MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

الباب الثالث : كثيرات الحدود و دوالها

رياضيات (2-1) للصف الثاني ثانوي

الفصل الدراسي الأول

إعداد و كتابة و تنسيق

أ.مريم سليمان المسعودي

الدرس 1- 3 : الأعداد المركبة

الوحدة التخيلية (i)

$$i = \sqrt{-1}$$

$$i^2 = -1$$

الاعداد التخيلية البحتة: هي جذور تربيعية لأعداد حقيقية سالبة.

لأي عدد حقيقي موجب مثل b فإن $\sqrt{-b^2} = \sqrt{b^2} \cdot \sqrt{-1} = bi$

العمليات على الأعداد المركبة.

العدد المركب	العدد المركب هو أي عدد يكتب على الصورة $a+bi$ حيث a,b عددان حقيقيان، و i الوحدة التخيلية $(i^2=-1)$. يسمى a الجزء الحقيقي من العدد المركب، و b الجزء التخيلي.
جمع الأعداد المركبة وطرحها	دمج الحدود المتشابهة $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$ $(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$
ضرب الأعداد المركبة	استعمل تعريف i^2، وقانون التوزيع: $(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$
مرافق العدد المركب	يسمى العددان $a+bi$ و $a-bi$ مركبان مترافقان. وناتج ضربهما عدد حقيقي دائمًا.

للقسمة على عدد مركب. أولًا اضرب كلًا من المقسوم والمقسوم عليه بمرافق المقسوم عليه.

تحقق الأعداد التخيلية البحتة كلا من الخاصيتين التجميعية و التبديلية على الضرب

$i^1 = i$	$i^2 = -1$
$i^3 = i^2 \cdot i = -i$	$i^4 = (i^2)^2 = 1$
$i^5 = (i^2)^2 \cdot i = i$	$i^6 = (i^2)^2 \cdot i^2 = -1$
$i^7 = (i^2)^2 \cdot i^3 = -i$	$i^8 = (i^2)^4 = 1$

المركبان المترافقان والقيمة المطلقة

غالبًا ما يُمثَّل العدد المركب بمتغير واحد في دراسة الأعداد المركبة، فمثلًا، نرمز للعدد $x+yi$ بالرمز z، وعندها نرمز للعدد المركب المترافق للعدد z بالرمز $\bar{z}$ ، أي $\bar{z}=x-yi$

وتُعرَّف القيمة المطلقة للعدد المركب على الصورة $|z|=|x+yi|=\sqrt{x^2+y^2}$ ، وتوجد علاقات كثيرة مهمة تتضمن الأعداد المترافقة والقيمة المطلقة للأعداد المركبة.

افرض أن $z=x+yi$ فإن:

$$z\bar{z}=(x+yi)(x-yi)$$
$$=x^2+y^2$$
$$=\sqrt{(x^2+y^2)^2}$$
$$=|z|^2$$

بسط كلا مما يلي :

$\sqrt{-48}$	$-3i \cdot 4i$	$\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-15}$	i^{31}
$(-1+5i)+(-2-3i)$	$(11-8i)-(2-8i)$	$(3+5i)(5-3i)$	$\dfrac{3-i}{4+2i}$

القيمة المطلقة للعدد $2i$ ..... و النظير الضربي .....

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

استعمل الصيغة $V = C \cdot I$ حيث V فرق الجهد , و C شدة التيار , و I المعاوقة في حل ما يلي

إذا كانت شدة التيار في دائرة كهربائية $3 + 6i$ أمبير , و المعاوقة $5 - i$ أوم, فكم يكون فرق الجهد ؟

.....

.....

حل كل معادلة مما يأتي		في كل معادلة مما يلي أوجد قيمتي x, y الحقيقيتين اللتين تجعلانهما صحيحة
$4x^2 + 32 = 0$	$2x^2 + 10 = 0$	$x + 1 + 2yi = 3 - 6i$
		$20 - 12i = 5x + (4y)i$

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :						
1	حل المعادلة $x^2 + 5 = 0$					
A	$\pm 5i$	B	$\pm\sqrt{5}$	C	$\pm\sqrt{5}\, i$	D	$\pm\frac{1}{5i}$
2	تبسيط العبارة $(4 - 5i) + (6 + i)$					
A	$10 + 4i$	B	$10 - 4i$	C	$4 + 10i$	D	$4 - 10i$
3	تبسيط العبارة $(-4 + 2i) \cdot (2 - 5i)$					
A	$-8 + 2i$	B	$24 - 2i$	C	$2 + 24i$	D	$2 - 24i$
4	تبسيط العبارة $\frac{5}{3+i}$					
A	$\frac{2}{3} + 2i$	B	$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$	C	$\frac{2}{3} - 2i$	D	$\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$
5	i^{65} = ...					
A	1	B	-1	C	i	D	$-i$
6	تبسيط $\sqrt{-100}$					
A	-10	B	10	C	-10i	D	10i
7	ما قيمتا x, y الحقيقيتان اللتان تجعلان $(-1 - 3i) = (x + yi) - (5 + 4i)$ صحيحة ؟					
A	$x = 6, y = 7$	B	$x = 4, y = i$	C	$x = 4, y = -i$	D	$x = 4, y = 7$
8	قيمة $(3 + 6i)^2$ تساوي					
A	$-27 + 36i$	B	$9 + 36i$	C	$9 - 36i$	D	$36 - 27i$
9	i^{41} = ...					
A	1	B	-1	C	i	D	$-i$
10	القيمة المطلقة للعدد $-4 - 3i$					
A	4	B	3	C	5	D	2

الدرس 2- 3 : القانون العام و المميز

القانون العام: يستخدم القانون العام في حل أي معادلة تربيعية مكتوبة على الصورة $ax^2+bx+c=0$.

القانون العام	حل المعادلة التربيعية $ax^2+bx+c=0$ حيث $a \neq 0$ يُعطى بالقانون: $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

إرشادات للدراسة

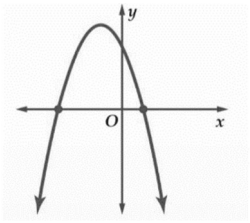
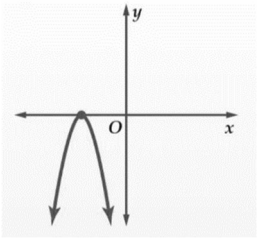
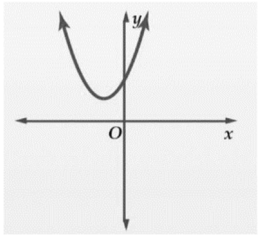
الجذور تذكّر أن حلول المعادلة تسمى جذورًا وهي قيم X التي يقطع عندها التمثيل البياني للدالة المرتبطة بالمعادلة المحور X.

الجذور والمميز

المميز	العبارة b^2-4ac تحت الجذر التربيعي في القانون العام يسمى المميز.

المميز	عدد الجذور وأنواعها
$b^2-4ac>0$ ومربع كامل	جذران نسبيان
$b^2-4ac>0$ وليس مربعًا كاملًا	جذران غير نسبيين
$b^2-4ac=0$	جذر حقيقي مكرر مرتين
$b^2-4ac<0$	جذران مركبان

التمثيل البياني للدالة المرتبطة بالمعادلة

		
جذران حقيقيان نسبيان جذران حقيقيان غير نسبيان	جذر حقيقي مكرر مرتين	جذران مركبان

حل كل معادلة فيما يلي باستخدام القانون العام		
$x^2-11x+24=0$	$x^2+6x-23=0$	$x^2-16x+64=0$
$x^2+25=0$	$x^2+1=4x$	$3x^2+36=0$

في كلا مما يلي أوجد قيمة المميز , و عدد الجذور و نوعها و أوجد الحل ؟

	$x^2-8x+16=0$	$x^2-7x+6=0$	$x^2-2x+17=0$	$x^2+49=0$
المميز				
عدد الجذور				
نوعها				
الحل				

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي							
1	حل المعادلة $x^2-10x=11$						
A	$\{-11,1\}$	B	$\{11,-1\}$	C	$-5\pm\sqrt{4}$	D	$5\pm\sqrt{4}$
2	ما عدد جذور المعادلة $x^2-3x+7=0$ ؟ و ما أنواعها ؟						
A	جذران مركبان	B	جذران نسبيان	C	جذران غير نسبيان	D	جذر نسبي واحد
3	ما عدد جذور المعادلة $4x^2-4x+11=0$ ؟ و ما أنواعها ؟						
A	جذران مركبان	B	جذران نسبيان	C	جذران غير نسبيان	D	جذر نسبي واحد
4	حل المعادلة $x^2-30=0$						
A	$\pm3\sqrt{2}$	B	$\pm3\sqrt{2}i$	C	$\pm\sqrt{30}i$	D	$\pm\sqrt{30}$
5	اذا كانت قيمة المميز في القانون العام $b^2-4ac>0$ مربع كامل فإن عدد الجذور و أنواعها						
A	جذران مركبان	B	جذران نسبيان	C	جذران غير نسبيان	D	جذر نسبي واحد
6	اذا كانت قيمة المميز في القانون العام $b^2-4ac>0$ ليست مربع كامل فإن عدد الجذور و أنواعها						
A	جذران مركبان	B	جذران نسبيان	C	جذران غير نسبيان	D	جذر نسبي واحد
7	اذا كانت قيمة المميز في القانون العام $b^2-4ac=0$ فإن عدد الجذور و أنواعها						
A	جذران مركبان	B	جذران نسبيان	C	جذران غير نسبيان	D	جذر نسبي واحد
8	اذا كانت قيمة المميز في القانون العام $b^2-4ac<0$ فإن عدد الجذور و أنواعها						
A	جذران مركبان	B	جذران نسبيان	C	جذران غير نسبيان	D	جذر نسبي واحد

الدرس 3- 3 : العمليات على كثيرات الحدود

ضرب وحيدات الحد وقسمتها : الأسس السالبة وسيلة للتعبير عن الضرب بمعكوس العدد.

الأسس سالبة	$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ و $\frac{1}{a^{-n}}=a^n$ لأي عدد حقيقي $a\neq 0$ ولأي عدد صحيح n.

عندما تبسط عبارة فإنك تعيد كتابتها على أن لا تتضمن قوة لقوة أو أقواس أو أسس سالبة. ويظهر كل أساس مرة واحدة، وتكون الكسور في أبسط صورة. والخصائص التالية مفيدة في تبسيط العبارات.

ضرب القوى	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ لأي عدد حقيقي a وأعداد صحيحة m و n.
قسمة القوى	$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ لأي عدد حقيقي $a\neq 0$ وأعداد صحيحة m و n.
خصائص القوى	لأي عددين حقيقين a, b وعددين صحيحين m, n: $(a^m)^n = a^{mn}$ $(ab)^m = a^m b^m$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b\neq 0$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}, a\neq 0, b\neq 0$

كثيرات الحدود	وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد .
الحدود المتشابهة	الحدود التي لها المتغير نفسه مرفوع للقوة نفسها.

لجمع كثيرات حدود وطرحها أجر العلمية واجمع الحدود المتشابهة .

تستعمل الصيغة المختصرة لخاصية التوزيع في ضرب ثنائيتي حد بطريقة التوزيع بالترتيب الآتية:

فك الأقواس	لضرب ثنائيتي الحد (كثيرتي حدود كل منها من حدين) اجمع نواتج الضرب التالية : الحدين الأولين ، والحدين الطرفيين ، والحدين الأوسطين، الحدين الأخيرين.

درجة كثيرة الحدود المبسطة هي أكبر درجة لوحيدات الحد المكونة لا فمثلا درجة كثيرة الحدودو

x^2+4x+6

هي الدرجة الثانية

إرشادات للدراسة

تذكّر أن كثيرة الحدود هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد، وتُسمى كل وحيدة حد منها حدًّا في كثيرة الحدود. ودرجة وحيدة الحد هي مجموع أسس كل متغيراتها.

خصائص الأسس عند ضرب قوى المتغيرات أو قسمتها. تأكد من أن لها الأساس نفسه.
اجمع الأسس عند ضرب قوى المتغير نفسه، واطرحها عند قسمة قوتين للمتغير نفسه.

بسط كلا مما يلي مفترضاً أن أياً من المتغيرات لا يساوي صفرا

$(2a^3b^{-2})(-4a^2b^4)$	$\frac{-y^3z^5}{y^2z^3}$	$\left(\frac{2a^2}{3b}\right)^3$	$(a^2b^3)(ab)^{-2}$

حدد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا , وإذا كانت كذلك فاذكر درجتها

a^3-11	$\sqrt{m-7}$	$\frac{5np}{n^2}-\frac{2g}{h}$	$x^5y+9x^4y^3-2xy$

طلاء : استأجر سلمان عاملين لطلاء منزله، فإذا تقاضى الأول 12 ريالاً عن كل ساعة عمل ، وتقاضى الثاني 11 ريالاً عن كل ساعة عمل، واحتاج المنزل إلى 15 ساعة عمل لطلائه، فاكتب كثيرة حدود تمثل تكلفة طلاء المنزل إذا عمل الأول مدة x ساعة.

MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

الأرض: يقدر طول قطر الكرة الأرضية بِـ 1.2756×10^4 كيلو متر تقريبًا، ويمكن إيجاد مساحة سطح الكرة الأرضية باستعمال القانون $SA = 4\pi r^2$.

فما مساحة سطح الأرض التقريبية ؟

بسط كلا مما يأتي		
$(x^2 - 5x + 2) - (3x^2 + x - 1)$	$(3a + 4b) + (6a - 6b)$	$(x^2 - 4x + 5)(3x - 1)$

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1	تبسيط المقدار $\left(\frac{2x^2}{12x^4}\right)^3$						
A	$\frac{2x}{x}$	B	$\frac{x^2}{3x}$	C	$\frac{2x^2}{3}$	D	$4x^2$
2	بسط العبارة $(5x^3y)^2(-2x^5y)$						
A	$-50x^{10}y^3$	B	$\frac{-50x^{11}}{y}$	C	$-50x^{11}y^3$	D	$-10x^3y^3$
3	بسط العبارة التالية $(x^2 + 2x - 5) - (3x^2 - 4x + 7)$						
A	$2x^2 - 2x - 12$	B	$-2x^2 + 6x - 12$	C	$4x^2 - 2x + 2$	D	$4x^2 + 6x + 2$
4	درجة كثيرة الحدود $2x^2 - 5x^3 + 7x^4 - 9$						
A	4	B	7	C	-9	D	3
5	بسط العبارة التالية $(3x^0)^2(2x^4)$						
A	x^4	B	$12x^4$	C	$18x^6$	D	$18x^4$
6	بسط العبارة التالية $(5m - 9) + (4m + 2)$						
A	$9m - 11$	B	$m - 11$	C	$9m - 7$	D	$20m^2 - 18$
7	بسط العبارة $3x(2x^2 - y)$						
A	$5x^3 + 3xy$	B	$12x - y$	C	$6x^2 - 3y$	D	$6x^2 - 3xy$
8	تبسيط العبارة $\frac{4a^4b^2c}{12a^2b^5c^3}$ مفترضا ان أي من المتغيرات لا يساوي صفرا						
A	$\frac{a^2b^3}{8c^2}$	B	$\frac{a^2b^3}{3c^2}$	C	$\frac{a^2c^2}{3b^3}$	D	$\frac{a^2}{3b^3c^2}$
9	أي كثيرات الحدود الاتية درجتها 3						
A	$x^3 + x^2 - 2x^4$	B	$-2x^2 - 3x + 4$	C	$x^2 + x + 12^3$	D	$1 + x + x^3$

الدرس 4- 3 : قسمة كثيرات الحدود

القسمة الطويلة : لقسمة كثيرة حدود على وحيدة حد، استعمل المهارات التي تعلمتها في الدرس السابق، ولقسمة كثيرة حدود على كثيرة حدود، استعمل القسمة الطويلة. تذكر أن الحدود المتشابهة هي التي يمكن جمعها أو طرحها.

القسمة التركيبية

القسمة التركيبة	هي أسلوب لقسمة كثيرة حدود على ثنائية حد باستعمال معاملات المقسوم وقيمة r في المقسوم عليه $x - r$

استعمل القسمة التركيبة لإيجاد ناتج $(2x^3 - 5x^2 + 5x - 2) \div (x - 1)$.

الخطوة 1:	اكتب حدود المقسوم بحيث ترتب درجات الحدود تنازليًا، ثم اكتب المعاملات.	$2x^3 - 5x^2 + 5x - 2$ $2 \quad -5 \quad 5 \quad -2$
الخطوة 2:	اكتب الثابت r في المقسوم عليه $x - r$ إلى اليسار وفي هذا السؤال $r = 1$. وانزل المعامل الأول في المقسوم وهو 2 أسفل الخط الأفقي.	$1 \mid 2 \quad -5 \quad 5 \quad -2$ 2
الخطوة 3:	اضرب المعامل الأول في r: $2 = 2 \cdot 1$، واكتب الناتج أسفل المعامل الذي يليه، ثم اجمع ناتج الضرب مع معامل الحد الذي فوقه: $-3 = 2 + -5$.	$1 \mid 2 \quad -5 \quad 5 \quad -2$ $\quad\quad 2$ $2 \quad -3$
الخطوة 4:	اضرب المجموع -3 في r: $-3 = 1 \cdot -3$، واكتب الناتج تحت الحد التالي ثم اجمع: $2 = (-3) + 5$.	$1 \mid 2 \quad -5 \quad 5 \quad -2$ $\quad\quad 2 \quad -3$ $2 \quad -3 \quad 2$
الخطوة 5:	اضرب المجموع 2 في r: $2 = 1 \cdot 2$، واكتب ناتج الضرب تحت الحد التالي واجمع: $0 = 2 + -2$ الباقي 0.	$1 \mid 2 \quad -5 \quad 5 \quad -2$ $\quad\quad 2 \quad -3 \quad 2$ $2 \quad -3 \quad 2 \quad 0$

إذن، $(2x^3 - 5x^2 + 5x - 2) \div (x - 1) = 2x^2 - 3x + 2$.

تنبيه!

القسمة التركيبية

تذكّر أن الحدود تجمع ولا تطرح عند إجراء القسمة التركيبية.

إرشادات للدراسة

إذا لم يوجد أحد الحدود في كثيرة حدود المقسوم فأضفه وليكن معامله صفرًا. فمثلًا إذا كان المقسوم $2x^3 - 4x^2 + 6$ فاكتبه في صورة $2x^3 - 4x^2 + 0x + 6$

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي								
1	أي مما يأتي يكافئ العبارة $(r^2 + 5r + 7)(1 - r)^{-1}$							
A	$-r - 6 + \frac{13}{1 - r}$	B	$r - 6 + \frac{13}{1 - r}$	C	$r + 6$	D	$r + 6 - \frac{13}{1 - r}$	
2	حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى							
A	$5b + 11c - 9ad^2$	B	$x + 5$	C	$\frac{5}{x^5}$	D	$3xy + 6x^2$	
3	بسط العبارة $(x^2 - 2x - 35) \div (x + 5)$							
A	$x^2 - x - 30$	B	$x + 5$	C	$x - 7$	D	$x^3 + 3x^2 - 45x - 175$	
4	أي مما يأتي يمثل القسمة التركيبية الصحيحة لـ $(x^2 - 4x + 7) \div (x - 2)$							
A	$-2 \mid 1 \quad -4 \quad 7$ $\quad\quad -2 \quad 12$ $1 \quad -6 \quad 19$	B	$2 \mid 1 \quad -4 \quad 7$ $\quad\quad 2 \quad 4$ $1 \quad -2 \quad 11$	C	$-2 \mid 1 \quad -4 \quad 7$ $\quad\quad -2 \quad -16$ $1 \quad 8 \quad -9$	D	$2 \mid 1 \quad -4 \quad 7$ $\quad\quad 2 \quad -4$ $1 \quad -2 \quad 3$	

بسط ما يلي :

$\frac{18a^3+30a^2}{3a}$	$\frac{10c+6}{2}$	$\frac{15y^3+6y^2+3y}{3y}$	$(15q^5+5q^2)(5q^4)^{-1}$

استعمل القسمة الطويلة لإيجاد الناتج في كلا مما يأتي		
$(x^2+7x-30)\div(x-3)$	$(x^2-13x+12)\div(x-1)$	$(5x^3+7x^2-x-3)\div(x+1)$

استعمل القسمة التركيبية لتجد ناتج القسمة فيما يأتي:	
$(3x^3-8x^2+11x-14)\div(x-2)$	$(8x^4-4x^2+x+4)\div(2x+1)$

الدرس 5- 3 : دوال كثيرات الحدود

كثيرات الحدود في متغير واحد	كثيرة الحدود في متغير واحد من الدرجة n تكتب على الصورة $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$، حيث معاملات الحدود $a_0, \dots, a_{n-3}, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$ أعداد حقيقية، a_n ليس صفرًا، n عدد صحيح غير سالب.

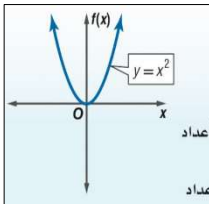
درجة كثيرة الحدود في متغير واحد هي أكبر أس للمتغير فيها. **والمعامل الرئيس** هو معامل الحد الذي له أكبر أس.

دالة كثيرة الحدود	يمكن وصف دالة كثيرة الحدود من الدرجة n بمعادلة على الصورة $P(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$، حيث المعاملات $a_0, \dots, a_{n-3}, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$ أعداد حقيقية و a_n لا يساوي صفرًا، و n عدد صحيح غير سالب.

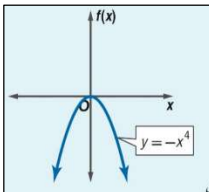
تمثيل دوال كثيرات الحدود بيانيًا

سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود	إذا كانت درجة الدالة زوجية والمعامل الرئيس موجبًا، فإن: $f(x) \to +\infty$ عندما $x \to -\infty$، $f(x) \to +\infty$ عندما $x \to +\infty$ إذا كانت درجة الدالة زوجية والمعامل الرئيس سالبًا، فإن: $f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$، $f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$ إذا كانت درجة الدالة فردية والمعامل الرئيس موجبًا، فإن: $f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$، $f(x) \to +\infty$ عندما $x \to +\infty$ إذا كانت درجة الدالة فردية والمعامل الرئيس سالبًا، فإن: $f(x) \to +\infty$ عندما $x \to -\infty$، $f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$
الأصفار الحقيقية لدوال كثيرات الحدود	أكبر عدد من الأصفار لدالة كثيرة حدود يساوي درجة تلك الدالة، ويمثل صفر الدالة الحقيقي نقطة التقاء التمثيل البياني للدالة مع المحور x. يحسب عدد الأصفار على التمثيل البياني للدالة بعدد مرات تقاطع الرسم أو تماسه مع المحور x.

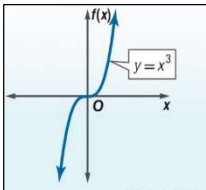
سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة حدود



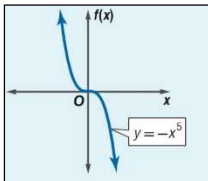
الدرجة: زوجية
المعامل الرئيس: موجب
المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية
المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو التي تساوي القيمة الصغرى.
سلوك طرفي التمثيل البياني:
$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to -\infty$
$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to +\infty$



الدرجة: زوجية
المعامل الرئيس: سالب
المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية
المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الأقل من أو التي تساوي القيمة العظمى
سلوك طرفي التمثيل البياني:
$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$
$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$



الدرجة: فردية
المعامل الرئيس: موجب
المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية
المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية
سلوك طرفي التمثيل البياني:
$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$
$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to +\infty$

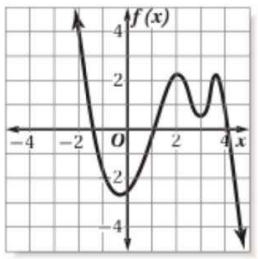


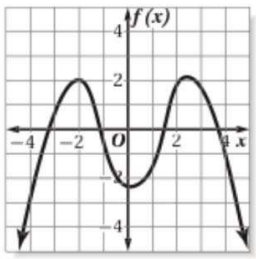
الدرجة: فردية
المعامل الرئيس: سالب
المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية
المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية
سلوك طرفي التمثيل البياني:
$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to -\infty$
$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$

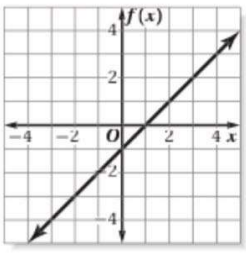
حدد الدرجة و المعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي. و اذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد فاذكر السبب :

$11x^6 - 5x^5 + 4x^2$		$-6x^6 - 4x^5 + 13xy$	
المعامل الرئيس		المعامل الرئيس	
الدرجة		الدرجة	
السبب		السبب	
إذا كانت $p(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ أوجد $p(3)$		اذا كانت $p(x) = 3x + x^2$ أوجد $p(-1)$	

صف سلوك طرفي التمثيل البياني . و حدد اذا كانت الدالة فردية أم زوجية و أذكر عدد الأصفار الحقيقية

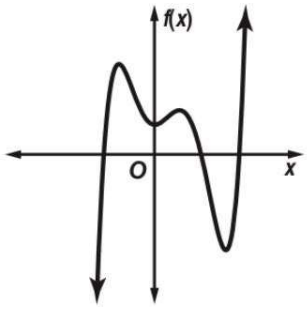


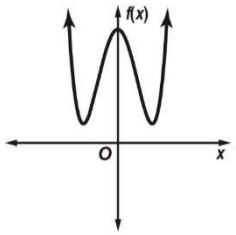




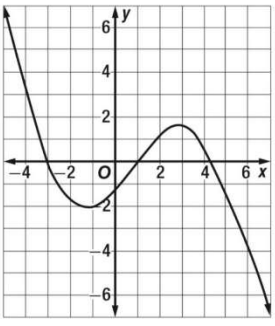
اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

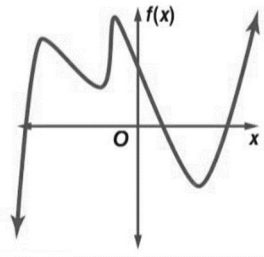
1	أوجد ناتج $p(-4)$, إذا كان : $p(x) = 3x^2 - 4x + 7$						
A	7	B	71	C	57	D	39
2	من التمثيل البياني التالي ما عدد الأصفار الحقيقية للدالة						
A	2	B	1				
C	4	D	3				
3	من التمثيل البياني التالي (صف سلوك طرفي التمثيل البياني) عندما $x \to +\infty$ فإن ... $\to f(x)$						
A	$-\infty$	B	0				
C	$+\infty$	D	x				
4	أوجد قيمة $p(-3)$, إذا كان $p(x) = 4 - x$						
A	12	B	4	C	1	D	7
5	من التمثيل البياني التالي ما عدد الأصفار الحقيقية للدالة						
A	0	B	1				
C	2	D	3				
6	حدد المعامل الرئيس لكثيرة الحدود $8x^5 - 12x^6 + 14x^3 - 9$						
A	8	B	-12	C	14	D	-9
7	درجة كثيرة الحدود $8x^5 - 5x^4 + 2x^9 - 3x^2$						
A	الخامسة	B	الرابعة	C	التاسعة	D	الثانية

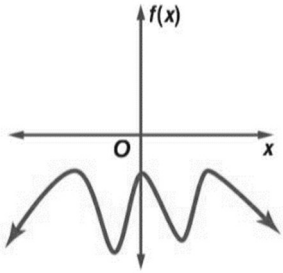




تمثيل بياني: رسمت فاطمة التمثيلات البيانية التالية للدالة $f(x)$.







اعتمد على الرسم، وصف سلوك طرفي التمثيل البياني، وحدّد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية، ثم اكتب عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

الدرس 6- 3 : حل معادلات كثيرات الحدود

تحليل كثيرات الحدود

طرق تحليل كثيرات الحدود	لأي عدد من الحدود: ابحث عن العامل المشترك الأكبر.
	لأي حدين: ابحث عن: الفرق بين مربعين $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ مجموع مكعبين $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ الفرق بين مكعبين $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
	لثلاثة حدود: ابحث عن: كثيرة حدود ثلاثية تشكل مربعًا كاملًا. $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ صورة عامة لكثيرة حدود ثلاثية. $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
	لأربعة حدود أو أكثر ابحث عن تجميع مناسب للحدود $ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$ $= (a + b)(x + y)$

الصورة التربيعية لكثيرة الحدود هي: au^2+bu+c ، $a\neq0$ ، a,b,c أعداد حقيقية، ويمكن أن نكتب بعض كثيرات الحدود في المتغير x على هذه الصورة، وذلك بعد تعريف u بدلالة x.

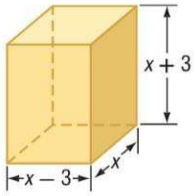
$12x^6 + 8x^3 + 1 = 3(2x^3)^2 + 4(2x^3) + 1$

تُسمى كثيرة الحدود التي لا يمكن تحليلها إلى كثيرتي حدود درجة كل منهما أقل من درجة كثيرة الحدود المُعطاة **كثيرة حدود أولية**.

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلا تاما . و إذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثيرة حدود أولية			
$3ax + 2ay - az + 3bx$	$14x^2y^2 + 42xy^3$	$2x^2 + 18x + 16$	$x^2 + x + 1$
$8c^3 - 27d^3$	$7x^2 - 14x$	$n^3 - 125$	$x^5 - 16x$
اكتب كلا من العبارات التالية على الصورة التربيعية اذا امكن ذلك			
$4x^6 - 2x^3 + 8$	$x^4 + 12x^2 - 8$	$-5x^8 + x^2 + 6$	$y^8 + 12y^3 + 8$
حل المعادلات التالية			
$x^3 + 216 = 0$	$x^4 + 6x^2 + 5 = 0$	$x^4 = 49$	$x^4 - 29x^2 + 100 = 0$

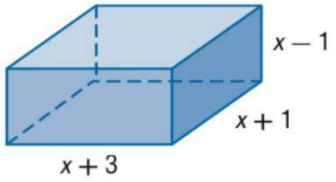
MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

هندسة : إذا كان حجم المجسم المجاور يساوي 440cm^3، فأوجد كلًّا من قيمة x، وطول المجسم، وعرضه، وارتفاعه.



اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :							
1	حلل كثيرة الحدود التالية الى عوامل تحليلا تاما $m^2+9m+14$ الى عوامل تحليلا تاما						
A	$m(m+23)$	B	$(m+7)(m+2)$	C	$(m+14)(m+1)$	D	$m(m+9)+14$
2	اكتب العبارة x^4+5x^2-8 في الصورة التربيعية اذا امكن ذلك						
A	$(x^2)^2+5(x^2)-8$	B	$(x^2)^2-5(x^2)-8$	C	$(x^4)^2+5(x^4)-8$	D	غير ممكن
3	حلل العبار y^3-64 الى عوامل تحليلا تاما						
A	$(y-4)^3$	B	$(y-4)(y+4)^2$	C	$(y-4)(y^2+4y+16)$	D	$(y-4)(y^2-4y+16)$
4	اكتب العبارة $10x^8-6x^4-20$ في الصورة التربيعية اذا امكن ذلك						
A	$10(x^4)^2-6(x^2)^2-20$	B	$10(x^2)^4-6(x^2)^2-20$	C	$10(x^4)^2-6(x^4)-20$	D	غير ممكن
5	حل المعادلة $x^3-3x=0$						
A	$0,\pm3$	B	$0,\pm\sqrt{3}$	C	$0,\pm3i$	D	لا يمكن حل المعادلة
6	حل المعادلة $b^3-8b^2+16=0$						
A	$0,\pm4$	B	$0,\pm\sqrt{2}$	C	$0,4$	D	$0,\pm3$
7	حل المعادلة $x^4-13x^2+36=0$						
A	$-3,-2,2,3$	B	$-9,-4,4,9$	C	$2,3,2i,3i$	D	$-2,-3,2i,3i$

هندسة : إذا كان حجم المنشور في الشكل الآتي يساوي 315 in^3. فأوجد كلًّا من قيمة x وطول المنشور وعرضه وارتفاعه.



الدرس 7- 3 : نظريتا الباقي و العوامل

مفهوم أساسي — نظرية الباقي

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي إذا قسمت كثيرة حدود $P(x)$ على $x-r$ ، فإن الباقي ثابت ويساوي $P(r)$ ، وكذلك :

المقسوم		ناتج القسمة		المقسوم عليه		الباقي
$P(x)$	$=$	$Q(x)$	$\bullet$	$(x-r)$	$+$	$P(r)$

حيث $Q(x)$ دالة كثيرة حدود تقل درجتها بواحد عن درجة $P(x)$.

مثال $x^2+6x+2 = (x-4) \bullet (x+10) + 42$

تُسمى عملية تطبيق نظرية الباقي باستعمال القسمة التركيبية **التعويض التركيبي**. وهي طريقة سهلة لإيجاد قيمة دالة عند عدد، خاصة عندما تكون درجة كثيرة الحدود أكبر من الدرجة الثانية.

مفهوم أساسي — نظرية العوامل

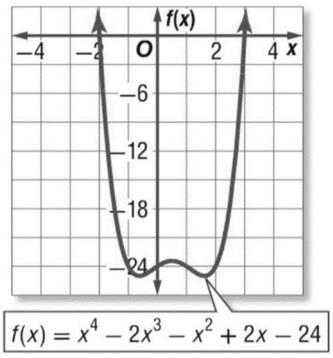
أضف إلى مطويتك

تكون ثنائية الحد $x-r$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$ إذا وفقط إذا كان $P(r)=0$.

أوجد المطلوب بإستخدام التعويض التركيبي		
$f(x)=-3x^2+5x-1$ أوجد $f(-5)$	$f(x)=x^2+6x+5$ أوجد $f(2)$	$f(x)=x^3+2x^2+5$ أوجد $f(-3)$
في كلا مما يلي كثيرة حدود و أحد عواملها أوجد عواملها الأخرى		
$x^3-6x^2+11x-6$ $x-1$	x^3+x^2-5x+3 $x-1$	$x^3-6x+32$ $x-4$

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي							
1	أوجد $f(3)$ للدالة $f(x)=x^2-9x+5$ مستعملا التعويض التركيبي						
A	-23	B	-16	C	-13	D	41
2	اذا كان $x+2$ أحد عوامل $x^3+4x^2-11x-30$ فأوجد عواملها الاخرى						
A	$x-5\,,x+3$	B	$x-3\,,x+5$	C	$x-6\,,x+5$	D	$x-5\,,x+6$

استعمل التمثيل البياني لإيجاد جميع عوامل كل دالة كثيرة حدود فيما يأتي



الدرس 8- 3 : الجذور و الأصفار

العبارات التالية متكافئة لأية دالة كثيرة حدود $f(x)$.

- c صفرًا لدالة كثيرة الحدود $f(x)$.
- c جذرًا أو حلًا لمعادلة كثيرة الحدود $f(x) = 0$.
- $(x - c)$ عامل من عوامل كثيرة الحدود $f(x)$.
- إذا كانت c عددًا حقيقيًا، فإن $(c\ ,0)$ نقطة تقاطع منحنى $f(x)$مع محور x.

النظرية الأساسية في الجبر	كل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من الصفر لها جذر واحد على الأقل في مجموعة الأعداد المركبة.
نتيجة للنظرية الأساسية في الجبر	يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة n على الصورة $P(x) = 0$ العدد n من الجذور المركبة بما في ذلك الجذور المكررة.
قانون ديكارت للإشارات	إذا كانت $P(x)$ كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية. وحدودها مرتبة ترتيبًا تنازليًا وفق درجاتها فإن: • عدد الأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $y = P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات الحدود أو أقل منه بعدد زوجي. • عدد الأصفار الحقيقية السالبة للدالة $y = P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود $P(-x)$ أو اقل منه بعدد زوجي.

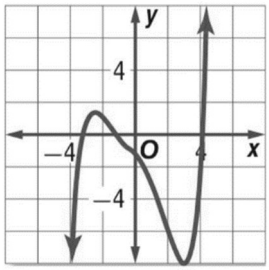
حل كل معادلة مما يأتي , و اذكر عدد جذورها و أنواعها		
$8x^3 - 27 = 0$	$16x^4 - 625 = 0$	$6x^3 + 3x = 0$
اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة و الحقيقية السالبة و التخيلية لكل دالة فيما يلي		
$f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$	$f(x) = x^4 - 2x^2 - 5x + 19$	$f(x) = -x^5 + 14x^3 + 18x - 36$
اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن و معاملات حدودها اعداد صحيحة, إذا كانت الأعداد المعطاة هي كل مما يأتي من أصفارها :		
$4\ , -1\ , 6$	$-2\ , 5\ , -3i$	$-2\ , -3\ , 4 - 3i$

جداول: صممت انتصار جدول قيم لدالة كثيرة حدود كما هو موضح.

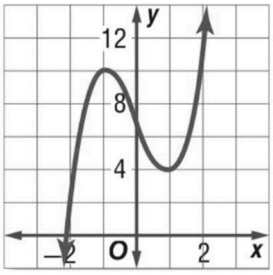
x	$p(x)$
-4	-3
-3	-1
-2	0
-1	2
0	0
1	4
2	0
3	2
4	5

اكتب 3 جذور للدالة $p(x)$.

حدد عدد الأصفار الحقيقية و الموجبة و الحقيقية السالبة . و التخيلية لكل من الدالتين الممثلتين بيانيا فيما يأتي



الدرجة : 5



الدرجة : 3

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :							
1	حدد أي المعادلات الاتية تختلف عن الأخريات فيما يلي						
A	$r^3-8=0$	B	$r^2-1=0$	C	$r^3+1=0$	D	$r^4+1=0$
2	اذكر عدد الأصفار التخيلية الممكنة للدالة: $f(x)=7x^3-x^2+10x-4$						
A	جذر واحد بالضبط	B	ثلاثة جذور بالضبط	C	1 او 3	D	2 أو 0
3	عدد جذور المعادلة التالية و أنواعها $2x^3-50x=0$						
A	جذران حقيقيان و جذر تخيلي واحد	B	جذران تخيليان و جذر حقيقي واحد	C	ثلاثة جذور تخيلية	D	ثلاثة جذور حقيقية
4	حل المعادلة $2x^3-50x=0$						
A	$0\ ,\pm5$	B	$0\ ,\pm5i$	C	$i\ ,\pm5$	D	$i\ ,\pm5i$

الأشكال الرباعية: رسمت عبير الرؤوس الأربعة لشكل رباعي في المستوى المركب، وافترضت هذه النقط جذورًا لكثيرة الحدود $p(x)$ حيث.
$p(x)=x^4-9x^3+27x^2+23x-150$.

a) للدالة $p(x)$ جذر حقيقي وحيد موجب وهو عدد صحيح. أوجده.

b) أوجد الجذر/ الجذور الحقيقية السالبة للدالة $p(x)$.

c) أوجد الجذور التخيلية للدالة $p(x)$.