حل المتباينات المتعددة الخطوات

رابط الدرس الرقمي

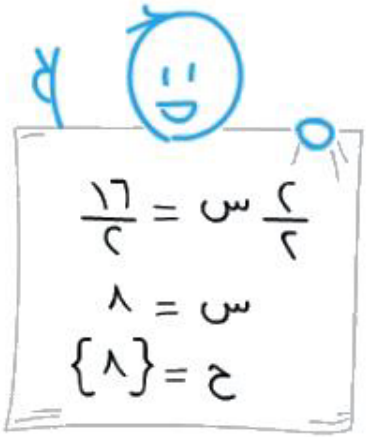
أهداف الدرس

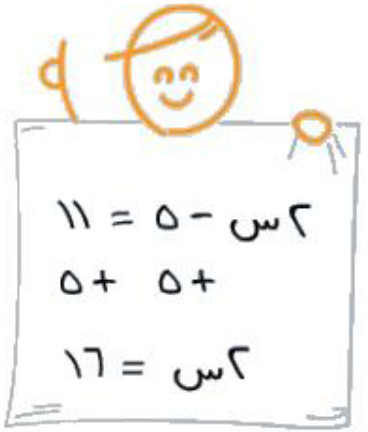
- حل متباينات خطية تتضمن أكثر من عملية واحدة
- حل متباينات خطية تتضمن خاصية التوزيع

المعرفة السابقة

$$\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$$

$$أ > ب$$





ماجد الحربي

مهارة

حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

خاصية الجمع للمتباينات

إذا كان أ > ب

فإن أ + جـ > ب + جـ

إذا كان أ < ب

فإن أ + جـ < ب + جـ

خاصية الطرح للمتباينات

إذا كان أ < ب

فإن أ - جـ < ب - جـ

إذا كان أ > ب

فإن أ - جـ > ب - جـ

الصفة المميزة للمجموعة

ف - ٦ ≤ ٣

+٦ +٦

ف ≤ ٩

مجموعة الحل = { ف / ف ≤ ٩ }

تمهيد

يحصل مندوب مبيعات على راتب شهري يضاف إليه عمولة تبعًا لمبيعاته. ويمكن استعمال متباينة متعددة الخطوات لإيجاد قيمة المبيعات التي تحقق للمندوب دخلًا شهريًا يلبي طموحه.

حل المتباينات المتعددة الخطوات: يمكن حل المتباينات المتعددة الخطوات بإلغاء أثر العمليات بالطريقة نفسها التي اتبعتها في حل المعادلات المتعددة الخطوات.

حل المتباينات المتعددة الخطوات:
يمكن حل المتباينات المتعددة الخطوات بإلغاء أثر العمليات بالطريقة نفسها التي اتبعتها في حل المعادلات المتعددة الخطوات.

حل المتباينة المتعددة الخطوات

مثال

مبيعات: يعمل عبد المجيد مندوب مبيعات براتب شهري قدره ٦٠٠٠ ريال وعمولة مقدارها ١٠ ٪ من مبيعاته، فإذا كان هدفه أن يكسب ١٢٠٠٠ ريال شهريًّا على الأقل. فاكتب متباينة وحلها لإيجاد قيمة المبيعات اللازمة لتحقيق هدفه؟

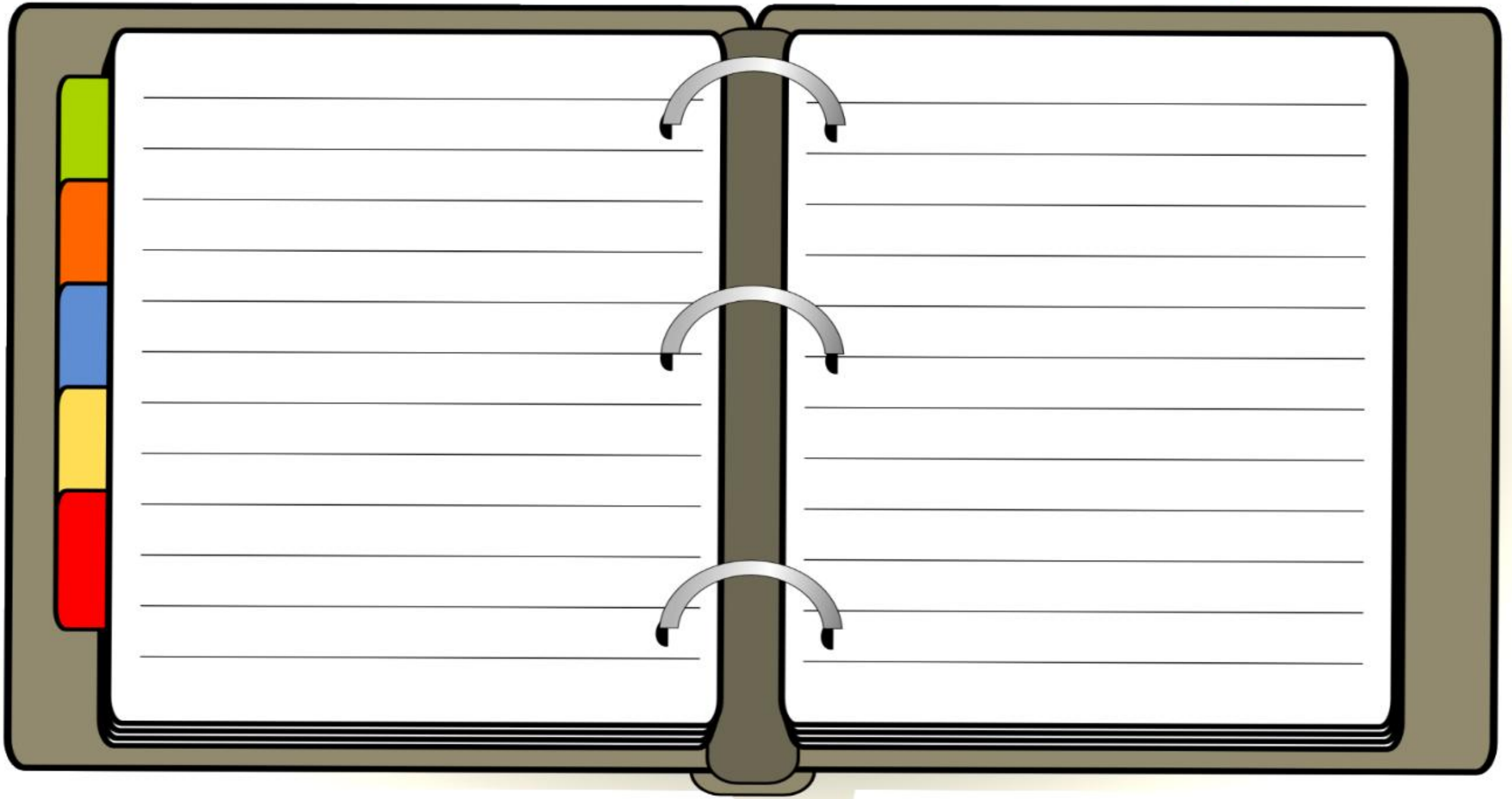
الراتب الأساسي + (العمولة × المبيعات) ≥ الدخل المطلوب

٦٠٠٠ + ٠,١٠س ≥ ١٢٠٠٠	بالتعويض
٠,١٠س ≥ ٦٠٠٠	اطرح ٦٠٠٠ من كلا الطرفين
س ≥ ٦٠٠٠٠	اقسم كلا الطرفين على ٠,١٠

لذا، يجب ألا تقل مبيعاته عن ٦٠٠٠٠ ريال ليحقق هدفه.

تقويم

١) **قوارب:** إذا أراد أربعة أشخاص ركوب قارب ومعهم حمولة مقدارها ٤٠ كجم، فاكتب متباينة لإيجاد معدل الكتلة المسموح بها للشخص الواحد (ن)، وحلها، علمًا بأن حمولة القارب ٤٠٠ كجم.



متباينة تتضمن معاملًا سالبًا

عند ضرب المتباينة في عدد سالب أو قسمتها عليه يتغير اتجاه إشارة المتباينة، وتنطبق هذه الخاصية على المتباينات المتعددة الخطوات.

مثال

حل المتباينة: $-١١ص - ١٣ > ٤٢$.

$-١١ص - ١٣ > ٤٢$	المتباينة الأصلية
$-١١ص > ٥٥$	أضف ١٣ إلى كلا الطرفين
$\frac{-١١ص}{-١١} < \frac{٥٥}{-١١}$	اقسم كلا الطرفين على -١١ وغيّر اتجاه إشارة المتباينة
$ص < -٥$	بسّط

لذا، فمجموعة الحل هي: {ص | ص< −٥}.

تذكر
Remember

إختر

حل المتباينة
$-٣س-٢>٤$

A $س>٢$

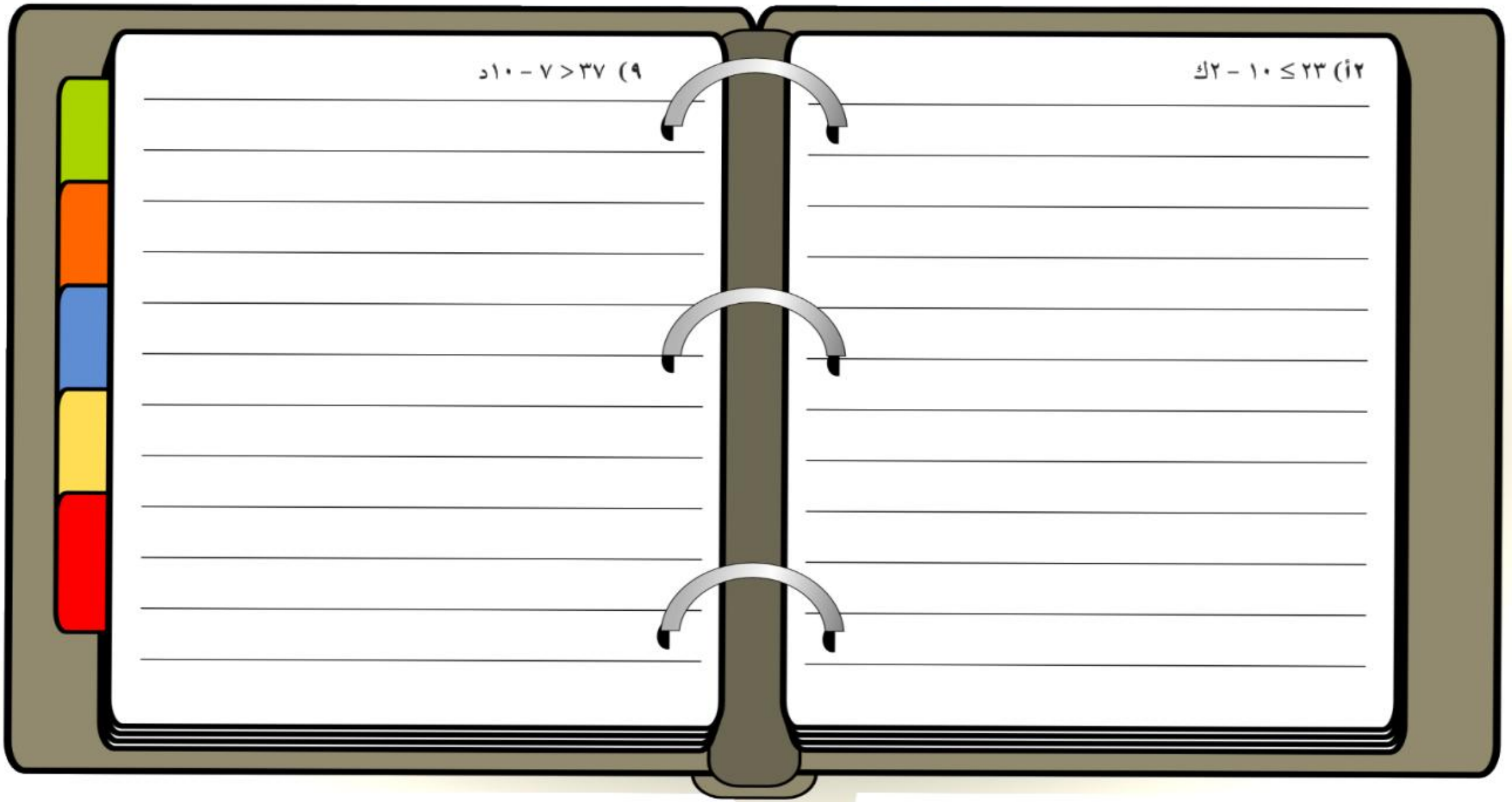
B $س<-٢$

C $س<٢$

D $س>-٢$

تقويم

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين:



٢أ) ٢٣ ≤ ١٠ – ٢ك

٩) ٣٧ > ٧ – ١٠د

كتابة المتباينة وحلها

يمكن تحويل الجمل الرياضية إلى متباينات متعددة الخطوات، ثم حلها باستعمال خصائص المتباينات.

مثال

عرِّف المتغير، واكتب المتباينة، ثم حلها.

خمسة ناقص ستة أمثال عدد أكبر من أربعة أمثال ذلك العدد زائد ٤٥.

خمسة	ناقص	ستة أمثال عدد	أكبر من	أربعة أمثال العدد	زائد	خمسة وأربعين
٥	−	٦ن	<	٤ن	+	٤٥

$٥ - ١٠ن > ٤٥$ اطرح ٤ن من طرفي المتباينة

$-١٠ن > ٤٠$ اطرح ٥ من طرفي المتباينة

$\frac{-١٠ن}{-١٠} < \frac{٤٠}{-١٠}$ اقسم طرفي المتباينة على −١٠، وغيّر اتجاه إشارة المتباينة

$ن < -٤$ بسّط

لذا، فمجموعة الحل هي $\{ن \mid ن < -٤\}$

تقويم عرف المتغير، واكتب المتباينة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل:

٤) أربعة أمثال عدد ناقص ٦ أكبر من ٨ مضافًا إليها مِثْلا ذلك العدد.

١١) ثلاثة أرباع عدد ناقص تسعة يساوي على الأقل اثنين وأربعين.

خاصية التوزيع

حل المتباينات التي تتضمن خاصية التوزيع عند حل متباينات تحتوي على أقواس استعمل أولًا خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس، ثم استعمل ترتيب العمليات لتبسيط المتباينة الناتجة.

حل المتباينة: ٤(٣ت − ٥) + ٧ ≤ ٨ت + ٣.

٤(٣ت − ٥) + ٧ ≤ ٨ت + ٣	المتباينة الأصلية
١٢ت − ٢٠ + ٧ ≤ ٨ت + ٣	خاصية التوزيع
١٢ت − ١٣ ≤ ٨ت + ٣	جمّع الحدود المتشابهة
٤ت − ١٣ ≤ ٣	اطرح ٨ ت من الطرفين
٤ت ≤ ١٦	أضف ١٣ إلى كلا الطرفين
$\frac{٤ت}{٤} \leq \frac{١٦}{٤}$	اقسم طرفي المتباينة على ٤
ت ≤ ٤	بسّط

لذا فمجموعة الحل هي: {ت | ت ≤ ٤}.

تذكر

خاصية التوزيع في الضرب

٥(٩ + ٣) = ٥ × ٩ + ٥ × ٣

= ٤٥ + ١٥

= ٦٠

أ(ب + جـ) = أ × ب + أ × جـ

= أب + أجـ

مراجعة المفردات

ترتيب العمليات

١) احسب قيمة العبارات داخل الأقواس.

٢) احسب قيمة كل القوى.

٣) اضرب و/ أو اقسم من اليمين إلى اليسار.

٤) اجمع و/ أو اطرح من اليمين إلى اليسار.

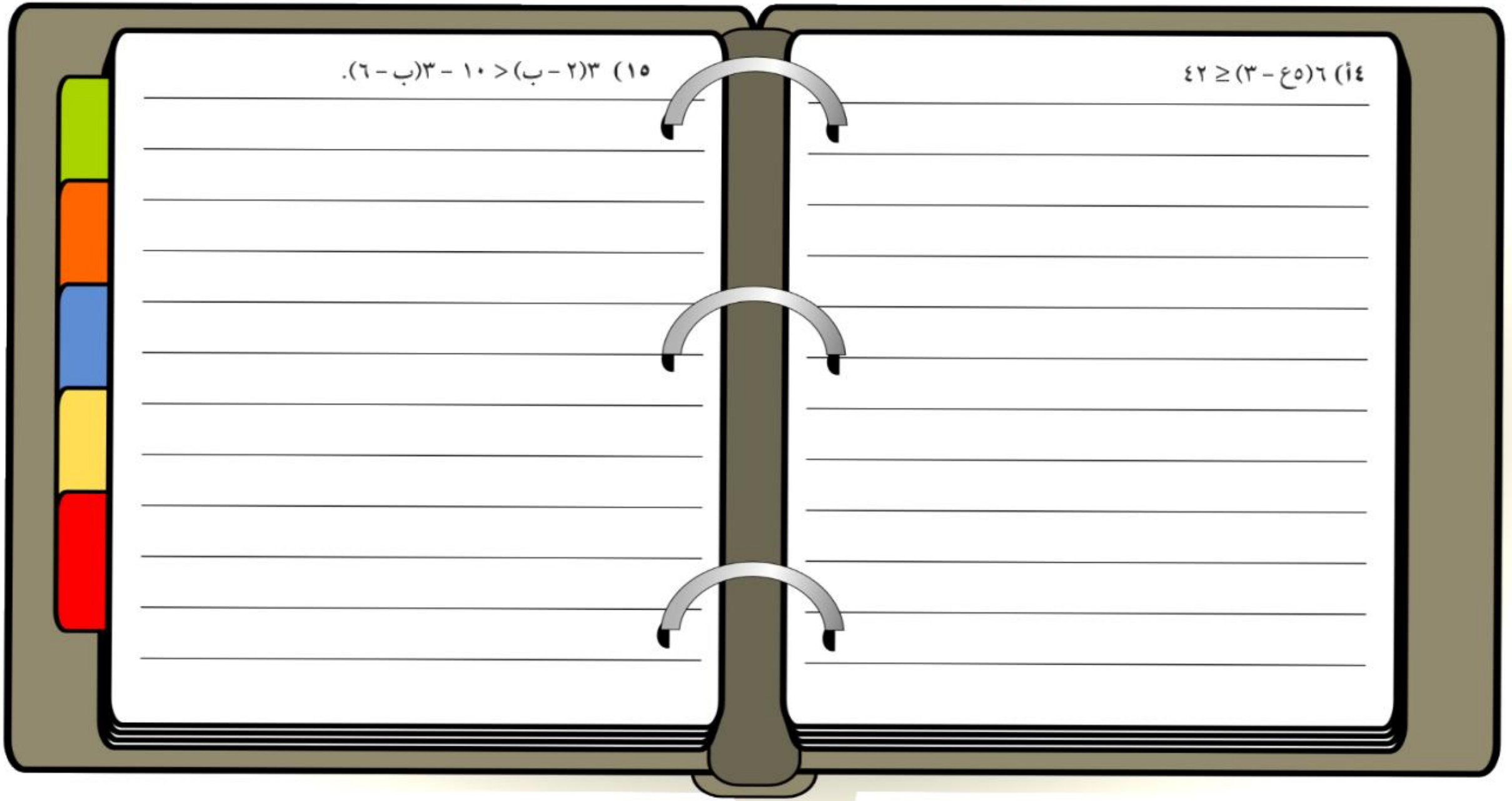
تنبيه !

خاصية التوزيع

إذا ضرب عدد سالب في مجموع حدين أو الفرق بينهما، فتذكّر أن توزع العدد مع إشارته السالبة على كل حد من الحدين بين القوسين.

تقويم

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:



١٤أ) ٦(٥ع – ٣) ≥ ٤٢

١٥) ٣(٢ – ب) < ١٠ – ٣(ب – ٦).

إذا كانت نتيجة حل المتباينة عبارة صحيحة دائمًا، فإن مجموعة حل المتباينة هي مجموعة الأعداد الحقيقية، وتكتب على الصورة {س | س عدد حقيقي }. أمّا إذا كانت نتيجة الحل عبارة غير صحيحة أبدًا، فإن مجموعة الحل هي المجموعة الخالية وهي المجموعة التي لا تحتوي على أي عنصر ويعبر عنها بالرمز ∅.

انواع المجموعات

المجموعة المنتهية { ١ ، ٤ ، ٢ }

المجموعة الغير منتهية { ١ ، ٣ ، ٥ ، ... }

المجموعة الخالية { } ∅

المجموعة المنتهية عدد عناصرها محدود

مجموعة فصول السنة { الصيف ، الشتاء ، الربيع ، الخريف }

المجموعة الغير منتهية عدد عناصرها غير محدود

مجموعة الاعداد الفردية { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ... }

المجموعة الخالية لا تحتوي على اي عناصر { } ∅

مجموعة اشهر السنة الميلادية الاكثر من ٣١ يوم { } ∅

إرشادات للدراسة

المجموعة الخالية

لا تستعمل الصيغة المميزة للمجموعة عندما تكون مجموعة حل المتباينة هي المجموعة الخالية. وبدلًا من ذلك يعبّر عن مجموعة الحل بالرمز ∅ .

المجموعة الخالية ومجموعة جميع الأعداد الحقيقية

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

أ) $٩ت - ٥(ت - ٥) \geq ٤(ت - ٣)$

$٩ت - ٥(ت - ٥) \geq ٤(ت - ٣)$	المتباينة الأصلية
$٩ت - ٥ت + ٢٥ \geq ٤ت - ١٢$	خاصية التوزيع
$٤ت + ٢٥ \geq ٤ت - ١٢$	جمع الحدود المتشابهة
$٤ت + ٢٥ - ٤ت \geq ٤ت - ١٢ - ٤ت$	اطرح ٤ ت من كلا الطرفين
$٢٥ \geq -١٢$	بسّط

بما أن نتيجة الحل عبارة غير صحيحة أبدًا، فإن مجموعة حل هذه المتباينة هي المجموعة الخالية $\varnothing$.

ب) $٣(٤م + ٦) \geq ٤٢ + ٦(٢م - ٤)$

$٣(٤م + ٦) \geq ٤٢ + ٦(٢م - ٤)$	المتباينة الأصلية
$١٢م + ١٨ \geq ٤٢ + ١٢م - ٢٤$	خاصية التوزيع
$١٢م + ١٨ \geq ١٢م + ١٨$	جمع الحدود المتشابهة
$١٢م + ١٨ - ١٢م \geq ١٢م + ١٨ - ١٢م$	اطرح ١٢م من الطرفين
$١٨ \geq ١٨$	بسّط

بما أن نتيجة الحل عبارة صحيحة دائمًا، فإن مجموعة حل هذه المتباينة هي مجموعة الأعداد الحقيقية.

تقويم

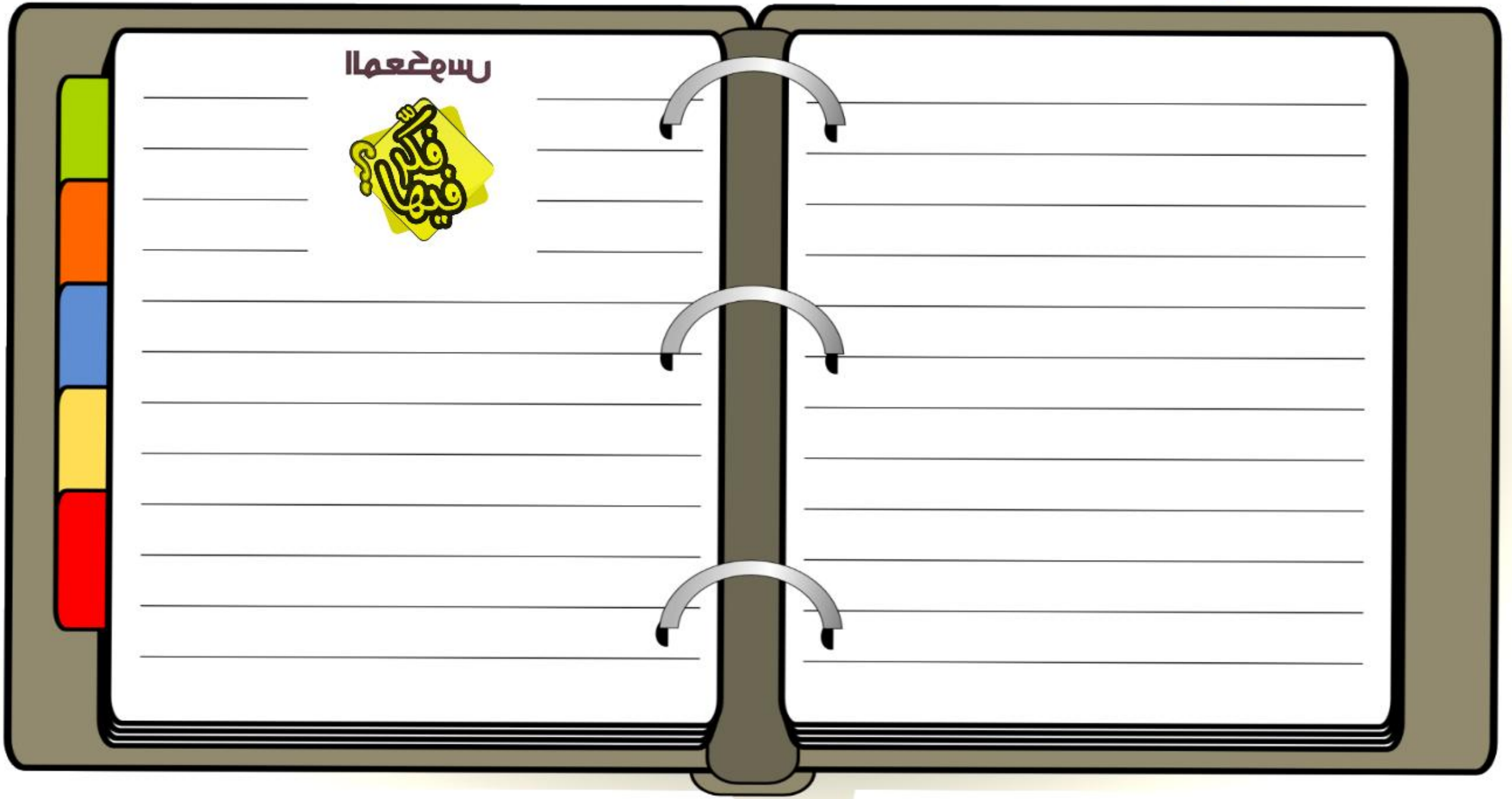
حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٥ب) $٤٦ \geq ٨م - ٤(٢م + ٥)$

٧) $٣ - ٨س \leq ٩ + ٢(١ - ٤س)$

تقويم

٢٦) **تبرير:** اشرح كيف يمكن أن تحل المتباينة: $-٣ف + ٧ \leq -٢$ دون أن تضرب كلا الطرفين في عدد سالب أو تقسمهما عليه.



ملخص مفهوم

حل المتباينات المتعددة الخطوات

نغير اتجاه إشارة المتباينة

٢) $\frac{-٣س}{-٣} > \frac{٣٦}{-٣}$

$س > -١٢$

ح = {س/س > -١٢}

$-٣س + ٧ > ٤٣$

١) $-٣س + ٧ > ٤٣$

$-٣س > ٣٦$

خاصية التوزيع

$٦(٥ع - ٣) \geq ٤٢$

$٣٠ع - ١٨ \geq ٤٢$

قيم نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

حل المتباينة $-٣س + ٧ > ٤٣$ هو

- $س < -١٢$
- $س > ١٢$
- $س > ٣٦$
- $س < ١٠$