المعادلات التربيعية :

$$أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$$

فيما سبق

درست تحليل ثلاثية حدود على الصورة $س^{٢} + ب س + جـ$.

الآن

١) أحلل ثلاثية حدود على الصورة $أ س^{٢} + ب س + جـ$.
٢) أحل المعادلات على الصورة $أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$

المفردات

كثيرة الحدود الأولية

جدول التعلم

ماذا أعرف ؟	ماذا أريد أن أعرف ؟	ماذا تعلمت ؟

لماذا

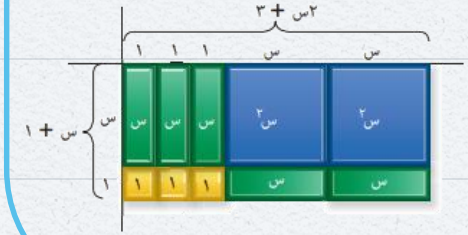
يمكن تمثيل مسار الأرجوحة في مدينة الألعاب بالعبارة $-٥ن^{٢} - ٢ن + ٣٠$؛ حيث (ن) زمن الحركة. وتحليل هذه العبارة إلى عواملها يساعد المسؤول عن التشغيل على معرفة الوقت الذي تستغرقه أرجحتها في المرة الأولى.

تحليل $أ س^{٢} + ب س + جـ$: حللت في الدرس السابق عبارات تربيعية على الصورة: $أ س^{٢} + ب س + جـ$ ، $أ = ١$.

ستطبق في هذا الدرس طرق تحليل عبارات تربيعية فيها $أ \neq ١$.

في الشكل المجاور بعدا المستطيل المكوّن من بطاقات الجبر هما (س + ١)، (٢س + ٣)، وهما عاملا $٢س^{٢} + ٥س + ٣$.

يمكنك استعمال طريقة التحليل بتجميع الحدود لتحليل هذه العبارة.



لماذا

الخطوة ١: طبِّق القاعدة:

$٢س^{٢} + ٥س + ٣ = ٢س^{٢} + م س + ن س + ٣$.

الخطوة ٢: أوجد عددين ناتج ضربهما $٢ \times ٣ = ٦$ ومجموعهما ٥.

عوامل العدد ٦	مجموع العاملين
١، ٦	٧
٢، ٣	٥

الخطوة ٣: استعمل التجميع لإيجاد العوامل.

$٢س^{٢} + ٥س + ٣ = ٢س^{٢} + م س + ن س + ٣$	اكتب القاعدة
$= ٢س^{٢} + ٢س + ٣س + ٣$	م = ٢، ن = ٣
$= (٢س^{٢} + ٢س) + (٣س + ٣)$	جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة
$= ٢س(س + ١) + ٣(س + ١)$	حلّل كل تجمّع بإخراج (ق. م. أ)
$= (٢س + ٣)(س + ١)$	(س+١) عامل مشترك

إذن: $٢س^{٢} + ٥س + ٣ = (٢س + ٣)(س + ١)$.

مفهوم أساسي

تحليل أ س^{٢} + ب س + جـ

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: لتحليل ثلاثية حدود على الصورة أ س^{٢} + ب س + جـ ، أوجد عددين صحيحين م ، ن مجموعهما يساوي ب، وناتج ضربهما أ جـ ، ثم اكتب أ س^{٢} + ب س + جـ على الصورة أ س^{٢} + م س + ن س + جـ ، ثم حلّل بتجميع الحدود.

مثال: ٥س^{٢} − ١٣س + ٦ = ٥س^{٢} − ١٠س − ٣س + ٦ م = −١٠، ن = −٣

= ٥س(س − ٢) + (−٣)(س − ٢)

= (٥س − ٣)(س − ٢)

تحليل أ س^{٢} + ب س + جـ

مثال ١

حلّل كل ثلاثية حدود فيما يأتي:

أ) ٧س^{٢} + ٢٩س + ٤

في ثلاثية الحدود أعلاه، أ = ٧، ب = ٢٩، جـ = ٤ . أوجد عددين ناتج ضربهما ٧ × ٤ = ٢٨، ومجموعهما ٢٩. كوّن قائمة بأزواج من عوامل العدد ٢٨، وابحث عن العاملين اللذين مجموعهما ٢٩.

عوامل العدد ٢٨	مجموع العوامل	
١، ٢٨	٢٩	العوامل الصحيحة ١ ، ٢٨

٧س^{٢} + ٢٩س + ٤ = ٧س^{٢} + م س + ن س + ٤ — استخدم القاعدة.

= ٧س^{٢} + ١ س + ٢٨س + ٤ — م = ١، ن = ٢٨

= (٧س^{٢} + ١س) + (٢٨س + ٤) — جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة

= س(٧س + ١) + ٤(٧س + ١) — حلّل بإخراج (ق. م. أ)

= (س + ٤)(٧س + ١) — (٧س+١) عامل مشترك

إرشادات للدراسة

القاسم المشترك الأكبر

ابحث عن القاسم المشترك الأكبر لحدود كثيرة الحدود قبل تحليلها.

تحليل أ س^{٢} + ب س + جـ

مثال ١

ب) ٣س^{٢} + ١٥س + ١٨

(ق.م.أ) للحدود ٣س^{٢}، ١٥س، ١٨، هو ٣. حلّل بإخراج العامل ٣.

٣س^{٢} + ١٥س + ١٨ = ٣(س^{٢} + ٥س + ٦) خاصية التوزيع

= ٣(س + ٣)(س + ٢) أوجد عاملين للعدد ٦ مجموعهما ٥

إرشادات للدراسة

القاسم المشترك الأكبر

ابحث عن القاسم المشترك الأكبر لحدود كثيرة الحدود قبل تحليلها.

تحقق من فهمك

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين:

أ١) $٥س^{٢} + ١٣س + ٦$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ب١) $٦س^{٢} + ٢٢س - ٨$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحليل أ س^{٢} + ب س + جـ

مثال ٢

حلل كثيرة الحدود ٣س^{٢} − ١٧س + ٢٠.

في ثلاثية الحدود أعلاه أ = ٣، ب = −١٧، جـ = ٢٠. وبما أن ب سالبة، فإن م + ن ستكون سالبة أيضًا، وبما أن جـ موجبة، فإن م ن ستكون موجبة.

لتحديد م، ن كوّن قائمة بالعوامل السالبة لـ أ جـ = ٦٠ وابحث عن العاملين اللذين مجموعهما −١٧

عوامل العدد ٦٠	مجموع العاملين
−٢، −٣٠	−٣٢
−٣، −٢٠	−٢٣
−٤، −١٥	−١٩
−٥، −١٢	−١٧

العاملان الصحيحان هما −٥، −١٢

م = −١٢، ن = −٥

جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة

حلل كل تجمّع بإخراج (ق. م. أ)

خاصية التوزيع

٣س^{٢} − ١٧س + ٢٠ = ٣س^{٢} − ١٢س − ٥س + ٢٠

= (٣س^{٢} − ١٢س) + (−٥س + ٢٠)

= ٣س(س − ٤) + (−٥)(س − ٤)

= (٣س − ٥)(س − ٤)

تحقق من فهمك

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين:

أ٢) $٢ن^{٢} - ن - ١$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ب٢) $١٠ص^{٢} - ٣٥ص + ٣٠$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تُسمّى كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة **كثيرة حدود أولية.**

تحديد كثيرة الحدود الأولية

مثال ٣

حلّل العبارة: ٤س^{٢}−٣س+ ٥ إن أمكن باستعمال الأعداد الصحيحة، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب"أولية".

في ثلاثية الحدود السابقة أ = ٤، ب = −٣، جـ = ٥

وبما أن ب سالبة، فإن م + ن سالبة. وبما أن جـ موجبة فإن م ن موجبة، لذا يكون كلّ من م وَ ن سالبًا. كوّن قائمة بأزواج عوامل العدد٢٠ . وابحث عن العاملين اللذين مجموعهما −٣.

عوامل العدد ٢٠	مجموع العاملين
−٢٠، −١	−٢١
−٤، −٥	−٩
−٢، −١٠	−١٢

لا يوجد عاملان مجموعهما −٣. لذا لا يمكن تحليل العبارة التربيعية باستعمال الأعداد الصحيحة. لذا فالعبارة التربيعية ٤س^{٢}−٣س + ٥ أولية.

تحقق من فهمك

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين:

٣أ) $٤ر^{٢} - ر + ٧$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٣ب) $٢س^{٢} + ٣س - ٥$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

حل معادلات بالتحليل: تمثّل المعادلة ل = −٥ن^{٢} + ع ن + ل$_{٠}$ ارتفاع جسم مقذوف لأعلى، حيث تمثل (ل) الارتفاع بالمتر، وَ (ن) الزمن بالثواني، وَ (ع) السرعة الابتدائية م/ ثانية، و(ل$_{٠}$) الارتفاع الابتدائي بالمتر. ويمكن حل هذه المعادلة بعد كتابتها على الصورة أس^{٢} + ب س + جـ = ٠ بالتحليل واستعمال خاصية الضرب الصفري.

حل المعادلات بالتحليل إلى عوامل

مثال ٤
من واقع الحياة

حياة برية : افترض أن فهدًا يقفز نحو فريسته بسرعة ابتدائية رأسية مقدارها ١١ مترًا/ ثانية. فكم يبقى الفهد في الهواء قبل وصوله إلى فريسته التي ترتفع عن الأرض ٢ متر؟

$ل = -٥ن^{٢} + ع ن + ل_{.}$	معادلة الارتفاع
$٢ = -٥ن^{٢} + ١١ن + ٠$	عوّض ل = ٢، ع = ١١، $ل_{.}$ = ٠
$٠ = -٥ن^{٢} + ١١ن - ٢$	اطرح ٢ من كلا الطرفين
$٠ = ٥ن^{٢} - ١١ن + ٢$	اضرب كلا الطرفين في -١
$٠ = (٥ن - ١)(ن - ٢)$	حلّل
$٥ن - ١ = ٠$ أو $ن = ٢$	خاصية الضرب الصفري
$٥ن = ١$	
$ن = \frac{١}{٥}$	حل كل معادلة

الإجابتان $\frac{١}{٥}$ وَ ٢ ثانية، يحتاج الفهد إلى $\frac{١}{٥}$ ثانية للوصول إلى ارتفاع ٢م في أثناء صعوده، وإلى ثانيتين في الهواء للوصول إلى الفريسة.

الربط مع الحياة

الفهد هو أسرع حيوان في العالم؛ حيث تبلغ سرعته ١١٢ كلم / ساعة، ويمكن أن تصل سرعته من صفر إلى ٦٤ كلم / ساعة في ٣ خطوات واسعة خلال ثوانٍ فقط.

تحقق من فهمك

٤) **فيزياء:** قذف شخص كرة إلى الأعلى من سطح بناية ارتفاعها ٢٠ م. والمعادلة ع= −٥ن^{٢}+ ١٦ن+٢٠ تمثل ارتفاع الكرة (ع) بالأمتار بعد (ن) ثانية. فإذا سقطت الكرة على شرفة ارتفاعها ٤ م عن الأرض، فكم ثانية بقيت الكرة في الهواء؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تنبيه !

إشارة السالب

حافظ على (العدد −١) معامل ن^{٢} ، الذي تم إخراجه خلال التحليل، أو اضرب كلا الطرفين في −١ بدلًا من ذلك.

تأكد

الأمثلة ١ - ٣ حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

١) $٢س^{٢} + ٢٢س + ٥٦$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٢) $٥س^{٢} - ٣س + ٤$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٣) $٣س^{٢} - ١١س - ٢٠$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تأكد

مثال ٤ حُلَّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

٤) $٢س^{٢} + ٩س + ٩ = ٠$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٥) $٣س^{٢} - ١٠س + ٨ = ٠$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٦) $٢س^{٢} - ١٧س + ٣٠ = ٠$

.....

.....

.....

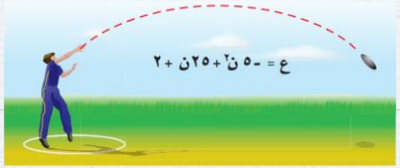
.....

.....

.....

تأكد

٧) **رمي القرص:** يرمي خالد القرص المعدني كما في الشكل المجاور.



أ) ما الارتفاع الابتدائي للقرص؟

.....

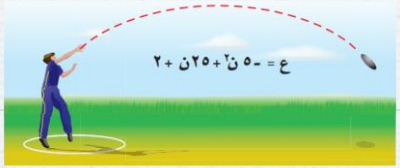
.....

.....

.....

.....

تأكد



ب) بعد كم ثانية يصل القرص إلى الارتفاع نفسه الذي قذف منه؟

.....

.....

.....

.....

.....

مهارات التفكير العليا

٣٥) **اكتب:** فسّر كيف تحدد القيم التي يجب اختيارها لِـ م وَ ن عند تحليل كثيرة الحدود على الصورة أس^{٢} + ب س+جـ

.....

.....

.....

.....

.....

الواجب
بمنصة مدرستي

تصميم
أ. عثمان الربيعي
@uthman20191

موقع رفعة التعليمية