المعادلات التربيعية :
الفرق بين مربعين

فيما سبق

درست تحليل ثلاثية حدود إلى ثنائيتي حد .

الآن

١) أحلل ثنائية حد على صورة فرق بين مربعين .
٢) أحل معادلات باستعمال الفرق بين مربعين .

المفردات

الفرق بين مربعين

جدول التعلم

ماذا أعرف ؟	ماذا أريد أن أعرف ؟	ماذا تعلمت ؟

لماذا

يستعمل مصمِّمو الجرافيك الفن والرياضيات لتصميم صور وأشرطة فيديو. ويستعملون المعادلات لتكوين أشكال وخطوط على الحاسوب. ويساعد التحليل إلى العوامل على تحديد أبعاد الأشكال وطريقة ظهورها.

تحليل الفرق بين مربعين: تذكّر أنك تعلمت ناتج ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما، ويشير ناتج الضرب هذا إلى **الفرق بين المربعين**. لذا فالصورة المحلّلة للفرق بين مربعين تسمى ناتج ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الفرق بين مربعين

الرموز: $أ^{٢} - ب^{٢} = (أ + ب)(أ - ب)$ أو $(أ - ب)(أ + ب)$

أمثلة: $س^{٢} - ٢٥ = (س + ٥)(س - ٥)$ أو $(س - ٥)(س + ٥)$

$ن^{٢} - ٦٤ = (ن + ٨)(ن - ٨)$ أو $(ن - ٨)(ن + ٨)$

تحليل الفرق بين مربعين

مثال ١

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

أ) $١٦هـ^{٢}-٩أ^{٢}$

$١٦هـ^{٢}-٩أ^{٢} = (٤هـ)^{٢}-(٣أ)^{٢}$ — اكتب العبارة على صورة $أ^{٢}-ب^{٢}$

$= (٤هـ+٣أ)(٤هـ-٣أ)$ — تحليل الفرق بين مربعين

ب) $١٢١-٤ب^{٢}$

$١٢١-٤ب^{٢} = (١١)^{٢}-(٢ب)^{٢}$ — اكتب العبارة على صورة $أ^{٢}-ب^{٢}$

$= (١١-٢ب)(١١+٢ب)$ — تحليل الفرق بين مربعين

جـ) $٢٧جـ^{٣}-٣جـ$

بما أنه يوجد عامل مشترك بين الحدود، لذا حلّل بإخراج (ق .م .أ) أولاً، ثم أكمل بطرق التحليل الأخرى.

$٢٧جـ^{٣}-٣جـ = ٣جـ(٩جـ^{٢}-١)$ — حلّل بإخراج (ق .م .أ)

$= ٣جـ[(٣جـ)^{٢}-(١)^{٢}]$ — اكتب على الصورة $أ^{٢}-ب^{٢}$

$= ٣جـ(٣جـ-١)(٣جـ+١)$ — تحليل الفرق بين مربعين.

تحقق من فهمك

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

١أ) $٨١ - جـ^{٢}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

١ب) $٦٤جـ^{٢} - هـ^{٢}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

١جـ) $٩س^{٣}-٤س$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

١د) $-٤ص^{٣}+٩ص$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

قد تحتاج إلى تحليل كثيرة حدود تحليلاً تامًّا، باستعمال التحليل أكثر من مرة. وهذا ينطبق أيضًا على الفرق بين مربعين.

تطبيق التحليل أكثر من مرة

مثال ٣

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

أ) $ب^{٤} - ١٦$

$ب^{٤} - ١٦ = (ب^{٢})^{٢} - (٤)^{٢}$ — اكتب $ب^{٤} - ١٦$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$.

$= (ب^{٢} + ٤)(ب^{٢} - ٤)$ — تحليل الفرق بين مربعين

لاحظ أن العامل $ب^{٢} - ٤$ هو فرق بين مربعين أيضًا.

$= (ب^{٢} + ٤)(ب^{٢} - ٢^{٢})$ — اكتب $ب^{٢} - ٤$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$.

$= (ب^{٢} + ٤)(ب + ٢)(ب - ٢)$ — تحليل الفرق بين مربعين

ب) $٦٢٥ - س^{٤}$

$٦٢٥ - س^{٤} = (٢٥)^{٢} - (س^{٢})^{٢}$ — اكتب $٦٢٥ - س^{٤}$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$.

$= (٢٥ + س^{٢})(٢٥ - س^{٢})$ — تحليل الفرق بين مربعين

$= (٢٥ + س^{٢})(٥^{٢} - س^{٢})$ — اكتب $٢٥ - س^{٢}$ على صورة $أ^{٢} - ب^{٢}$.

$= (٢٥ + س^{٢})(٥ - س)(٥ + س)$ — تحليل الفرق بين مربعين

تنبيه !

مجموع مربعين:

لا يمكن تحليل مجموع المربعين $أ^{٢} + ب^{٢}$ إلى $(أ+ب)(أ+ب)$. فمجموع المربعين هو كثيرة حدود أولية لا يمكن تحليلها.

تحقق من فهمك

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

٢أ) $ص^{٤} - ١$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٢ب) $٤أ^{٤} - ب^{٤}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

وتطبق أحيانًا أكثر من طريقة لتحليل كثيرة حدود تحليلاً تامًّا.

تطبيق طرق مختلفة

مثال ٣

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

أ) $٥س^{٥}-٤٥س$

$٥س^{٥}-٤٥س = ٥س(س^{٤}-٩)$	حلل بإخراج (ق. م .أ)
$= ٥س[(س^{٢})^{٢}-(٣)^{٢}]$	اكتب $س^{٤}-٩$ على صورة $أ^{٢}-ب^{٢}$.
$= ٥س(س^{٢}-٣)(س^{٢}+٣)$	تحليل الفرق بين مربعين

لاحظ أن $س^{٢}-٣$ ليس فرقًا بين مربعين؛ لأن ٣ ليس مربعًا كاملًا.

ب) $٧س^{٣}+٢١س^{٢}-٧س-٢١$

$٧س^{٣}+٢١س^{٢}-٧س-٢١$	العبارة الأصلية
$= ٧(س^{٣}+٣س^{٢}-س-٣)$	التحليل بإخراج (ق .م. أ)
$= ٧[(س^{٣}+٣س^{٢})-(س+٣)]$	جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة
$= ٧[س^{٢}(س+٣)-(س+٣)]$	حلل كل تجمّع
$= ٧(س+٣)(س^{٢}-١)$	$س+٣$ عامل مشترك
$= ٧(س+٣)(س+١)(س-١)$	تحليل الفرق بين مربعين

تحقق من فهمك

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

٣أ) $٢ص^{٤}-٥٠$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٣ب) $٦س^{٤}-٩٦$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

٣جـ) $٢م^{٣} + م^{٢} - ٥٠م - ٢٥$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٣د) $ر^{٣} + ٦ر^{٢} + ١١ر + ٦٦$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

حل معادلات بالتحليل: يمكنك بعد التحليل تطبيق خاصية الضرب الصفري على المعادلة المكتوبة على صورة ناتج ضرب عدة عوامل يساوي صفرًا.

مثال ٤
من اختبار

ما القيمة الموجبة لـ س التي تحقق المعادلة ص= س^{٢} − $\frac{٩}{١٦}$، إذا كانت ص=٠؟

أ) $\frac{-٩}{٤}$ ب) صفر جـ) $\frac{٣}{٤}$ د) $\frac{٩}{٤}$

اقرأ الفقرة:

عوّض عن ص بـ صفر، ثم حل المعادلة.

حل الفقرة:

ص= س^{٢} − $\frac{٩}{١٦}$	المعادلة الأصلية
٠= س^{٢} − $\frac{٩}{١٦}$	عوِّض عن ص بـ صفر
٠= س^{٢} − $(\frac{٣}{٤})^{٢}$	اكتب على صورة أ^{٢} − ب^{٢}
٠= (س+ $\frac{٣}{٤}$)(س− $\frac{٣}{٤}$)	تحليل الفرق بين مربعين
٠= س+ $\frac{٣}{٤}$ أو ٠= س− $\frac{٣}{٤}$	خاصية الضرب الصفري
س= $\frac{-٣}{٤}$ س= $\frac{٣}{٤}$	الإجابة الصحيحة جـ

إرشادات للدراسة

استعمال طريقة أخرى

يمكن استعمال طريقة أخرى للحل بتعويض البدائل في المعادلة.

تحقق من فهمك

٤) حُلَّ المعادلة: ١٨س^{٣} = ٥٠ س؟

أ) ٠، $\frac{٥}{٣}$ ب) $\frac{-٥}{٣}$، $\frac{٥}{٣}$ جـ) $\frac{-٥}{٣}$، ٠، $\frac{٥}{٣}$ د) $\frac{-٥}{٣}$، $\frac{٥}{٣}$، ١

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تأكد

الأمثلة ١-٣ حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

١) $س^{٢} - ٩$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

٢) $٤أ^{٢} - ٢٥$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

٦) $٢٠ر^{٤} - ٤٥ن^{٤}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

تأكد

مثال ٤ ١٠) **سيارات:** قد يكون الأثر الذي تتركه عجلات السيارة ناجمًا عن وقوفها المفاجئ. والمعادلة $\frac{١}{٢٤}ع^{٢}=ف$ تعبِّر عن سرعة السيارة التقريبية (ع) بالميل/ ساعة، علمًا بأن (ف) هو طول الأثر الذي تتركه العجلات بالقدم على سطح جاف. إذا كان طول أثر العجلات ٥٤ قدمًا، فكم كانت سرعة السيارة؟

.....

.....

.....

.....

.....

مهارات التفكير العليا

٤٦) **تحدٍّ :** بسِّط العبارة: ٩ − (ك+٣)^{٢} بتحليلها بالفرق بين مربعين.

.....

.....

.....

.....

.....

الواجب
بمنصة مدرستي

تصميم
أ. عثمان الربيعي
@uthman20191

موقع رفعة التعليمية