# العلاقات و الدوال الأسية و اللوغاريتمية

## رياضيات ( 3 – 1 ) للصف الثالث ثانوي الفصل الدراسي الأول

إعداد و تنسيق و كتابة

أ.مريم سليمان المسعودي

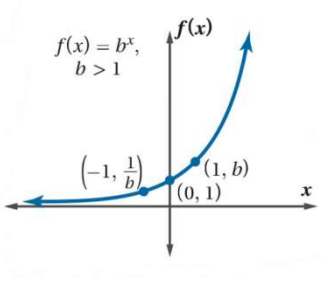
# العلاقات و الدوال الأسية و اللوغاريتمية

## 1 – 2 الدوال الأسية

**الدالة الأسية :** تكتب على الصورة $y = ab^x$ حيث $b \neq 1 , b > 0 , a \neq 0$ ( الأساس ثابت , الأس هو المتغير المستقل )

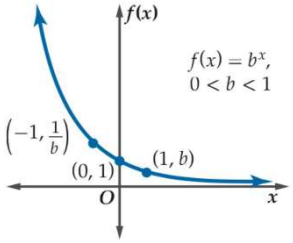
اذا كانت $a < 0$ ( قيمة سالبة ) فإن منحنى الدالة ينعكس حول المحور $x$.

**النمو الأسّي** تكتب دالة النمو الأسّي على الصورة $y = b^x$ ، حيث $b > 1$. ويمكن إجراء تحويلات هندسية على التمثيل البياني للدوال الأسية من خلال تغيير قيم الثوابت $a, h, k$، في المعادلة الأسية : $f(x) = ab^{x-h} + k$.

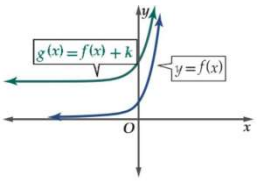
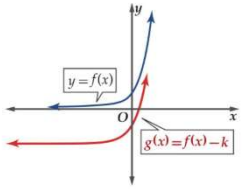
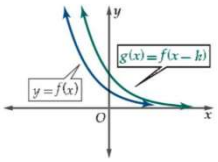
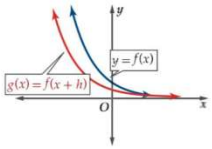


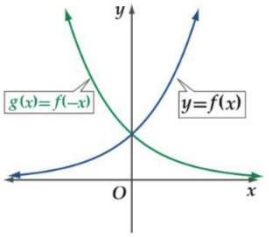
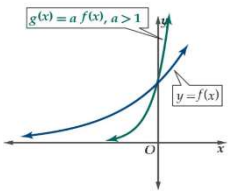
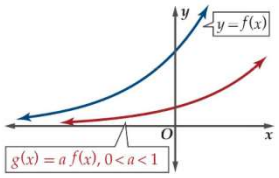

| | |
|---|---|
| الدالة الرئيسة (الأم) لدوال النمو الأسي هي: $f(x) = b^x, b > 1$ | (1) الدالة متصلة، ومتباينة ومتزايدة .<br>(2) المجال: جميع الأعداد الحقيقية .<br>(3) يشكل المحور $x$ خطًّا تقاربيًّا لمنحنى الدالة .<br>(4) المدى: جميع الأعداد الحقيقية الموجبة .<br>(5) تقع النقطة $(0,1)$ على منحنى الدالة. |

**الاضمحلال الأسّي** يلخص الجدول الآتي خصائص دوال الاضمحلال الأسي.




| | |
|---|---|
| الدالة الرئيسة (الأم) لدوال الاضمحلال $f(x) = b^x, 0 < b < 1$ | (1) الدالة متصلة، ومتباينة، ومتناقصة.<br>(2) المجال: جميع الأعداد الحقيقية.<br>(3) يشكل المحور $x$ خطًّا تقاربيًّا لمنحنى الدالة.<br>(4) المدى: جميع الأعداد الحقيقية الموجبة.<br>(5) تقع النقطة $(0 ,1)$ على منحنى الدالة. |

| الانسحاب الرأسي | | الانسحاب الأفقي | |
|---|---|---|---|
| $g(x) = f(x) + k$<br>$k > 0$, انسحاب $k$وحدة للأعلى . | $g(x) = f(x) - k$<br>$k < 0$ انسحاب $\|k\|$وحدة للأسفل . | $g(x) = f(x - h)$<br>$h > 0$, انسحاب $h$وحدة لليمين . | $g(x) = f(x - h)$<br>$h < 0$, انسحاب $\|h\|$وحدة لليسار . |
|  |  |  |  |

| الانعكاس حول المحور $y$ | التمدد الرأسي | |
|---|---|---|
| $g(x) = f(-x)$<br>انعكاس للدالة حول محور y | $g(x) = af(x)$<br>$a$ عدد حقيقي موجب<br>$a > 1$ توسع رأسي للمنحنى | $g(x) = af(x)$<br>$a$ عدد حقيقي موجب<br>$0 < a < 1$ تضييق رأسي |
|  |  |  |

**حدد المجال و المدى في الدوال الأسية التالية :**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $f(x) = 2(3)^x$ | $f(x) = 4^{x+1} - 5$ | $f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} + 5$ | $f(x) = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{4}\right)^{x+6} + 7$ |
| المجال :<br>المدى : | المجال :<br>المدى : | المجال :<br>المدى : | المجال :<br>المدى : |



MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

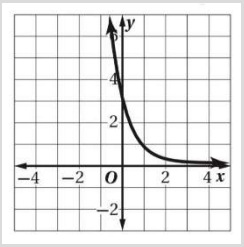
| ضع علامة √ أمام العبارة الصحيحة فيما يلي و × أمام العبارة الخاطئة . | | √ أو × |
|---|---|---|
| 1 | يكون التمثيل البياني لمنحنى الدالة الأسية متصلا . | |
| 2 | إذا كانت $a$ عددا سالبا في الدالة الأسية $y = ab^x$ فإن الدالة تمثل اضمحلالا أسيا. | |

**اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :**

**1 ) مقطع الدالة $f(x) = 3\left(\frac{1}{2}\right)^x$**

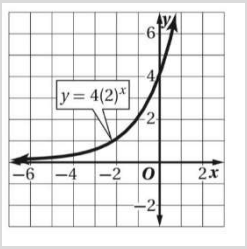
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 | B | 0 | C | 3 | D | -1 |

**2 ) مجال و مدى الدالة المجاورة**




| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | المجال =$x > 0$<br>المدى =$R$ | B | المجال =$R$<br>المدى =$y < 0$ | C | المجال =$R$<br>المدى =$y > 0$ | D | المجال =$x > 0$<br>المدى =$y > 0$ |

**2 ) مجال و مدى الدالة المجاورة**




| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | المجال =$x > 0$<br>المدى =$y > 0$ | B | المجال =$R$<br>المدى =$y > 0$ | C | المجال =$x > 0$<br>المدى =$R$ | D | المجال =$R$<br>المدى =$y < 0$ |

**3 ) أي الدوال الأسية الاتية تمثل نموا اسيا**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | $y = 9\left(\frac{1}{3}\right)^x$ | B | $y = 4x^4$ | C | $y = 12\left(\frac{1}{5}\right)^x$ | D | $y = 10(3)^x$ |

**4 ) أي من الدوال الأسية الاتية يمر تمثيلها البياني بالنقطتين $(1, 24)$ , $(0, 4)$**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | $y = 4(6)^x$ | B | $y = 3(8)^x$ | C | $y = 2(2)^x$ | D | $y = 10(3)^x$ |

**5 ) مجال الدالة $y = 3\left(\frac{1}{5}\right)^x$ و مداها**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | المجال =$R$<br>المدى =$y < 0$ | B | المجال =$R$<br>المدى =$y > 0$ | C | المجال =$x > 0$<br>المدى =$y > 0$ | D | المجال =$x > 0$<br>المدى =$R$ |

**6 ) أي الدوال الأسية الاتية تمثل اضمحلالا اسيا**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | $y = \frac{1}{100}(6)^x$ | B | $y = (4x)^{\frac{1}{2}}$ | C | $y = 2\left(\frac{4}{3}\right)^x$ | D | $y = 12\left(\frac{1}{8}\right)^x$ |

**7 ) أي من الدوال الأسية الاتية يمر تمثيلها البياني بالنقطتين $(3, 1000)$ , $(0, 125)$**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | $y = 125(3)^x$ | B | $y = 1000(3)^x$ | C | $y = 125(1000)^x$ | D | $y = 125(2)^x$ |

**8 ) الدالة التي على الصورة $f(x) = b^x$ حيث $b > 1$ تسمى دالة**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | الاضمحلال الأسي | B | النمو الأسي | C | عامل الاضمحلال | D | دالة الأساس |

**9 ) مجال الدالة $y = 3(4)^x - 6$ و مداها**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | المجال =$R$<br>المدى =$y < -6$ | B | المجال =$R$<br>المدى =$y > -6$ | C | المجال =$x > 0$<br>المدى =$y > -6$ | D | المجال =$x > -6$<br>المدى =$R$ |



MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

## 2- 2 حل المعادلات و المتباينات الأسية

**حَلُّ معادلات أسيّة** تنطبق جميع خصائص الأسس النسبية على الأسس الحقيقية، تذكر أن
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, (a^m)^n = a^{mn}, a^m \div a^n = a^{m-n}$.

| | |
|---|---|
| خاصية المساواة على الدوال الأسيّة | إذا كان $b$ عددًا موجبًا غير الواحد الصحيح، فإن $b^x = b^y$ إذا وفقط إذا كانت $x = y$. |

**حلّ متباينات أسيّة** المتباينة الأسيّة هي المتباينة التي تتضمن دوالّ أسيّة.

| | | |
|---|---|---|
| خاصية التباين للدوال الأسيّة | إذا كان $b > 1$ فإن $b^x > b^y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$ | إذا كان $0 < b < 1$ فإن $b^x > b^y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$ |

**تنبيه!**
**نسب مئوية :**
تذكر تحويل جميع النسب المئوية إلى كسور عشرية، مثل: $4.2\% = 0.042$

**الربح المركب :** الربح الذي يحسب المبلغ المستثمر ( رأس المال ) مضافا اليه أي أرباح سابقة , وليس فقط عن رأس المال كما هو في الربح البسيط.

**صيغة الربح المركب :** $A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ **حيث** $A$ **المبلغ الكلي بعد** $t$ **سنة ,** $P$ **المبلغ الأصلي ( رأس المال )**

$r$ **معدل الربح السنوي المتوقع ,** $n$ **عدد مرات إضافة الأرباح الى رأس المال في السنة.**

**مال:** ورث خالد مبلغ 100000 ريال عن والده عام 1430 هـ، واستثمره في مشروع تجاري، وقدّر خالد أن المبلغ المستثمَر سيصبح 169588 ريالًا بحلول عام 1442 هـ.

**a)** اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل المبلغ $y$ بدلالة عدد السنوات $x$ منذ عام 1430 هـ.

**b)** افترض أن المبلغ استمر في الزيادة بالمعدل نفسه، فكم سيصبح عام 1450 هـ إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

استثمر ماجد مبلغ 50000 ريال متوقعًا ربحًا سنويًّا نسبته 2.25%، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال مرتين شهريًّا. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 6 سنوات إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

**حل كل معادلة مما يلي :**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $8^{4x+2} = 64$ | $81^{x+2} = 3^{3x+1}$ | $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-5} = 25^{3x+2}$ | $\left(\frac{25}{81}\right)^{2x+1} = \left(\frac{729}{125}\right)^{-3x+1}$ |
| | | | |

**حل كل متباينة مما يلي :**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $10^{5x+2} > 1000$ | $\left(\frac{1}{9}\right)^{3x+5} \geq \left(\frac{1}{243}\right)^{x-6}$ | $\left(\frac{1}{64}\right)^{x-2} < 32^{2x}$ | $4^{2x+6} \leq 64^{2x-4}$ |
| | | | |

| اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي : | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 ) ما قيمة $x$ التي تحقق المعادلة $7^{x-1}+7=8$ | | | | | | | |
| A | -1 | B | 0 | C | 1 | D | 2 |
| 2 ) حل المعادلة التالية $3^{2x-1}=3^{x+2}$ , $x=\cdots$ | | | | | | | |
| A | 1 | B | 2 | C | 3 | D | 2 |
| 3 ) حل المعادلة التالية $6^{2x-1}=36^{-x}$ , $x=\cdots$ | | | | | | | |
| A | 0 | B | $\frac{1}{4}$ | C | $\frac{1}{2}$ | D | $\frac{3}{4}$ |
| 4 ) حل المعادلة التالية $4^{2x}=8^{x+4}$ , $x=\cdots$ | | | | | | | |
| A | 2 | B | 6 | C | 12 | D | 24 |
| 5 ) ما حل المتباينة $3^{2x+6}\geq 27^{2x-4}$ | | | | | | | |
| A | $\{x \setminus x\geq 2.5\}$ | B | $\{x \setminus x\leq 3.5\}$ | C | $\{x \setminus x\leq 4.5\}$ | D | $\{x \setminus x\geq 4.5\}$ |
| 6 ) حل المعادلة التالية $5^{2x+3}=\left(\frac{1}{125}\right)$ , $x=\cdots$ | | | | | | | |
| A | 1 | B | -9 | C | 3 | D | -3 |
| 7 ) حل المعادلة التالية $8^{x+2}=32^{2x+4}$ , $x=\cdots$ | | | | | | | |
| A | -2 | B | -1 | C | 0 | D | 1 |
| 8 ) ما حل المتباينة $2^{3x-4}>4$ | | | | | | | |
| A | $\{x \setminus x<0\}$ | B | $\{x \setminus x>0\}$ | C | $\{x \setminus x>2\}$ | D | $\left\{x \setminus x>\frac{5}{4}\right\}$ |
| 9 ) حل المعادلة التالية $216^{x+5}=\left(\frac{1}{36}\right)^{x+2}$ , $x=\cdots$ | | | | | | | |
| A | 10 | B | 3 | C | -3 | D | -10 |
| 10 ) ما حل المتباينة $81^{y}<27^{y+3}$ | | | | | | | |
| A | $\{y \setminus y<-9\}$ | B | $\{y \setminus y>9\}$ | C | $\{y \setminus y>-9\}$ | D | $\{y \setminus y<9\}$ |
| 11 ) استثمر سعد 1000 ريال في مشروع تجاري , متوقعا ربحا سنويا نسبته 3% بحيث تضاف الأرباح الى رأس المال كل شهر , كم المبلغ الكلي المتوقع بعد 10 سنوات , مقربا الناتج الى اقرب منزلتين عشريتين؟ | | | | | | | |
| A | 13785.85 ريالا | B | 1343.91 ريالا | C | 1349.35 ريالا | D | 1300 ريال |
| 12 ) حل المعادلة التالية $8^{x+1}=16^{2x+3}$ , $x=\cdots$ | | | | | | | |
| A | $\frac{9}{5}$ | B | $-\frac{9}{5}$ | C | $\frac{5}{9}$ | D | $-\frac{5}{9}$ |

| اكتب دالة أسية على الصورة $y=ab^x$ للتمثيل البياني المار بكل نت زوج النقاط التالي : | |
|---|---|
| $(3,100)$ , $(0,6.4)$ | $(4,81)$ , $(0,256)$ |
| طريقة الحل :<br>أولا : بالتعويض عن النقطة $(0,6.4)$ لإيجاد $a$<br>$6.4=a(b)^0$ ⟵ $a=6.4$<br><br>اذا تصبح المعادلة $y=6.4b^x$<br><br>ثانيا : بالتعويض بالنقطة $(3,100)$ لإيجاد $b$<br><br>$100=6.4b^3$ ⟵ $b^3=\frac{100}{6.4}$<br>$b^3=15.625$ ⟵ $b=\sqrt[3]{15.625}$<br>اذا $b=2.5$<br>نكتب الدالة على الصورة $y=6.4(2.5)^x$ | |



MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

## 3– 2 اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية

**العبارات والدوال اللوغاريتميّة**

| | |
|---|---|
| تعريف اللوغاريتم للأساس $b$ | افترض أن $b$ و $x$ عددان موجبان، وأن $b \neq 1$، يُرمز للوغاريتم $x$ للأساس $b$ بالرمز $\log_b x$، ويعرّف بالأس $y$ الذي يجعل المعادلة $b^y = x$ صحيحة. |

والدالة العكسية للدالة الأسيّة $y = b^x$ هي $x = b^y$، ويسمى المتغير $y$ في المعادلة $x = b^y$ لوغاريتم $x$، ويكتب على الصورة $y = \log_b x$.

$$b^y = x \quad \text{إذا وفقط إذا} \quad \log_b x = y$$

**تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانيًّا** تسمى الدالة $y = \log_b x$، حيث $b \neq 1$ دالة لوغاريتمية. ويمثّل منحنى الدالة $f(x) = \log_b x$ منحنى الدالة الرئيسة (الأم) للدوال اللوغاريتميّة. وخصائص الدالة الرئيسة (الأم) هي:

| | |
|---|---|
| الدالة الرئيسة (الأم) للدوال اللوغاريتمية، $f(x) = \log_b x$ | (1) الدالة متصلة، ومتباينة.<br>(2) مجال الدالة جميع الأعداد الحقيقية الموجبة.<br>(3) يشكل المحور $y$ خط تقارب لمنحنى الدالة.<br>(4) المدى: مجموعة جميع الأعداد الحقيقية.<br>(5) تقع النقطة $(1, 0)$ على منحنى الدالة. |

يمكن إجراء تحويلات هندسية على منحنيات الدوال اللوغاريتمية بتغيير قيم $a, h, k$ في الدالة $f(x) = a \log_b (x - h) + k$.

### توضيح اللوغاريتم

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

*كم مرة ضربنا 2 للحصول على 8 ؟

3 مرات . اذا لوغاريتم العدد 8 للأساس 2 هو العدد 3.

$$2^3 = 8 \quad \log_2 8 = 3$$

### أخصائص الأساسيت للوغاريتمات

$$\log_b 1 = 0$$

$$\log_b b = 1$$

$$\log_b b^x = x$$

$$b^{\log_b x} = x, x > 0$$

$\log_b 0$ غير معرف

*أكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يلي على الصورة الاسية و العكس .

1) $\log_8 512 = 3$ .....

2) $\log_3 \frac{1}{27} = -3$ .....

3) $11^3 = 1331$ .....

4) $16^{\frac{3}{4}} = 8$ .....

*بدون استخدام الالة الحاسبة , أوجد قيمة ما يلي :

1) $\log_4 1 = \cdots$

2) $\log_{10} 10 = \cdots$

3) $\log_{27} 3 = \cdots$

4) $\log_{10} 100 = \cdots$

5) $\log_{10} 0.01 = \cdots$

6) $\log_{121} 11 = \cdots$

*اذكر التحويلات الهندسية التي تم اجراءها على منحنى الدالة الرئيسية $f(x) = \log_{10} x$ لينتج عنها الدوال التالية :

$g(x) = -3 \log_{10}(x - 2) + 1$

.....

.....

.....

$g(x) = 2 \log_{10}(x + 3) - 2$

.....

.....

.....



MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

**اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :**

**1 ) حدد العبارة المختلفة فيما يلي :**

A) $\log_3 9$ B) $\log_2 4$
C) $\log_2 16$ D) $\log_4 16$

**2 ) ماقيمة $x$ في المعادلة $\log_8 16 = x$**

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$
C) $\frac{4}{3}$ D) 2

**3 ) ما قيمة $\log_2 \frac{1}{32}$**

A) 5 B) $\frac{1}{5}$
C) $-\frac{1}{5}$ D) 5

**4) ما مقطع $y$ للدالة الاسية $y = 4^x - 1$**

A) 0 B) 1
C) 2 D) 3

**5 ) ماقيمة $x$ في المعادلة $\log_3 \frac{1}{27} = x$**

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-3$
C) $\frac{1}{3}$ D) 3

**6 ) ما الصورة اللوغاريتمية للمعادلة $4^3 = 64$**

A) $\log_3 4 = 64$ B) $\log_4 64 = 3$
C) $\log_{64} 3 = 4$ D) $\log_4 3 = 64$

**7 ) ماقيمة $\log_2 8$**

A) 3 B) 4
C) 16 D) 64

**8 ) مالصورة الأسية للمعادلة $\log_{12} 144 = 2$**

A) $144^2 = 12$ B) $12^2 = 144$
C) $2^{12} = 144$ D) $144^{12} = 2$

**9 ) ما قيمة $n$ في $\log_3 n = 2$**

A) 6 B) 5
C) 8 D) 9

**10 ) حل المعادلة $\log_{36} n = \frac{3}{2}$**

A) 216 B) 612
C) 36 D) 3

**11 ) مالصورة الأسية للمعادلة $\log_3 9 = 2$**

A) $9^2 = 3$ B) $3^2 = 9$
C) $9^3 = 2$ D) $3^9 = 2$

**12 ) ما الصورة اللوغاريتمية للمعادلة $5^4 = 625$**

A) $\log_4 625 = 5$ B) $\log_4 5 = 625$
C) $\log_5 625 = 4$ D) $\log_5 4 = 625$

**13 ) ماقيمة $x$ في المعادلة $\log_3 1 = x$**

A) 1 B) 9
C) 0 D) 3

**14 ) ماقيمة $x$ في المعادلة $\log_4 4 = x$**

A) 1 B) 16
C) 0 D) 1

**15 ) ماقيمة $x$ في المعادلة $\log_4 4^3 = x$**

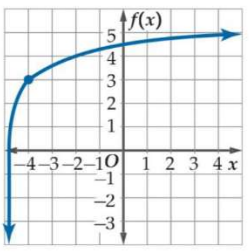
A) 1 B) 3
C) 0 D) 4

**16 ) ماقيمة $x$ في المعادلة $3^{\log_3 1} = x$**

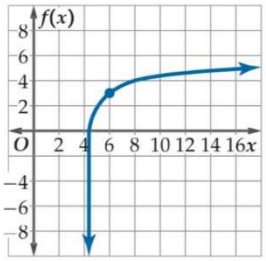
A) 1 B) 3
C) 0 D) 9

**13 ) أي التمثيلات البيانية الآتية هو تمثيل بياني للدالة $f(x) = \log_3(x+5) + 3$**

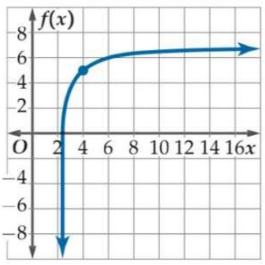
A



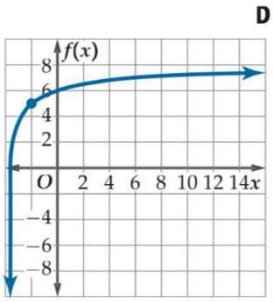

B




C




D






MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

## 4 – 2 خصائص اللوغاريتمات

| خصائص في الدوال اللوغاريتمية | | | |
|---|---|---|---|
| المساواة | اذا كان $b$ عددا موجبا لا يساوي $1$ فإن $\log_b x = \log_b y$ فقط اذا كان $x = y$ | الضرب | لكل الاعداد الوجبة $a, b, x$ و $x \neq 1$ $\log_x ab = \log_x a + \log_x b$ |
| القسمة | لكل الاعداد الوجبة $a, b, x$ و $x \neq 1$ $\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$ | القوة | لكل عدد حقيقي $p$ و $m, b$ عددان موجبان و $b \neq 1$ $\log_b m^p = p \log_b m$ |

**الصورتان المختصرة و المطولة للعبارات اللوغاريتمية :**

**يمكن استعمال خصائص اللوغاريتمات لإعادة كتابة العبارات اللوغاريتمية من الصورة المختصرة الى الصورة المطولة و بالعكس.**

**اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :**

**1 ) حدد العبارة المختلفة من العبارات التالية**

A ) $\log_b 24 = \log_b 20 + \log_b 4$
B ) $\log_b 24 = \log_b 4 + \log_b 6$
C ) $\log_b 24 = \log_b 2 + \log_b 12$
D ) $\log_b 24 = \log_b 8 + \log_b 3$

**2 ) ما قيمة $\log_4 \frac{1}{64}$**

A ) $-3$ B ) $-\frac{1}{3}$ C ) $\frac{1}{3}$ D ) $3$

**3 ) ما قيمة $2\log_5 12 - \log_5 8 - 2\log_5 3$**

A ) $\log_5 2$ B ) $\log_5 3$ C ) $\log_5 0.5$ D ) $1$

**4)إذا كان $\log_5 2 \approx 0.4307$ فما القيمة التقريبية لـ $\log_5 4$**

A ) $0.8614$ B ) $0.8980$ C ) $1.3652$ D ) $0.1855$

**5 ) قيمة $x$ في المعادلة $\log_6 10 + \log_6 x = \log_6 40$**

A ) $180$ B ) $4$ C ) $5$ D ) $30$

**6) اذا كان $\log_5 2 \approx 0.4307$ , $\log_5 3 \approx 0.6826$ فما القيمة التقريبية لـ $\log_5 54$**

A ) $0.1370$ B ) $2.4785$ C ) $0.8820$ D ) $0.7488$

**7 ) إذا كان $\log_9 3 \approx 0.5$ فما القيمة التقريبية لـ $\log_9 \frac{1}{3}$**

A ) $-2$ B ) $-\frac{1}{2}$ C ) $\frac{1}{2}$ D ) $2$

**8 ) ما قيمة $\log_6 \sqrt[3]{36}$**

A ) $-\frac{2}{3}$ B ) $-\frac{3}{2}$ C ) $\frac{2}{3}$ D ) $\frac{3}{2}$

**9 ) ما قيمة $50 \log_5 \sqrt{125}$**

A ) $50$ B ) $75$ C ) $25$ D ) $125$

**10 )ما قيمة $\log_{100} 10000$**

A ) $5$ B ) $2$ C ) $4$ D ) $3$

**اكتب كل عبارة لوغاريتمية مما يلي بالصورة المطولة**

1 ) $\log_8[(4x+2)^3 (x-4)]$

2 ) $\log_5 a^6 b^{-3} c^4$

**اكتب كل عبارة لوغاريتمية مما يلي بالصورة المختصرة**

1 ) $3\log_2(5x+6) - \frac{1}{2}\log_2(x-4)$

2 ) $2\log_6(5a) + \log_6 b + 7\log_6 c$



MARIAM ALMASAUDI
مريم المسعودي

## 5 – 2 حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية

**حل معادلات لوغاريتمية**

| | |
|---|---|
| خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية | إذا كانت $b$ عددًا موجبًا غير الواحد فإن $\log_b x = \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$. |

**حل متباينات لوغاريتمية:**

| | |
|---|---|
| خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية | إذا كان $b > 1 , x > 0$ وكان $\log_b x > y$ ، فإن $x > b^y$.<br>إذا كان $b > 1 , x > 0$ وكان $\log_b x < y$ ، فإن $0 < x < b^y$.<br>إذا كان $b > 1$ فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$<br>و $\log_b x < \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$. |

**إرشادات للدراسة**

**حل المعادلة اللوغاريتمية:**
عند حل متباينة لوغاريتمية يستثنى قيم المتغير التي لا يكون اللوغاريتم عندها معرّفًا.

**اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :**

**1 ) حل المعادلة $\log_4 x = \frac{5}{2}$**
A ) 4 B ) $\frac{5}{2}$ C ) 32 D ) 5

**2 ) حل المعادلة $\log_2(x^2 - 4) = \log_2 3x$**
A ) -2 B ) -1 C ) 2 D ) 4

**3 ) حل المعادلة $\log_3(x^2 - 15) = \log_3 2x$**
A ) -3 B ) -1 C ) 5 D ) 15

**4) حل المعادلة $\log_4 x^2 = \log_4(-6x - 8)$**
A ) 4 B ) 2 C ) -2 , -4 D ) لا يوجد

**5 ) حل المعادلة $2\log_7 x = \log_7 27 + \log_7 3$**
A ) 9 B ) 3 C ) -9 D ) -3

**6 ) حل المتباينة $\log_4 x \geq 3$**
A ) $x \geq 3$ B ) $x \geq 64$ C ) $x \geq 4$ D ) $x \leq 3$

**7 ) أي مما يلي يمثل حلا للمعادلة $\log_4 x - \log_4(x-1) = \frac{1}{2}$**
A ) $-\frac{1}{2}$ B ) $\frac{1}{2}$ C ) -2 D ) 2

**8 ) حل المتباينة $\log_3 x < -4$**
A ) $x > -81$ B ) $x < -81$ C ) $x > \frac{1}{81}$ D ) $x < \frac{1}{81}$

**9 ) حل المتباينة $\log_2 2x > \log_2(x+5)$**
A ) $x > \frac{5}{3}$ B ) $x < 5$ C ) $x > 5$ D ) $x > -5$

**10 ) حل المعادلة $\log_6 10 + \log_6 x = \log_6 40$**
A ) 180 B ) 4 C ) 5 D ) 30

**11) حل المعادلة $\log_2 3x = 1$**
A ) 1.5 B ) 0.333 C ) 0.667 D ) 1

**12 ) حل المتباينة $\log_3(5x+1) \geq \log_3(3x+7)$**
A ) $x \geq 3$ B ) $x \geq 4$ C ) $x \leq 6$ D ) $x \geq 27$

**13 ) حل المعادلة $\log_4(m-3) + \log_4(m+3) = 2$**
A ) $\sqrt{11}$ B ) 5 C ) 1 D ) -5.5

**14 ) حل المتباينة $\log_5(x+5) \geq 2$**
A ) $x \geq 20$ B ) $x \geq 30$ C ) $x \leq 20$ D ) $x \leq 30$

**15 ) حل المعادلة $\log_4 16 - \log_4 x = \log_4 8$**
A ) $\frac{1}{2}$ B ) 4 C ) 2 D ) 8

**16 ) حل المعادلة $\log_{16} x = \frac{3}{4}$**
A ) 4 B ) $\frac{3}{4}$ C ) 8 D ) 16

**17 ) حل المعادلة $3\log_2 x = \log_2 8$**
A ) 8 B ) 3 C ) 2 D ) 4

**18 ) حل المتباينة $\log_2 x \leq -2$**
A ) $x \leq \frac{1}{4}$ B ) $0 < x \leq \frac{1}{4}$ C ) $x > 0$ D ) $x \leq 0$

## 6 – 2 اللوغاريتمات العشرية

**تُسمى اللوغاريتمات:** التي أساسها 10 باللوغاريتمات العشرية. وتُكتب العبارة $\log_{10} x$ على الصورة $\log x$ دون كتابة الأساس. ونستعمل المفتاح LOG على الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة اللوغاريتم العشري.
ويُعبّر عن العلاقة بين الأسس واللوغاريتمات بالمتطابقة الآتية :

| | |
|---|---|
| الخاصية العكسية بين اللوغاريتمات والأسس | $10^{\log x} = x$ |

**صيغة تغيير الأساس** تستعمل الصيغة الآتية لتغيير العبارات التي تتضمن لوغاريتمات بأساسات مختلفة إلى عبارات بلوغاريتمات عشرية.

| | |
|---|---|
| صيغة تغيير الأساس | $\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$، حيث $a, b, n$ أعداد حقيقية موجبة وَ $a \neq 1$ و $b \neq 1$ . |

| | | | |
|---|---|---|---|
| استعمل الالة الحاسبة لإيجاد كل قيمة مما يلي مقربا الى اقرب جزء من عشرة الاف . | | | |
| $\log 7 = \cdots$ | $\log 21 = \cdots$ | | |
| $\log 8.2 = \cdots$ | $\log 0.04 = \cdots$ | | |
| حل كل متباينة مما يأتي و قرب الناتج الى اقرب جزء من عشرة الاف . | | | |
| $5^{4x} > 33$ | $5^{x-2} \geq 2^x$ | | |
| اكتب بدلالة اللوغاريتم العشري ثم اوجد قيمته و قرب الناتج الى اقرب جزء من عشرة الاف . | | | |
| $\log_3 7$ | $\log_3 21$ | | |
| حل كل معادلة مما يأتي و قرب الناتج الى اقرب جزء من عشرة الاف . | | | |
| $6^x = 40$ | $9^{x-1} = 7^x$ | | |
| $15^{x^2} = 110$ | $5^{x+3} = 17$ | | |

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1 ) حل المعادلة $27\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = 125$

A ) -4 B ) 2 C ) -2 D ) 4

2 ) مالصورة المختصرة للمقدار $\log 9 - \log 27 + \log 81$

A ) $\log 27$ B ) $1 - \log 27$ C ) $-\log 27$ D ) $1 + \log 27$

3 ) العبارة اللوغاريتمية $\log_9 22$ بدلالة اللوغاريتمات العشرية

A ) $\log \frac{22}{9}$ B ) $\log 198$ C ) $\frac{\log 22}{\log 9}$ D ) $\frac{\log 9}{\log 22}$

4 ) حل المعادلة $10^{5x+1} = 27$

A ) 0.0863 B ) 0.2830 C ) 0.4863 D ) 6.4314

5 ) العبارة اللوغاريتمية $\log_4 11$ بدلالة اللوغاريتمات العشرية

A ) $\log \frac{11}{4}$ B ) $\log 44$ C ) $\frac{\log 11}{\log 4}$ D ) $\frac{\log 4}{\log 11}$

6) حل المتباينة $5^{x+2} \leq 3^x$

A ) $x \leq -6.3013$ B ) $x \leq 6.3013$ C ) $x \geq -6.3013$ D ) $x \geq 6.3013$

7 ) حل المعادلة $5^x = 120$

A ) 2.9746 B ) −2.9746 C ) 1.5467 D ) 6.4314

8 ) العبارة اللوغاريتمية $\log_5 12$ بدلالة اللوغاريتمات العشرية

A ) $\log \frac{12}{5}$ B ) $\log 60$ C ) $\frac{\log 5}{\log 12}$ D ) $\frac{\log 12}{\log 5}$