الفصل ٦
كثيرات الحدود

فيما سبق

درست إجراء العمليات على العبارات الأسية.

والآن

- أبسّط عبارات تتضمن وحيدات الحد.
- أجد درجة كثيرة حدود، وأكتب كثيرة حدود بالصورة القياسية، وأجمع، وأطرح، وأضرب كثيرات الحدود.

لماذا؟

سباق الجري: يمكن استعمال كثيرات الحدود لنمذجة العديد من مواقف الحياة الواقعية؛ مثل المسارات المنحنية التي يسلكها المتسابقون في سباق الجري.

المفردات:

- وحيدة الحَّد ص (٥٠)
- رُتبة المقدار ص (٥٩)
- كثيرة الحدود ص (٦٢)

المطويات منظم أفكار

كثيرات الحدود: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول كثيرات الحدود، مبتدئًا بثماني أوراق A4.

١ **رتب** الأوراق الثماني بعضها فوق بعض؛ لتكوّن كتيبًا.

٢ **ثبّت** الأوراق من جانبها الأيمن، وقص شريطًا من طرف كل صفحة بحيث يزيد كل شريط بمقدار ٣ سم على سابقه، كما في الشكل.

٣ **سمِّ** غلاف المطوية "كثيرات الحدود"، وضعْ أرقام الدروس على الأشرطة، كما في الشكل.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

التهيئة للفصل ٦

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل بدء الإجابة:

اختبار سريع

اكتب كل عبارة فيما يأتي بالصيغة الأسية: (مهارة سابقة)

١) ٤ × ٤ × ٤ × ٤ × ٤

٢) ب × ب × ب × ب × ب × ب

٣) م × م × م × ب × ب × ب × ب × ب × ب

٤) $\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣}$

٥) $\frac{س}{ص} \times \frac{س}{ص} \times \frac{س}{ص} \times \frac{س}{ص} \times \frac{و}{ع} \times \frac{و}{ع}$

أوجد قيمة كل عبارة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

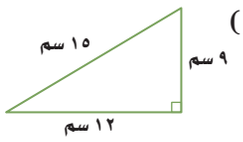
٦) $٣^{٢}$ ٧) $(-٥)^{٢}$ ٨) $٣^{٣}$

٩) $(-٤)^{٣}$ ١٠) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}$ ١١) $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٤}$

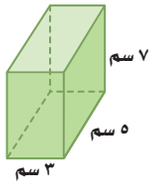
١٢) **مدرسة:** إذا كان احتمال تخمين الإجابة الصحيحة عن ٥ أسئلة من نوع الصواب والخطأ هو $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٥}$، فعبّر عن هذا الاحتمال في صورة كسر اعتيادي دون استعمال الأسس.

أوجد مساحة كل من الشكلين الآتيين: (مهارة سابقة)

١٣)

١٤) 

١٥) أوجد حجم الشكل المجاور.



مراجعة سريعة

مثال ١

اكتب العبارة الآتية بالصيغة الأسية:

٥ × ٥ × ٥ × ٥ + س × س × س.

العدد ٥ أساس واستعمل كعامل ٤ مرات.

س أساس واستعمل كعامل ٣ مرات.

إذن ٥ × ٥ × ٥ × ٥ + س × س × س = $٥^{٤} + س^{٣}$.

مثال ٢

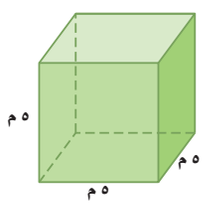
أوجد قيمة $\left(\frac{٥}{٧}\right)^{٢}$.

$\left(\frac{٥}{٧}\right)^{٢} = \frac{٥}{٧} \times \frac{٥}{٧}$ اكتب القوى في صورة حاصل ضرب

$= \frac{٢٥}{٤٩}$ اضرب

مثال ٣

أوجد حجم الشكل المجاور.



ح = ل ض ع حجم متوازي المستطيلات

= ٥ × ٥ × ٥ = ١٢٥ ل = ٥، ض = ٥، ع = ٥

الحجم ١٢٥ م^{٣}.

٦-١ ضرب وحيدات الحد

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

مجموعة رفعة الرياضيات

فيما سبق

درست إجراء العمليات على العبارات الأسية.

والآن

- أضرب وحيدات الحد.
- أبسّط عبارات تتضمن وحيدات الحد.

المفردات

وحيدة الحد

الثابت

لماذا؟

تحتوي كثير من الصيغ على وحيدات حد، فمثلاً صيغة قوة محرك السيارة بالحصان هي ق = ك $\left(\frac{ع}{٢٣٤}\right)^{٣}$ ؛

حيث تمثِّل: ق قوة المحرك بالحصان، ك كتلة السيارة بركابها، ع سرعتها بعد مسيرها مسافة ربع ميل.

من الواضح أن قوة المحرك بالحصان تزداد كلما ازدادت السرعة.

وحيدات الحد: تكون **وحيدة الحد** عددًا أو متغيرًا أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة. وتتكون من حد واحد فقط.

فمثلاً الحد: ك $\left(\frac{ع}{٢٣٤}\right)^{٣}$ في صيغة حساب قوة محرك السيارة، هو وحيدة حد.

أما العبارة التي تتضمن القسمة على متغير مثل : $\frac{أ ب}{جـ}$، فليست وحيدة حد.

الثابت: هو وحيدة حد تمثل عددًا حقيقيًّا. ووحيدة الحد ٣ س هي مثال على عبارة خطية؛ لأن أس المتغير س فيها ١، أما وحيدة الحد ٢س^{٢} فليست عبارة خطية؛ لأن الأس عدد موجب أكبر من ١.

مثال ١ تمييز وحيدات الحد

حدِّد إذا كانت العبارات الآتية وحيدة حد، اكتب "نعم" أو "لا"، وفسّر إجابتك:

أ) ١٠ — نعم؛ العدد ١٠ ثابت، لذا فهو وحيدة حد.

ب) ف + ٢٤ — لا؛ تتضمن هذه العبارة عملية جمع، لذا فهي تحتوي على أكثر من حد.

جـ) هـ^{٢} — نعم؛ تمثل هذه العبارة حاصل ضرب المتغير في نفسه.

د) ل — نعم؛ المتغيرات المنفردة وحيدات حد.

تحقق من فهمك

١أ) −س + ٥

١ب) ٢٣أ ب جـ د^{٢}

١جـ) $\frac{س ص ع^{٢}}{٢}$

١د) $\frac{م ف}{ن}$

تذكَّر أن العبارة التي على الصورة س^{ن} التي تعبر عن نتيجة ضرب س في نفسها ن مرة تُسمى قوة.

ويُطلق على س الأساس، وعلى ن الأس. وقد تستعمل كلمة قوة لتعني الأس أحيانًا.

$$\underbrace{٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣}_{\text{٤ عوامل}} = ٨١$$

أس: ٤ — أساس: ٣

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

ويمكنك إيجاد حاصل ضرب القوى في المثالين الآتيين بتطبيق تعريف القوة، انظر نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$٢^{٤} \times ٢^{٢} = \underbrace{٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢}_{\text{٤ عوامل}} \times \underbrace{٢ \times ٢}_{\text{عاملان}} = \underbrace{٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢}_{\text{٤ + ٢ = ٦ عوامل}}$$

$$٤^{٢} \times ٤^{٣} = \underbrace{٤ \times ٤}_{\text{عاملان}} \times \underbrace{٤ \times ٤ \times ٤}_{\text{٣ عوامل}} = \underbrace{٤ \times ٤ \times ٤ \times ٤ \times ٤}_{\text{٢ + ٣ = ٥ عوامل}}$$

يوضح المثالان السابقان خاصية ضرب القوى.

مفهوم أساسي ضرب القوى

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لضرب قوتين لهما الأساس نفسه، اجمع أُسَّيهِما.

الرموز: لأي عدد حقيقي أ ؛ وأي عددين صحيحين م ، ن فإن: $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$.

أمثلة: $ب^{٣} \times ب^{٥} = ب^{٣+٥} = ب^{٨}$ $\quad$ $جـ^{٤} \times جـ^{٦} = جـ^{٤+٦} = جـ^{١٠}$

مثال ٢ ضرب القوى

بسّط كل عبارة مما يأتي:

أ) $(٦ن^{٣})(٢ن^{٧})$

$(٦ن^{٣})(٢ن^{٧}) = (٦ \times ٢)(ن^{٣} \times ن^{٧})$ — جمّع المعاملات والمتغيرات

$= (٦ \times ٢)(ن^{٣+٧})$ — اضرب القوى

$= ١٢ن^{١٠}$ — بسّط

ب) $(٣ب هـ^{٣})(ب^{٣}هـ^{٤})$

$(٣ب هـ^{٣})(ب^{٣}هـ^{٤}) = (٣ \times ١)(ب \times ب^{٣})(هـ^{٣} \times هـ^{٤})$ — جمّع المعاملات والمتغيرات

$= (٣ \times ١)(ب^{١+٣})(هـ^{٣+٤})$ — اضرب القوى

$= ٣ب^{٤}هـ^{٧}$ — بسّط

تحقق من فهمك

٢أ) $(٣ص^{٤})(٧ص^{٥})$ $\quad$ **٢ب)** $(-٤ر س^{٢}ن^{٣})(-٦ر^{٥}س^{٢}ن)$

إرشادات للدراسة

العدد ١ معاملًا وقوة

عندما لا يظهر أس المتغير أو معامله، يمكن افتراض أن كليهما يساوي ١؛ أيْ أن $س = ١س^{١}$

يمكنك استعمال خاصية ضرب القوى لإيجاد قوة القوة، انظر نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$(٣^{٢})^{٤} = \underbrace{(٣^{٢})(٣^{٢})(٣^{٢})(٣^{٢})}_{\text{٤ عوامل}} = ٣^{٢+٢+٢+٢} = ٣^{٨}$$

$$(ر^{٤})^{٣} = \underbrace{(ر^{٤})(ر^{٤})(ر^{٤})}_{\text{٣ عوامل}} = ر^{٤+٤+٤} = ر^{١٢}$$

يوضح المثالان السابقان خاصية قوة القوة.

مفهوم أساسي قوة القوة

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لإيجاد قوة القوة، اضرب الأسس.

الرموز: لأي عدد حقيقي أ ؛ وأي عددين صحيحين م ، ن فإن $(أ^{م})^{ن} = أ^{م \times ن}$

أمثلة: $(ب^{٣})^{٥} = ب^{٣ \times ٥} = ب^{١٥}$ $\quad$ $(جـ^{٦})^{٧} = جـ^{٦ \times ٧} = جـ^{٤٢}$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مثال ٣ قوة القوة

بسّط العبارة : $\left[(٣٢)^{٢}\right]^{٤}$.

$\left[(٣٢)^{٢}\right]^{٤} = (٣٢ \times ٢)^{٤}$ — قوة القوة

$= (٦٢)^{٤}$ — بسّط

$= ٢^{٦ \times ٤}$ — قوة القوة

$= ٢^{٢٤} = ١٦٧٧٧٢١٦$ — بسّط

تحقق من فهمك

٣أ) $\left[(٢٢)^{٢}\right]^{٤}$ **٣ب)** $\left[(٣٢)^{٣}\right]^{٢}$

إرشادات للدراسة

قوانين القوة

إذا لم تكن متأكدًا متى تضرب الأسس أو تجمعها، فاكتب العبارة كحاصل ضرب.

ويمكنك استعمال خاصيتي ضرب القوى، وقوة القوة لإيجاد قوة حاصل الضرب. انظر نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$(ن\ و)^{٣} = \overbrace{(ن\ و)(ن\ و)(ن\ و)}^{٣ \text{ عوامل}}$

$= (ن \times ن \times ن)(و \times و \times و)$

$= ن^{٣} و^{٣}$

$\left(٢ص ع^{٢}\right)^{٣} = \overbrace{\left(٢ص ع^{٢}\right)\left(٢ص ع^{٢}\right)\left(٢ص ع^{٢}\right)}^{٣ \text{ عوامل}}$

$= (٢ \times ٢ \times ٢)(ص \times ص \times ص)\left(ع^{٢} \times ع^{٢} \times ع^{٢}\right)$

$= ٢^{٣} ص^{٣} ع^{٦} = ٨ ص^{٣} ع^{٦}$

ويبيِّن المثالان السابقان خاصية قوة حاصل الضرب.

مفهوم أساسي قوة حاصل الضرب

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لإيجاد قوة حاصل الضرب، أوجد قوة كل عامل.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد صحيح ن، فإن: $(أب)^{ن} = أ^{ن} ب^{ن}$.

مثال: $(-٢س ص^{٣})^{٥} = (-٢)^{٥} س^{٥} (ص^{٣})^{٥} = -٣٢ س^{٥} ص^{١٥}$.

مثال ٤ قوة حاصل الضرب

هندسة: عبّر عن مساحة الدائرة على صورة وحيدة حد.

المساحة $= ط نق^{٢}$ — مساحة الدائرة

$= ط(٢س ص^{٢})^{٢}$ — عوّض عن نق بـ ٢س ص٢

$= ط(٢^{٢} س^{٢} ص^{٤})$ — قوة حاصل الضرب

$= ٤س^{٢} ص^{٤} ط$ — بسّط

إذن، مساحة الدائرة تساوي $٤س^{٢} ص^{٤} ط$ وحدة مربعة.

تحقق من فهمك

٤أ) عبّر عن مساحة المربع الذي طول ضلعه ٣س ص٢ على صورة وحيدة حد.

٤ب) عبّر عن مساحة المثلث الذي ارتفاعه ٤أ وطول قاعدته ٥أ ب٢ على صورة وحيدة حد.

تبسيط العبارات: يمكنك دمج الخصائص واستعمالها في تبسيط عبارات تتضمن وحيدات حد.

إرشادات للدراسة

تبسيط العبارات

عند تبسيط عبارات تتضمن أقواسًا متداخلة، ابدأ أولاً بالعبارات من الداخل ثم انتقل إلى الخارج.

مفهوم أساسي — تبسيط العبارات

أضف إلى مطويتك

لتبسيط عبارة تتضمن وحيدات حد، اكتب عبارة مكافئة لها على أن:

- يظهر كل متغير على صورة أساس مرة واحدة فقط.
- لا تتضمن العبارة قوة قوة.
- تكون جميع الكسور في أبسط صورة.

مثال ٥ — تبسيط العبارات

بسّط العبارة: $(٣س ص^{٤})^{٢}[(-٢ ص)^{٢}]^{٣}$.

$(٣س ص^{٤})^{٢}[(-٢ ص)^{٢}]^{٣} = (٣س ص^{٤})^{٢}(-٢ ص)^{٦}$ — قوة القوة

$= (٣)^{٢}س^{٢}(ص^{٤})^{٢}(-٢)^{٦}(ص)^{٦}$ — قوة حاصل الضرب

$= ٩س^{٢}ص^{٨}(٦٤)ص^{٦}$ — قوة القوة

$= ٩(٦٤)س^{٢}ص^{٨}ص^{٦}$ — خاصية الإبدال

$= ٥٧٦س^{٢}ص^{١٤}$ — ضرب القوى

تحقق من فهمك

٥) بسّط العبارة: $(\frac{١}{٢}أ^{٢}ب^{٢})^{٣}[(-٤ب)^{٢}]^{٢}$.

تأكد

مثال ١ حدد إذا كانت كل من العبارات الآتية وحيدة حد، اكتب "نعم" أو "لا"، وفسر إجابتك:

١) ١٥ ٢) $٢ - ٣أ$ ٣) $\frac{٥جـ}{د}$

٤) $-١٥جـ^{٢}$ ٥) $\frac{د}{٢}$ ٦) $٧ب + ٩$

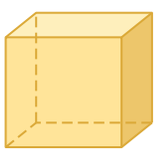
المثالان ٢، ٣ بسّط كل عبارة مما يأتي:

٧) $ك(ك^{٣})$ ٨) $م^{٤}(م^{٢})$ ٩) $٢ك^{٢}(٩ك^{٤})$

١٠) $(٥م^{٤}ف)(٧م^{٤}ف^{٣})$ ١١) $[(٢^{٣})^{٢}]$ ١٢) $(س ص^{٤})^{٦}$

١٣) $(-٢ف^{٢}جـ^{٣}هـ^{٢})^{٣}$ ١٤) $(-٣ب^{٥}ن^{٦})^{٤}$ ١٥) $(٤أ^{٤}ب^{٩}جـ)^{٢}$

مثال ٤ ١٦) **هندسة:** مساحة سطح المكعب هي م = ٦ ض^{٢}، حيث م مساحة سطحه، ض طول حرفه.



أ) عبّر عن مساحة سطح المكعب المجاور على صورة وحيدة حد.

ب) ما مساحة سطح المكعب إذا كان أ = ٣، ب = ٤

مثال ٥ بسّط كل عبارة مما يأتي:

١٧) $(٥س^{٢}ص)^{٢}(٢س ص^{٣}ع)^{٣}(٤س ص ع)$ ١٨) $(-٣د^{٢}ن^{٣}جـ)^{٢}[(\frac{-٣د^{٣}ن^{٢}}{٩})^{٣}]^{٢}$

١٩) $(-٢جـ^{٣}هـ)(-٣جـ ل^{٤})^{٢}(-جـ هـ ل)^{٢}$ ٢٠) $(-٧أ ب^{٤}جـ)^{٣}[(٢أ^{٢}جـ)^{٢}]^{٣}$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مثال ١ حدد إذا كانت كل من العبارات الآتية وحيدة حد، اكتب "نعم" أو "لا" ، وفسر إجابتك:

٢١) ١٢٢ ٢٢) $٣أ^{٤}$ ٢٣) ٢جـ + ٢

٢٤) $\frac{-٢جـ}{٤هـ}$ ٢٥) $\frac{٥ك}{١٠}$ ٢٦) ٦م + ٣ن

المثالان ٢ ، ٣ بسِّط كل عبارة مما يأتي:

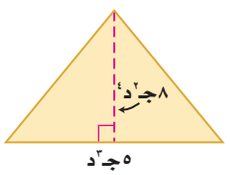
٢٧) $(ك^{٢})(٢ك^{٤})$ ٢٨) $(ص^{٦}ع^{٩})(٦ص^{٤}ع^{٢})$

٢٩) $(١٤ن جـ^{٢}هـ^{٢})(-٣ن^{٤}جـ^{٢}هـ^{٢})$ ٣٠) $[(٢^{٢})^{٢}]^{٢}$

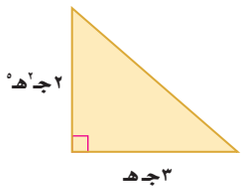
٣١) $[(-٢س ص^{٢})^{٣}]^{٢}$ ٣٢) $(ل^{٥}ك^{٧})^{٤}$

مثال ٤ **هندسة:** عبّر عن مساحة كل من المثلثين الآتيين على صورة وحيدة حد:

٣٣)



٣٤)



مثال ٥ بسِّط كل عبارة مما يأتي :

٣٥) $(٢أ^{٣})^{٤}(أ^{٣})^{٣}$ ٣٦) $(جـ^{٣})^{٢}(-٣جـ^{٥})^{٢}$

٣٧) $(٢جـ هـ^{٤})^{٣}[(-٢جـ^{٤}هـ)^{٣}]^{٢}$ ٣٨) $(٥ك^{٢}م)^{٣}[(٤ك م^{٤})^{٢}]^{٢}$

٣٩) $(ب^{٥}ر^{٢})^{٤}(-٧ب^{٣}ر^{٤})^{٢}(٦ب ر^{٣})$ ٤٠) $(٥أ^{٢}ب^{٣}جـ^{٤})^{٢}(٦أ^{٣}ب^{٤}جـ^{٢})$

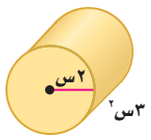
٤١) $(٥,٠س^{٣})^{٢}$ ٤٢) $(-\frac{٣}{٤}جـ)^{٣}$

٤٣) $(\frac{٤}{٥}أ^{٢})^{٢}$ ٤٤) $(\frac{٤}{٧}م)^{٢}(٤٩م)(١٧ب)(\frac{١}{٣٤}ب^{٥})$

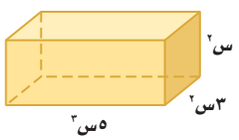
٤٥) $(٣أب^{٢}جـ)^{٢}(-٢أ^{٢}ب^{٤})^{٢}(أ^{٤}جـ^{٢})^{٣}(أ^{٢}ب^{٤}جـ^{٥})^{٢}(٢أ^{٣}ب^{٢}جـ^{٤})^{٣}$

هندسة: عبّر عن حجم كل مجسّم مما يأتي على صورة وحيدة حد:

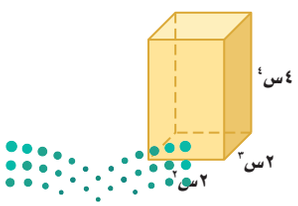
٤٦)

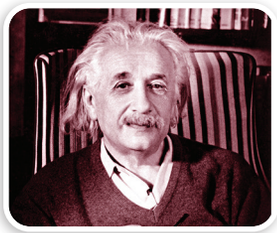


٤٧)



٤٨)





تاريخ الرياضيات

١٨٧٩م - ١٩٥٥م
يُعد ألبرت أينشتاين من أشهر العلماء في القرن العشرين. وقانونه ط= ك ع^{٢}، المعروف باسمه، حيث تمثل ط الطاقة، ك كتلة المادة، ع سرعة الضوء، يُظهر أن الكتلة قد تتحول إلى طاقة قابلة للاستعمال إذا تسارعت على نحوٍ كافٍ.

٤٩) **طاقة:** يمكن تحويل الكتلة كاملة إلى طاقة باستعمال الصيغة ط = ك ع^{٢}. حيث: ط هي الطاقة بالجول وك الكتلة بالكيلوجرام وع سرعة الضوء تبلغ ٣٠٠ مليون مترٍ لكل ثانيةٍ تقريبًا.

أ) أكمل حسابات تحويل ٣ كيلوجرامات كاملة من البنزين إلى طاقة.

ب) ماذا يحدث للطاقة إذا أصبحت كمية البنزين مثليْ ما كانت عليه؟

٥٠) **تمثيلات متعددة:** ستستكشف في هذه المسألة بعض نواتج القوى.

أ) جدوليًا: انقل الجدول الآتي واستعمل الآلة الحاسبة لإكماله:

القوة	٣^{٤}	٣^{٣}	٣^{٢}	٣^{١}	٣^{٠}	٣$^{-١}$	٣$^{-٢}$	٣$^{-٣}$	٣$^{-٤}$
القيمة						$\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٩}$	$\frac{١}{٢٧}$	$\frac{١}{٨١}$

ب) تحليليًا: ما قيمتا ٥^{٠}، ٥$^{-١}$؟ تحقق من تخمينك باستعمال الآلة الحاسبة.

جـ) تحليليًا: أكمل: لأي عدد غير صفري أ، وأي عدد صحيح ن، أ$^{-ن}$ = _____ .

د) لفظيًا: ما قيمة عدد غير الصفر مرفوع للأس صفر؟

مسائل مهارات التفكير العليا

٥١) **تحدٍّ:** بسّط العبارة $\left(-\frac{أ^{م}}{ب^{ن}}\right)^{٢ن}$ موضحًا كل خطوة، علمًا بأن: أ، ب عددان حقيقيان غير صفريين، م ، ن عددان صحيحان.

٥٢) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاث عبارات مختلفة يمكن تبسيطها إلى س٦.

٥٣) **اكتب:** اكتب صيغتين تحوي كل منهما وحيدة حد. وفسّر كيف تستعمل كلًّا منهما في مسائل من واقع الحياة.

تدريب على اختبار

٥٤) أي العبارات الآتية ليست وحيدة حد؟

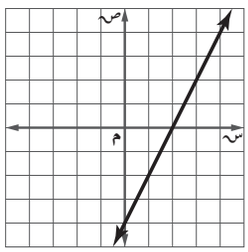
أ) -٦س ص

ب) $\frac{١}{٢}$ أ^{٢}

جـ) $-\frac{١}{٢ب^{٣}}$

د) ٥جـ هـ^{٤}

٥٥) **إجابة قصيرة:** إذا كان ميل المستقيم موجبًا، ومقطعه الصادي سالبًا، فماذا يحدث للمقطع السيني إذا ضوعف كل من المقطع الصادي والميل؟



مراجعة تراكمية

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والموازي للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع: (مهارة سابقة)

٥٦) (-٣، ٢) ، ص = س-٦

٥٧) (٢، -١)، ص=٢س+٢

٥٨) (-٥، -٤)، ص = $\frac{١}{٢}$ س +١

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

٥٩) ٧س = -٢٨

٦٠) $-\frac{٢}{٥}$ ص = ١٠

٦١) $\frac{٢}{٣}$ س = ٧

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد ناتج القسمة في كلٍّ مما يأتي:

٦٢) -٦٤ ÷ (-٨)

٦٣) -٧٨ ÷ ١,٣

٦٤) ٤٢,٣ ÷ (-٦)

٦٥) -٢٣,٩٤ ÷ ١٠,٥

٦٦) -٣٢,٥ ÷ (-٢,٥)

٦٧) -٩٨,٤٤ ÷ ٤,٦

٦-٢ قسمة وحيدات الحد

رابط الدرس الرقمي

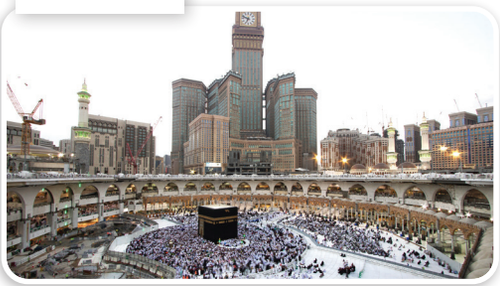
www.ien.edu.sa

فيما سبق
درست ضرب وحيدات الحد.

والآن
- أجد ناتج قسمة وحيدتي حد.
- أبسّط عبارات تحتوي أسسًا سالبة أو صفرية.

المفردات
الأس الصفري
الأسس السالبة
رتبة المقدار

لماذا ؟



بلغ عدد سكان منطقة مكة المكرمة في عام ١٤٣٨ هـ ٨٣٢٥٣٠٤ نسمة أي عشرة مليون نسمة تقريباً أو $١٠^{٧}$، وبلغ عدد سكان منطقة القصيم في العام نفسه ١٣٨٧٩٩٦ نسمة أي مليون نسمة تقريباً أو $١٠^{٦}$ فتكون نسبة عدد سكان منطقة مكة المكرمة إلى عدد سكان منطقة القصيم في تلك السنة هي:

$\frac{١٠^{٧}}{١٠^{٦}} = ١٠^{١}$ وهذا يعني أن عدد سكان منطقة مكة المكرمة يساوي ١٠ أمثال عدد سكان منطقة القصيم.

قسمة وحيدات الحد: يمكنك استعمال مبادئ اختصار الكسور الاعتيادية؛ لإيجاد ناتج قسمة وحيدتي حد مثل $\frac{٦١٠}{٥١٠}$، انظر إلى نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$\frac{٢^{٧}}{٢^{٤}} = \frac{٢\times٢\times٢\times٢\times٢\times٢\times٢}{٢\times٢\times٢\times٢} = ٢\times٢\times٢ = ٢^{٣}$$

٧ عوامل — ٤ عوامل

$$\frac{ن^{٤}}{ن^{٣}} = \frac{ن\times ن\times ن\times ن}{ن\times ن\times ن} = ن$$

٤ عوامل — ٣ عوامل

ويبيِّن المثالان السابقان خاصية قسمة القوى.

مفهوم أساسي — قسمة القوى

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه اطرح أُسَّيهما (أس البسط – أس المقام).

الرموز: لأي عدد حقيقي أ ≠ ٠؛ وأي عددين صحيحين م، ن، فإن: $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$.

أمثلة: $\frac{جـ^{١١}}{جـ^{٨}} = جـ^{١١-٨} = جـ^{٣}$ ، $\frac{ر^{٥}}{ر^{٢}} = ر^{٥-٢} = ر^{٣}$

مثال ١ — قسمة القوى

بسّط العبارة $\frac{جـ^{٣}هـ^{٥}}{جـهـ^{٢}}$ مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا .

$\frac{جـ^{٣}هـ^{٥}}{جـهـ^{٢}} = \left(\frac{جـ^{٣}}{جـ}\right)\left(\frac{هـ^{٥}}{هـ^{٢}}\right)$ — جمّع القوى ذات الأساس نفسه

$= \left(جـ^{٣-١}\right)\left(هـ^{٥-٢}\right)$ — اقسم القوى

$= جـ^{٢}هـ^{٣}$ — بسّط

تحقق من فهمك

أ) $\frac{س^{٣}ص^{٤}}{س^{٢}ص}$

ب) $\frac{ك^{٧}م^{١٠}ب}{ك^{٥}م^{٣}ب}$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

يمكنك استعمال تعريف القوى لإيجاد ناتج قوى قسمة وحيدات الحد، انظر نمط الأسس في المثالين الآتيين:

$$\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٣} = \underbrace{\left(\frac{٣}{٤}\right)\left(\frac{٣}{٤}\right)\left(\frac{٣}{٤}\right)}_{\text{٣ عوامل}} = \frac{\overbrace{٣\times٣\times٣}^{\text{٣ عوامل}}}{\underbrace{٤\times٤\times٤}_{\text{٣ عوامل}}} = \frac{٣^{٣}}{٤^{٣}}$$

$$\left(\frac{جـ}{د}\right)^{٢} = \underbrace{\left(\frac{جـ}{د}\right)\left(\frac{جـ}{د}\right)}_{\text{عاملان}} = \frac{\overbrace{جـ\times جـ}^{\text{عاملان}}}{\underbrace{د\times د}_{\text{عاملان}}} = \frac{جـ^{٢}}{د^{٢}}$$

إرشادات للدراسة

قوانين القوة للمتغيرات

تطبق قوانين القوة على المتغيرات تمامًا كما تطبق على الأعداد. فمثلاً

$$\left(\frac{أ^{٣}}{٤ب}\right)^{٣} = \frac{(أ^{٣})^{٣}}{(٤ب)^{٣}} = \frac{أ^{٢٧}}{٦٤ب^{٣}}$$

مفهوم أساسي

أضف إلى محطويتك

قوى القسمة

التعبير اللفظي: لإيجاد قوة ناتج قسمة، أوجد كلًّا من قوة البسط وقوة المقام.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب ≠ صفر؛ وأي عدد صحيح م فإن: $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} = \frac{أ^{م}}{ب^{م}}$

أمثلة: $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٤} = \frac{٣^{٤}}{٥^{٤}}$ $\qquad \left(\frac{ر}{ن}\right)^{٥} = \frac{ر^{٥}}{ن^{٥}}$

مثال ٢ قوى القسمة

بسّط العبارة: $\left(\frac{٣م^{٣}}{٧}\right)^{٢}$.

تحقق من فهمك

٢أ) $\left(\frac{٣س^{٤}}{٤}\right)^{٣}$ **٢ب)** $\left(\frac{٢ص^{٢}}{٣ع^{٣}}\right)^{٢}$ **٢جـ)** $\left(\frac{٤س^{٣}}{٥ص^{٤}}\right)^{٣}$

يمكن استعمال الآلة الحاسبة لاستكشاف عبارات مرفوعة **للأس الصفري** مثل: ٣^٠، س^٠، ... ويوجد طريقتان لتفسير لماذا تعطي الآلة الحاسبة ٣^٠ = ١

الطريقة ١

$\frac{٣^{٥}}{٣^{٥}} = ٣^{٥-٥}$ ناتج قسمة القوى

$= ٣^{٠}$ بسّط

الطريقة ٢

$\frac{٣\times٣\times٣\times٣\times٣}{٣\times٣\times٣\times٣\times٣} = \frac{٣^{٥}}{٣^{٥}}$ تعريف القوى

$= ١$ بسّط

وبما أن للعبارة $\frac{٣^{٥}}{٣^{٥}}$ قيمة واحدة فقط، لذا نستنتج أن ٣^٠ = ١

أيْ أن الأس الصفري لأيِّ عددٍ لا يساوي الصفر هو الواحد.

مفهوم أساسي — خاصية الأس الصفري

أضف الى مطويتك

التعبير اللفظي: أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة صفر يساوي ١

الرموز: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي صفرًا فإن: أ^{٠} = ١

أمثلة: ١٥^{٠} = ١ ، $\left(\frac{ب}{جـ}\right)^{٠}$ = ١ ، $\left(\frac{٢}{٧}\right)^{٠}$ = ١

مثال ٣ — الأس الصفري

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا:

أ) $\left(-\frac{٤ن^{٢}ك^{٥}ر^{٢}}{٩ن^{٣}ك^{٢}ر}\right)^{٠}$

ب) $\frac{س^{٥}ص^{٠}}{س^{٣}}$

تحقق من فهمك

٣أ) $\frac{ب^{٤}جـ^{٢}د^{٠}}{ب^{٢}جـ}$

٣ب) $\left(\frac{٢ن^{٤}جـ^{٧}هـ^{٣}}{١٥ن^{٣}جـ^{٩}هـ^{٦}}\right)^{٠}$

إرشادات للدراسة

الأس الصفري

انتبه للأقواس عند تبسيط أي عبارة.

فالعبارة (٥س)^{٠} تساوي ١ إلا أن العبارة ٥س^{٠} = ٥

الأسس السالبة: قد تكون **الأسس سالبة** مثل: ٣$^{-٢}$ ، س$^{-٣}$ ، ... ، ولاستقصاء معناها يمكنك تبسيط عبارات مثل $\frac{س^{٢}}{س^{٥}}$ باستعمال الطريقتين الآتيتين:

الطريقة ١

$\frac{س^{٢}}{س^{٥}}$ = س$^{٢-٥}$ — ناتج قسمة القوى

= س$^{-٣}$ — بسّط

الطريقة ٢

$\frac{س^{٢}}{س^{٥}}$ = $\frac{س \times س}{س \times س \times س \times س \times س}$ — تعريف القوى

= $\frac{١}{س^{٣}}$ — بسّط

بما أن للعبارة $\frac{س^{٢}}{س^{٥}}$ قيمة واحدة فقط، لذا نستنتج أن س$^{-٣}$ = $\frac{١}{س^{٣}}$

مفهوم أساسي — خاصية الأسس السالبة

أضف الى مطويتك

التعبير اللفظي: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي الصفر، ولأي عدد صحيح ن، فإن مقلوب أ^{ن} هو أ$^{-ن}$، ومقلوب أ$^{-ن}$ هو أ^{ن}.

الرموز: لأي عدد حقيقي أ لا يساوي الصفر ، وأي عدد صحيح ن، فإن: أ$^{-ن}$ = $\frac{١}{أ^{ن}}$ ، $\frac{١}{أ^{-ن}}$ = أ^{ن}.

أمثلة: ٢$^{-٤}$ = $\frac{١}{٤^{٢}}$ = $\frac{١}{١٦}$ ، $\frac{١}{جـ^{-٤}}$ = جـ^{٤}

تُعد العبارة في أبسط صورة لها إذا احتوت على أسس موجبة فقط، وظهر كل أساس مرة واحدة فقط، ولا تتضمن قوى القوى، وأن تكون جميع الكسور الاعتيادية فيها في أبسط صورة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مثال ٤ الأسس السالبة

بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا:

أ) $\frac{ن^{-٥}ف^{٤}}{ر^{-٢}}$

ب) $\frac{٢د^{٢}ب^{٣}جـ^{-٥}}{١٠د^{-٣}ب^{-١}جـ^{-٤}}$

ارشادات للدراسة

الإشارة السالبة

تأكد من موقع الإشارة السالبة. فمثلاً، $٥^{-١}=\frac{١}{٥}$، في حين أن $-٥^{١}\neq\frac{١}{٥}$

تحقق من فهمك

٤أ) $\frac{ف^{-٣}و\,س^{٢}}{و\,ص^{-٦}}$ ٤ب) $\frac{٣٢د^{-٨}ب^{٣}جـ^{-٤}}{٤د^{٣}ب^{٥}جـ^{-٢}}$ ٤جـ) $\frac{٥جـ^{-٣}ك^{٢}م^{-٦}}{٢٥ك^{-٤}م^{-٢}}$

تستعمل **رتبة المقدار** لمقارنة المقادير وتقدير الحسابات وإجرائها بسرعة، وتعبر عن العدد مقرّبًا إلى أقرب قوى العشرة. فمثلاً العدد ٩٥٠٠٠٠٠٠٠٠٠ مقرَّبًا إلى أقرب قوى العشرة هو $١٠^{١١}$ أو ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠، لذا فإن رتبة المقدار ٩٥٠٠٠٠٠٠٠٠٠ هي $١٠^{١١}$.

مثال ٥ من واقع الحياة تطبيق خواص الأسس

طول: افترض أن معدل طول الرجل ١,٧ متر، ومعدل طول النملة هو ٠,٠٠٠٨ متر. فكم مرة تقريبًا يساوي طول الرجل بالنسبة لطول النملة؟

الربط مع الحياة

يوجد أكثر من ١٤٠٠٠ نوع من النمل في الكرة الأرضية.

وبعضها يستطيع حمل أشياء كتلتها تعادل كتلة النملة ٥٠ مرة.

تحقق من فهمك

٥) **علم الفلك:** رتبة مقدار كل من كتلة الأرض ودرب التبانة لأقرب قوى العشرة هي: $١٠^{٢٧}$، $١٠^{٤٤}$ على الترتيب. فكم مرة تساوي رتبة مقدار كتلة درب التبانة رتبة مقدار كتلة الأرض؟

تأكد

الأمثلة ١-٤ بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا.

١) $\frac{هـ^{٥}ل^{٤}}{هـ^{٢}ل}$ ٢) $\frac{م^{٦}ر^{٥}ب^{٣}}{م^{٥}ر^{٢}ب^{٣}}$ ٣) $\frac{ب^{٤}جـ^{٦}ن^{٨}}{ب^{٤}جـ^{٣}ن^{٥}}$ ٤) $\frac{جـ^{٨}هـ^{٢}م}{هـ جـ^{٧}}$

٥) $\frac{ر^{٤}ن^{٧}ف^{٢}}{ن^{٧}ف^{٢}}$ ٦) $\frac{س^{٣}ص^{٢}ع^{٦}}{ع^{٥}س^{٢}ص}$ ٧) $\frac{ن^{٤}ك^{٤}و^{٦}}{ك^{٢}ن^{٣}و}$ ٨) $\frac{ر^{٣}ف^{-٢}}{ن^{-٧}}$

٩) $\left(\frac{٢جـ^{٣}د^{٥}}{٥هـ^{٢}}\right)^{٥}$ ١٠) $\left(-\frac{٣س ص^{٤}ع^{٢}}{س^{٣}ص ع^{٤}}\right)^{٠}$ ١١) $\frac{٤ر^{٢}ف^{٠}هـ^{٥}}{٢ر هـ^{٣}}$ ١٢) $\frac{ف^{-٣}جـ^{٢}}{هـ^{-٤}}$

مثال ٥ ١٣) **إنترنت:** ارتفع عدد مستعملي الإنترنت في المملكة من ١١٠٠٠٠٠٠ شخص عام ١٤٣١ هـ إلى ٢٤٠٠٠٠٠٠ شخص عام ١٤٣٨ هـ. حدّد نسبة عدد مستعملي الإنترنت عام ١٤٣٨ هـ إلى مستعمليه عام ١٤٣١ هـ باستعمال رتبة المقدار للعامين.

تدرب وحل المسائل

الأمثلة ١-٤ بسّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا.

١٤) $\frac{م^{٤}ن^{٢}}{م^{٢}ن}$ ١٥) $\frac{جـ^{٤}د^{٤}هـ^{٣}}{جـ^{٢}د^{٤}هـ^{٣}}$ ١٦) $\left(\frac{٣س ص^{٤}}{ع^{٥}}\right)^{٢}$ ١٧) $\frac{س^{-٤}ص^{٩}}{ع^{-٢}}$

١٨) $\frac{أ^{٧}ب^{٨}جـ^{٨}}{أ^{٥}ب جـ^{٧}}$ ١٩) $\left(-\frac{٥ن^{٩}جـ^{٤}هـ^{٢}}{ن جـ^{٢}هـ^{٣}}\right)^{٠}$ ٢٠) $\frac{ل^{١٢}ن^{٧}ر^{٢}}{ل^{٢}ن^{٧}ر}$ ٢١) $-\frac{٥جـ^{٢}د^{٥}}{٨جـ د^{٥}ن^{٠}}$

٢٢) $\frac{-٢ن^{٣}جـ^{٢}هـ^{٠}}{٨ن^{٢}جـ^{٢}}$ ٢٣) $\frac{١٢م^{-٤}ل^{٢}}{-١٥م^{٣}ل^{-٩}}$ ٢٤) $\left(\frac{أ^{-٢}ب^{٤}جـ^{٥}}{أ^{-٤}ب^{-٤}جـ^{٣}}\right)^{٢}$ ٢٥) $\frac{ر^{٥}ن^{-١٠}س^{-٥}}{ن س^{٥}}$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مثال ٥

٢٦) **حواسيب:** وصلت سرعة معالج الحاسوب عام ١٤١٤ هـ إلى $١٠^{٨}$ عملية في الثانية تقريبًا. وازدادت هذه السرعة إلى أكثر من $(١٠)^{١٠}$ عملية في الثانية عام ١٤٣٨هـ. فبكم مرة يكون الحاسوب الجديد أسرع من القديم؟

٢٧) **تمثيلات متعددة:** تستعمل الصيغة م = ط نق^{٢} لإيجاد مساحة الدائرة، وتستعمل الصيغة م = ل^{٢} لإيجاد مساحة المربع الذي طول ضلعه ل. استخدم الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة الآتية:

أ) جبريًا: أوجد نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع.

ب) جبريًا: إذا ضُرب كل من نصف قطر الدائرة وطول ضلع المربع في العدد ٢، فما نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع؟

جـ) جدوليًا: أكمل الجدول المقابل.

د) تحليليًا: ما الاستنتاج الذي توصلت إليه؟

نصف القطر	مساحة الدائرة	مساحة المربع	النسبة
نق			
٢نق			
٣نق			
٤نق			
٥نق			

الربط مع الحياة

حواسيب: تتعدد أنواع الحواسيب من حيث طريقة عملها وحجمها وسرعتها. وكانت الحواسيب الإلكترونية في حجم غرفة كبيرة، وتستهلك طاقة مماثلة لما يستهلكه مئات الحواسيب الشخصية اليوم. بينما يمكن الآن صنع حواسيب داخل ساعة يد تأخذ طاقاتها من بطارية الساعة.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٨) **تبرير:** هل المعادلة "س^{ص} × س^{ع} = س$^{ص ع}$" صحيحة أحيانًا أم صحيحة دائمًا أم غير صحيحة أبدًا ؟ فسّر إجابتك.

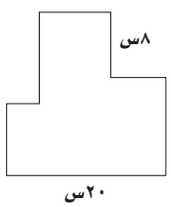
٢٩) **مسألة مفتوحة:** أعطِ مثالًا لوحيدتي حد يكون ناتج قسمتهما ٢٤ أ^{٢} ب^{٣}

٣٠) **تحدٍّ:** استعمل خاصية قسمة القوى لتفسير المساواة س$^{-ن}$ = $\frac{١}{س^{ن}}$

٣١) **اكتب:** وضِّح كيف تستعمل خاصية قسمة القوى وخاصية قوى القسمة؟

تدريب على اختبار

٣٢) **هندسة:** ما محيط الشكل المجاور؟



أ) ٤٠س جـ) ١٦٠س

ب) ٨٠س د) ٤٠٠س

٣٣) بسِّط العبارة: $(٤^{-٢} \times ٥^{٠} \times ٦٤)^{٣}$

أ) $\frac{١}{٦٤}$ جـ) ٣٢٠

ب) ٦٤ د) ١٠٢٤

مراجعة تراكمية

٣٤) **علم الأرض:** موجة زلزال قوته ٦ أكبر من موجة زلزال قوته ٤ بِـ $١٠^{٢}$ مرات. وموجة زلزال قوته ٤ تساوي ١٠ أمثال موجة زلزال قوته ٣ فكم مرة تساوي موجة زلزال قوته ٦ موجة زلزال قوته ٣؟ (الدرس ٦-٢)

حلّ كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقَّق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

٣٥) ٥(٢هـ − ٦) > ٤هـ ٣٦) ٢٢ ≤ ٤(ب − ٨) + ١٠ ٣٧) ٥(ب − ٨) ≥ ٣(ب + ١٠)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: بسّط كلَّ عبارةٍ فيما يأتي:

٣٨) ٣س + ١٠س ٣٩) ٥أ − ٢ + ٦أ ٤٠) ٤ص ٢ + ص + ١٥ص ٢ ٤١) ٦٣(٥ + ٤أ)

كثيرات الحدود

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

فيما سبق

درستُ تمييز وحيدات الحد وخصائصها.

والآن

- أجد درجة كثيرة الحدود.
- أكتب كثيرة حدود بالصورة القياسية.

المفردات

كثيرة حدود
ثنائية الحد
ثلاثية الحدود
درجة وحيدة الحد
درجة كثيرة الحدود
الصورة القياسية لكثيرة الحدود
المعامل الرئيس

لماذا ؟

سجّلت مبيعات الأجهزة الذكية عالميًا أرقامًا قياسية في المبيعات عام ٢٠١٧ م. ويمكن تمثيل عدد المبيعات بالمعادلة:

ع= −٢,٧ ن^{٢} + ٤٩,٤ ن + ١٢٨,٧

علمًا بأن ع تمثِّل عدد الأجهزة التي يتم بيعها بالملايين، ن تمثِّل عدد السنوات منذ عام ٢٠٠٥ م.

تمثّل العبارة −٢,٧ن^{٢} + ٤٩,٤ن + ١٢٨,٧ مثالاً على كثيرة حدود. ويمكن استعمال كثيرات الحدود لتمثيل بعض المواقف.

درجة كثيرة الحدود: **كثيرة الحدود** هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد. تُسمى كل وحيدة حد منها حدًّا في كثيرة الحدود. وبعض كثيرات الحدود تحمل أسماءً خاصة. **فثنائية الحد** هي مجموع وحيدتي حد في أبسط شكل، و**ثلاثية الحدود** هي مجموع ثلاث وحيدات حد في أبسط شكل.

مثال ١ تمييز كثيرات الحدود

حدد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك فصنفها إلى وحيدة حدّ، أو ثنائية حد ، أو ثلاثية حدود:

العبارة	هل هي كثيرة حدود؟	وحيدة حد / ثنائية حد / ثلاثية حدود
أ) ٤ص − ٥س ع		
ب) −٦,٥		
جـ) ٧أ$^{-٣}$ + ٩ب		
د) ٦س^{٣} + ٤س + س + ٣		

تحقق من فهمك

١أ) س

١ب) −٣ص^{٢} −٢ص +٤ص−١

١جـ) ٥ر س + ٧ ن ف ك

١د) ١٠س$^{-٤}$ −٨س^{أ}

درجة وحيدة الحد هي مجموع أسس كل متغيراتها. ودرجة الثابت غير الصفر تساوي صفرًا. وليس للصفر درجة. أما **درجة كثيرة الحدود** فهي أكبر درجة لأي حدٍّ من حدودها. ولإيجاد درجة كثيرة حدود، يتعين عليك أولاً إيجاد درجة كل حد فيها. ويمكن تسمية بعض كثيرات الحدود اعتمادًا على درجتها، فتسمى ذات الدرجة صفر: ثابتة، وذات الدرجة ١ : خطية، وذات الدرجة ٢: تربيعية، وذات الدرجة ٣: تكعيبية.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مثال ٢ درجة كثيرة الحدود

أوجد درجة كثيرة الحدود ٢د^{٣} – ٩جـ^{٥} د – ٧

تحقق من فهمك

٢أ) ٧س ص^{٥} ع

٢ب) ٢م ن – ٣ م ن^{٢} – ٧م^{٢} ن^{٢} – ١٣

كثيرات الحدود بالصورة القياسية: يمكنك كتابة كثيرة الحدود بأي ترتيب. ولاستخدام **الصورة القياسية لكثيرة الحدود** بمتغير واحد، اكتب الحدود بترتيب تنازلي بحسب درجتها. وعندما تُكتب كثيرة الحدود بالصورة القياسية، فإن معامل أول حد فيها يُسمى **المعامل الرئيس** .

المعامل الرئيس — أكبر درجة

الصورة القياسية: ٤س^{٣} – ٥س^{٢} + ٢س + ٧

مثال ٣ الصورة القياسية لكثيرة الحدود

اكتب كثيرة الحدود ٥ص –٩– ٢ص^{٤} –٦ ص^{٣} بالصورة القياسية، وحدِّد المعامل الرئيس فيها.

تحقق من فهمك

٣أ) ٨ – ٢س^{٢} + ٤س^{٤} – ٣س

٣ب) ص + ٥ص^{٣} – ٢ص^{٢} – ٧ص^{٦} + ١٠

الربط مع الحياة

تعتبر المملكة العربية السعودية أكبر منتج للأسمنت في منطقة الخليج، وصاحبة ثاني أكبر طاقة إنتاجية في الشرق الأوسط، وتُعد صناعة الأسمنت في المملكة من الأنشطة ذات الربحية العالية.

ويمكنك استعمال كثيرات الحدود لتقدير القيم بين سنتين، وللتنبؤ بقيم الحوادث قبل وقوعها أيضًا.

مثال ٤ من واقع الحياة استعمال كثيرات الحدود

مصانع: تمثِّل المعادلة ع= ٣ن^{٢} – ٢ن + ١٠ عدد أطنان الأسمنت بمئات الألوف التي أنتجها أحد المصانع من عام ١٤٣٣ هـ إلى ١٤٣٨ هـ، حيث ن عدد السنوات منذ عام ١٤٣٣ هـ، فما عدد أطنان الأسمنت المنتجة حتى بداية عام ١٤٣٥ هـ؟

تحقق من فهمك

١أ) كم طنًّا أُنتج عام ١٤٣٨ هـ؟

٤ب) إذا استمر هذا النمط، فكم طنًّا سيتم إنتاجه عام ١٤٤٨ هـ؟

تأكد

مثال ١ حدّد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك، فصنّفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثية حدود:

١) $٢ص - ٥ + ٣ص^{٢}$ ٢) $٣س^{٢}$ ٣) $٥م^{٢}ن^{٣} + ٦$ ٤) $٥ك^{-٤} + ٦ك$

مثال ٢ أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

٥) -٣ ٦) $٦ن^{٣} - ن^{٤}$ ٧) $-٧ع$ ٨) $\frac{٣}{٤}$

٩) $١٢ - ٧ك^{٢}ن + ٨ن$ ١٠) $٢أ^{٢}ب^{٥} + ٥ - أب$ ١١) $٦دن^{٣} + ٣د^{٢}ن^{٢} + ٢د + ١$

مثال ٣ اكتب كل كثيرة حدود فيما يأتي بالصورة القياسية، وحدِّد المعامل الرئيس فيها:

١٢) $-ص^{٣} + ٣ص - ٣ص^{٢} + ٢$ ١٣) $٤ع - ٢ع٢ - ٥ع٤$ ١٤) $٢أ + ٤أ^{٣} - ٥أ^{٢} - ١$

مثال ٤ ١٥) **جامعات:** افترض أنه يمكن تمثيل عدد الطلاب المسجَّلين في جامعة من عام ١٤٣٠ هـ إلى ١٤٣٩ هـ بالمئات بالمعادلة ن = $س^{٢} + ٥ , ١ س + ٥ , ٠$، حيث س عدد السنوات منذ عام ١٤٣٠ هـ.

أ) ما عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم في الجامعة في عام ١٤٣٥ هـ؟

ب) ما عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم في الجامعة في عام ١٤٣٧ هـ؟

تدرب وحل المسائل

مثال ١ حدِّد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك فصنّفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثية حدود:

١٦) $\frac{٥ص^{٣}}{س^{٢}} + ٤ س$ ١٧) ٢١ ١٨) $جـ^{٤} - ٢جـ^{٢} + ١$

١٩) $د + ٣د^{-جـ}$ ٢٠) $أ - أ^{٢}$ ٢١) $٥ن^{٣} + ن ك^{٣}$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مثال٢ أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

٢٢) $١٣ - ٤أب + ٥أ^{٣}ب$ ٢٣) $٣س - ٨$ ٢٤) -٤

٢٥) $١٧جـ^{٢}هـ$ ٢٦) $١٠ + ٢جـد^{٤} - ٦د^{٢}جـ$ ٢٧) $٢ع^{٢}ص^{٢} - ٧ + ٥ص^{٣}ن^{٤}$

مثال ٣ اكتب كل كثيرة حدود فيما يأتي بالصورة القياسية، وحدِّد المعامل الرئيس فيها:

٢٨) $٥س^{٢} - ٢ + ٣س$ ٢٩) $٨ص + ٧ص^{٣}$ ٣٠) $٤ - ٣جـ - ٥جـ^{٢}$

٣١) $-٤د^{٤} + ١ - د^{٢}$ ٣٢) $\frac{١}{٢}س - ٣س^{٤} + ٧$ ٣٣) $-٩ب^{٢} + ١٠ب - ب^{٦}$

مثال ٤

٣٤) **ألعاب نارية:** أطلق صاروخ ألعاب نارية من ارتفاع ١م من الأرض وبسرعة ١٥٠ م/ ث. ويمكن تمثيل ارتفاع الصاروخ ع بعد ن ثانية بالمعادلة $ع = -٥ن^{٢} + ١٥٠ن + ١$

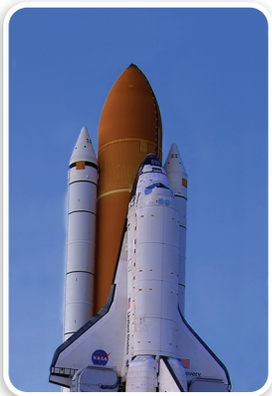
أ) ما الارتفاع الذي يصله الصاروخ بعد ٣ ثوانٍ؟

ب) ما الارتفاع الذي يصله الصاروخ بعد ٥ ثوانٍ؟

٣٥) **مشروع:** يصمم طارق وعمر هيكل صاروخ، بحيث يكون الجزء العلوي منه على شكل مخروط، وجسمه على شكل أسطوانة نصف قطرها نق، كما في الشكل المجاور. إذا علمت أن حجم المخروط يساوي $\frac{١}{٣}$ ط × مربع نصف القطر (نق) × الارتفاع ($ع_{١}$)، وحجم الأسطوانة يساوي ط × مربع نصف القطر (نق) × الارتفاع ($ع_{٢}$).

أ) اكتب كثيرة حدود تمثل حجم الصاروخ.

ب) إذا كان ارتفاع جسم الصاروخ ٨سم، وارتفاع الجزء العلوي منه ٦سم، ونصف قطر القاعدة ٣سم، فما حجم الصاروخ؟



الربط مع الحياة

يتكون مكوك الفضاء من ثلاثة أجزاء: عربة مدارية للطاقم، وخزان خارجي للوقود، وجهازي دفع صاروخيين يعملان بالوقود الصلب. وتبلغ كتلة المكوك بالكامل ٤,٤ ملايين رطل عند انطلاقه.

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٦) **تحد:** إذا كان س عددًا صحيحًا، فاكتب كثيرة حدود تمثِّل العدد الصحيح الفردي، وفسّر ذلك.

٣٧) **تبرير:** وضِّح إذا كانت العبارة: "يمكن أن تكون درجة ثنائية الحد صفرًا" صحيحة دائمًا، أم صحيحة أحيانًا، أم غير صحيحة أبدًا؟ وفسّر إجابتك.

٣٨) **مسألة مفتوحة:** اكتب مثالاً على ثلاثة حدود تكعيبية.

٣٩) **اكتب:** فسّر كيف تكتب كثيرة حدود على الصورة القياسية، وكيف تحدد المعامل الرئيس فيها؟

تدريب على اختبار

٤٠) **إجابة قصيرة:** إذا كان لديك بطاقة تخفيض بقيمة ٨ ريالات من أحد المتاجر، واشتريت أرزًا بـ ٥٩,٩٥ ريالًا، وعلبة جبن بـ ١٥,٩٥ ريالًا. فكم تدفع مقابل ذلك؟

٤١) ما قيمة ص التي تحقق نظام المعادلات أدناه؟

٢س + ص = ١٩، ٤س − ٦ص = −٢

أ) ٥ ب) ٨ جـ) ٧ د) ١٠

مراجعة تراكمية

بسِّط كل عبارة مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا: (الدرس ٦-٢)

٤٢) $أ^{٠}(أ^{٤})(أ^{-٨})$

٤٣) $\frac{(٤م^{-٣}جـ^{٦})^{٠}}{م جـ}$

٤٤) $\frac{(٣ن^{٢}جـ^{٦})^{٠}}{(١٨ن^{٦}جـ^{٢})^{٠}}$

٤٥) $\frac{(نك^{-١})^{٣}}{(ن^{٤}ك^{٨})^{-١}}$

٤٦) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٣) والمعامد للمستقيم ص = س بصيغة الميل والمقطع. (مهارة سابقة)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسّط كل عبارة فيما يأتي إن أمكن، وإلّا فاكتب "في أبسط شكل":

٤٧) $٧ب^{٢} + ١٤ب - ١٠ب$

٤٨) $٥ت + ١٢ت^{٢} - ٨ت$

٤٩) $٣ص^{٤} + ٢ص^{٤} + ٢ص^{٥}$

٥٠) $٧هـ^{٥} - ٧س^{٥} + ٨ك^{٥}$

٥١) $ن + \frac{ن}{٣} + \frac{٢}{٣}ن$

٥٢) $٢ل + \frac{ل}{٢} + ل^{٢}$

جمع كثيرات الحدود وطرحها

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

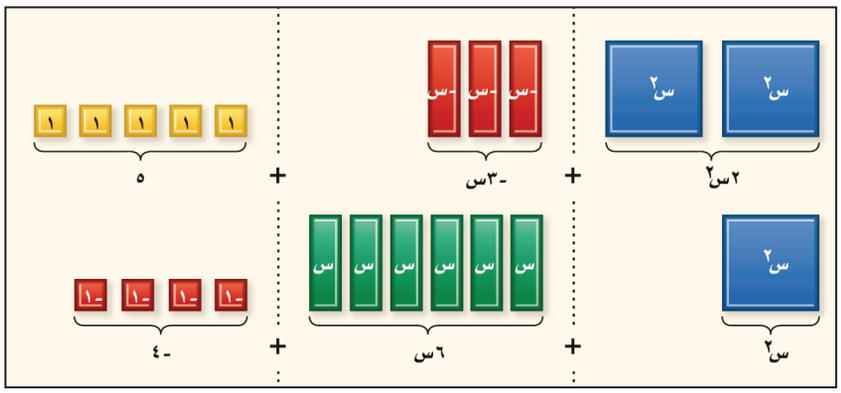
تُسمى وحيدات الحد مثل ٣س، -٢س حدودًا متشابهة؛ لأن لها المتغير والأس نفسيهما. ويمكنك تمييز الحدود المتشابهة عند استعمال بطاقات الجبر- انظر الجدول المجاور.

تمثيل كثيرات الحدود	
تمثل الحدود المتشابهة على صورة بطاقات لها نفس المساحة والشكل.	حدود متشابهة
يمكن تكوين الزوج الصفري بتجميع قطعة واحدة وَمعكوسها. ويمكنك حذف الزوج صفر أو إضافته دون تغيير كثيرة الحدود.	

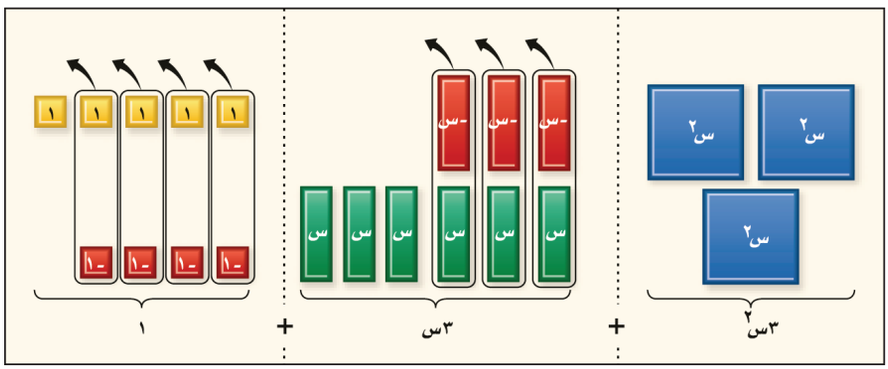
نشاط ١ جمع كثيرات الحدود

استعمل بطاقات الجبر لإيجاد ناتج (٢س^{٢} − ٣س + ٥) + (س^{٢} + ٦س − ٤).

الخطوة ١: مثّل كلًّا من كثيرتي الحدود.



الخطوة ٢: جمّع الحدود المتشابهة، واحذف الأزواج الصفرية.

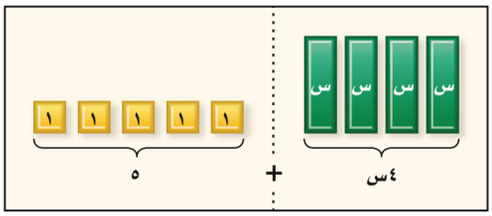


الخطوة ٣: اكتب كثيرة الحدود للبطاقات المتبقية.

إذن (٢س^{٢} − ٣س + ٥) + (س^{٢} + ٦س − ٤) = ٣س^{٢} + ٣س + ١

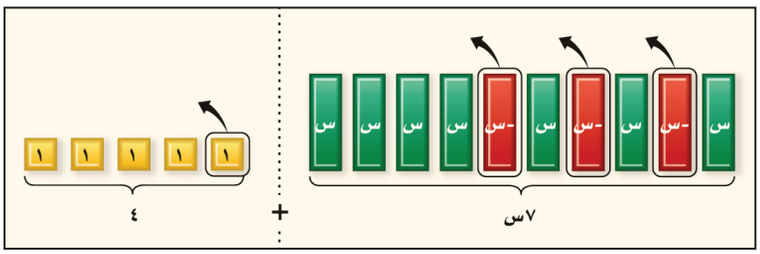
نشاط ٢ طرح كثيرات الحدود

استعمل بطاقات الجبر لإيجاد ناتج (٤س + ٥) – (–٣س + ١).



الخطوة ١: مثّل كثيرة الحدود: ٤س + ٥

الخطوة ٢: لطرح –٣س + ١ عليك حذف ٣ بطاقات (– س) الحمراء، وبطاقة ١ صفراء. يمكنك حذف بطاقة ١، وَبما أنه لا توجد بطاقات (– س). أضف ٣ أزواج صفرية من البطاقات س وَ (– س)، ثم احذف ٣ بطاقات (– س).



الخطوة ٣: اكتب كثيرة الحدود للبطاقات المتبقية.

إذن (٤س + ٥) – (–٣س + ١) = ٧س + ٤

تذكّر أنه يمكنك طرح عدد بإضافة نظيره الجمعي أو معكوسه. وبالمثل يمكنك طرح كثيرة حدود بإضافة معكوسها.

نشاط ٣ طرح كثيرات الحدود باستعمال النظير الجمعي

استعمل بطاقات الجبر لإيجاد ناتج: (٤س + ٥) – (–٣س + ١).

الخطوة ١: لإيجاد الفرق بين ٤س +٥، –٣س+١، أضف ٤س+٥ إلى معكوس –٣س +١

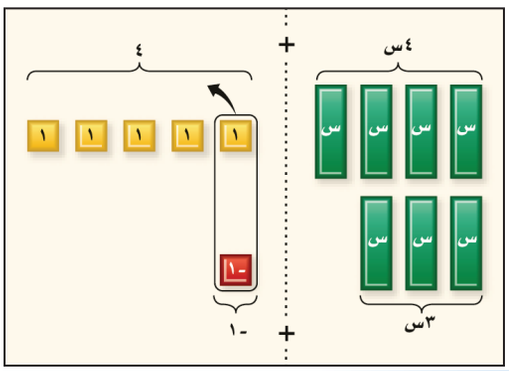
٤س + ٥ ←

الخطوة ٢: اكتب كثيرة الحدود للبطاقات المتبقية.

إذن (٤س + ٥) – (–٣س + ١) = ٧س + ٤.

معكوس –٣س+١ هو ٣س–١. ←

لاحظ أن الناتج هذا هو نفسه ناتج النشاط ٢.



التمثيل والتحليل

استعمل بطاقات الجبر لإيجاد المجموع أو الفرق لكلٍّ مما يأتي:

١) $(س^{٢} + ٥س - ٢) + (٣س^{٢} - ٢س + ٦)$

٢) $(٢س^{٢} + ٨س + ١) - (س^{٢} - ٤س - ٢)$

٣) $(-٤س^{٢} + س) - (س^{٢} + ٥س)$

٤) **اكتب:** أوجد ناتج (٤س ٢ – س + ٣) – (٢س + ١) باستعمال طريقتي النشاطين ٢ و٣. ومثّل ذلك بمخطط، ثم فسّر كيف تستعمل الأزواج الصفرية في كل حالة.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٦-٤

جمع كثيرات الحدود وطرحها

فيما سبق

درستُ كتابة كثيرات الحدود بالصورة القياسية.

والآن

- أجمع كثيرات حدود.
- أطرح كثيرات حدود.

لماذا ؟

يمكن تمثيل العدد التقريبي لحجاج الداخل ($ع_١$) وحجاج الخارج ($ع_٢$) بمئات الألوف من عام ١٤٣٥هـ إلى ١٤٣٨ هـ بالمعادلتين:

$ع_١ = ١٩٣١,٠س^٣ - ٢٨٤١,٠س^٢ + ١٨٠٨,٠س + ٦,٧$

$ع_٢ = ٢٦٧٥,٠س^٣ - ١,٠٢س^٢ + ٩٧,٠س + ١٧,٠٨$

حيث س عدد السنوات منذ عام ١٤٣٥ هـ .

إن إجمالي عدد الحجاج تقريبًا يمثل بـ $ع_١ + ع_٢$

جمع كثيرات الحدود: يتم جمع كثيرتي حدود بجمع الحدود المتشابهة، ويمكن جمع كثيرتي حدود باستعمال الطريقة الأفقية أو الرأسية.

مثال ١ جمع كثيرات الحدود

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي:

أ) $(٢س^٢ + ٥س - ٧) + (٣ - ٤س^٢ + ٦س)$

ب) $(٣ص + ص^٣ - ٥) + (٤ص^٢ - ٤ص + ٢ص^٣ + ٨)$

تحقق من فهمك

١أ) $(٥س^{٢}-٣س+٤)+(٦س-٣س^{٢}-٣)$

١ب) $(ص^{٤}-٣ص+٧)+(٢ص^{٣}+٢ص-٢ص^{٤}-١١)$

طرح كثيرات الحدود: تذكّر أنه يمكنك طرح عدد صحيح بإضافة معكوسه أو نظيره الجمعي. وبالمثل، يمكنك طرح كثيرة حدود بإضافة نظيرها الجمعي.

لإيجاد النظير الجمعي لكثيرة حدود، اكتب معكوس كل حد من حدودها.

$$-(٣س^{٢}+٢س-٦)=\underbrace{-٣س^{٢}-٢س+٦}_{\text{نظير جمعي}}$$

إرشادات للدراسة

النظير الجمعي

عند إيجاد النظير الجمعي أو المعكوس لكثيرة حدود، اضرب كل حد فيها في العدد -١.

مثال ٢ طرح كثيرات الحدود

أوجد ناتج: $(٧ك+٤ك^{٣}-٨)-(٣ك^{٢}+٢-٩ك)$

إرشادات للدراسة

الطريقة الرأسية

لاحظ أن كثيرتي الحدود قد كتبتا بالصورة القياسية، وأن الحدود المتشابهة تُرتَّب عموديًّا بعضها فوق بعض.

تحقق من فهمك

٢أ) $(٤س^{٣}-٣س^{٢}+٦س-٤)-(-٢س^{٣}+س^{٢}-٢)$

٢ب) $(٨ص-١٠+٥ص^{٢})-(٧-ص^{٣}+١٢ص)$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مثال ٣ من واقع الحياة

متجر إلكترونيات: تمثِّل المعادلتان أدناه عدد الهواتف المحمولة هـ، وعدد آلات التصوير الرقمية ك التي بيعت في ش شهر لمتجر بيع إلكترونيات: هـ = ٧ش + ١٣٧، ك = ٤ش + ٧٨

أ) اكتب معادلة تمثِّل المبيعات الكلية (ن) من الهواتف وآلات التصوير شهريًّا.

ب) استعمل المعادلة للتنبؤ بعدد الهواتف المحمولة وآلات التصوير الرقمية التي ستُباع في ١٠ أشهر.

الربط مع الحياة

مع تطوُّر التقنيات السريعة، تشهد السوق ارتفاعًا كبيرًا في مبيعات آلات التصوير الرقمية والهواتف المحمولة.

تحقق من فهمك

٣) استعمل المعلومات السابقة لكتابة معادلة تمثل الفرق (ف) بين مبيعات الهواتف المحمولة وآلات التصوير شهريًّا ثم استعمل المعادلة للتنبؤ بالفرق في المبيعات الشهرية في ٢٤ شهرًا.

تأكد

المثالان ١، ٢

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي:

١) (٦س^{٣} − ٤) + (−٢س^{٣} + ٩)

٢) (جـ^{٣} − ٢جـ^{٢} + ٥جـ + ٦) − (جـ^{٢} + ٢جـ)

٣) (٨ص − ٤ص^{٢}) + (٣ص − ٩ص^{٢})

٤) (−٤ع^{٣} − ٢ع + ٨) − (٤ع^{٣} + ٣ع^{٢} − ٥)

٥) (−٣د^{٢} − ٨ + ٢د) + (٤د − ١٢ + د^{٢})

٦) (٣ن^{٣} − ٥ن + ن^{٢}) − (−٨ن^{٢} + ٣ن^{٣})

مثال ٣

٧) إجازة: يتوزَّع العدد الكلي للطلاب (ك) الذين يسافرون خلال الإجازة إلى مجموعتين: مجموعة تسافر إلى المنطقة (ف) بالطائرة، والمجموعة الأخرى تسافر إلى المنطقة (د) بالسيارة، ويمكن تمثيل العدد الكلي بالآلاف للطلاب (ك) الذين سافروا خلال الإجازة، وعدد الطلاب (ع) الذين سافروا للمنطقة (ف) بالمعادلتين: ك = ١٤ن + ٢١، ع = ٨ن + ٧، حيث (ن) عدد السنوات منذ عام ١٤٢٥ هـ.

أ) اكتب المعادلة التي تمثِّل عدد الطلاب (ل) الذين توجَّهوا إلى المنطقة د في هذه الفترة.

ب) كم طالبًا يُتوقع أن يتوجهوا إلى المنطقة د في عام ١٤٤٢ هـ؟

جـ) كم طالبًا يُتوقع أن يسافروا في عام ١٤٤٥ هـ؟

تدرب وحل المسائل

المثالان ١، ٢ أوجد ناتج كل مما يأتي:

٨) $(ص + ٥) + (٢ص + ٤ص^{٢} - ٢)$

٩) $(٣جـ^{٣} - جـ + ١١) - (جـ^{٢} + ٢جـ + ٨)$

١٠) $(ع^{٢} + ع) + (ع^{٢} - ١١)$

١١) $(٢س - ٢ص + ١) - (٣ص + ٤س)$

١٢) $(٤أ - ٥ب^{٢} + ٣) + (٦ - ٢أ + ٣ب^{٢})$

١٣) $(س^{٢}ص - ٣س^{٢} + ص) + (٣ص - ٢س^{٢}ص)$

١٤) $(٦أب^{٢} + ٢أب) + (٣أ^{٢}ب - ٤أب + أب^{٢})$

١٥) $(جـد^{٢} + ٢جـد - ٤) + (-٦ + ٤جـد - ٢جـد^{٢})$

١٦) $(٣ن^{٣} + ٣ن - ١٠) - (٤ن^{٢} - ٥ن) + (٤ن^{٣} - ٣ن^{٢} - ٩ن + ٤)$

مثال ٣

الربط مع الحياة

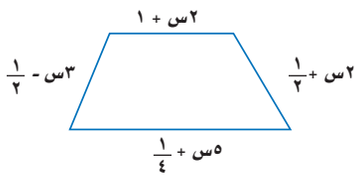
معدل العمر الافتراضي لجهاز التلفاز LCD هو ٦٠٠٠٠ ساعة. مما يعني استعماله مدة ٢٠ سنة أو أكثر إذا عمل أقل من ٨ ساعات يوميًّا.

١٧) **مبيعات:** يُقدّر متجر بيع إلكترونات أن تكلفة س وحدة من أجهزة التلفاز LCD بالريال تُعطى بالعبارة $-٤٢,١س^{٢} + ٢١٢٨س + ١٥٠٠$، وأن الربح من بيع س تلفازًا هو ٧٥س، حيث س بين صفر وَ ٨٠٠

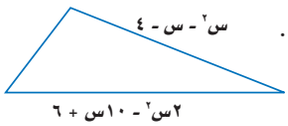
أ) اكتب كثيرة حدود تمثل سعر بيع س وحدة.

ب) ما سعر بيع ٧٥٠ تلفازًا؟

١٨) **هندسة:** اكتب كثيرة حدود تمثِّل محيط الشكل المجاور.



١٩) **هندسة:** تمثِّل العبارة $٣س^{٢} - ٧س + ٢$ محيط الشكل المقابل. اكتب كثيرة حدود تمثِّل قياس الضلع الثالث.



مسائل مهارات التفكير العليا

٢٠) **اكتشف الخطأ:** يجد كل من ثامر وسلطان ناتج: $(٢س^{٢} - س) - (٣س + ٣س^{٢} - ٢)$. فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

ثامر

$(٢س^{٢} - س) - (٣س + ٣س^{٢} - ٢)$

$= (٢س^{٢} - س) + (-٣س + ٣س^{٢} - ٢)$

$= ٥س^{٢} - ٤س - ٢$

سلطان

$(٢س^{٢} - س) - (٣س + ٣س^{٢} - ٢)$

$= (٢س^{٢} - س) + (-٣س - ٣س^{٢} + ٢)$

$= -س^{٢} - ٤س + ٢$

٢١) **مسألة مفتوحة:** اكتب كثيرتي حدود الفرق بينهما $٢س^{٣} - ٧س + ٨$.

٢٢) **تبرير:** أوجد مثالاً مضادًّا للعبارة الآتية: «طرح كثيرات الحدود عملية إبدالية».

٢٣) **اكتب:** صف كيف تجمع كثيرتي حدود وتطرحهما باستعمال الطريقتين الرأسية والأفقية. وأي الطريقتين هي الأسهل في نظرك؟ ولماذا؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

تدريب على اختبار

٢٤) يمكن التعبير عن ثلاثة أعداد صحيحة متتالية بالرموز: س، س +١، س+٢. ما مجموع هذه الأعداد الثلاثة؟

أ) س(س+١)(س+٢)　　**جـ)** ٣س + ٣

ب) $س^{٣}$ +٣　　**د)** س + ٣

٢٥) إجابة قصيرة: ما محيط مربع طول ضلعه (٢س + ٣) وحدة؟

مراجعة تراكمية

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي: (الدرس ٦ – ٣)

٢٦) ٢٥　　**٢٧)** $ن^{٣}$ + ٦و　　**٢٨)** ٢ + ٣أب^{٣} – $أ^{٢}$ب + $٤أ^{٦}$　　**٢٩)** ٦ – $ك^{٤}$ + $ك^{٢}ع^{٣}$ + $٦ك^{٣}$

بسِّط كل عبارة فيما يأتي: (الدرس ٦ – ١)

٣٠) $ن^{٣}$ ($ن^{٢}$) (–٢$ن^{٣}$)　　**٣١)** (–٨و$^{٤}ع^{٥}$)(٥و$ع^{٤}$)　　**٣٢)** (٦س $ص^{٢}$)^{٢}(٢$س^{٢}ص^{٢}ع^{٢}$)^{٣}

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسّط كلًّا ممَّا يأتي:

٣٣) ل (ل^{٥}) (ل^{٧})　　**٣٤)** $ن^{٣}$ ($ن^{٢}$) (–٢ $ن^{٣}$)

٣٥) (٥$ت^{٥}$ $ف^{٢}$) (١٠$ت^{٣}$ $ف^{٤}$)　　**٣٦)** (–٨و$^{٤}هـ^{٥}$) (٥و $هـ^{٤}$)

٣٧) $(٣^{٢})^{٣}$　　**٣٨)** $(٢^{٣})^{٢}$

٣٩) (٢$م^{٤}$ $ك^{٣}$)^{٢} (–٣$م$ $ك^{٢}$)^{٣}　　**٤٠)** (٦ص ع)^{٢} (٢$ص^{٢}ع^{٢}ز^{٢}$)^{٣}

بسِّط كل عبارةٍ مما يأتي: (الدرس ٦-١)

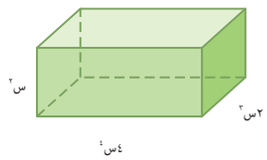
١) $(س^{٣})(٤ س^{٥})$

٢) $(م^{٢} ب^{٥})^{٣}$

٣) $[(٢س ص^{٣})^{٢}]^{٣}$

٤) $(٦أ ب^{٣} جـ^{٤})(-٣ أ^{٢} ب^{٣} جـ)$

٥) **اختيار من متعدد:** عبّر عن حجم المجسّم أدناه في صورة وحيدة حدٍّ: (الدرس ٦-١)



أ) $٦ س^{٩}$ جـ) $٨ س^{٢٤}$

ب) $٨ س^{٩}$ د) $٧ س^{٢٤}$

بسِّط كل عبارةٍ مما يأتي، مفترضًا أن المقام لا يساوي صفرًا:

(الدرس ٦-٢)

٦) $\left(\frac{٢أ^{٤} ب^{٣}}{جـ^{٦}}\right)^{٣}$

٧) $\frac{٢ س ص^{٠}}{٦ س}$

٨) $\frac{م^{٧} ن^{٤} ب}{م^{٣} ن^{٣} ب}$

٩) $\frac{ب^{٤} هـ^{-٢}}{ر^{-٥}}$

١٠) **علم الفلك:** يُقَدِّر علماء الفلك رتبة عدد النجوم في الكون بـ $١٠^{٢١}$، ورتبة عدد النجوم في درب التبانة بحوالي ١٠٠ مليارٍ، فكم مرةً تساوي رتبة عدد النجوم في الكون من رتبة عدد نجوم درب التبانة؟ (الدرس ٦-٢)

حدّد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك، فصنِّفها إلى وحيدة حدٍّ، أو ثنائية حدٍّ، أو ثلاثية حدودٍ:

(الدرس ٦-٣)

١١) $٣ ص^{٢} - ٢$

١٢) $٤ت^{٥} + ٣ت^{٢} + ت$

١٣) $\frac{٣س}{٥ص}$

١٤) $ب س^{-٣}$

١٥) $٣ ب^{٢}$

١٦) $٢ س^{-٣} - ٤ س + ١$

١٧) **كثافة سكانية:** الجدول أدناه يبيِّن كثافة عدد السكان في إحدى المدن. (الدرس ٦-٣)

العام	عدد السنوات منذ عام ١٩٤٠م	الكثافة شخص/ميل مربع
١٩٤٠	٠	١
١٩٧٠	٣٠	١,٧
١٩٩٠	٥٠	٧,٢
٢٠٠٠	٦٠	١١,٤

أ) إذا كانت الدالة: د(س) = $٠,٠٠٥ س^{٢} - ١٢٧,٠ س + ١$ تمثل الكثافة السكانية، حيث س عدد السنوات منذ عام ١٩٤٠م، فحدِّد نوع كثيرة الحدود.

ب) حدِّد درجة كثيرة الحدود.

جـ) استعمل الدالة لتوقع الكثافة السكانية لعام ٢٠٣٠م مبينًا خطوات الحل.

أوجد ناتج كلٍّ ممَّا يأتي: (الدرس ٦-٤)

١٨) $(٨ ل^{٢} - ٩ ل + ٥ ل^{٣}) + (٢ ل^{٢} - ل + ٢ ل^{٣})$

١٩) $(٥س - ٣ س^{٢} + ٧ س^{٣}) - (٢ س^{٢} + ٣ س)$

٢٠) $(٧ هـ^{٤} - ٢ هـ^{٢}) - (هـ^{٣} + ٢ هـ)$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مجموعة رفوة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توظيف

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٦ - ٥ ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

فيما سبق

درستُ ضرب وحيدات الحد.

والآن

- أضرب وحيدة حدّ في كثيرة حدود.
- أحل معادلات تتضمن حاصل ضرب وحيدات حد في كثيرات حدود.

لماذا ؟

يريد نادٍ رياضي بناء قاعة خاصة بالتمارين الرياضية، على أن يزيد طولها على ثلاثة أمثال عرضها بـ ٣ أمتار. ولمعرفة مساحة أرض القاعة لتغطيتها بسجاد خاص بالتمارين الرياضية نضرب عرض القاعة في طولها؛ أي أن مساحة أرض القاعة تعطى بالعبارة ض (٣ض + ٣).

ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود: يمكنك استعمال خاصية التوزيع لإيجاد ناتج ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود.

مثال ١ ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

أوجد ناتج: $-٣س^{٢}(٧س^{٢} - س + ٤)$.

تحقق من فهمك

١أ) $٥أ^{٢}(-٤أ^{٢} + ٢أ - ٧)$

١ب) $-٦د^{٣}(٣د^{٤} - ٢د^{٣} - د + ٩)$

ويمكنك استعمال الطريقة نفسها أكثر من مرة لتبسيط عبارات تتكون من عدة حدود .

مثال ٢ تبسيط العبارات

بسِّط $٢ل(-٤ل^{٢} + ٥ل) - ٥(٢ل^{٢} + ٢٠)$.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

تحقق من فهمك

٢أ) $٣(٥س^{٢}+٢س-٤)-س(٧س^{٢}+٢س-٣)$

٢ب) $١٥ن(١٠ص^{٣}ن^{٥}+٥ص^{٢}ن)-٢ص(ص ن^{٢}+٤ص^{٢})$

ويمكنك استعمال خاصية التوزيع لإيجاد ناتج ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود عند حل مسائل من واقع الحياة .

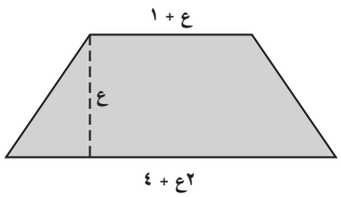
إرشادات للاختبار

الصيغ والقوانين

تزود بعض الاختبارات الوطنية والعالمية الطلاب بورقة تحتوي الصيغ والقوانين الأكثر استعمالاً. ويمكن الرجوع إليها قبل بدء حل المسألة عند عدم التأكد من الصيغة أو القانون المطلوب.

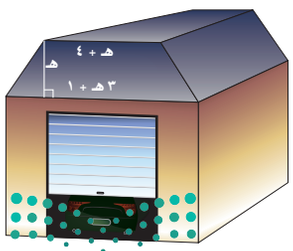
مثال ٣ من اختبار

لوحة جدارية: غُطيت لوحة جدارية على شكل شبه منحرف بورق ذهبي. فإذا كان ارتفاع اللوحة ٤٤سم. فكم سنتمترًا مربعًا من الورق الذهبي نحتاج إليه؟ ثم مثل الإجابة على نموذج الإجابة المعطى.



تحقق من فهمك

٣) مرآب: يمثل الجزء العلوي من الواجهة الأمامية للمرآب المجاور شكل شبه منحرف.إذا كان ارتفاع شبه المنحرف ١,٧٥ متر، فأوجد مساحة الجزء العلوي من الواجهة الأمامية للمرآب.



حل معادلات تتضمن كثيرة حدود : تستطيع استعمال خاصية التوزيع لحل معادلات تتضمن حاصل ضرب وحيدة حد بكثيرة حدود.

ارشادات للدراسة

جمع الحدود المتشابهة

إذا أردت تبسيط عبارة تحوي الكثير من الحدود، فقد يساعدك على ذلك وضع دوائر حول أحد مجموعات الحدود المتشابهة ومستطيلات حول عناصر مجموعة أخرى، ومثلثات حول عناصر مجموعة ثالثة، وهكذا.

مثال ٤ **معادلات تتضمن كثيرات حدود في طرفيها**

حل المعادلة: ٢أ(٥أ − ٢) + ٣أ(٢أ + ٦) + ٨ = أ(٤أ + ١) + ٢أ(٦أ − ٤) + ٥٠

تحقق من فهمك

٤أ) ٢س(س + ٤) + ٧ = (س + ٨) + ٢س(س + ١) + ١٢

٤ب) د(د + ٣) − د(د − ٤) = ٩د − ١٦

تأكد

مثال ١ أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي:

١) ٥ن(−٣ن^{٢} + ٢ن − ٤)

٢) ٦جـ^{٢}(٣جـ^{٣} + ٤جـ^{٢} + ١٠جـ − ١)

٣) −٣ل^{٤}ر^{٣}(٢ل^{٢}ر^{٤} − ٦ل^{٦}ر^{٣} − ٥)

٤) ٢أب(٧أ^{٤}ب^{٢} + أ^{٥}ب − ٢أ)

مثال ٢ بسِّط كل عبارة فيما يأتي :

٥) ن(٤ن^{٢} + ١٥ن + ٤) − ٤(٣ن − ١)

٦) س(٣س^{٢} + ٤) + ٢(٧س − ٣)

٧) −٢د (د^{٣}جـ^{٢} − ٤د جـ^{٢} + ٢د^{٢}جـ) + جـ^{٢}(د جـ^{٢} − ٣د^{٤})

مثال ٣ ٨) **تلفاز:** اشترى أحمد تلفازًا جديدًا. ارتفاع شاشته يساوي نصف عرضها، بالإضافة إلى ٥ بوصات، وعرضها ٣٠ بوصة. أوجد ارتفاع الشاشة بالبوصات.

مثال ٤ حلّ كلًّا من المعادلات الآتية:

٩) −٦(١١ − ٢جـ) = ٧(−٢ − ٢جـ)

١٠) ن(٢ن + ٣) + ٢٠ = ٢ن(ن + ٣)

١١) أ(أ + ٣) + أ(أ − ٦) + ٣٥ = أ(أ − ٥) + أ(أ + ٧)

مثال ١ أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

١٢) ب(ب^{٢} − ١٢ب + ١)

١٣) ٢جـ^{٢}(٥جـ^{٣} − ١٥جـ^{٢} + ٢جـ + ٢)

١٤) ٢ب ر^{٢}(٢ب ر + ٥ب^{٢}ر − ١٥ب)

١٥) ٤ن^{٣}ل(٢ن^{٢}ل^{٢} − ١٠ن ل^{٤} + ٢)

مثال ٢ بسِّط كل عبارة فيما يأتي:

١٦) −٣(٥س^{٢} + ٢س + ٩) + س(٢س − ٣)

١٧) أ(−٨أ^{٢} + ٢أ + ٤) + ٣(٦أ^{٢} − ٤)

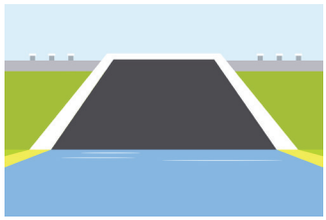
١٨) −٤د(٥د^{٢} − ١٢) + ٧(د + ٥)

١٩) −٩جـ(−٢جـ + جـ^{٢}) + ٣(جـ^{٢} + ٤)

٢٠) ٤ن(٢ن^{٣}ب^{٢} − ٣ن ب^{٢} + ٥ن) + ٤ب(٦ن^{٢}ب − ٢ن ب^{٢} + ٣ب)

مثال ٣

٢١) **سدود:** واجهة سد على شكل شبه منحرف. طول قاعدتها السفلية مِثْلا ارتفاعها. وقاعدتها العليا أقل من $\frac{١}{٥}$ ارتفاعها بـِ ١٠ أمتار.



أ) اكتب عبارة لإيجاد مساحة هذه الواجهة.

ب) إذا كان ارتفاع السد ٦٠ مترًا، فأوجد هذه المساحة.

مثال ٤ حلّ كلًّا من المعادلات الآتية:

٢٢) ٧(ن^{٢} + ٥ن − ٩) + ن = ن(٧ن − ٢) + ١٣

٢٣) ٥(٤ع + ٦) − ٢(ع − ٤) = ٧ع(ع + ٤) − ع(٧ع − ٢) − ٤٨

٢٤) ٩جـ(جـ − ١١) + ١٠(٥جـ − ٣) = ٣جـ(جـ + ٥) + جـ(٦جـ − ٣) − ٣٠

٢٥) ٢ن(٥ن − ٢) − ١٠(ن^{٢} − ٣ن + ٦) = −٨ن(ن + ٤) + ٤(٢ن^{٢} − ٧ن)

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

٢٦) $\frac{٢}{٣}$ن ب^{٢}(٣٠ب^{٢} + ٩ن^{٢}ب − ١٢)

٢٧) $\frac{٣}{٥}$ر^{٢}ل(١٠ر^{٣} + ٥رل^{٣} + ١٥ل^{٢})

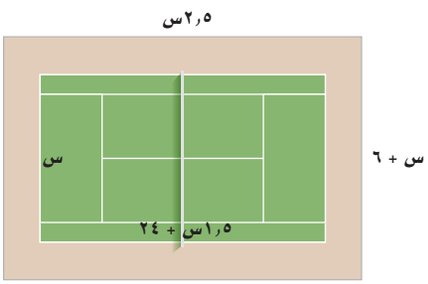
٢٨) −س^{٢}ع(٢ع^{٢} + ٤س ع^{٣}) + س ع^{٢}(س ع + ٥س^{٣}ع) + س^{٢}ع^{٣}(٣س^{٢}ع + ٤س ع)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

الربط مع الحياة

يستخدم لاعبو التنس الأرضي مضارب لدفع أو صد كرة صغيرة مجوفة، فوق شبكة عرضية تنصِّف ملعبًا مستطيلًا. وتعتمد المهارة في هذه الرياضة، على التناسق بين حركات اليدين والعينين، وذكاء اللاعب في توقُّع اتجاه الكرة.

٢٩) تنس أرضي: يبني نادي التنس ملعبًا جديدًا يحيط به ممر منتظم، كما في الشكل المجاور.



أ) اكتب عبارة تمثِّل مساحة ملعب التنس.

ب) اكتب عبارة تمثِّل مساحة الممر.

٣٠) تمثيلات متعددة: ستستكشف في هذه المسألة درجة ناتج ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود.

أ) جدوليًا: اكتب ثلاث وحيدات حد مختلفة الدرجات وثلاث كثيرات حدود مختلفة الدرجات، ثم حدد درجة كل وحيدة حد وكثيرة حدود، واضرب وحيدات الحد في كثيرات الحدود، وحدِّد درجة ناتج الضرب. وأخيرًا سجّل نتائجك في الجدول على النحو الآتي:

وحيدة الحد	الدرجة	كثيرة الحدود	الدرجة	ناتج ضرب وحيدة الحد في كثيرة الحدود	الدرجة

ب) لفظيًا: خمِّن درجة ناتج ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود. ما درجة ناتج ضرب وحيدة حد من الدرجة أ، في كثيرة حدود من الدرجة ب؟

مسائل مهارات التفكير العليا

٣١) تحدٍّ: أوجد قيمة ب التي تجعل $٣س^{ب}(٤س^{٢ب+٣} + ٢س^{٣ب-٢}) = ١٢س^{١٢} + ٦س^{١٠}$

٣٢) تبرير: هل توجد قيمة للمتغير س تجعل العبارة: $(س + ٢)^{٢} = س^{٢} + ٢^{٢}$ صحيحة؟ وإذا كان كذلك، فأوجد هذه القيمة. وفسِّر إجابتك.

٣٣) مسألة مفتوحة: اكتب وحيدة حد وكثيرة حدود باستعمال المتغير نفسه، وأوجد ناتج ضربهما.

٣٤) اكتب: صف خطوات ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود.

تدريب على اختبار

٣٥) يبيع محل ملابس م بنطالًا، ن قميصًا أسبوعيًّا، فإذا كان ثمن القميص ٨٠ ريالًا، والبنطال ١٢٠ ريالًا. فأي العبارات الآتية تمثِّل المبلغ الذي يحصل عليه المحل ثمنًا لذلك؟

أ) ٨٠ م + ١٢٠ ن

ب) ١٢٠ م + ٨٠ ن

جـ) ٢٠٠ (م + ن)

د) ٩٦٠٠ م ن

٣٦) إذا كانت أ = ٥س + ٧ص، ب = ٢ص − ٣س، فأوجد أ + ب

أ) ٢س − ٩ص

ب) ٣ص + ٤س

جـ) ٢س + ٩ص

د) ٢س − ٥ص

مراجعة تراكمية

أوجد ناتج كلٍّ ممّا يأتي: (الدرس ٦- ٤)

٣٧) $(٣ع^{٢}+٢ع-١)+(ع^{٢}-٦)$

٣٨) $(أ^{٣}-٣أ^{٢}+٤)-(٤أ^{٢}+٧)$

٣٩) $(٨جـ^{٣}-٣جـ^{٢}+جـ-٢)-(٣جـ^{٣}+٩)$

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي: (الدرس ٦- ٣)

٤٠) ١٢ص

٤١) -١٠

٤٢) $-٣ب^{٤}ر^{٥}ن^{٢}$

بسِّط كلًّا مما يأتي: (الدرس ٦- ١)

٤٣) $-ص^{٤}(-٢ص^{٣})$

٤٤) $٢م(-٤م^{٤})-٣(-٥م^{٣})$

٤٥) $٤ب^{٢}(-٢ب^{٣})+٢ب^{٤}(٥ب^{٦})$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسّط كلًّا مما يأتي:

٤٦) $ب(ب^{٢})(ب^{٣})$

٤٧) $٢ص(٣ص^{٢})$

٤٨) $-ص^{٤}(-٢ص^{٣})$

٤٩) $-٣ع^{٣}(-٥ع^{٤}+٢ع)$

٥٠) $٢م(-٤م^{٤})-٣(-٥م^{٣})$

٥١) $٤ب^{٢}(-٢ب^{٣})+٢ب^{٤}(٥ب^{٦})$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

ضرب كثيرات الحدود

رابط الدرس الرقمي

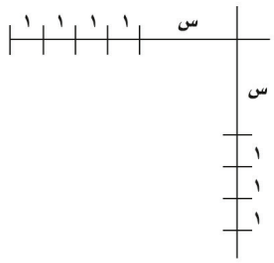
www.ien.edu.sa

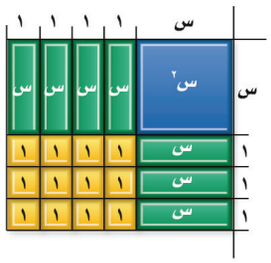
يمكنك استعمال بطاقات الجبر لإيجاد ناتج ضرب ثنائيتي حد.

نشاط ١ ضرب ثنائيتي حد

استعمل بطاقات الجبر لإيجاد ناتج (س + ٣) (س + ٤).

حدِّد بعدي المستطيل: س + ٣، س + ٤ كما في الشكل الأول أدناه، ثم استعمل بطاقات الجبر، لإكمال المستطيل كما في الشكل الثاني.





يحتوي المستطيل على بطاقة واحدة س^{٢}، ٧ بطاقات س، ١٢ بطاقة ١

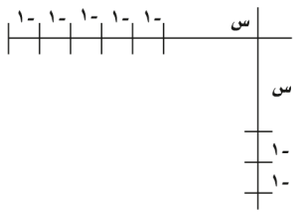
وعليه تكون مساحة المستطيل تساوي س^{٢} + ٧س + ١٢

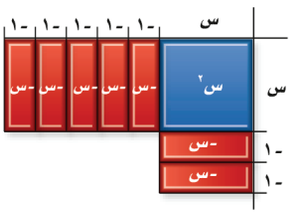
إذن (س + ٣) (س + ٤) = س^{٢} + ٧س + ١٢

نشاط ٢ ضرب ثنائيتي حد

استعمل بطاقات الجبر لإيجاد ناتج (س – ٢) (س – ٥).

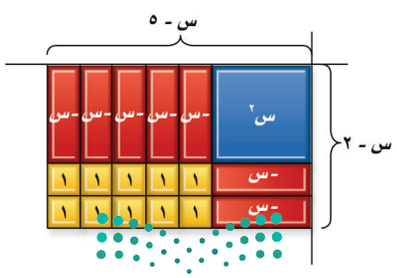
الخطوة ١: حدِّد بعدي المستطيل س – ٢، س – ٥
ثم استعمل بطاقات الجبر لتبدأ بتكوين المستطيل كما هو مُوضَّح في الشكل المقابل.





الخطوة ٢: حدِّد هل ستستعمل ١٠ بطاقات ١، أو ١٠ بطاقات –١ لتكملة المستطيل.
بما أن مساحة كل بطاقة ١ هو ناتج ضرب –١ في –١، لذا املأ الفراغ بـ ١٠ بطاقات ١ لتكملة المستطيل.

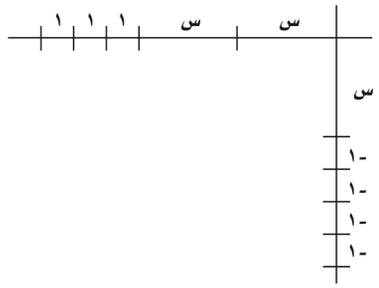
يحتوي المستطيل على بطاقة واحدة س^{٢}، ٧ بطاقات –س، ١٠ بطاقات ١
فتكون مساحة المستطيل س^{٢} – ٧س + ١٠.
لذا فإن (س – ٢) (س – ٥) = س^{٢} – ٧س + ١٠

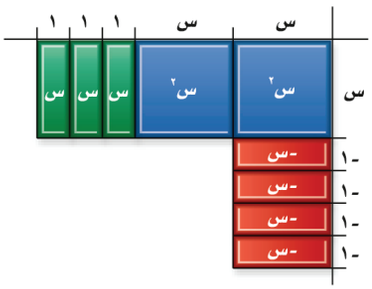


نشاط ٣ ضرب ثنائيتي حد

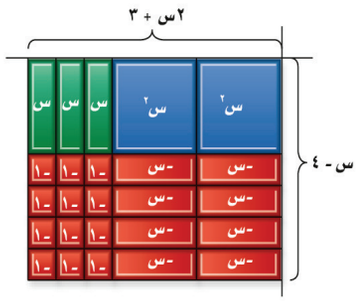
استعمل بطاقات الجبر لإيجاد ناتج (س – ٤) (٢س + ٣).

الخطوة ١: حدِّد بُعدي المستطيل س – ٤، ٢س + ٣. ثم استعمل بطاقات الجبر لتبدأ بتكوين المستطيل كما هو موضّح في الشكل المجاور.

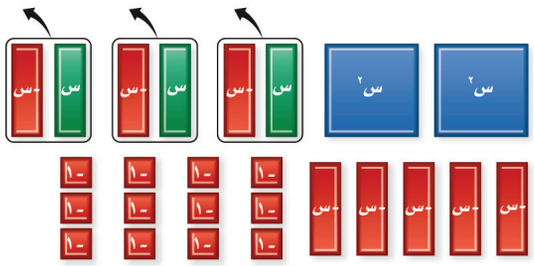




الخطوة ٢: حدّد أي بطاقات الجبر س أم – س ستستعمل. وأي البطاقات ١ أم –١ ستستعمل لتكملة المستطيل. البطاقة – س هي حاصل ضرب س في –١. والبطاقة –١ هي حاصل ضرب ١ في –١. استعمل للمستطيل ثماني بطاقات – س، وثلاث بطاقات س و١٢ بطاقة –١.



الخطوة ٣: أعد ترتيب البطاقات لتبسيط كثيرة الحدود التي كونتها، ولاحظ أن ٣ أزواج صفرية تشكَّلت من ٣ بطاقات س، و٣ بطاقات – س. وَ يوجد بطاقتان س^{٢}، و٥ بطاقات –س، و ١٢ بطاقة –١، إذن
(س – ٤) (٢س + ٣)= ٢س^{٢} – ٥س – ١٢.



التمثيل والتحليل:

استعمل بطاقات الجبر لإيجاد ناتج ضرب كلٍّ مما يأتي:

١) (س + ١) (س + ٤) ٢) (س –٣) (س – ٢) ٣) (س + ٥) (س – ١)

٤) (س + ٢) (٢س + ٣) ٥) (س –١) (٢س – ١) ٦) (س + ٤) (٢س – ٥)

٧) هل العبارة (س + ٣) (س+ ٥) = س^{٢} + ١٥ صواب أم خطأ؟ تحقَّق من إجابتك باستعمال بطاقات الجبر.

٨) **اكتب:** يبيِّن الشكل المجاور تمثيلاً لِـ (س + ٤) (س + ٥) مقسمًا إلى ٤ أجزاء. فسِّر كيف يظهر هذا التمثيل استعمال خاصية التوزيع لإيجاد ناتج الضرب.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مجموعة رقمنة الرياضيات
دعوة - إثراء - توثيق

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٦-٦

ضرب كثيرات الحدود

فيما سبق

درستُ ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود.

والآن

- أضرب كثيرات الحدود باستعمال خاصية التوزيع.
- أضرب ثنائيتي حد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب.

المفردات

طريقة التوزيع بالترتيب

العبارة التربيعية

لماذا ؟

لخياطة ثوب نستعمل قطعة من القماش مستطيلة الشكل. ويُحدّد بُعداها بناءً على طول صاحب الثوب وعرضه.

فإذا كان طول قطعة القماش المراد تفصيلها كثوب لأيمن يساوي طول أيمن ع زائد ١٨٠ سم، أو ع + ١٨٠

وعرض القطعة يساوي نصف طول أيمن مضافًا إليه ٢٧ سم، أو $\frac{١}{٢}$ع + ٢٧ . ولإيجاد المساحة التقريبية لقطعة القماش، فإنك تحتاج لإيجاد ناتج (ع + ١٨٠) ($\frac{١}{٢}$ع + ٢٧).

ضرب ثنائيتي حد: تستعمل خاصية التوزيع لضرب ثنائيتي حد مثل ع + ١٨٠، $\frac{١}{٢}$ع + ٢٧ . ويمكن ضرب ثنائيتي الحد أفقيًّا أو رأسيًّا.

مثال ١ خاصية التوزيع

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي:

أ) (٢س + ٣) (س + ٥)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

١أ) (٣م + ٤)(م + ٥)

١ب) (٥ص – ٢)(ص + ٨)

وتُسمى الصيغة المختصرة لخاصية التوزيع في ضرب ثنائيتي حد **بطريقة التوزيع بالترتيب**.

قراءة الرياضيات

كثيرات الحدود كعوامل:

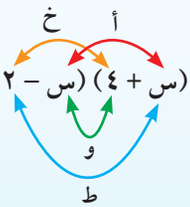
تُقرأ العبارة (س+ ٤) (س–٢) على الصورة س زائد ٤ مضروبًا في س ناقص ٢

مفهوم أساسي — طريقة التوزيع بالترتيب

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي لضرب ثنائيتي حد، أوجد ناتج جمع كل من: ضرب الحدين الأولين، وضرب الحدين في الطرفين، وضرب الحدين الأوسطين، وضرب الحدين الأخيرين بالترتيب.

مثال



ناتج ضرب الحدين الأولين ↓ | ناتج ضرب الحدين في الطرفين ↓ | ناتج ضرب الحدين الأوسطين ↓ | ناتج ضرب الحدين الأخيرين ↓

$(س + ٤)(س - ٢) = (س)(س) + (س)(-٢) + (٤)(س) + (٤)(-٢)$

$= س^{٢} - ٢س + ٤س - ٨$

$= س^{٢} + ٢س - ٨$

مثال ٢ — طريقة التوزيع بالترتيب

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي:

أ) (٢ص – ٧)(٣ص + ٥)

ب) (٤ أ – ٥) (٢ أ – ٩)

تحقق من فهمك

٢أ) (٤ب – ٥) (٣ب + ٢)

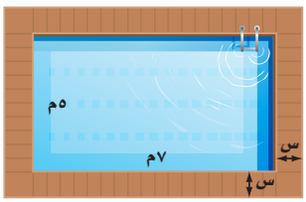
٢ب) (٢ص – ٥) (ص – ٦)

لاحظ أنه عند ضرب عبارتين خطيتين، تكون النتيجة عبارة تربيعية. **العبارة التربيعية** هي عبارة ذات متغير واحد من الدرجة الثانية. ونتيجة ضرب ثلاث عبارات خطية، هي عبارة من الدرجة الثالثة. ويمكنك استعمال طريقة التوزيع بالترتيب لإيجاد عبارة تمثل مساحة مستطيل أُعطي بعداه على صورة ثنائيتي حد.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مثال ٣ من واقع الحياة — التوزيع بالترتيب

بركة سباحة : يحيط ممر ببركة سباحة مستطيلة الشكل. إذا كان عرض الممر هو س متر. فاكتب عبارة تمثل مساحة سطح البركة والممر معًا.



الربط مع الحياة

تعتمد تكلفة بركة السباحة على عدة عوامل. منها: كون البركة فوق مستوى سطح الأرض، أو دون مستوى سطحها، ونوع المادة المستعملة في تبليطها.

تحقق من فهمك

٣) إذا كان طول البركة ٩ م وعرضها ٧ م. فأوجد مساحة سطح البركة والممر معًا.

ضرب كثيرات الحدود : يمكنك استعمال خاصية التوزيع أيضًا لإيجاد ناتج ضرب كثيرتي حدود.

مثال ٤ — خاصية التوزيع

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي:

أ) $(٦س + ٥)(٢س^{٢} - ٣س - ٥)$

ب) $(٢ص^{٢} + ٣ص - ١)(٣ص^{٢} - ٥ص + ٢)$

إرشادات للدراسة

ضرب كثيرات الحدود

عند ضرب كثيرة حدود تحوي م حدًّا في أخرى تحوي ن حدًّا، سيكون ناتج الضرب قبل التبسيط كثيرة حدود تحوي م × ن حدًّا، وفي المثال (٤أ) ناتج الضرب يحوي ٢×٣= ٦ حدود قبل التبسيط.

تحقق من فهمك

٤أ) $(٣س - ٥)(٢س^{٢} + ٧س - ٨)$

٤ب) $(م^{٢} + ٢م - ٣)(٤م^{٢} - ٧م + ٥)$

تأكد

المثالان ١ ، ٢ أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي:

١) (س + ٥)(س + ٢)　　٢) (ص – ٢)(ص + ٤)　　٣) (ب – ٧)(ب + ٣)

٤) (٤ن + ٣)(ن + ٩)　　٥) (٨هـ – ١)(٢هـ – ٣)　　٦) (٢أ + ٩)(٥أ – ٦)

مثال ٣ ٧) **إطار صورة:** صمّم خالد إطارًا لصورة كما في الشكل المجاور. فإذا كان الإطار منتظمًا من جميع جهاته، فاكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للصورة والإطار معًا.

مثال ٤ أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

٨) (٤ص^{٢} – ٣)(٤ص^{٢} + ٧ص + ٢)

٩) (س^{٢} – ٤س + ٥)(٥س^{٢} + ٣س – ٤)

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٢ أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

١٠) (٥ص – ٤)(٣ص – ١)　　١١) (٦د – ٥)(٤د – ٧)　　١٢) (٣م + ٥)(٢م + ٣)

١٣) (١٢ن – ٥)(١٢ن + ٥)　　١٤) (٥ر + ٧)(٥ر – ٧)　　١٥) (٨ل + ٤س)(٥ل – ٦س)

مثال ٣ ١٦) **حديقة:** يحيط ممر عرضه س بحديقة مستطيلة الشكل، طولها ٨ أمتار، وعرضها ٦ أمتار اكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للحديقة والممر.

مثال ٤ أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

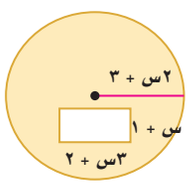
١٧) (٢ص – ١١)(ص^{٢} – ٣ص + ٢)　　١٨) (٤أ + ٧)(٩أ^{٢} + ٢أ – ٧)

١٩) (س^{٢} + ٥س – ١)(٥س^{٢} – ٦س + ١)　　٢٠) (٦ع^{٢} – ٥ع – ٢)(٣ع^{٣} – ٢ع – ٤)

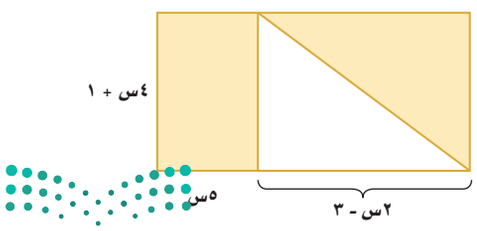
٢١) بسِّط العبارة: (م + ٢)[(م^{٢} + ٣م – ٦) +(م^{٢} – ٢م + ٤)]

هندسة: اكتب عبارة تمثل مساحة كل منطقة مظللة مما يأتي:

٢٢)



٢٣)



٢٤) **كرة طائرة:** تمثل العبارتان: (٧ص – ٥) متر، (٨ص + ٢) متر بعدي ملعب كرة طائرة.

أ) اكتب عبارة تمثل مساحة الملعب.

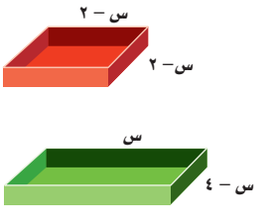
ب) إذا كان طول ملعب كرة طائرة ١٨ م، فأوجد مساحته.

الربط مع الحياة

فاز المنتخب السعودي العسكري ببطولة العالم العسكرية في كرة الطائرة التي استضافتها ألمانيا في عام ٢٠٠٨م.

٢٥) **هندسة:** اكتب عبارة تمثل مساحة مثلث طول قاعدته ٢س + ٣، وارتفاعه ٣س – ١

٢٦) **قوالب:** تسمح القوالب المختلفة بصنع ألواح شوكولاتة مربعة أو مستطيلة الشكل كما هو مبين جانبًا.



أ) ما قيم س الممكنة؟ فسِّر إجابتك.

ب) أيّ الشكلين مساحته أكبر؟

جـ) ما الفرق بين مساحتي القالبين؟

٢٧) **تمثيلات متعددة:** ستكتشف في هذا السؤال قاعدة مربع مجموع حدين.

العبارة	(العبارة)^{٢}
س + ٥	
٣ص + ١	
ع + ك	

أ) جدوليًا: انقل الجدول الآتي وأكمله.

ب) لفظيًا: اكتب جملة توضح كيفية الحصول على مربع مجموع حدين.

جـ) رمزيًا: اكتب عبارة تمثل مربع مجموع الحدين أ + ب.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٨) **تبرير:** وضِّح إذا كانت العبارة "يمكن *استعمال التوزيع بالترتيب لضرب ثنائية حد في ثلاثية حدود*" صحيحة دائمًا، أم صحيحة أحيانًا، أم غير صحيحة أبدًا، وَفسّر إجابتك.

٢٩) **تحدَّ:** أوجد ناتج : $(س^{م} + س^{ن})(س^{م-١} - س^{١-ن} + س^{ن})$.

٣٠) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثنائية وثلاثية حدود تتضمن كل منهما متغيرًا واحدًا، ثم أوجد ناتج ضربهما.

٣١) **اكتب:** لخِّص الطرق التي يمكن استعمالها لضرب كثيرات الحدود.

تدريب على اختبار

٣٢) ما ناتج ضرب العبارتين: ٢س – ٥، ٣س + ٤؟

أ) ٥س – ١ **جـ)** ٦س^{٢} – ٢٠

ب) ٦س^{٢} – ٧س – ٢٠ **د)** ٦س^{٢} + ٧س – ٢٠

٣٣) **إجابة قصيرة:** أي نقطة على خط الأعداد تمثِّل عددًا مكعبه أكبر منه؟

مراجعة تراكمية

أوجد ناتج كلٍّ ممّا يأتي: (الدرس ٦- ٤)

٣٤) $(٧أ^{٢} - ٥) + (-٣أ^{٢} + ١٠)$

٣٥) $(٨ن - ٢ن^{٢}) + (٤ن - ٦ن^{٢})$

٣٦) $(٣أ + ٤أب + ٣ب) - (٢ب + ٥أ + ٨أب)$

بسِّط كلًّا من العبارات الآتية: (الدرس٦-١)

٣٧) $(-٢ن^{٤})^{٣} - ٣(-٢ن^{٣})^{٤}$

٣٨) $(-٣هـ^{٢})^{٣} - ٢(-هـ^{٣})^{٢}$

٣٩) $٢(-٥ص^{٣})^{٢} + (-٣ص^{٣})^{٣}$

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسّط كلًّا مما يأتي:

٤٠) $(-٢ت^{٤})^{٣} - ٣(-٢ت^{٣})^{٤}$

٤١) $٣(-٦ن^{٤})^{٢} + (-٢ن^{٢})^{٢}$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

فيما سبق

درستُ ضرب ثنائيتي حد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب.

والآن

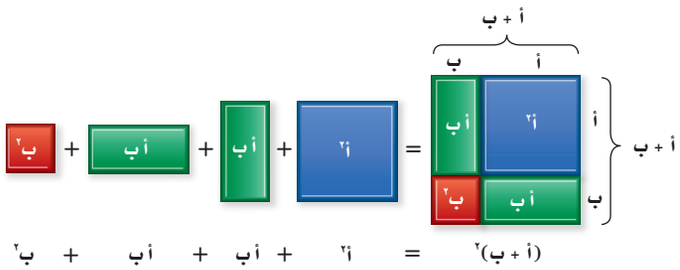
- أجد مربع مجموع حدين ومربع الفرق بينهما.
- أجد ناتج ضرب مجموع حدين بالفرق بينهما.

لماذا؟

يريد محمد تثبيت لوحة الرمي بالسهام إلى لوح خشبي مربع الشكل. فإذا كان نصف قطر لوحة السهام هو (نق + ١٢)، فما مساحة لوح الخشب الذي يحتاج إليه؟

يعرف محمد أن قطر لوحة السهام هو ٢ (نق + ١٢) = ٢نق + ٢٤. فيكون طول كل ضلع من أضلاع المربع يساوي ٢نق + ٢٤. ولإيجاد مساحة لوح الخشب الذي يحتاج إليه، فإن عليه إيجاد مساحة المربع. م= (٢نق + ٢٤)^{٢}

مربع مجموع حدين ومربع الفرق بينهما: بعض أزواج ثنائيات الحد، كالمربعات مثل (٢نق + ٢٤)^{٢} لها ناتج ضرب يتبع قاعدة معينة. واستعمال هذه القاعدة يسهل من عملية إيجاد ناتج الضرب. فمربع المجموع (أ + ب)^{٢} = (أ + ب) (أ + ب) هو أحد نواتج الضرب تلك.



مفهوم أساسي — مربع مجموع حدين

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: مربع (أ + ب) هو مربع أ زائد مثلي حاصل ضرب أ في ب مضافًا إليه مربع ب.

الرموز: (أ + ب)^{٢} = (أ + ب)(أ + ب)= أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}

مثال: (س + ٤)^{٢} = (س + ٤)(س + ٤) = س^{٢} + ٨س + ١٦

مثال ١ — مربع مجموع حدين

أوجد ناتج: (٣ س + ٥)^{٢}.

تحقق من فهمك

أوجد ناتج كل ممّا يأتي:

١أ) (٨جـ + ٣د)^{٢}

١ب) (٣س + ٤ص)^{٢}

ولإيجاد قاعدة مربع الفرق بين حدين، اكتب أ– ب على صورة أ + (– ب)، وربّع الناتج باستعمال قاعدة مربع مجموع حدين.

$(أ - ب)^{٢} = [أ + (-ب)]^{٢} = أ^{٢} + ٢(أ)(-ب) + (-ب)^{٢}$ مربع مجموع حدين

$= أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$ بسّط

مفهوم أساسي مربع الفرق بين حدين

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: مربع (أ – ب) هو مربع أ ناقص مثلي حاصل ضرب أ في ب مضافًا إليه مربع ب.

الرموز: $(أ - ب)^{٢} = (أ - ب)(أ - ب) = أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$

مثال: $(س - ٣)^{٢} = (س - ٣)(س - ٣) = س^{٢} - ٦س + ٩$

تنبيه!

مربع الفرق بين حدين

تذكّر أن ناتج $(س - ٧)^{٢}$ لا يساوي $س^{٢} - ٧^{٢}$ أو $س^{٢} - ٤٩$، وأن

$(س - ٧)^{٢} =$

$(س - ٧)(س - ٧) =$

$س^{٢} - ١٤س + ٤٩$

مثال ٢ مربع الفرق بين حدين

أوجد ناتج: $(٢س - ٥ص)^{٢}$.

تحقق من فهمك

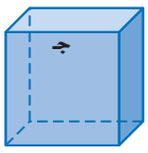
٢أ) $(٦ب - ١)^{٢}$

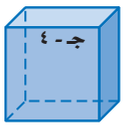
٢ب) $(أ - ٢ب)^{٢}$

يُسمى ناتج مربع المجموع أو مربع الفرق بين حدين بالمربع الكامل أو ثلاثي الحدود الذي يشكل مربعًا كاملًا. ويمكنك استعمال هذه القواعد لإيجاد أنماط لحل مسائل من واقع الحياة.

مثال ٣ من واقع الحياة مربع الفرق بين حدين

فيزياء: **طول ضلع مكعب ألمنيوم أقل من طول ضلع مكعب نحاس بـ ٤ سم. اكتب معادلة تمثل مساحة سطح مكعب الألمنيوم بدلالة طول ضلع مكعب النحاس.**





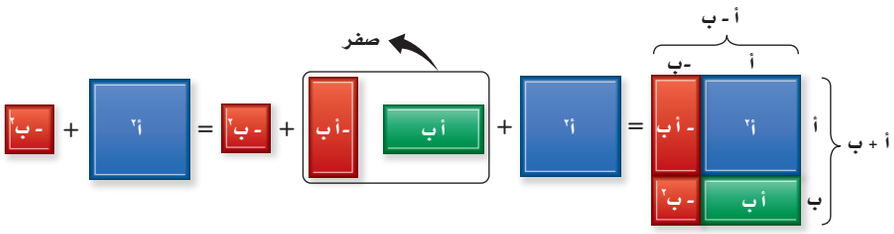
تحقق من فهمك

٣) حديقة: لدى عماد حديقة، طولها وعرضها لا مترًا، ويريد إضافة ٣ أمتار إلى كل من الطول والعرض.

أ) بيِّن كيف يمكن التعبير عن مساحة الحديقة الجديدة بمربع ثنائية حد.

ب) أوجد مربع ثنائية الحد السابقة.

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما: سنرى الآن ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما، (أ+ ب) (أ– ب). تذكر أنه يمكن كتابة أ – ب على الصورة أ + (– ب).



لاحظ أن كلًّا من الحدين الأوسطين هو معكوسٌ جمعي للآخر، ومجموعهما صفر.
لذا فإن (أ + ب)(أ – ب) = أ² – أب + أب – ب² = أ² – ب².

إرشادات للدراسة

أنماط: عند استعمال أي من هذه القواعد فإن أ، ب قد يكونان عددين، أو متغيرين، أو عبارتين بأعداد ومتغيرات.

مفهوم أساسي — **ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: ناتج ضرب (أ + ب)، (أ – ب) هو مربع أ ناقص مربع ب.

الرموز: (أ + ب)(أ – ب) = (أ – ب)(أ + ب) = أ² – ب²

مثال ٤ — **ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما**

أوجد ناتج: (٢س² + ٣)(٢س² – ٣).

تحقق من فهمك

٤أ) (٣ن + ٢)(٣ن – ٢)

٤ب) (٤جـ – ٧د)(٤جـ + ٧د)

تأكد

المثالان ١ ، ٢ أوجد ناتج كل مما يأتي:

١) (س + ٥)²

٢) (١١ – أ)²

٣) (٢س + ٧ص)²

٤) (٣م – ٤)(٣م – ٤)

٥) (جـ – ٤هـ)(جـ – ٤هـ)

٦) (٣جـ + ٦د)²

مثال ٣

٧) **ألعاب:** تحوي لعبة القرص الطائر قرصًا على شكل دائرة نصف قطرها (س + ٤) سم.

أ) اكتب عبارة تمثل مساحة القرص الطائر.

ب) إذا كان قطر القرص الطائر ٢٤ سم، فما مساحته؟ (ط ≈ ٣,١٤).

مثال ٤ أوجد ناتج كل مما يأتي:

٨) (أ – ٣)(أ + ٣)

٩) (س + ٥)(س – ٥)

١٠) (٦ص – ٧)(٦ص + ٧)

المثالان ١ ، ٢ أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي:

١١) $(أ + ١٠)(أ + ١٠)$

١٢) $(ب - ٦)(ب - ٦)$

١٣) $(هـ + ٧)^٢$

١٤) $(س + ٦)^٢$

١٥) $(٨ - م)^٢$

١٦) $(٩ - ٢ص)^٢$

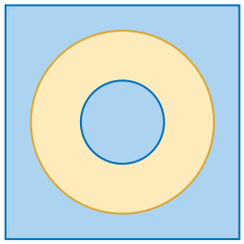
١٧) $(٢ب + ٣)^٢$

١٨) $(٥ن - ٢)^٢$

١٩) $(٨هـ - ٤ن)^٢$

مثال ٣

٢٠) **مصارعة:** تكون سجادة المصارعة في العادة مربعة الشكل، طول ضلعها ١٢ مترًا تقريبًا، وتحتوي على دائرتين كما في الشكل المجاور. افترض أن نصف قطر الدائرة الداخلية (ر) متر، وأن نصف قطر الدائرة الخارجية يزيد على نصف قطر الدائرة الداخلية بِـ ٣ أمتار.



أ) اكتب عبارة تمثِّل مساحة الدائرة الكبرى.

ب) اكتب عبارة تمثِّل مساحة جزء المربع خارج الدائرة الكبرى.

مثال ٤ أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي:

٢١) $(ل + ٣)(ل - ٣)$

٢٢) $(٤ - س)(٤ + س)$

٢٣) $(٢ك + ٥ر)(٢ك - ٥ر)$

٢٤) $(٣أ^٢ + ٧ب)(٣أ^٢ - ٧ب)$

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي:

٢٥) $(٥ص + ٧)^٢$

٢٦) $(٨ - ١٠أ)^٢$

٢٧) $(٣ن + ١٢)(٣ن - ١٢)$

٢٨) $(أ + ٤ب)^٢$

٢٩) $(٣ك - ٥ر)^٢$

٣٠) $(٢جـ - ٩د)^٢$

٣١) $(٣أ^٤ - ب)(٣أ^٤ + ب)$

٣٢) $(٥س^٢ - ص^٢)^٢$

٣٣) $(٨أ^٢ - ٩ب^٣)(٨أ^٢ + ٩ب^٣)$

٣٤) $\left(\frac{٣}{٤}ك + ٨\right)^٢$

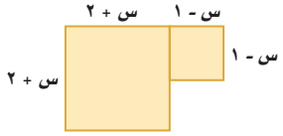
٣٥) $\left(\frac{٢}{٥}ص - ٤\right)^٢$

٣٦) $(٧ع^٢ + ٥ص^٢)(٧ع^٢ - ٥ص^٢)$

٣٧) $(٢م + ٣)(٢م - ٣)(م + ٤)$

٣٨) $(ر + ٢)(ر - ٥)(ر - ٢)(ر + ٥)$

٣٩) **هندسة:** اكتب كثيرة حدود تمثِّل مساحة الشكل أدناه.



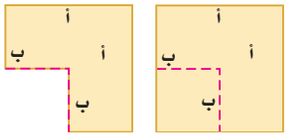
وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي:

٤٠) (جـ + د)(جـ + د)(جـ + د) ٤١) (٢أ – ب)^{٣} ٤٢) (ف + جـ)(ف – جـ)(ف + جـ)

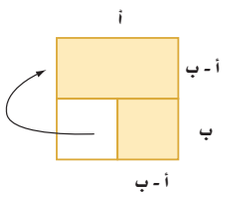
٤٣) (ك – م)(ك + م)(ك – م) ٤٤) (ن – ب)^{٢}(ن + ب) ٤٥) (ك + ر)^{٢}(ك – ر)

٤٦) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة قاعدة تمثل حاصل ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما، ابدأ بورقة مربعات. وارمز إلى طول كل ضلع في المربع بالرمز أ، ثم ارسم مربعًا صغيرًا في إحدى زواياه، وارمز إلى طول ضلعه بالرمز ب.

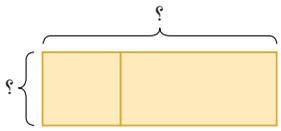


أ) عدديًّا: أوجد مساحة كل مربع.

ب) حسيًّا: قص المربع الصغير من الزاوية. ما مساحة الشكل المتبقية؟



جـ) تحليليًّا: افصل المستطيل الصغير السفلي، ثم دوّره واسحبه إلى جوار المستطيل العلوي. ما طول المستطيل في التمثيل الجديد؟ وما عرضه؟ وما مساحته؟



د) تحليليًّا: ما القاعدة التي توصلت إليها من الفقرتين ب، جـ؟

مسائل مهارات التفكير العليا

٤٧) حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي:

(٢جـ – د)(٢جـ – د)	(٢جـ + د)(٢جـ – د)	(٢جـ + د)(٢جـ + د)	(جـ + د)(جـ + د)

٤٨) **تحدَّ:** هل يوجد قاعدة لمكعب المجموع (أ+ ب)^{٣}؟

أ) استقصِ إجابة هذا السؤال بإيجاد ناتج: (أ+ ب) (أ+ ب) (أ+ ب).

ب) استعمل القاعدة التي وجدتها في الفرع أ لإيجاد ناتج: (س+ ٢)^{٣}.

٤٩) **تبرير:** أوجد قيمة جـ التي تجعل من العبارة ٢٥س^{٢} – ٩٠س+ جـ مربعًا كاملاً.

٥٠) **اكتب:** صف كيف تجد مربع مجموع حدّين ومربع الفرق بين حدّين، وكيف تجد ناتج ضرب مجموع حدّين في الفرق بينهما.

تدريب على اختبار

٥١) ما ناتج ضرب (٢أ– ٣) (٢أ– ٣)؟

أ) ٤أ^{٢} + ١٢أ + ٩

ب) ٤أ^{٢} + ٩

جـ) ٤أ^{٢} – ١٢أ – ٩

د) ٤أ^{٢} – ١٢أ + ٩

٥٢) يقطع مروان مسافة ٦كلم في م دقيقة بسيارته. كم دقيقة سيحتاج إليها لقطع ٣٠ كلم بهذا المعدل؟

أ) $\frac{٣}{١٥}$ م

ب) ١٨٠م

جـ) ٥م

د) $\frac{م}{٥}$

مراجعة تراكمية

٥٣) أوجد ناتج (٤هـ – ٣)(٢هـ – ٧): (الدرس ٦- ٦)

٥٤) بسِّط العبارة ٣ب(٦ب – ٤) + ٢$\left(\frac{١}{٢}ب^{٢} – ٣ب\right)$: (الدرس ٦- ٥)

٥٥) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١، ١)، (٤، ٧). (مهارة سابقة)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حلل كلًّا من الأعداد التالية إلى عواملها الأولية:

٥٦) ٤٠

٥٧) ١٢٠

٥٨) ٩٠٠

٥٩) ١٦٥

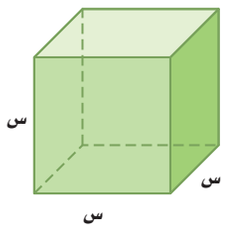
وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

بسِّط كل عبارة فيما يأتي:

١) $(س^{٢})(٧ س^{٨})$

٢) $(٥ أ^{٧} ب جـ^{٢})(-٦ أ^{٢} ب جـ^{٥})$

٣) **اختيار من متعدد:** عبّر عن حجم المجسّم أدناه كوحيدة حد:



أ) $س^{٣}$ ب) $٦ س$

جـ) $٦ س^{٣}$ د) $س^{٦}$

أوجد الناتج في كلٍّ مما يأتي:

٤) $(س + ٥) + (س^{٢} - ٣ س + ٧)$

٥) $(٧ م - ٨ ن^{٢} + ٣ ن) - (-٢ن^{٢} + ٤ م - ٣ ن)$

٦) **اختيار من متعدد:** ترغب نوال في شراء سجاد لغرفتين في منزلها أبعادهما مبينة أدناه. فما المساحة الكلية للمنطقة التي ستُغطى بالسجاد؟

أ) $س^{٢} + ٣س$

ب) $س^{٢} + ٣ س - ٥$

جـ) $٢ س^{٢} + ٦ س - ١٠$

د) $٨ س + ١٢$

بسِّط كل عبارة فيما يأتي، مفترضًا أن أي مقام لا يساوي صفرًا:

٧) $\frac{س^{٦} ص^{٨}}{س^{٢}}$ ٨) $\left(\frac{٢ أ^{٤} ب^{٣}}{جـ^{٦}}\right)^{٠}$

٩) $\frac{٢ س ص^{-٧}}{٨ س}$

أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يأتي:

١٠) $أ(أ^{٢} + ٢ أ - ١٠)$

١١) $(٢ أ - ٥)(٣ أ + ٥)$

١٢) $(س - ٣)(س^{٢} + ٥ س - ٦)$

١٣) $(س + ٣)^{٢}$

١٤) $(٢ب - ٥)(٢ب + ٥)$

١٥) **هندسة:** منشور رباعي قاعدته مستطيلة وأبعاده هي: س، س + ٣، ٢ س + ٥

أ) أوجد حجم المنشور بدلالة س.

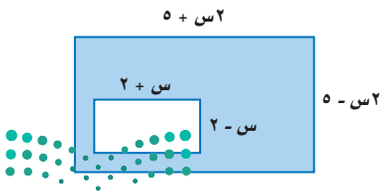
ب) أوجد حجم المنشور بتعويض قيمتين لِـ س، وكيف تقارن بين الحجمين؟

حل كل معادلة فيما يأتي:

١٦) $٥(ن^{٢} - ٣ ن + ٢) = ن(٥ ن - ٢)$

١٧) $٣ س (س + ٢) = ٣(س^{٢} - ٢)$

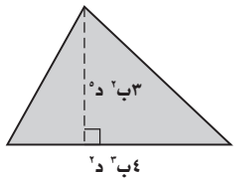
١٨) **هندسة:** اكتب عبارةً تمثل مساحة المنطقة المظلَّلة في الشكل الآتي:



اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤالٍ ممَّا يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة :

١) عبِّر عن مساحة المثلث أدناه في صورة وحيدة حد؟



أ) ١٢ ب٥ د٧
ب) ١٢ ب٦ د١٠
جـ) ٦ ب٦ د١٠
د) ٦ ب٥ د٧

٢) بسِّط العبارة $\left(\frac{٢ع^{٢}ل^{٥}}{٣س^{٤}}\right)^{٣}$

أ) $\frac{٢ع^{٥}ل^{٨}}{٣س^{٧}}$
ب) $\frac{٨ع^{٦}ل^{١٥}}{٢٧س^{١٢}}$
جـ) $\frac{٨ع^{٥}ل^{٨}}{٢٧س^{٧}}$
د) $\frac{٢ع^{٦}ل^{١٥}}{٣س^{١٢}}$

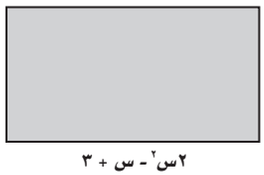
٣) إذا كانت مساحة المستطيل أدناه س^{٢} – ٩ وحدة مربعة، فكم وحدة عرضه؟

أ) س + ٣
ب) س + ٩
جـ) س – ٩
د) س – ٣

إرشادات للاختبارات

سؤال ٢ : استعمل قوانين الأسس لتبسيط العبارة، وتذكر أنه لإيجاد أس الأس، نضرب الأسس.

٤) عبِّر عن محيط المستطيل أدناه بصورة كثيرة حدود.



أ) ٣س^{٢} – ٤س + ٧
ب) ٣س^{٢} + س + ٧
جـ) ٦س^{٢} – ٨س + ١٤
د) ٦س^{٢} – ٤س + ٧

٥) أوجد ناتج طرح: (٧أ^{٢} + ٦ أ – ٢) – (–٤ أ^{٣} + ٣أ^{٢} + ٥)

أ) ٤ أ^{٣} + ٤ أ^{٢} + ٦ أ – ٧
ب) ١١ أ^{٢} + ٣ أ – ٧
جـ) ٤ أ^{٣} + ١٠ أ^{٢} + ٦ أ + ٣
د) ٤ أ^{٣} + ٧ أ^{٣} – ٣ أ

٦) بسّط العبارة: $\frac{هـ^{-٣}ل^{٢}}{هـ^{٣}ل^{-٤}}$

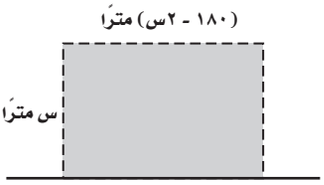
أ) $\frac{هـ^{٦}}{ل^{٦}}$
ب) $\frac{ل^{٦}}{هـ^{٦}}$
جـ) ل^{٢}
د) هـ^{٦} ل^{٦}

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٧) يريد مزارعٌ زراعة قطعة الأرض المستطيلة المبيَّنة في الشكل:



أ) اكتب كثيرة حدود تعبِّر عن مساحة الأرض.

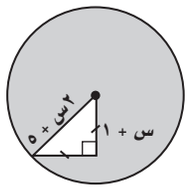
ب) أوجد مساحة قطعة الأرض، إذا كان عرضها ٤٠ مترًا.

٨) اكتشف المختلف: أي العبارات التالية مختلفة؟ فسِّر إجابتك.

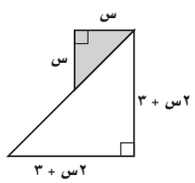
(٣ م – ٢ ن) (٣ م + ٢ ن)
(٣ م + ٢ ن) (٣ م + ٢ ن)
(٣ م + ٢ ن) (٣ م – ٢ ن)

اكتب عبارةً تمثِّل مساحة كل منطقة مظلَّلةٍ ممَّا يأتي:

٩)



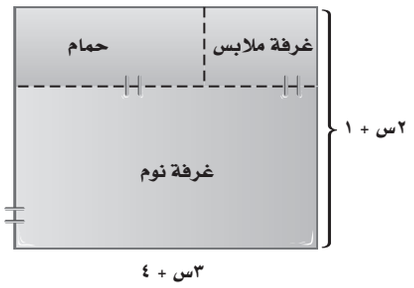
١٠)



إجابة مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل:

١١) المخطط التالي يبيِّن تفاصيل جناح نوم:



أ) أوجد مساحة الجناح كاملًا.

ب) إذا كان عرض غرفة الملابس س ، وطولها س + ١ ، فأوجد مساحة غرفة الملابس.

جـ) أوجد مساحة الحمام.

د) أوجد مساحة غرفة النوم.

للمساعدة ..											
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
فراجع الدرس ..	١-٦	٢-٦	٧-٦	٤-٦	٤-٦	٢-٦	٥-٦	٧-٦	٦-٦	٧-٦	٦-٦

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444