حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

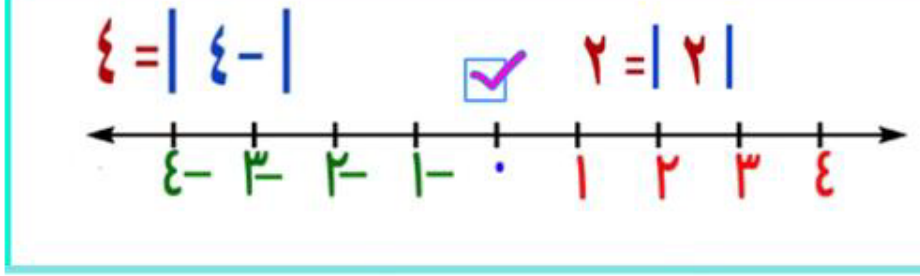
رابط الدرس الرقمي

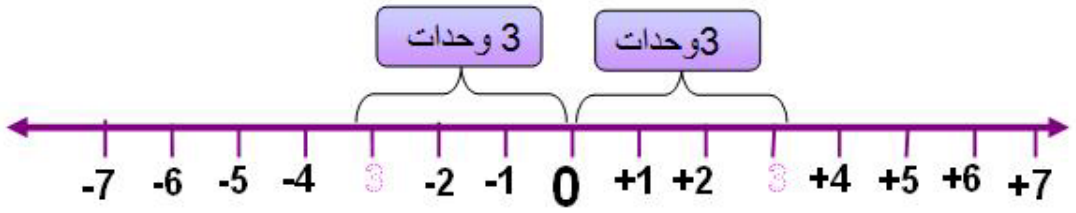
- حساب قيم عبارات تتضمن القيمة المطلقة
- حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة

أهداف الدرس

المعرفة السابقة

القيمة المطلقة للعدد الصحيح





سنتعلم اليوم:

*حل المتباينات التي
تتضمن القيمة المطلقة بيانياً

* تمثيل المتباينات التي
تتضمن القيمة المطلقة بيانياً

ماجد الحربي

مهارة

معادلة القيمة المطلقة

$$|ف + ٥| = ١٧$$

القيمة المطلقة

موجبة	سالبة

الحالة ١

$$ف + ٥ = ١٧$$
$$-٥ = -٥$$
$$ف = ١٢$$

الحالة ٢

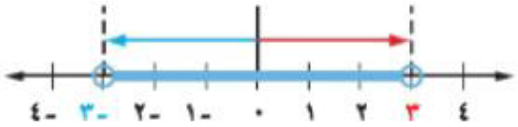
$$ف + ٥ = -١٧$$
$$-٥ = -٥$$
$$ف = -٢٢$$

مجموعة الحل = { ١٢ ، -٢٢ }

تمهيد

تستعمل بعض الشركات متباينات القيمة المطلقة لضبط جودة منتجاتها. فلعمل قطع جزر صغيرة تستعمل آلة لتقطيع حبات الجزر الطويلة إلى شرائح بطول ٣ سنتمترات. فإذا تراوحت دقة الآلة ضمن $\frac{١}{٨}$ سنتمتر، فإن أطوال الشرائح تتراوح بين $\frac{٧}{٨}$ ٢ سنتمتر و $\frac{١}{٨}$ ٣ سنتمترات.

متباينات القيمة المطلقة (<): المتباينة |س| < ٣ تعني أن المسافة بين س وَ ٠ أقل من ٣.



إذن س > -٣ و س < ٣. ومجموعة الحل هي: {س|-٣ < س < ٣}.

وعند حل متباينات القيمة المطلقة، تؤخذ الحالتان الآتيتان بعين الاعتبار:

الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.

الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.

وتكون مجموعة الحل هي تقاطع حلّ هاتين الحالتين.

حل متباينات القيمة المطلقة (<)

مثال

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

أ) $|م + ٢| < ١١$

أعد كتابة $|م + ٢| < ١١$ لكل من الحالتين ١، ٢.

الحالة ١: م + ٢ غير سالبة.

$م + ٢ < ١١$

$م + ٢ - ٢ < ١١ - ٢$

$م < ٩$

و

الحالة ٢: م + ٢ سالبة.

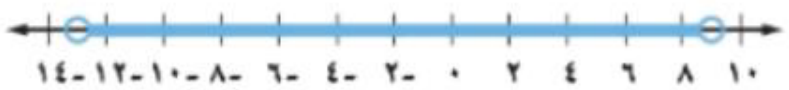
$-(م + ٢) < ١١$

$م + ٢ > -١١$

$م + ٢ - ٢ > -١١ - ٢$

$م > -١٣$

إذن م < ٩ وَ م > −١٣. وتكون مجموعة الحل هي: {م | −١٣ < م < ٩}.

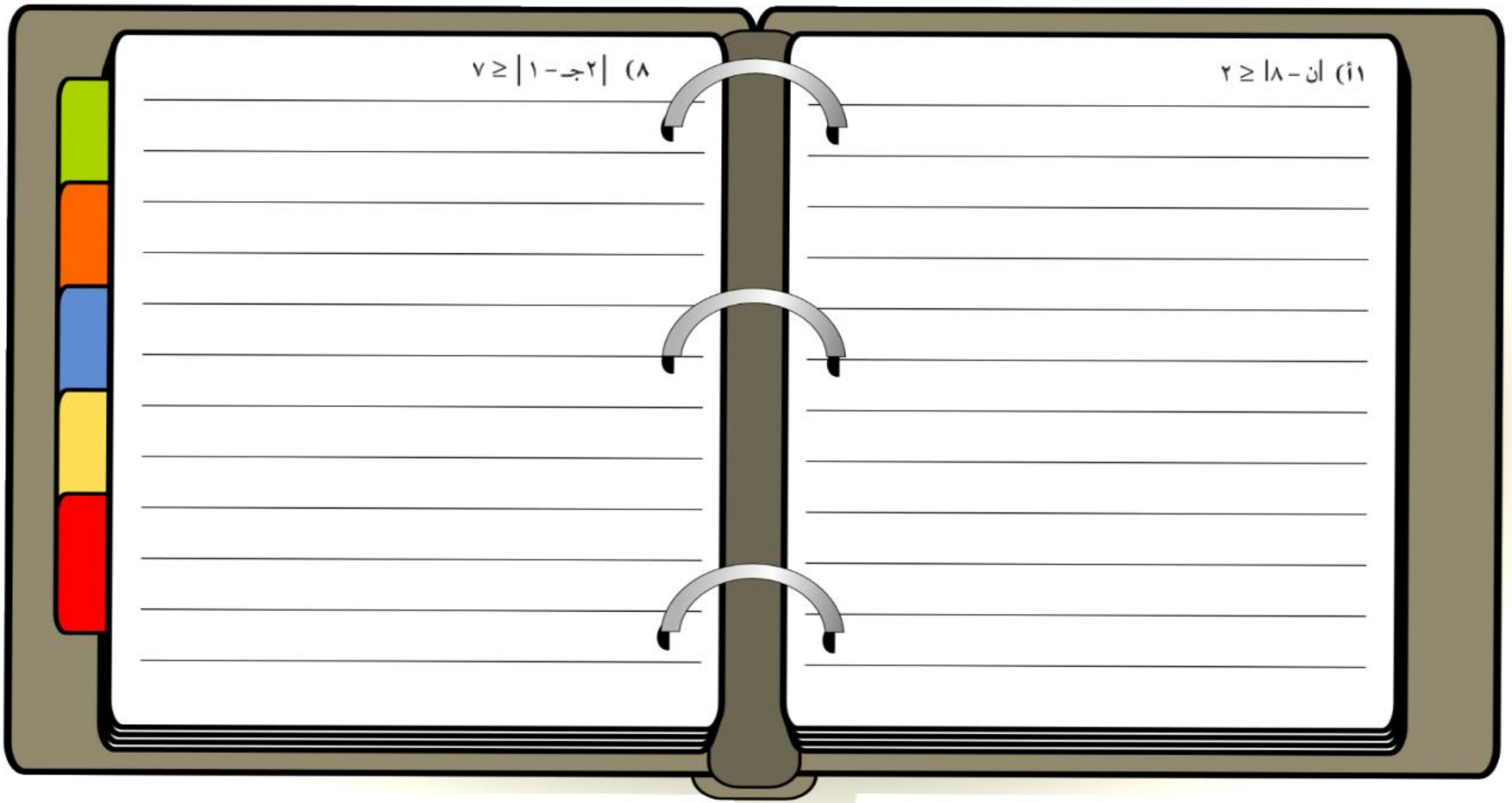


ب) $|ص - ١| < -٢$

$|ص - ١|$ لا يمكن أن تكون سالبة؛ لذا لا يمكن أن تكون $|ص - ١|$ أقل من −٢، وعليه، لا يوجد حل لهذه المتباينة، وتكون مجموعة حلها هي المجموعة الخالية $\emptyset$.

تقويم

حُلَّ كلاً من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا:



١) أ) |ن - ٨| ≥ ٢

٨) |٢جـ - ١| ≥ ٧

استعمال متباينات القيمة المطلقة

مثال من واقع الحياة

إنترنت: أظهرت دراسة مسحية حديثة أن ٩٠ ٪ من الشباب يستعملون الإنترنت. فإذا كان هامش الخطأ ضمن ٣ نقاط مئوية، فأوجد مدى النسبة المئوية للشباب الذين يستعملون الإنترنت.

بما أن الفرق بين النسبة المئوية الفعلية للذين يستعملون الإنترنت والنسبة الواردة في الدراسة أقل من أو تساوي ٣٪، فإن $|س - ٩٠| \geq ٣$، حيث تمثل س النسبة المئوية الفعلية.

حل المتباينة في كلتا الحالتين.

الحالة ١: س − ٩٠ غير سالبة

$س - ٩٠ \geq ٣$

$س - ٩٠ + ٩٠ \geq ٣ + ٩٠$

$س \geq ٩٣$

الحالة ٢: س − ٩٠ سالبة

$-(س - ٩٠) \geq ٣$

$س - ٩٠ \leq -٣$

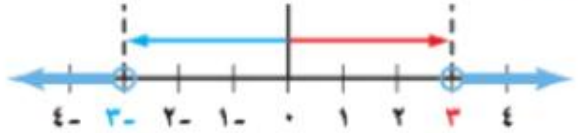
$س \leq ٨٧$

إذن مدى النسبة المئوية الفعلية للشباب الذين يستعملون الإنترنت هو: $\{س | ٨٧ \geq س \geq ٩٣\}$.

تقويم

١٧) **غوص:** يجب أن يبقى ضغط أسطوانة الغوص ١١٣٦ كجم لكل بوصة مربعة، بزيادة أو نقصان لا يتجاوز ٢٢٧ كجم. اكتب مدى الضغط المثالي لأسطوانة الغوص.

متباينات القيمة المطلقة (<): إن المتباينة | س | < ٣ تعني أن المسافة بين س و ٠ أكبر من ٣.

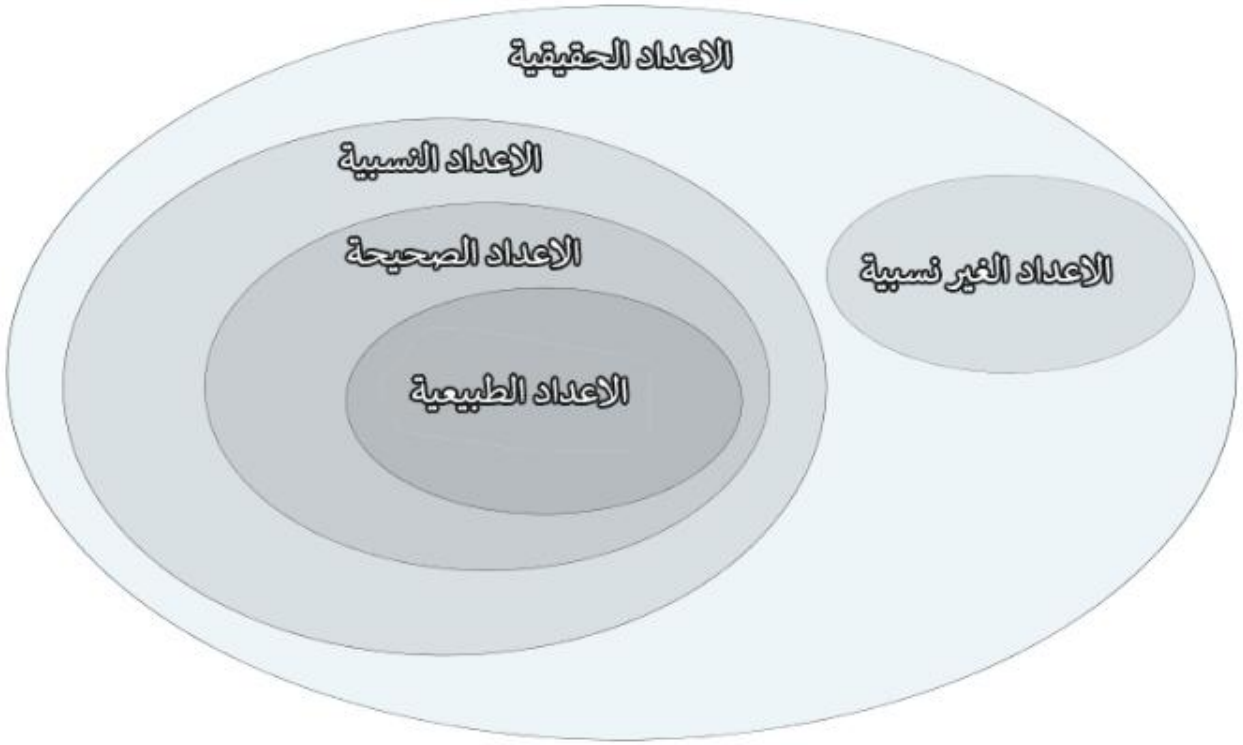


إذن س < -٣ أو س > ٣. وتكون مجموعة الحل هي: {س|س < -٣ أو س > ٣}.

وكما هو الحال في المثال السابق يجب أن نأخذ الحالتين الآتيتين في الحسبان:

الحالة ١: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة غير سالبة.

الحالة ٢: أن تكون العبارة داخل رمز القيمة المطلقة سالبة.



إرشادات للدراسة

القيمة المطلقة

إن مجموعة حل المتباينة | أ | ≤ ب حيث أ عبارة خطية بمتغير واحد، ب عدد سالب، هي دائمًا مجموعة الأعداد الحقيقية؛ لأن | أ | أكبر أو يساوي صفرًا دائمًا، وبذلك يكون | أ | دائمًا أكبر من ب.

حل متباينات القيمة المطلقة (<)

مثال

حل المتباينة $|٣ن + ٦| \leq ١٢$، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا.

أعد كتابة المتباينة $|٣ن + ٦| \leq ١٢$ في الحالتين ١ ، ٢ أعلاه.

الحالة ١: $٣ن + ٦$ غير سالبة.

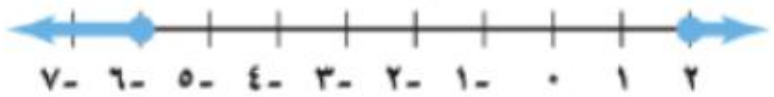
$$٣ن + ٦ \leq ١٢$$
$$٣ن + ٦ - ٦ \leq ١٢ - ٦$$
$$٣ن \leq ٦$$
$$ن \leq ٢$$

أو

الحالة ٢: $٣ن + ٦$ سالبة.

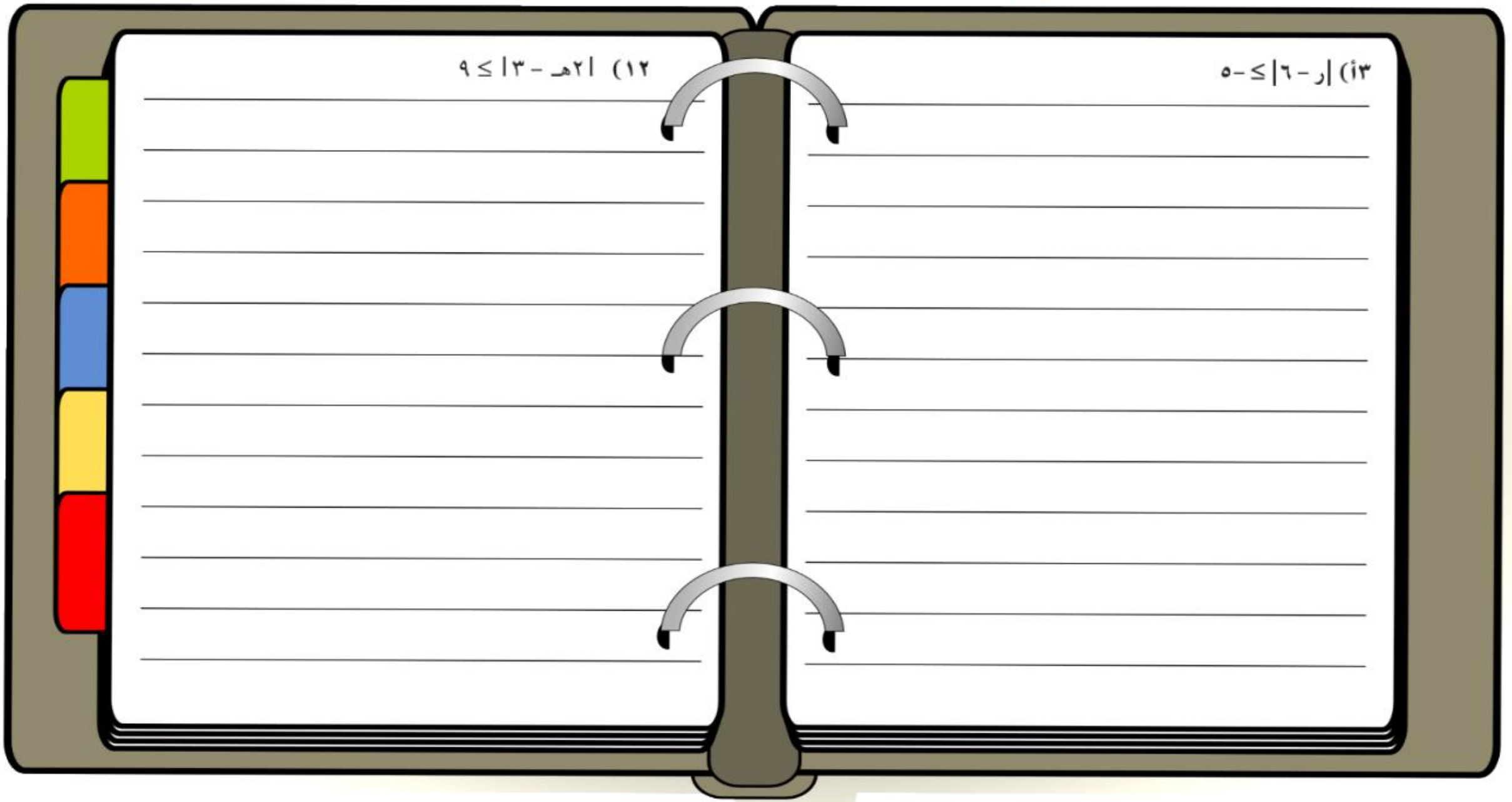
$$-(٣ن + ٦) \leq ١٢$$
$$٣ن + ٦ \geq -١٢$$
$$٣ن \geq -١٨$$
$$ن \geq -٦$$

إذن $ن \leq ٢$ أو $ن \geq -٦$. ومجموعة الحل هي: $\{ن \mid ن \leq ٢ \text{ أو } ن \geq -٦\}$.



تقويم

حُلَّ كلاً من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا:



١٣أ) |ر - ٦| ≤ -٥

١٢) |٢هـ - ٣| ≤ ٩

تقويم

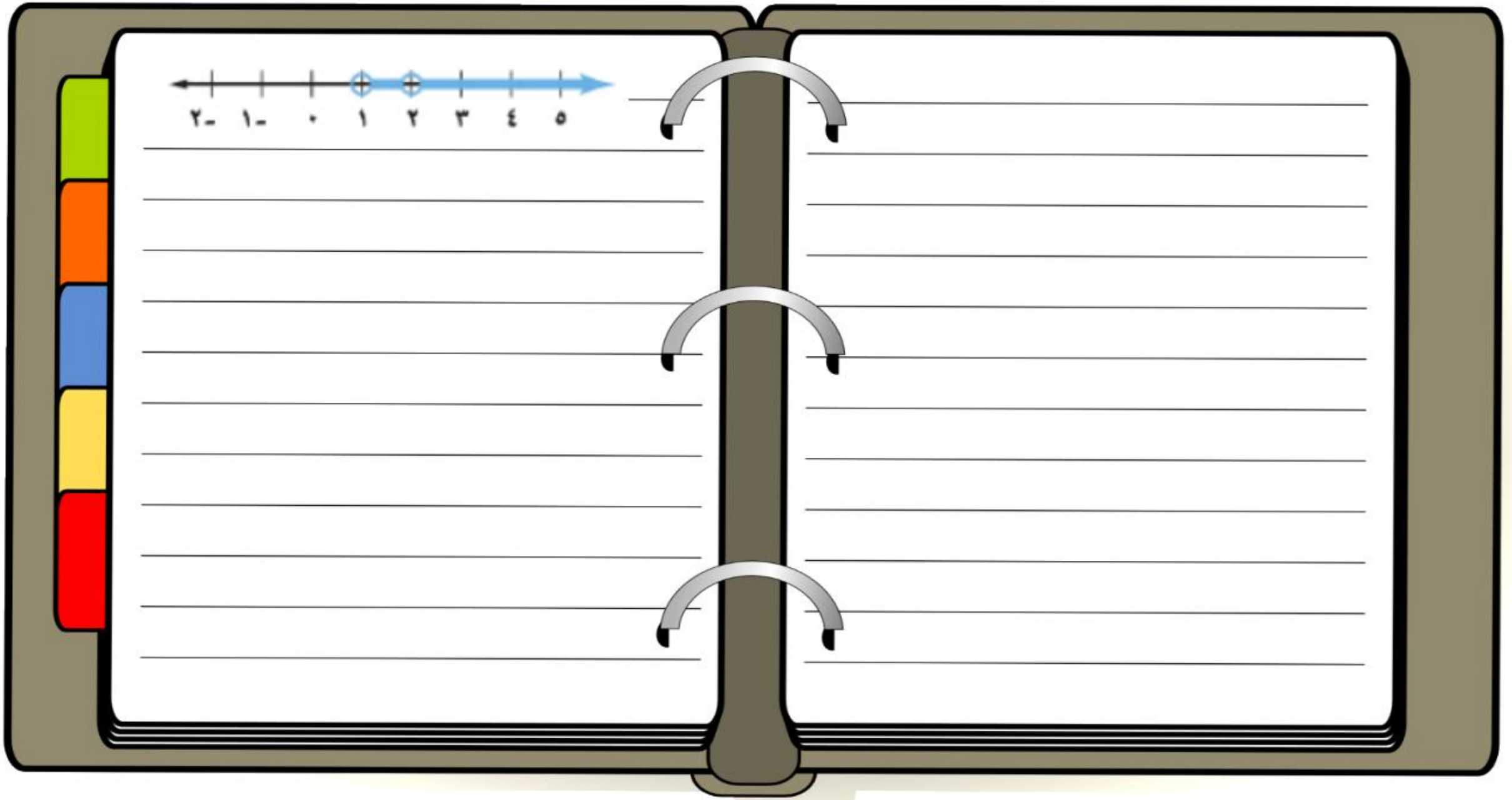
حُلَّ كلاً من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

١٩) $\left|\frac{٣هـ + ١}{٢}\right| > ٨$

٢٣) $|-هـ + ١,٥| > ٣$

تقويم

٣٦) **اكتشف الخطأ:** مثّل أحمد حل المتباينة $|٢أ - ٣| > ١$.
كما في الشكل المجاور. فهل كان على صواب؟ فسّر إجابتك.



ملخص مفهوم

مُتباينةُ القيمةِ المُطلَقةِ

$>$ ، $\geq$	$<$ ، $\leq$
وَ	أو

لحلِّ مُتباينات تتضمَّنُ القيمةَ المُطلقةَ تُؤخذُ الحالتانِ التاليتانِ بعينِ الاعتبارِ:

- الحالةُ الأولى: أنْ تكونَ العبارةُ داخلَ رمزِ القيمةِ المُطلقةِ غيرَ سالبةٍ.
- الحالةُ الثانيةُ: أنْ تكونَ العبارةُ داخلَ رمزِ القيمةِ المُطلقةِ سالبةً.

قيم نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

حل المتباينة $|٢ج - ٥| > -٣$

- ج > ١٥
- ٣ > ج > ٥
- لا يوجد حل
- ج > ٥ أو ج > ٤

اختر الإجابة الصحيحة

حل المتباينة التالية

أ٣) $|ر - ٦| \leq -٥$

- مستحيلة الحل
- مجموعة الأعداد الحقيقية
- صفر