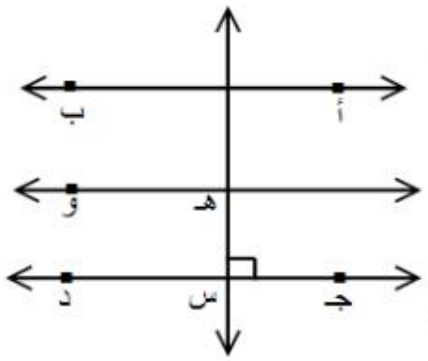
المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة



رابط الدرس الرقمي

أهداف الدرس

- كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاه ويوازي مستقيما معلوما
- كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيما معلوما

المعرفة السابقة

سنتعلم اليوم:

كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيماً معلوماً بصيغة الميل والمقطع.

كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيماً معلوماً بصيغة الميل ونقطة.

ميل المستقيمات المتعامدة.

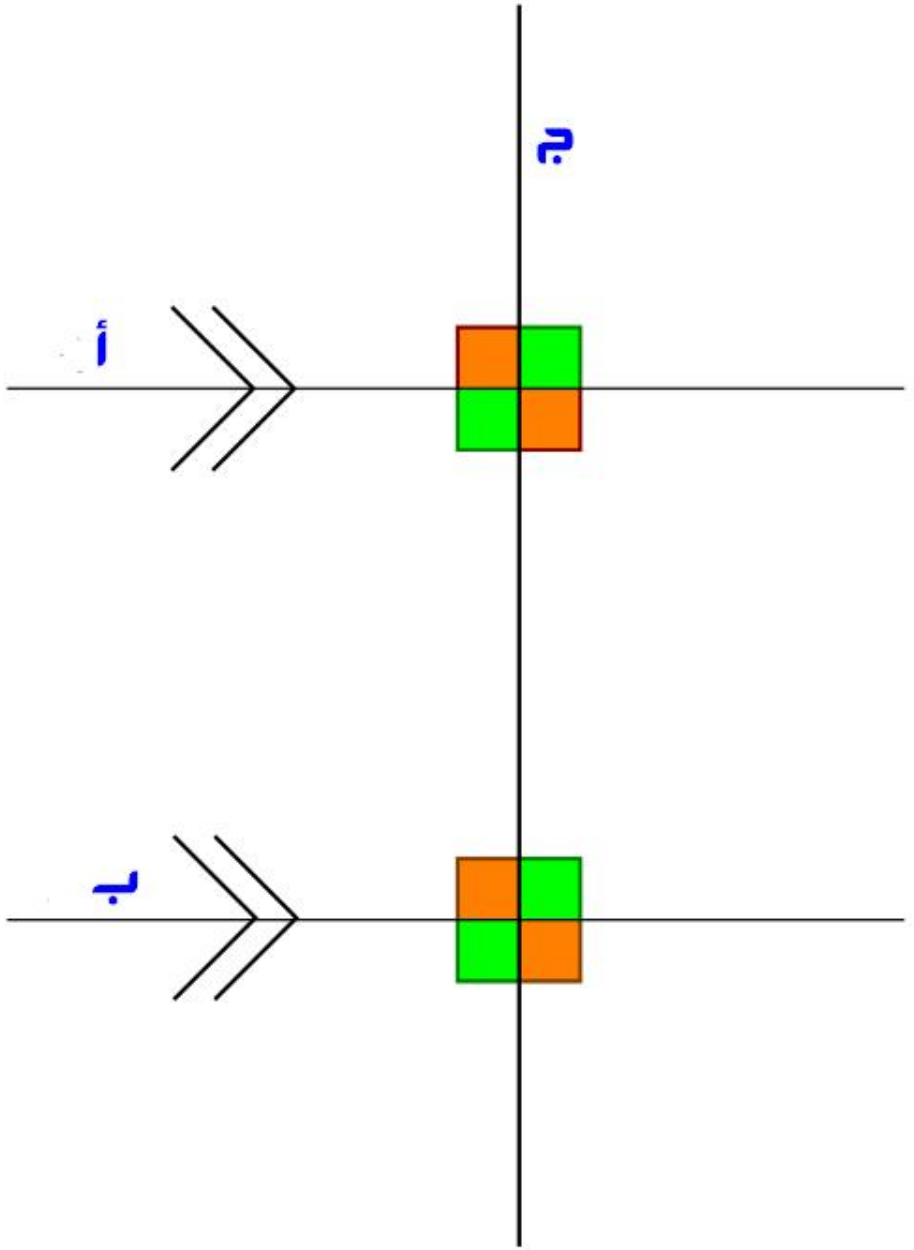
ماجد الحربي

متوازيان , متعامدان

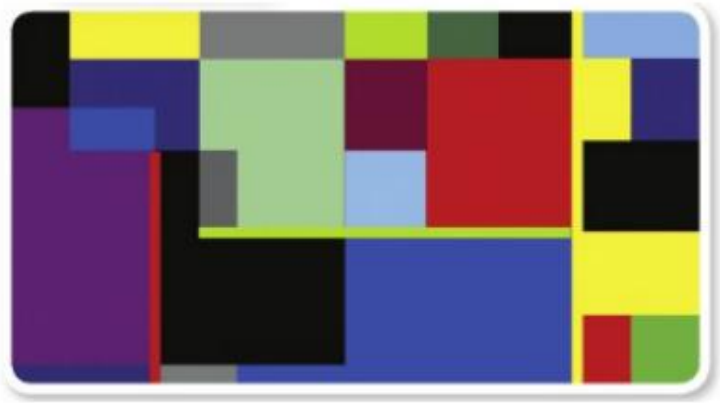
المستقيمان أ , ب .....

المستقيمان أ , ج .....

المستقيمان ب , ج .....

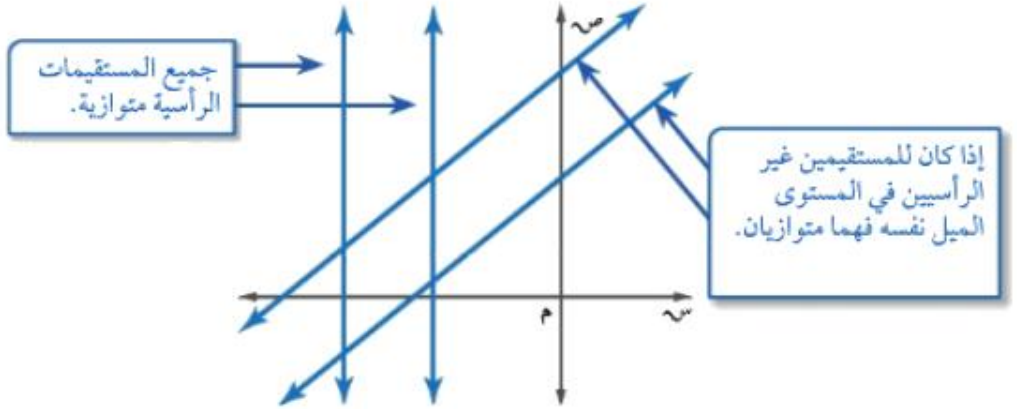


تمهيد



عند النظر إلى المربعات والمستطيلات والمستقيمات في اللوحة الفنية المجاورة، تجد أن بعض الخطوط المستقيمة تتقاطع لتكوّن زوايا قائمة، وبعضها الآخر لا يتقاطع أبدًا.

المستقيمان المتوازيان: المستقيمان الواقعان في المستوى نفسه ولا يقطع أحدهما الآخر، يسميان **مستقيمين متوازيين**، ويكون لهما الميل نفسه.



ولكتابة معادلة مستقيم علمت إحدى نقاطه ومعادلة مستقيم آخر يوازيه، أوجد أولًا ميل المستقيم المعلوم، ثم عوض عن الميل والنقطة المعطاة في المعادلة العامة للمستقيم بصيغة الميل ونقطة.

المستقيم المار بنقطة معطاة ويوازي مستقيمًا معلومًا

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٣، ٥) والموازي للمستقيم ص= ٢س − ٤ .

الخطوة ١ : بما أن ميل المستقيم ص= ٢س− ٤ يساوي ٢، فإن ميل المستقيم الموازي له يساوي ٢ أيضًا.

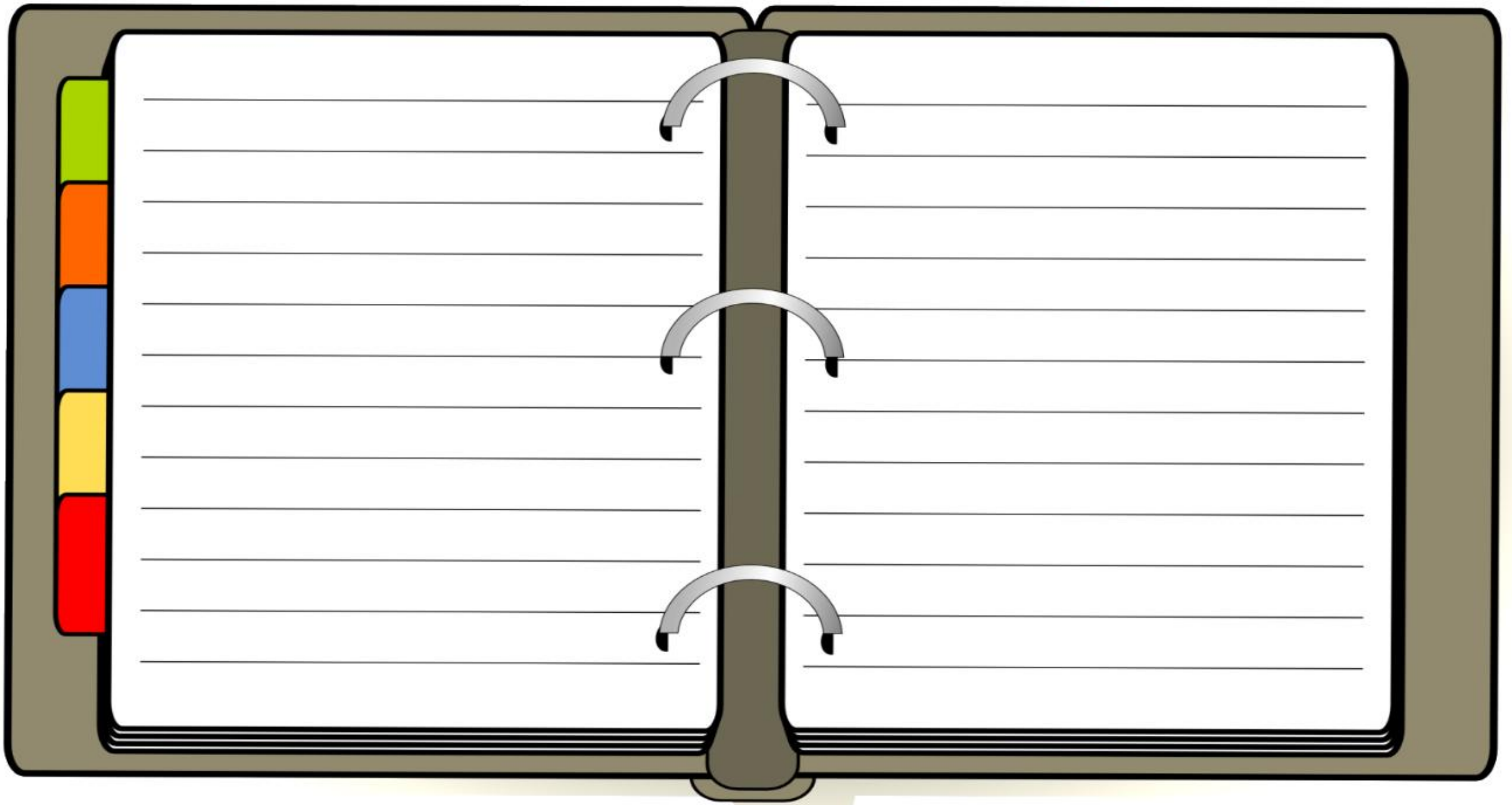
الخطوة ٢ : أوجد المعادلة العامة للمستقيم بصيغة الميل ونقطة.

ص − ص١ = م(س − س١)	صيغة الميل ونقطة
ص − ٥ = ٢[س − (−٣)]	عوّض عن م بـ (٢)، وعن (س١، ص١) بـ (−٣، ٥)
ص − ٥ = ٢ (س + ٣)	بسّط
ص − ٥ = ٢س + ٦	خاصية التوزيع
ص − ٥ + ٥ = ٢س + ٦ + ٥	أضف (٥) إلى كل طرف.
ص = ٢س + ١١	بسّط.

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي: ص=٢س+١١

تقويم

١) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤، −١) والموازي للمستقيم ص = $\frac{١}{٤}$ س + ٧ .

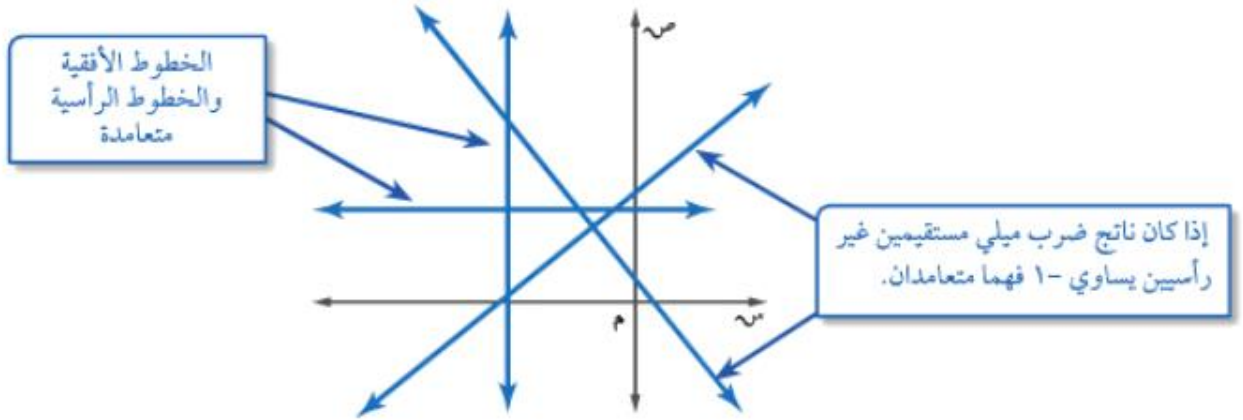


المستقيمان المتعامدان: المستقيمان اللذان يتقاطعان مكوّنيْن زوايا قائمة يسميان **مستقيمين متعامدين**، ويكون ميل كل منهما معكوس مقلوب الآخر. فمثلًا إذا كان ميل أحدهما ٤، فإن ميل المستقيم العمودي عليه يساوي $-\frac{١}{٤}$.

مراجعة المفردات

معكوس المقلوب

معكوس مقلوب العدد $\frac{أ}{ب}$ هو $-\frac{ب}{أ}$.



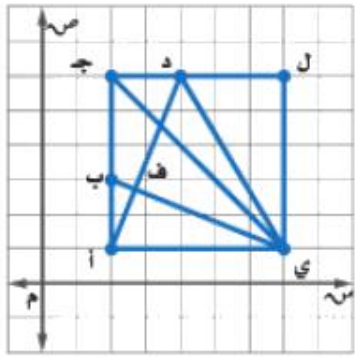
باستعمال الميل يمكنك تحديد هل المستقيمان متعامدان أم لا.

ميلا المستقيمين المتعامدين

مثال

تصميم: يبيِّن الشكل الآتي مخططًا لشعار إحدى الشركات ممثلًا على المستوى الإحداثي:

أ) هل ∠ د ف ي قائمة؟



إذا كان الضلعان $\overline{ب ي}$ ، $\overline{أ د}$ متعامدين، فإن ∠ د ف ي تكون قائمة.

أوجد ميل كل من $\overline{ب ي}$ ، $\overline{أ د}$.

$$\text{ميل } \overline{ب ي} = \frac{١ - ٣}{٢ - ٧} = \frac{-٢}{٥}$$

$$\text{ميل } \overline{أ د} = \frac{٦ - ١}{٢ - ٤} = \frac{٥}{٢}$$

بما أن $\frac{-٢}{٥} \times \frac{٥}{٢} = -١$. فالضلعان متعامدان، إذن ∠ د ف ي قائمة.

ب) هل كل ضلعين متقابلين في الشكل أ جـ ل ي متوازيان؟

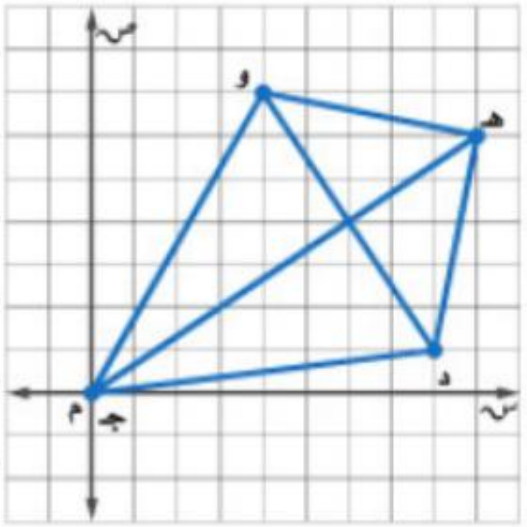
إذا كان الضلعان المتقابلان متوازيين فإن لهما الميل نفسه.

ميل $\overline{أ جـ}$ = $\frac{٦ - ١}{٢ - ٢}$ (غير معرف) وميل $\overline{ل ي}$ = $\frac{٦ - ١}{٧ - ٧}$ (غيرمعرف)، لذا $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ل ي}$ رأسيان ويوازيان محور الصادات وبالتالي فهما متوازيان.

ميل $\overline{جـ ل}$ = $\frac{٦ - ٦}{٢ - ٧}$ = ٠، وميل $\overline{أ ي}$ = $\frac{١ - ١}{٢ - ٧}$ = ٠، لذا فالضلعان $\overline{جـ ل}$ ، $\overline{أ ي}$ أفقيان ويوازيان محور السينات، وبالتالي فهما متوازيان.

تقويم

١٣) **هندسة:** يمثل الشكل جـ د هـ و طائرة ورقية.
هل قطراها متعامدان؟ فسر إجابتك.

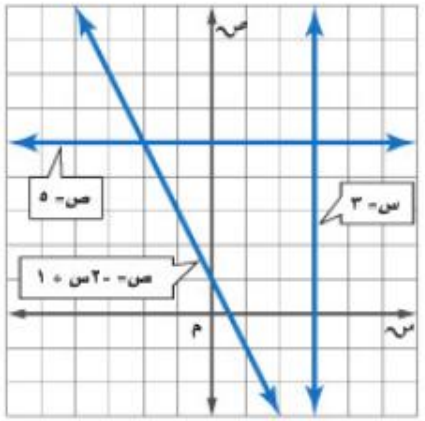


المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

يمكنك أن تحدد ما إذا كان المستقيمان الممثلان بيانيًّا متوازيين أم متعامدين بمقارنة ميليهما.

مثال

حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات الآتية متوازية أم متعامدة، وفسر إجابتك:



ص= ٥، س= ٣، ص= −٢س+ ١

مثّل كل معادلة على المستوى الإحداثي.

من التمثيل البياني يمكنك ملاحظة أن المستقيم ص= ٥ يوازي محور السينات، وأن المستقيم س= ٣ يوازي محور الصادات، لذا فهما متعامدان، ولا يتوازى أي مستقيمين من الثلاثة.

قراءة الرياضيات

التوازي والتعامد

يستعمل الرمز || للدلالة على التوازي، والرمز ⊥ للدلالة على التعامد.

تقويم

حدِّد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمستقيمات في كل من السؤالين ٥، ٦ متوازية أم متعامدة، وفسِّر إجابتك.

٥) $ص = -٢س$، $٢ص = س$، $٤ص = ٢س + ٤$

٦) $ص = \frac{١}{٢}س$، $٣ص = س$، $ص = -\frac{١}{٢}س$

المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا معلومًا

يمكنك كتابة معادلة المستقيم المار بنقطة معطاة ويعامد مستقيمًا آخر علمت معادلته.

مثال

اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٤، ٦)، والمعامد للمستقيم ٢س+ ٣ص= ١٢ بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة ١: أوجد ميل المستقيم المعطى بإيجاد قيمة ص.

٢س + ٣ص = ١٢	المعادلة الأصلية
٢س − ٢س + ٣ص = − ٢س + ١٢	اطرح ٢س من كلا الطرفين
٣ص = −٢س + ١٢	بسّط
$\frac{٣ص}{٣} = \frac{-٢س + ١٢}{٣}$	اقسم كل طرف على ٣
ص = $-\frac{٢}{٣}$س + ٤	بسّط.

الميل = $\frac{-٢}{٣}$.

الخطوة ٢: ميل المستقيم المعامد للمستقيم المعطى هو معكوس مقلوب العدد $-\frac{٢}{٣}$؛ أي $\frac{٣}{٢}$.

أوجد معادلة المستقيم العمودي.

ص − ص١ = م(س − س١)	صيغة الميل ونقطة
ص − ٦ = $\frac{٣}{٢}$[س − (−٤)]	(س١، ص١) = (−٤، ٦) ، م = $\frac{٣}{٢}$
ص − ٦ = $\frac{٣}{٢}$(س + ٤)	بسّط
ص − ٦ + ٦ = $\frac{٣}{٢}$س + ٦ + ٦	طبق خاصية التوزيع، ثم أضف ٦ إلى كل طرف
ص = $\frac{٣}{٢}$س + ١٢	بسّط.

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي: ص= $\frac{٣}{٢}$س+١٢

إرشادات للدراسة

تمثيل المسألة بيانيًا

مثّل معادلة المستقيم المعلوم على ورقة رسم بياني، ثم عيّن النقطة المعطاة ، واستعمل مسطرة لرسم المستقيم العمودي المار بالنقطة المعطاة.

تقويم

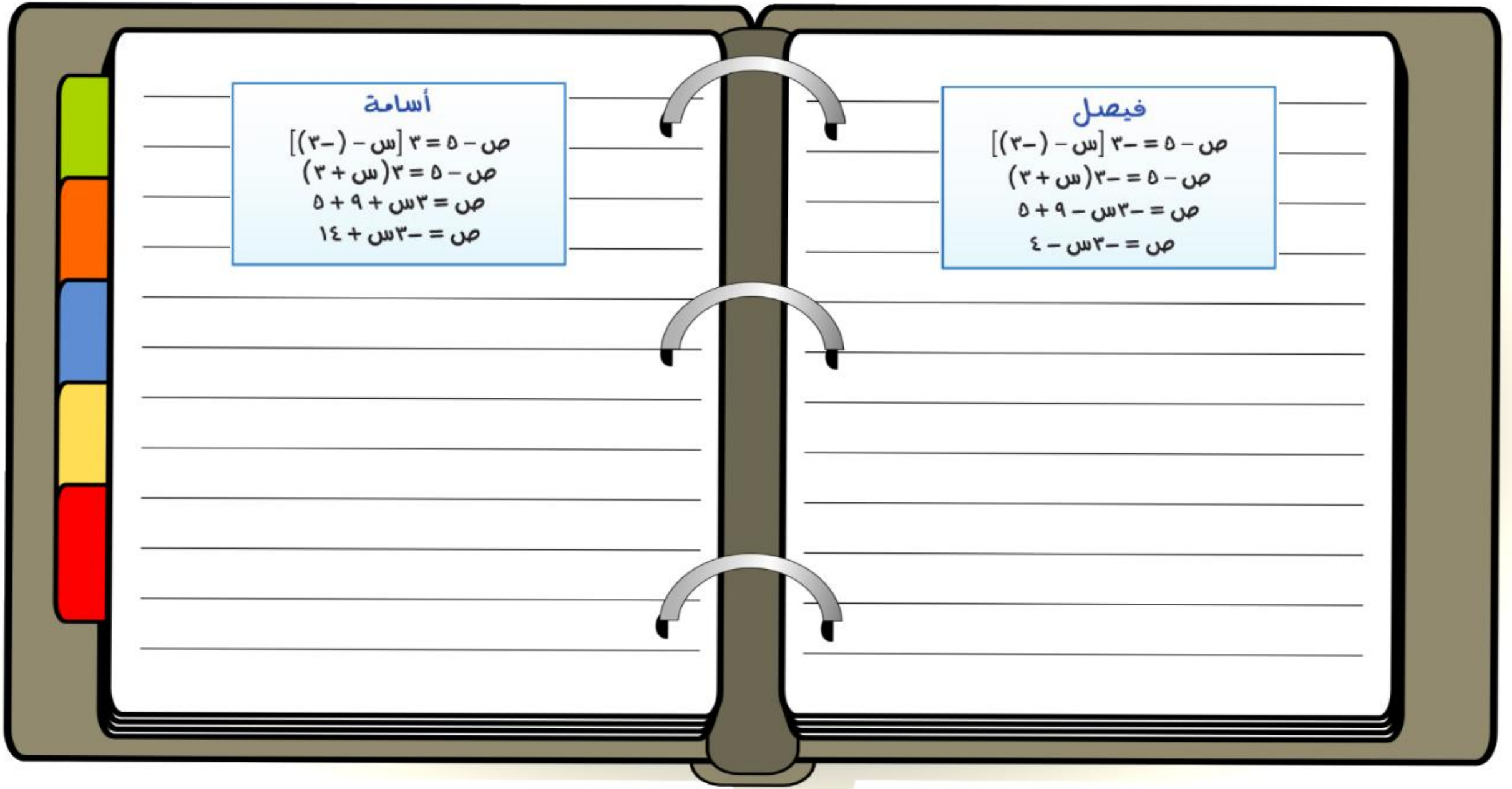
اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة والمعامد للمستقيم المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

٨) (−١، ٤)، ص = ٣ س + ٥

١٩) (−٥، ٢)، ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٣

تقويم

٣٢) **اكتشف الخطأ:** يحاول فيصل وأسامة إيجاد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢ والمار بالنقطة (−٣، ٥). فأيهما إجابته صحيحة؟ فسِّر إجابتك.



فيصل

ص − ٥ = −٣ [س − (−٣)]

ص − ٥ = −٣(س + ٣)

ص = −٣س − ٩ + ٥

ص = −٣س − ٤

أسامة

ص − ٥ = ٣ [س − (−٣)]

ص − ٥ = ٣(س + ٣)

ص = ٣س + ٩ + ٥

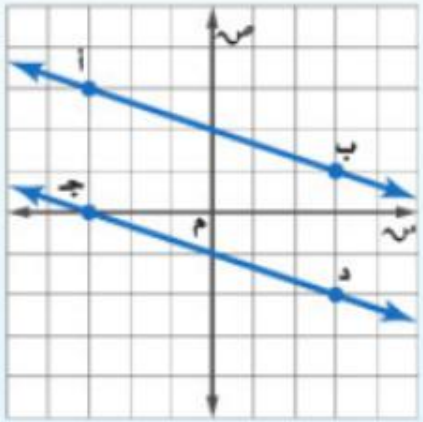
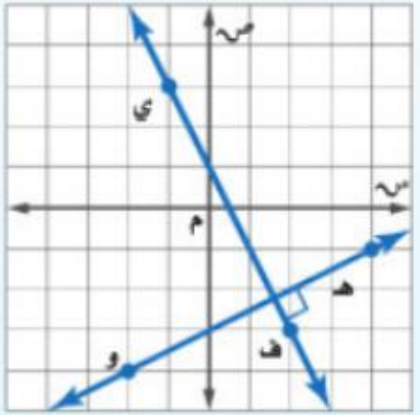
ص = −٣س + ١٤

ملخص مفهوم

ملخص المفهوم

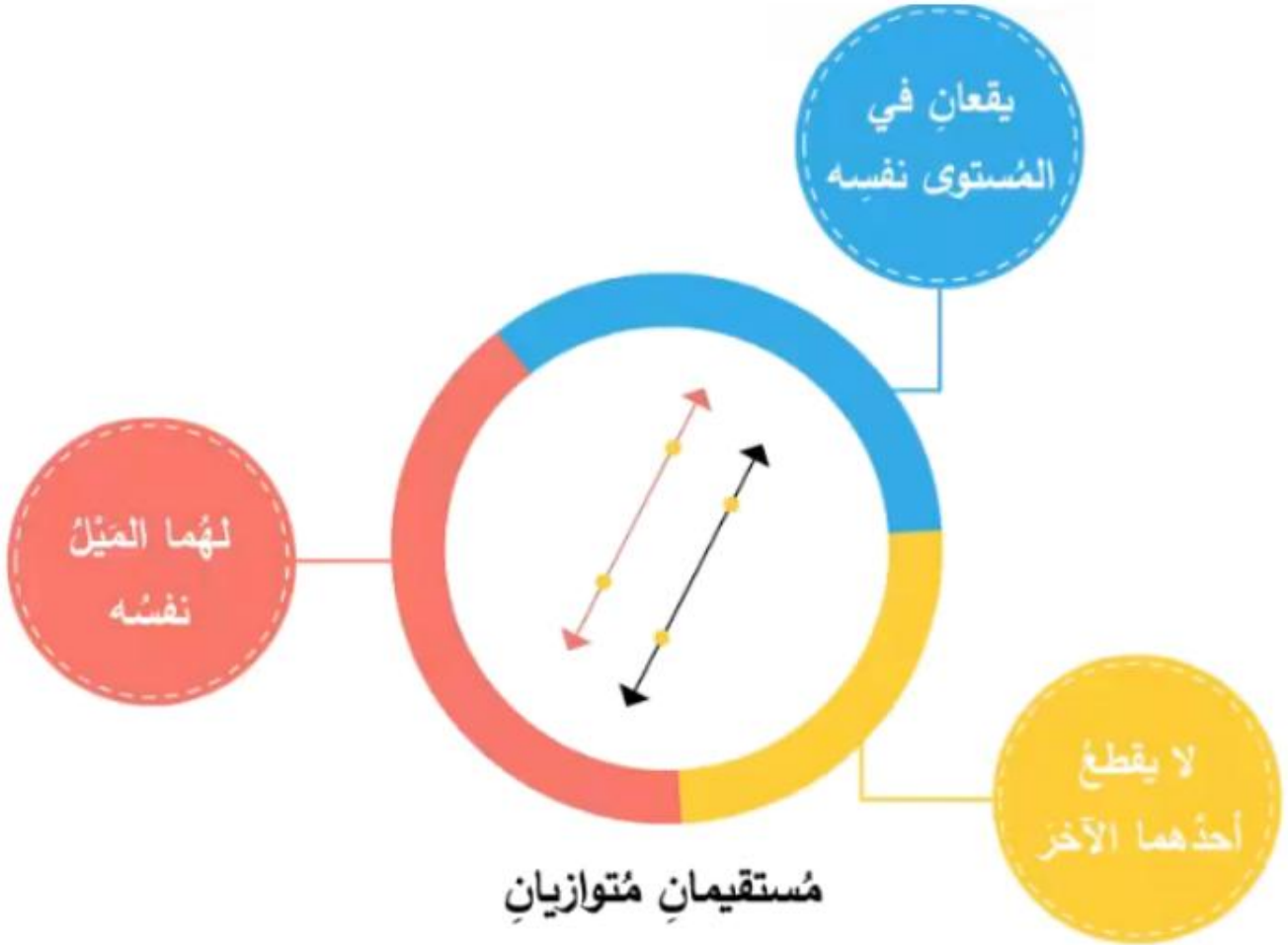
أضف إلى مطويتك

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

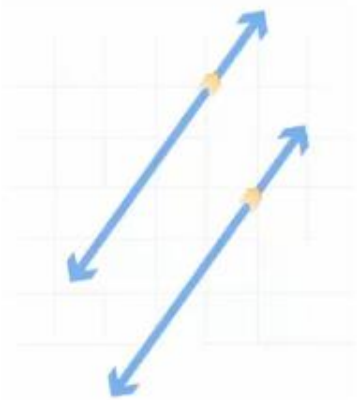
النوع	المستقيمات المتوازية	المستقيمات المتعامدة
التعبير اللفظي:	يكون المستقيمان غير الرأسيين متوازيين إذا تساوى ميلاهما.	يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي −١.
التعبير بالرموز:	$\overline{أب} \parallel \overline{جـد}$	$\overline{هـو} \perp \overline{ف ي}$
نماذج:		

ملخص مفهوم

المُستقيمانِ المُتوازيانِ



مُستقيمانِ مُتوازيانِ



ملخص مفهوم

المُستقيمانِ المُتوازيانِ

كتابةُ معادلةِ مستقيمٍ عُلِمَتْ إحدى نقاطِه، ومعادلةِ مستقيمٍ آخرَ مُوازٍ له

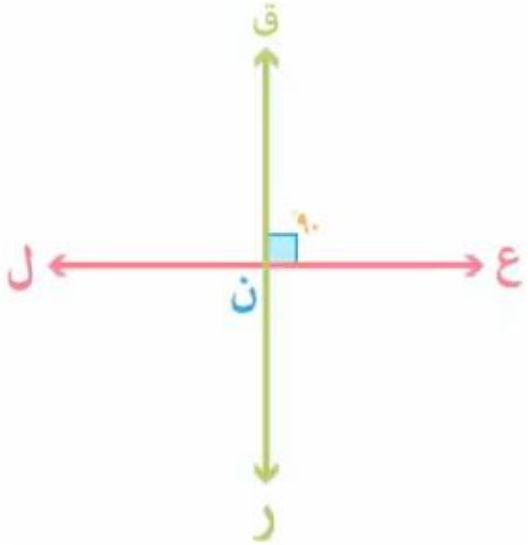
أوَّلًا: أوجِدِ المَيْلَ

ثانيًا: عوِّضْ قيمَ م
س١ ، س٢

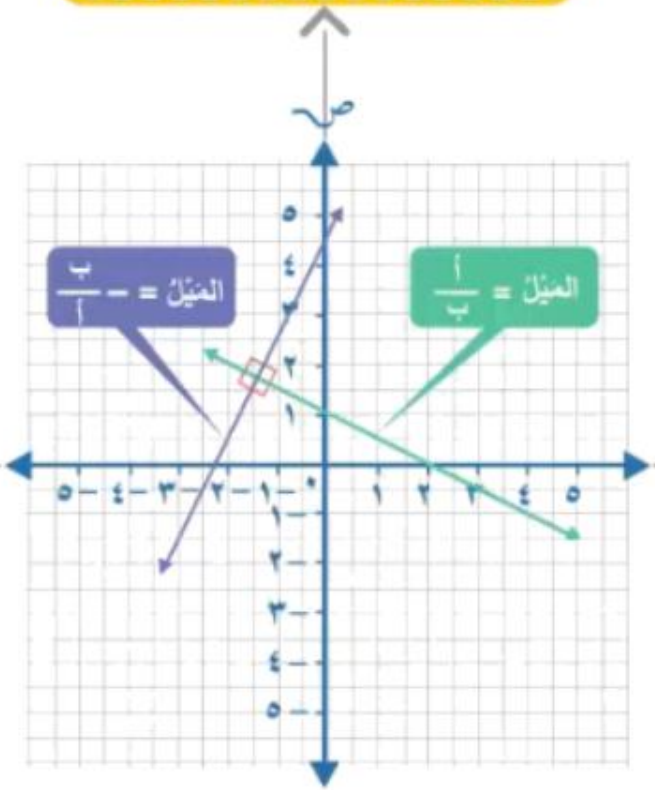
ص – ص١ = م (س – س١)

ملخص مفهوم

المُستقيمانِ المُتعامدانِ



المُستقيمانِ المُتعامدانِ:
هما المُستقيمانِ اللذانِ
يتقاطعانِ مكوّنينِ زوايا قوائمَ



إذا كانَ ميلُ أحدِ المُستقيمينِ
المُتعامدينِ هوَ أ/ب
فميلُ المُستقيمِ المُتعامدِ لهُ هوَ -ب/أ

أ/ب × -ب/أ = -١

قيم نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

معادلة المستقيم المار النقطة (٤،٠) ،والموازي للمستقيم ص= −٤س+ ٥

- ص = ٥س +٤
- ص= −٤س+٤
- ص= ٤س+٥
- ص= −٥س +٤

اختر الإجابة الصحيحة

اختيار من متعدد

يقارن عالم آثار موقع صندوق جواهر اكتشف مع موقع جدار من القرميد. فإذا كانت المعادلة ص= $-\frac{٥}{٣}$س+١٣ تمثل الجدار، وكان الصندوق يقع عند النقطة (٩،١٠)، فاكتب معادلة تمثل المستقيم العمودي على الجدار ويمر بموقع الصندوق.

- $\text{ص} = \frac{٣}{٥}\text{س} - ٣$
- $\text{ص} = \frac{٣}{٥}\text{س} + ٣$
- $\text{ص} = \frac{٥}{٣}\text{س} - ٥$
- $\text{ص} = \frac{٥}{٣}\text{س} + ٥$