

وزارة التعليم
Ministry of Education

ملخص الدرس الثالث الضرب الداخلي



إعداد / أ. هياء الجنوبي (الألمانيا) (الأساتذة)
الثانوية الثانية

الضرب الداخلي



المتجهان المتعامدان

يكون المتجهان a, b الغير صفريين
متعامدان اذا فقط اذا كان

$$a \cdot b = 0$$

الضرب الداخلي (القياسي) لمتجهين في المستوى الاحداثي

الضرب الداخلي للمتجهين

$a(a_1, a_2)$ و $b(b_1, b_2)$

$$a \cdot b = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

ملاحظة مهمة

على الرغم من أن حاصل الضرب الداخلي للمتجه الصفري في أي متجه آخر يساوي الصفر، أي أن:
 $(0, 0) \cdot (a_1, a_2) = 0a_1 + 0a_2 = 0$ ، إلا أن المتجه الصفري لا يعامد أي متجه آخر؛ لأنه ليس له طول أو اتجاه.

خصائص الضرب الداخلي



إذا كانت u, v, w متجهات، وكان k عددًا حقيقيًا، فإن الخصائص الآتية صحيحة:

الضرب الداخلي في المتجه الصفري

$$0 \cdot u = 0$$

الضرب في عدد حقيقي

$$k(u \cdot v) = ku \cdot v = u \cdot kv$$

التوزيع

$$u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$$

الإبدالية

$$u \cdot v = v \cdot u$$

العلاقة بين الضرب الداخلي وطول المتجه

$$u \cdot u = |u|^2$$

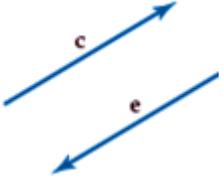
الزاوية بين متجهين



الزاوية بين متجهين
متوازيين

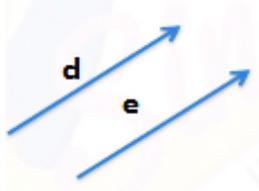
متعاكسين في
الاتجاه

الزاوية بينهما
تساوي 180°



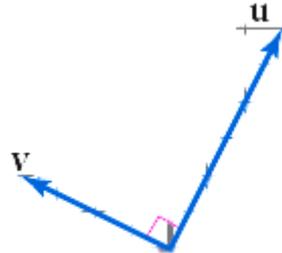
لهما نفس
الاتجاه

الزاوية بينهما
تساوي 0°



الزاوية بين متجهين
متعامدين

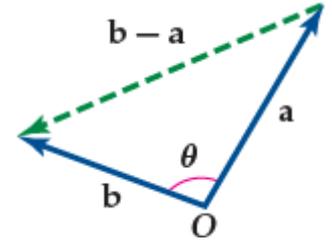
الزاوية بين متجهين
متعامدين تساوي 90°



الزاوية بين متجهين
غير صفرين

إذا كانت θ هي الزاوية بين
متجهين غير صفرين فإن:

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a| |b|}$$



ملاحظة مهمة /

إذا كان $a \cdot b = 0$ فإن $\theta = 90^\circ$

إذا كان $a \cdot b > 0$ فإن $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$

إذا كان $a \cdot b < 0$ فإن $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$

تطبيقات على الضرب الداخلي

حساب الشغل الناتج عن قوة

لحساب الشغل الناتج عن قوة ثابتة F في أي اتجاه
لتحريك جسم نستخدم القانون

$$W = F \cdot \overrightarrow{AB}$$

