احتمال الجزء الكلي} = \frac{\text{طول القطعة المستقيمة BC}}{\text{طول القطعة المستقيمة AD}}$$

الاحتمال باستعمال قياس زاوية مركزية



ماحتمال وقوع النقطة عشوائياً
في المنطقة المظللة

$$= \frac{x^\circ}{360^\circ}$$

@math20084
عواطف العتيبي

احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة

الحادثة البسيطة ..

ذات ناتج واحد

الحادثة المركبة ..

تتكون من حادثتين بسيطتين أو أكثر

حادثتين مستقلتين .. ⟷ قانون الضرب ⟷ حادثتين غير مستقلتين ..

أعيدت مختلفين

دون ارجاع

العلاقة بين الحادثتين ..

احتمال حدوث الحادثة الاولى لا يؤثر في احتمال الحادثة الثانية

احتمال حدوث الحادثة الاولى يؤثر في احتمال الحادثة الثانية

تقاطع

لايجاد ناتج الاحتمال
نضرب احتمال الحادثتين في بعض

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

لايجاد ناتج الاحتمال
نضرب احتمال الحادثة الاولى في احتمال الحادثة الثانية بشرط وقوع الاولى

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

إشارة الاحتمال المشروط
وليس رمز القسمة

لاي حادثة في تجربة عشوائية
الاحتمال يقع بين 0 وَ 1

الاحتمال المشروط ..

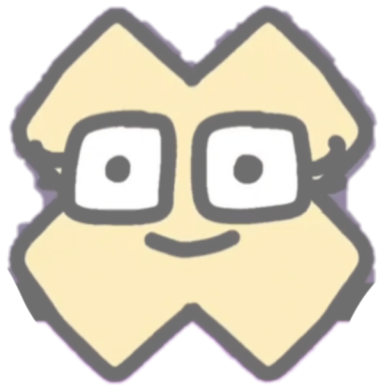
البسط تقاطع الحادثتين
على الحادثة التي تقع

استخدم شكل فن

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

عواطف العتيبي
@math20084

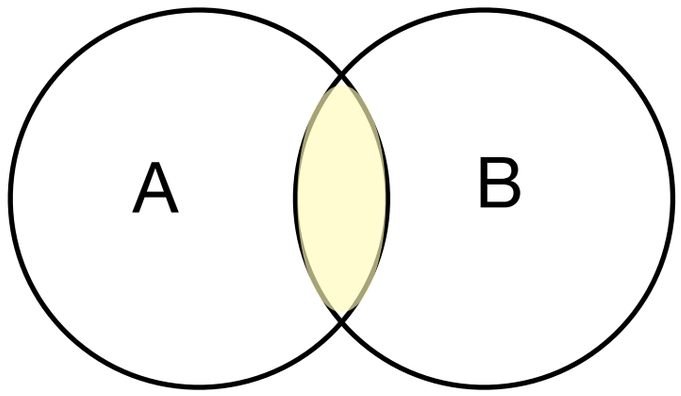
احتمالات الحوادث المتنافية



$P(A \cap B)$

↑

يدل على تقاطع مجموعتين



$A \cap B \neq \varnothing$

حادثتان غير متنافيتين ..

يوجد بينهم عناصر مشتركة

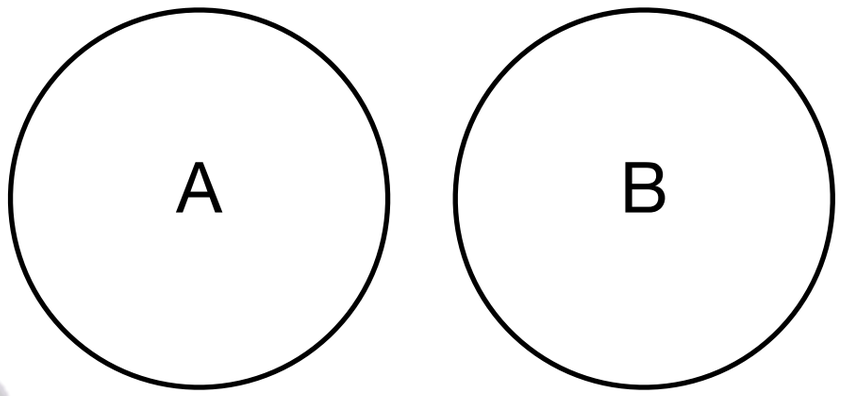
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

نجمع الحادثتين ثم نطرح المشترك بينهم

$P(A \cup B)$

↑

يدل على اتحاد مجموعتين



$A \cap B = \varnothing$

حادثتان متنافيتين ..

اي لا يوجد بينهما عناصر مشتركة

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

نجمع الحادثتين

الحادثة المتممة ..

رمزها $(\grave{A})$

جميع عناصر فضاء العينة غير الموجودة في الحادثة

$$P(A`) = 1 - P(A)$$

واحد طرح الحادثة

@math20084

عواطف العتيبي

الدوال المثلثية في المثلثات القائمة الزاوية

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

النسبة المثلثية

$\sin^{-1} x$

معكوس النسب المثلثية

الحرف الكبير يشير الى الزاوية
والحرف الصغير يشير الى طول الضلع المقابل لزاوية

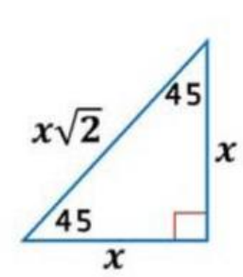
تقارن بين طولي ضلعين في المثلث القائم الزاوية

الدالة المثلثية

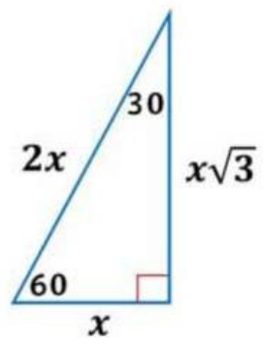
تعرف من خلال نسبة مثلثية

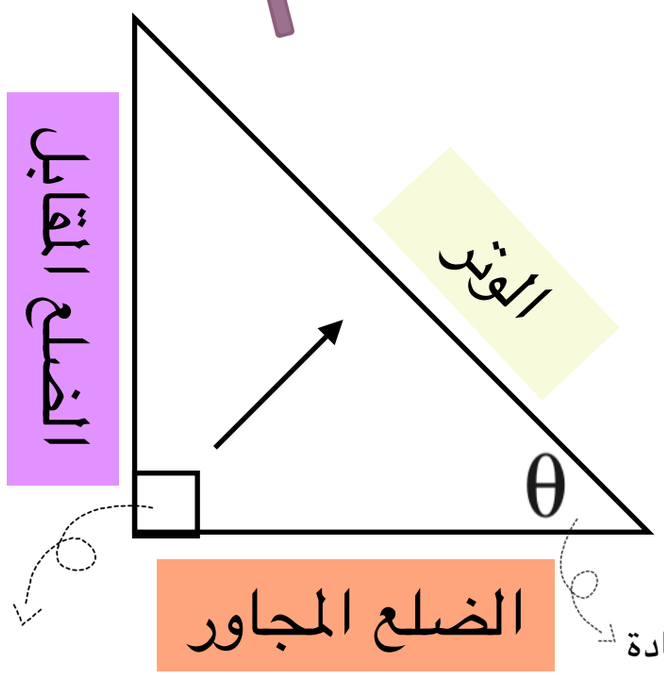
مثلثات وزوايا مشهورة

مثلث قائم الزاوية
متساوي الساقين



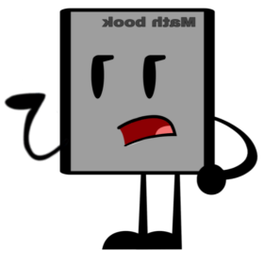
مثلث ثلاثيني ستيني





زاوية حادة
تقرأ ثيتا
وهي مراد ايجاد قياس الدوال المثلثية الست لها

زاوية قائمة



لنطبق عليهما الدوال
الست .. !?

دوال المقلوب

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

مقلوبها

اي البسط مقام والمقام بسط

$$\csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

مقلوبها

اي البسط مقام والمقام بسط

$$\sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

مقلوبها

اي البسط مقام والمقام بسط

$$\cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

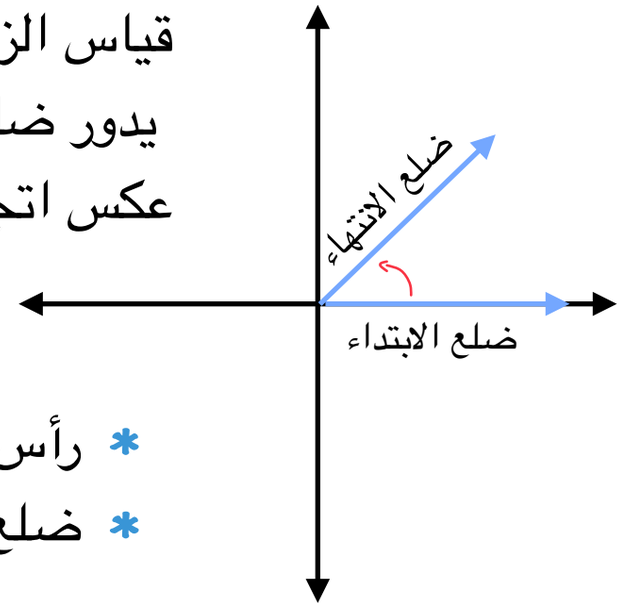
$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

@math20084
عواطف العتيبي

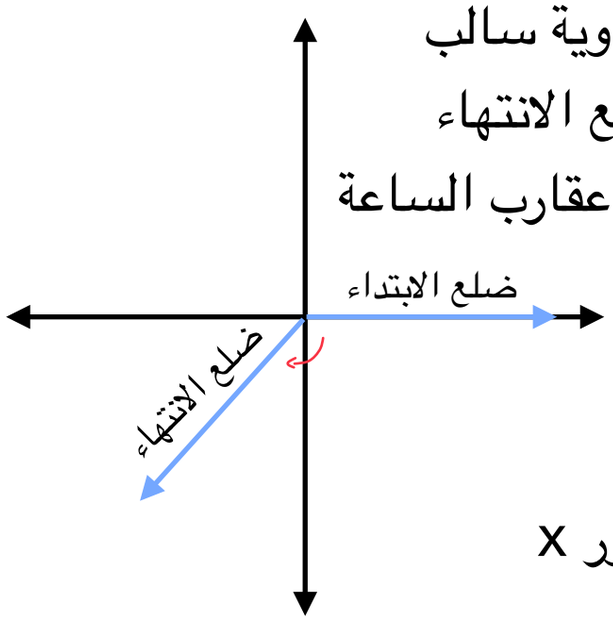
الزوايا وقياساتها

الزوايا المرسومة في الوضع القياسي :

قياس الزاوية موجب
يدور ضلع الانتهاء
عكس اتجاه عقارب الساعة



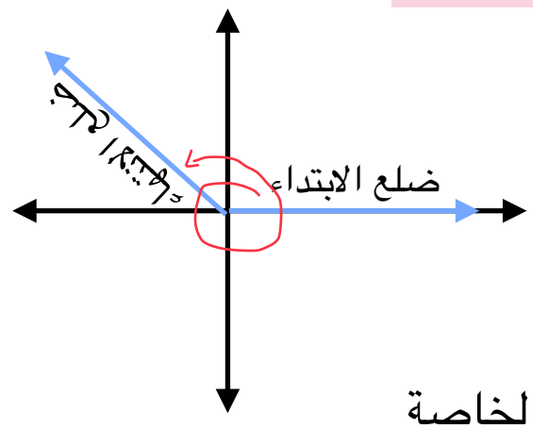
قياس الزاوية سالب
يدور ضلع الانتهاء
مع اتجاه عقارب الساعة



* رأس الزاوية هو نقطة الأصل
* ضلع الابتداء منطبق على الجزء الموجب من المحور x

التحويل من القياس بالدرجات إلى القياس بالرديان والعكس

أكثر من دورة كاملة



التحويل من الدرجات الى الرديان

الزاوية بالدرجة · $\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}$

التحويل من الرديان الى الدرجات

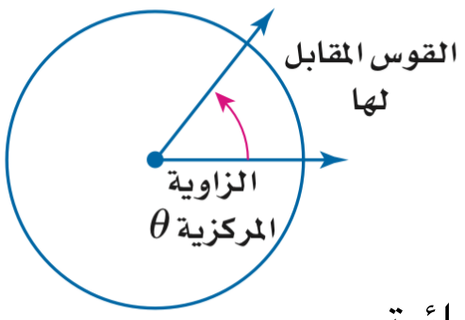
الزاوية بالراديان · $\frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}$

تذكر راديان تحذف
وايضاً عندما لا يكون هناك علامة
درجة فالقياس راديان

الزوايا الخاصة
بالدرجات وبالراديان

$30^\circ = \frac{\pi}{6}$	$45^\circ = \frac{\pi}{4}$
$60^\circ = \frac{\pi}{3}$	$90^\circ = \frac{\pi}{2}$

الزاوية المركزية في الدائرة؛



يقع رأسها على مركز الدائرة

طول القوس

$S = r\ \theta$

قياس الزاوية بالراديان

نصف القطر

عواطف العتيبي
@math20084

الدوال المثلثية للزوايا

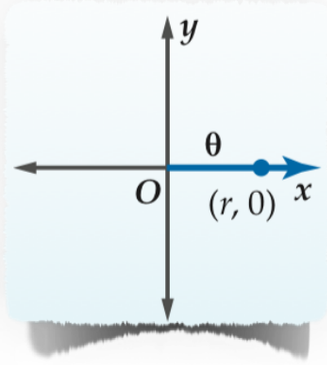
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اذا وقع ضلع الانتهاء للزاوية المرسومة في الوضع القياسي
على المحور x او y

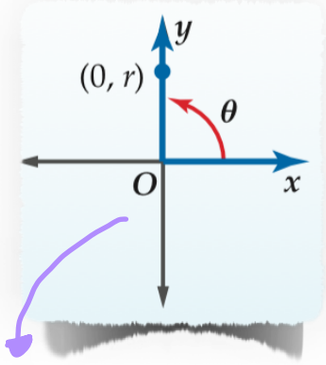
فإنها تسمى زاوية ربعية

الدوال المثلثية للزوايا :

$\theta = 0°$
$\theta = 0\ rad$ أو

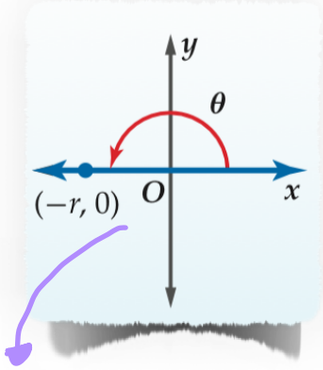


$\theta = 90°$
$\theta = \frac{\pi}{2}$ rad أو



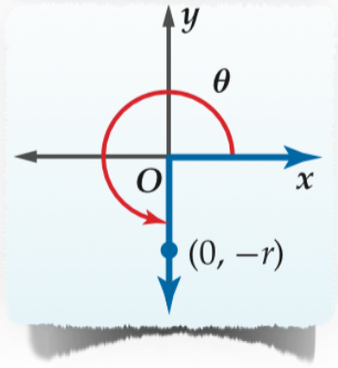
tan θ
sec θ
غير معرفة

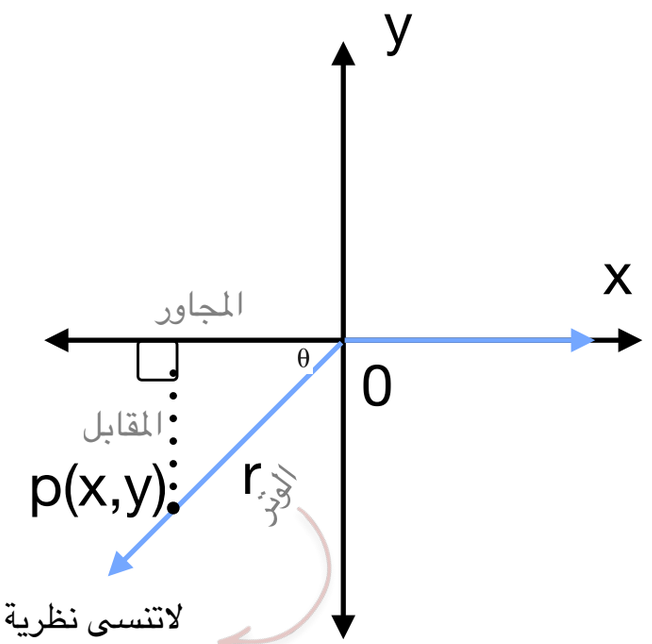
$\theta = 180°$
$\theta = \pi$ rad أو



csc θ
cot θ
غير معرفة

$\theta = 270°$
$\theta = \frac{3\pi}{2}$ rad أو





فيثاغورس

لاتنسى نظرية

$\sin\theta = \frac{y}{r}$

$\cos\theta = \frac{x}{r}$

$\tan\theta = \frac{y}{x}$

$\csc\theta =$

$\sec\theta =$

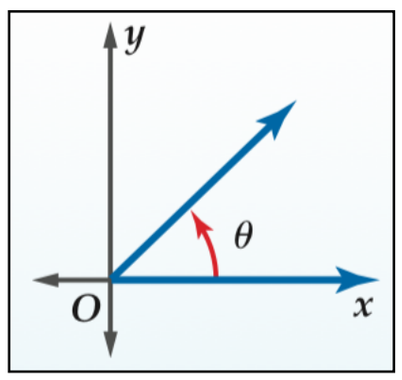
$\cot\theta =$

فإنها تسمى زاوية مرجعية

الزاوية الحادة المحصورة بين
ضلع الانتهاء لزاوية والمحور x

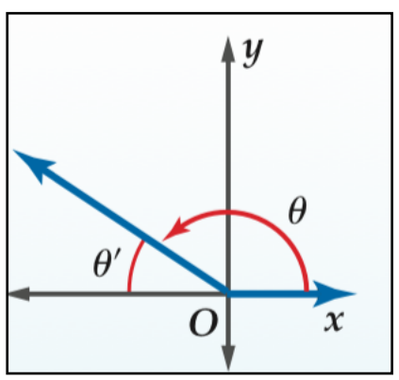
تقرأ ثيتا شرطة θ'

الربع الأول



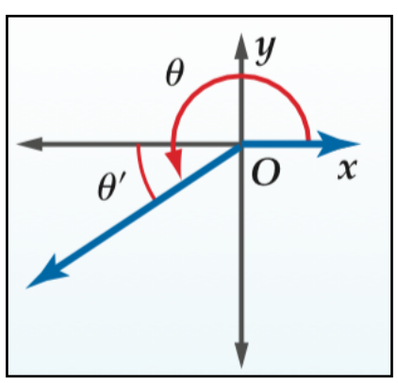
زاوية والمرجعية
نفسها

الربع الثاني



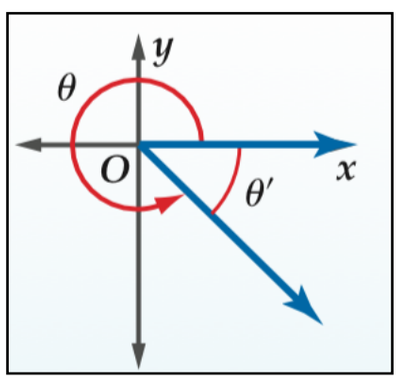
نطرح 180 درجة من الزاوية
يساوي المرجعية

الربع الثالث



نطرح الزاوية من 180 درجة
يساوي المرجعية

الربع الرابع

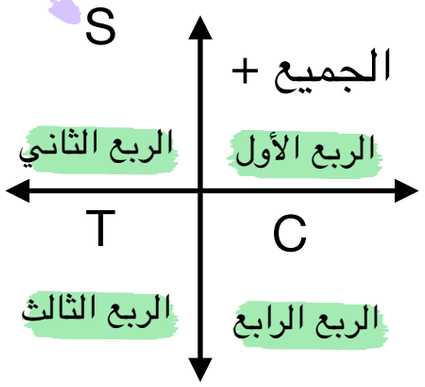


نطرح 360 درجة من الزاوية
يساوي المرجعية

للحصول على زاوية موجبة
نضيف 360

والعكس صحيح

بدلالة شركة
اتصالات stc



ومعكوستها sin
+
والباقي -

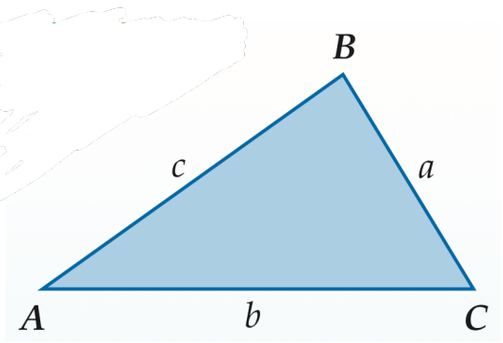
@math20084
عواطف العتيبي

قانون الجيوب

Sin

اذا علم ضلعين وزاوية محصورة بينهما

مساحة المثلث



$$k = \frac{1}{2}\,ab\,\sin C$$

والاحرف تتغير بناءً على المعطى

قانون الجيوب

لحل المثلثات

يستعمل في حالات المثلث :

- AAS
- ASA
- SSA

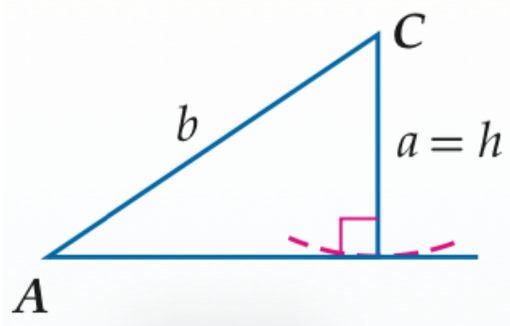
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

مقصود زاوية

مقصود ضلع

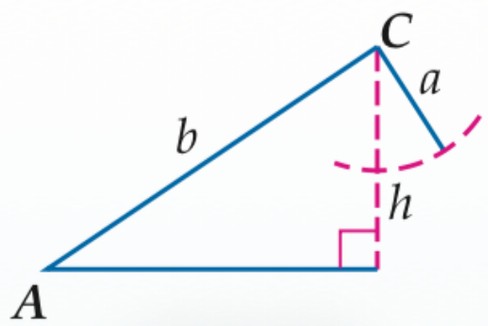
المثلثات الممكنة في حالة SSA

$\angle A$ حادّة



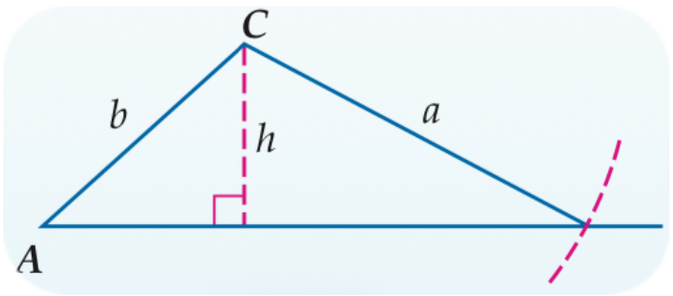
$a = h$

حلٌّ واحد



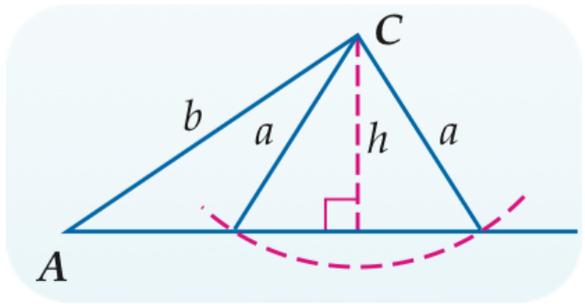
$a < h$

لا يوجد حلٌّ



$a \geq b$

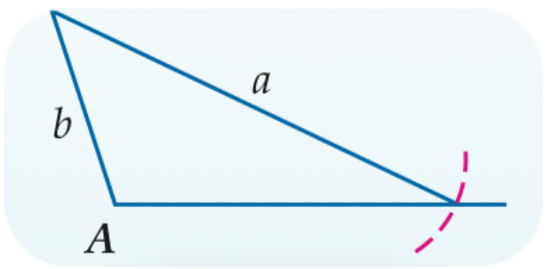
حلٌّ واحد



$h < a < b$

حلّان

$\angle A$ قائمة أو منفرجة



$a > b$

حلٌّ واحد

$a \leq b$

لا يوجد حلٌّ

عواطف العتيبي

@math20084

قانون جيوب التمام

COS

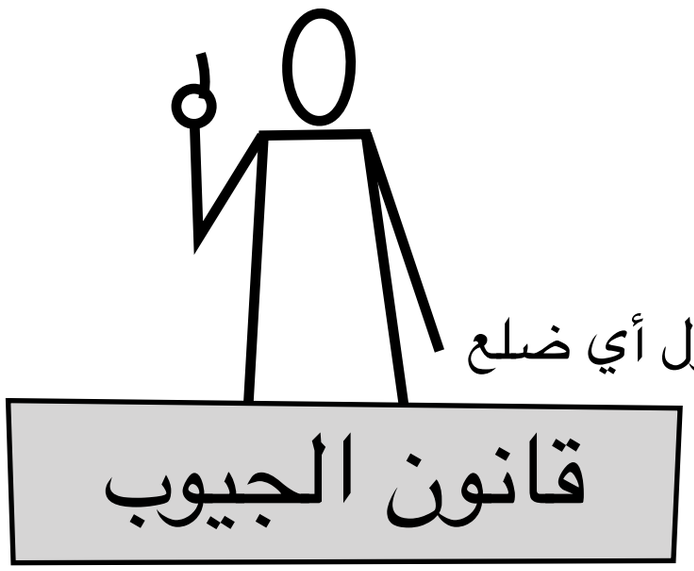
مساحة المثلث

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

يستخدم لايجاد طول الضلع الثالث
المعلوم قياس زاويته

حل المثلثات غير القائمة الزاوية

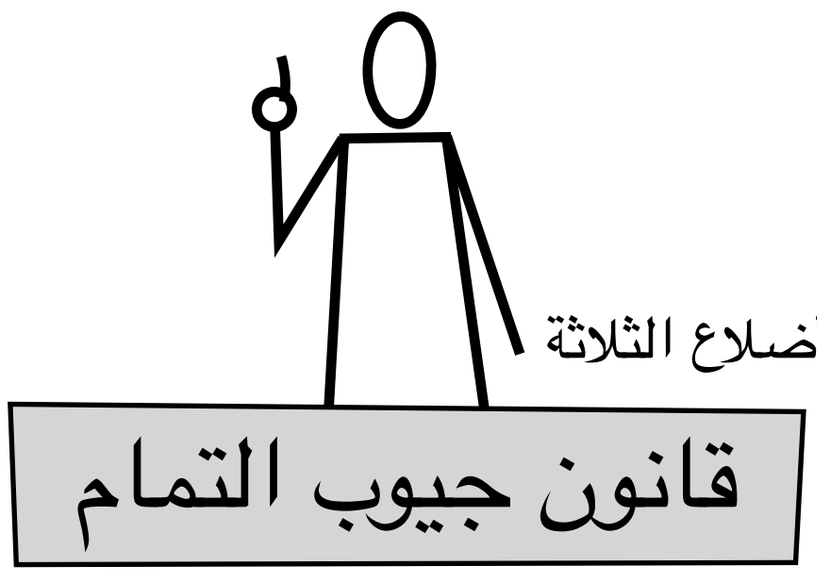
طولا ضلعين
وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما



زاويتين وطول أي ضلع

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

طولا ضلعين
وقياس الزاوية المحصورة بينهما



أطوال الأضلاع الثلاثة

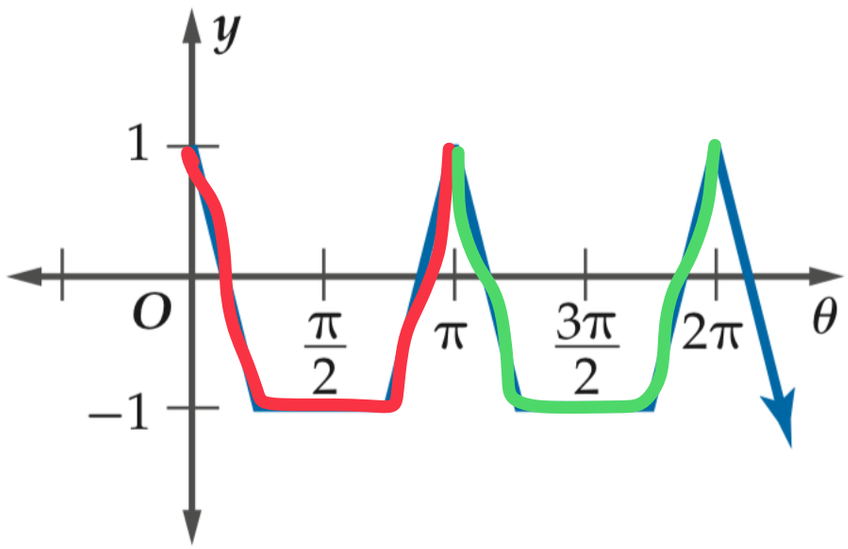
واذا كان المجهول الضلع c

عواطف العتيبي
@math20084

الدوال الدائرية

طول الدورة

هو تكرار لنمط على فترات منتظمة متتالية

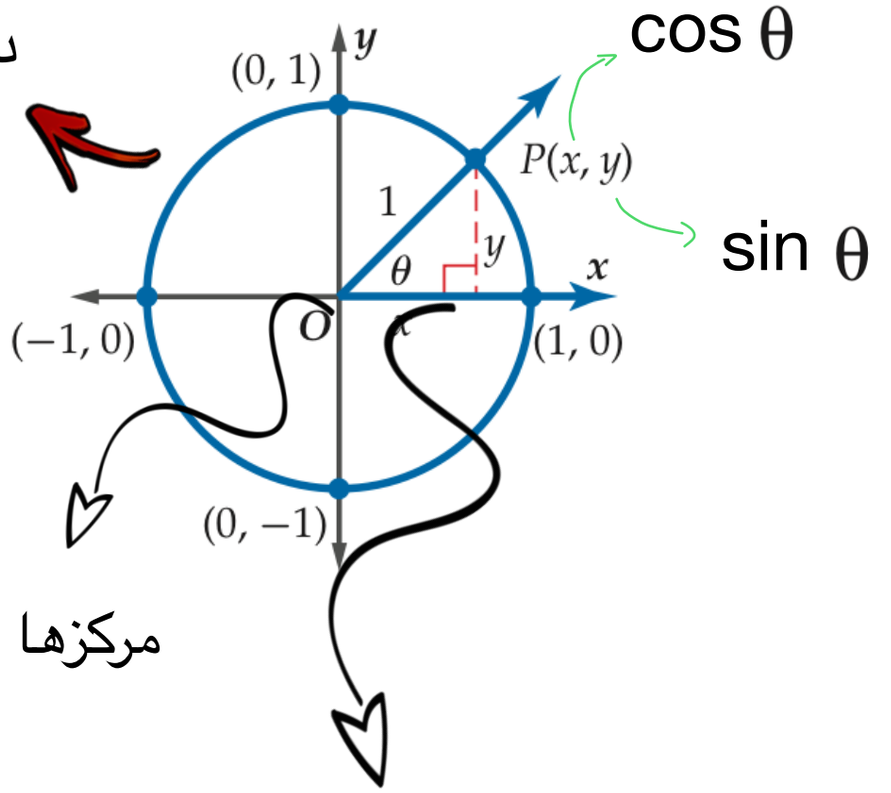


نبدأ من المحور y الى ان نكمل دورة كاملة

دائرة الوحدة

هي دائرة مرسومة في المستوى الإحداثي
مركزها نقطة الأصل
وطول نصف قطرها وحدة واحدة

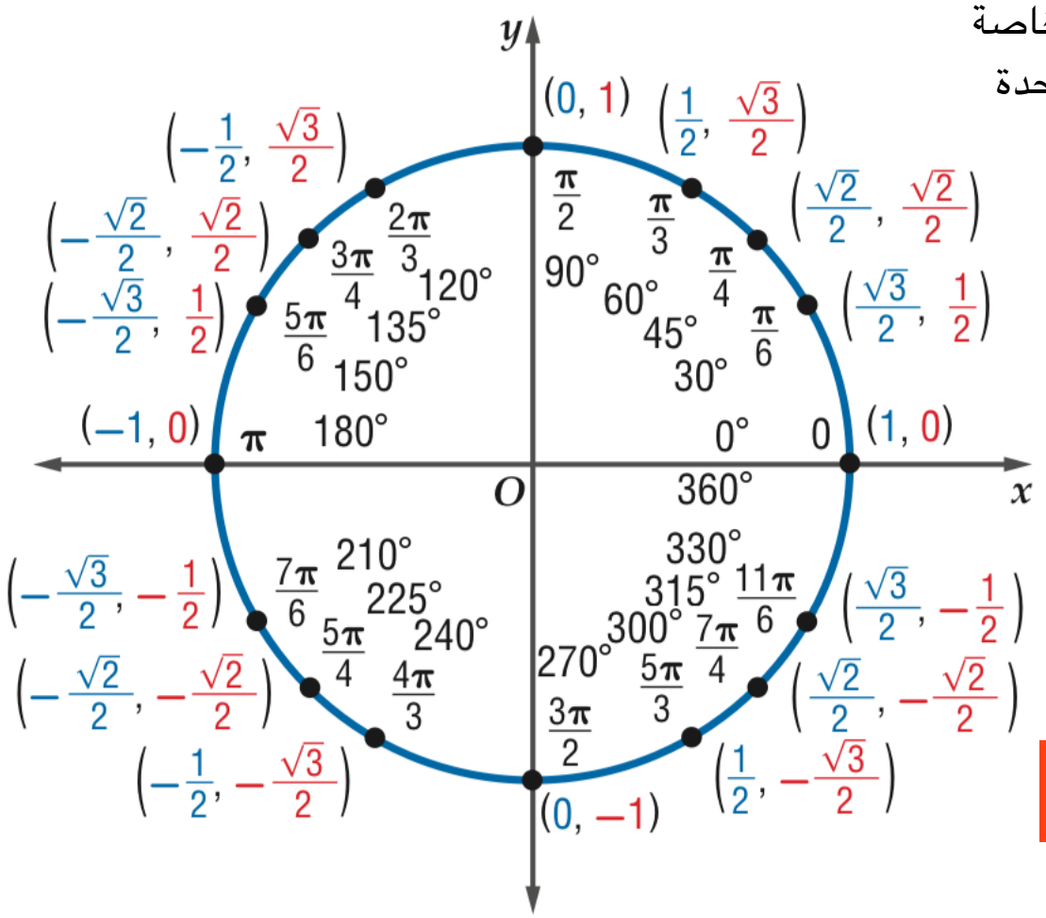
دائرة الوحدة



مركزها نقطة الأصل

طول نصف قطرها وحدة واحدة

القيم الدقيقة لكل من دالتي
الجيب وجيب التمام
لبعض زوايا الخاصة
على دائرة الوحدة



نلاحظ ان دالتين
تتكرر كل 360^0

وهي طول الدورة

دالة الجيب مرتبطة بـ y

دالة جيب التمام مرتبطة بـ x

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

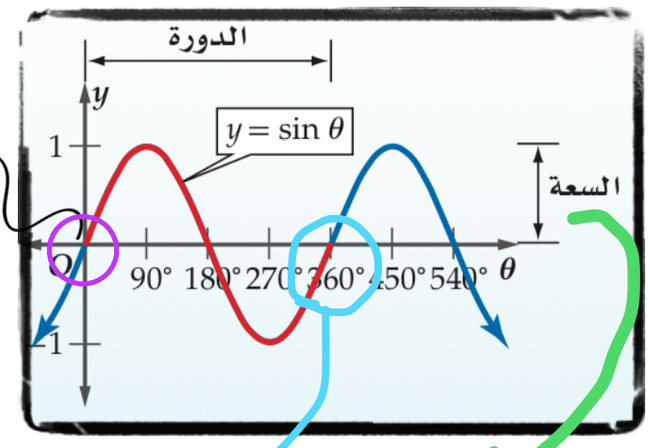
عواطف العتيبي
@math20084

تمثيل الدوال المثلثية بيانياً

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

دالتا الجيب وجيب التمام

$y = \sin\theta$



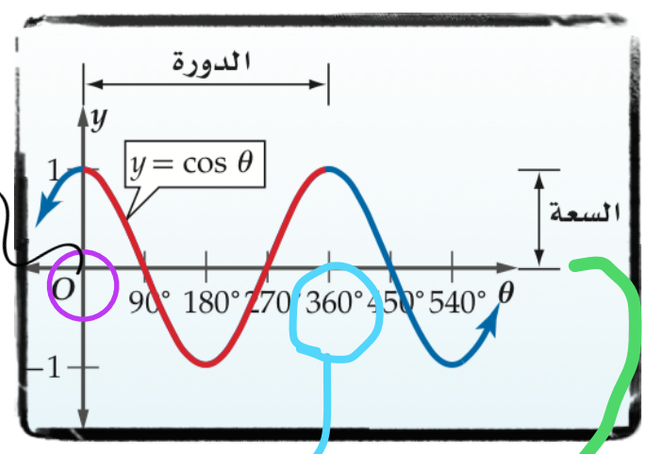
تمر بالصفر

المجال = R

المدى يقع بين 1 و 1–

طول الدورة 1

$y = \cos\theta$



لا تمر بالصفر

المجال = R

المدى يقع بين 1 و 1–

طول الدورة 1

$y = a \sin b\theta$

وطول دورتها $\frac{360°}{|b|}$

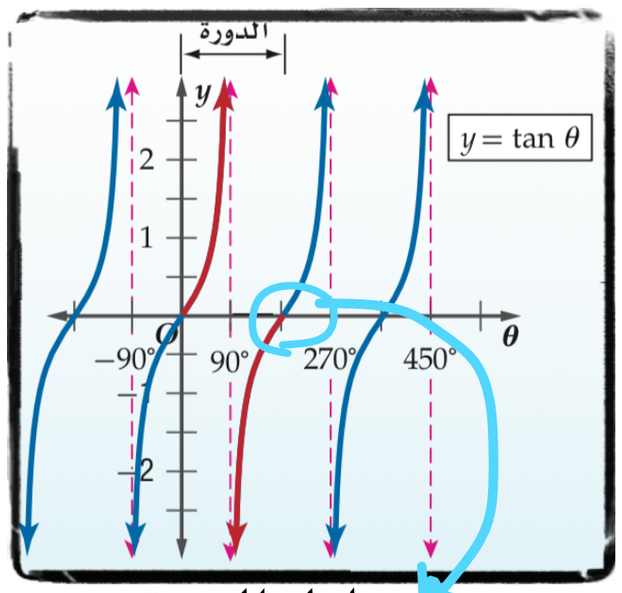
$y = a \cos b\theta$

سعتها $|a|$

$y = a \sin b\theta$	$y = a \cos b\theta$
$(0, 0), \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right) \left(\frac{360°}{b}, 0\right)$	$\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right), \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{360°}{b}, 0\right)$

نقاط التقاطع لدالتين

دالة الظل



$y = \tan\theta$

لها خطوط تقارب

المجال $\{\theta | \theta \neq 90° + 180° n, n \in Z\}$

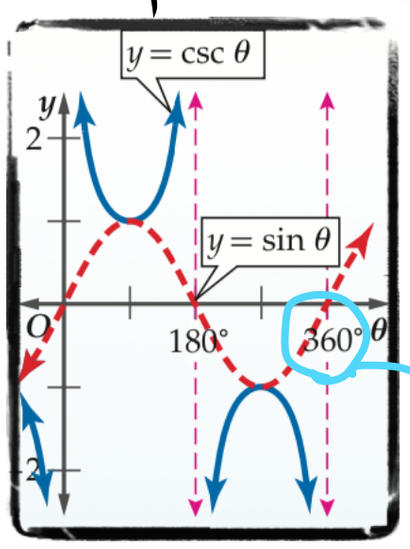
المدى = R

السعة غير معرفة لعدم وجود قيم عظمى وصغرى

طول الدورة

كيف نوجد طول الدور ؟!

دالة قاطع التمام



$y = \csc\theta$

Sin مقلوب

المجال $\{\theta | \theta \neq 180n, n \in Z\}$

المدى

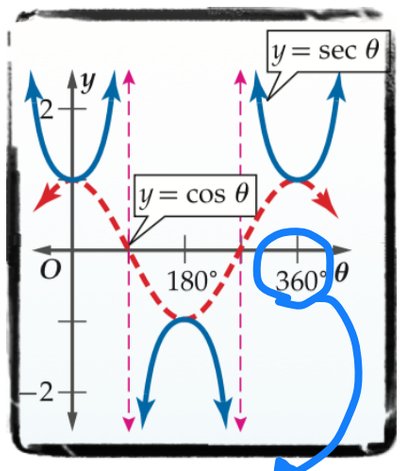
اكبر ويساوي 1

او اصغر او يساوي -1

طول الدورة

دالة القاطع

$y = \sec\theta$

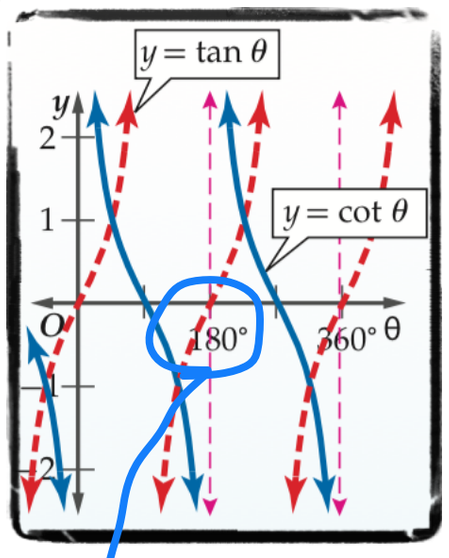


المجال مقلوب cos

$\{\theta | \theta \neq 90 + 180n, n \in Z\}$

طول الدورة

دالة ظل التمام



$y = \cot\theta$

tan مقلوب

المجال $\{\theta | \theta \neq 180n, n \in Z\}$

المدى = R

السعة غير معرفة لدوال المقلوب

طول الدورة

عواطف العتيبي
@math20084

الدوال المثلثية العكسية

معكوس الدالة المثلثية :

يستعمل لإيجاد قياس الزاوية

$y = \sin x$

معكوس هو :

$x = \sin y$

دالة الجيب العكسية

$y = \text{Arcsin } x$

$y = \sin^{-1} x$

المجال

$-1 \le x \le 1$

المدى

$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$

$-90° \le y \le 90°$

نفس المدى

نفس المجال

دالة جيب التمام العكسية

$y = \text{Arccos } x$

$y = \cos^{-1} x$

المجال

$-1 \le x \le 1$

المدى

$0 \le y \le \pi$

$0° \le y \le 180°$

دالة الظل العكسية

$y = \text{Arctan } x$

$y = \text{Tan}^{-1} x$

المجال

الأعداد الحقيقة

المدى

$-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$

$-90° \le y \le 90°$

تذكر !?

الدالة ومعكوسها

كل منهما عكسية للاخرى

العلاقة

$y = \cos^{-1} x$

إذا كانت $x = ½$

فإن $y =$

$60^0 \text{ ، } 300^0$

الدالة

$y = \cos^{-1} x$

إذا كانت $x = ½$

فإن $y =$

60^0

عواطف العتيبي
@math20084

الخاتمة

نسأل الله ان يكون نافع لي ولطالباتي وللجميع

ونسأله سبحانه ان يوفقنا لما يحبه ويرضى انه القادر على ذلك وهو الولي ..

معلمة الرياضيات :
عواطف العتيبي