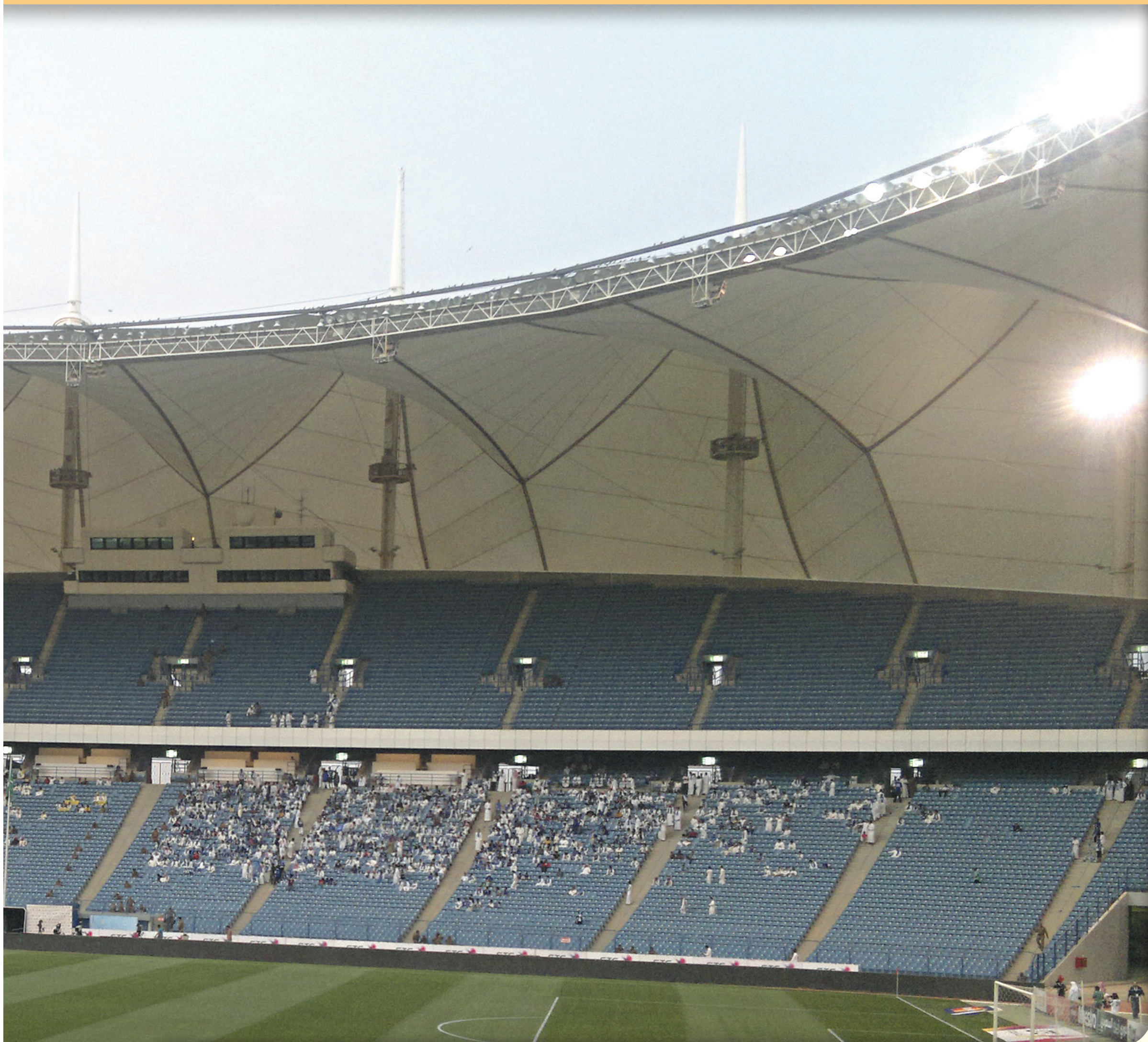
الفصل 5

# الأشكال الرباعية
# Quadrilaterals



**فيما سبق:**
درستُ تصنيف المضلعات وميَّزت خصائصها وطبَّقتُها.

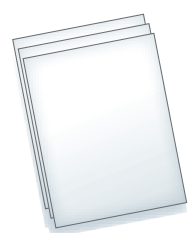
**والآن:**
- أجد مجموع قياسات كل من الزوايا الداخلية والخارجيّة لمضلع، وأستعملها.
- أتعرف خصائص الأشكال الرباعية، وأطبِّقها.
- أقارن بين الأشكال الرباعيّة.

**لماذا؟**
**أدوات رياضية:** تُستعمل خصائص الأشكال الرباعيّة لإيجاد قياسات زوايا أو أطوال أضلاع، كقياس زوايا الملاعب وتخطيطها.

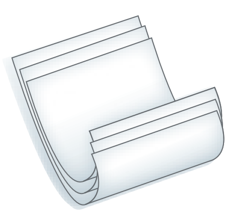
## المطويات منظم أفكار

**الأشكال الرباعيّة:** اعملْ هذهِ المطويَّةَ لتساعدَكَ على تنظيمِ معلوماتِكَ حول الفصل 5 . اِبدأْ بثلاثِ أوراقٍ A4 .

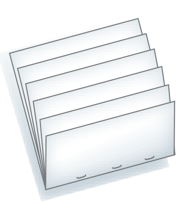
1 ضَعْ 3 أوراقٍ بعضها فوق بعض بحيث تبعد كل ورقة عن الأخرى 2 cm



2 اطوِ الأوراقَ بحيث تكون لحوافها الظاهرة العرض نفسه.



3 ثَبِّتِ الأوراقَ على طُولِ خطِّ الطَّيِّ.



4 أُكتبْ عنوان الفصل وأرقام الدُّروسِ، وسجِّلْ مُلاحظاتِكَ.

# التهيئة للفصل 5

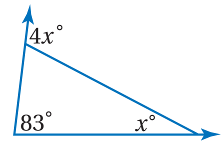
**تشخيص الاستعداد:**

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

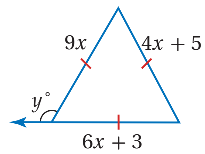
## اختبار سريع

أوجد قيم $x, y$ في كل مما يأتي مقرَّبًا إلى أقرب عُشر:

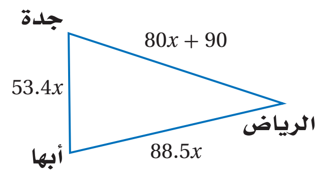
**(1**




**(2**



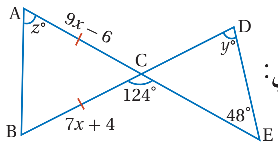

**(3** **مدن:** تمثل مواقع كل من الرياض وجدة وأبها رؤوس مثلث كما في الشكل أدناه. إذا كان محيط هذا المثلث $2198\ km$، فأوجد المسافة الجوية بين كل من المدن الثلاث.




## مراجعة سريعة

### مثال 1

أوجد $(x, y, z)$ في الشكل الآتي:




| | |
|---|---|
| $AC = BC$ | معطى |
| $9x - 6 = 7x + 4$ | بالتعويض |
| $2x = 10$ | بالطرح |
| $x = 5$ | بالتبسيط |
| $124° = y° + 48°$ | نظريّة الزاوية الخارجية للمثلث |
| $(y) = 76°$ | بالتبسيط |
| $124° = z° + z°$ | نظريّة الزاوية الخارجية للمثلث |
| $124° = 2z°$ | بالجمع |
| $z° = 62°$ | بالتبسيط |

## اختبار سريع

حدِّد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي:

**(4** $A(3, 3), B(8, 2), C(6, -1), D(1, 0)$

**(5** $A(4, 2), B(1, -3), C(-3, 5), D(2, 2)$

**(6** $A(-8, -7), B(4, -4), C(-2, -5), D(1, 7)$

**(7** **حدائق:** صمَّم مهندس رسمًا لحديقة رباعيّة الشكل، إحداثيات رؤوسها: $A(-2, 1), B(3, -3), C(5, 7),$ $D(-3, 4)$. إذا رسم ممرين يقطعانها $\overleftrightarrow{BD}$ ، $\overleftrightarrow{AC}$. فهل الممران متعامدان؟ فسِّر إجابتك.

## مراجعة سريعة

### مثال 2

إذا كان $A(-2, 5), B(4, 17), C(0, 1), D(8, -3)$ ، فحدّد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ صيغة الميل

ميل $\overleftrightarrow{AB}$: $\frac{17 - 5}{4 - (-2)} = \frac{12}{6} = 2$

ميل $\overleftrightarrow{CD}$: $\frac{-3 - 1}{8 - 0} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$

بما أن ميلي المستقيمين غير متساويين، فهما غير متوازيين.

$2(-\frac{1}{2}) = -1$ حاصل ضرب ميلي $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$

وبما أن حاصل ضرب ميليهما يساوي $-1$، فهما متعامدان.

## اختبار سريع

أوجد المسافة بين كل نقطتين، ثم أوجد إحداثيات نقطة منتصف القطعة الواصلة بينهما في كل مما يأتي:

**(8** $J(-6, 2), K(-1, 3)$    **(9** $R(2, 5), S(8, 4)$

**(10** **مسافات:** وقف شخص على النقطة $T(80, 20)$ من مستوى إحداثي، ورغب في الانتقال إلى كل من $U(20, 60)$ وَ $V(110, 85)$. فما أقصر مسافة يمكن أن يقطعها الشخص؟ فسِّر إجابتك.

## مراجعة سريعة

### مثال 3

أوجد المسافة بين النقطتين $J(2, -1), K(7, 1)$ ، ثم أوجد إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بينهما.

| | |
|---|---|
| $JK = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ | صيغة المسافة بين نقطتين |
| $= \sqrt{(7 - 2)^2 + (1 - (-1))^2}$ | بالتعويض |
| $= \sqrt{29}$ | بالتبسيط |
| $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{2 + 7}{2}, \frac{-1 + 1}{2}\right)$ | صيغة نقطة المنتصف |
| $= (4.5, 0)$ | |

وزارة التعليم
Ministry of Education

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

# 1 - 5 زوايا المضلع

## Angles of Polygon

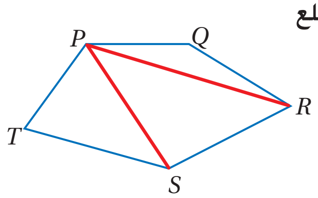
### فيما سبق:
درستُ أسماء المضلعات وتصنيفها. (مهارة سابقة)

### والآن:
- أجِدُ مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع، وأستعمله.
- أجِدُ مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة لمضلع، وأستعمله.

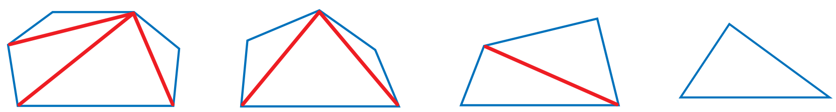
### المفردات:
القطر
diagonal

### لماذا؟
تنتج عاملات النحل اليافعة شمعًا تشكِّله بعناية نحلات أخريات على صورة خلايا سداسيّة. ومع أنّ سُمْكَ جدران الخلايا 0.1 mm، إلّا أنّها تتحمّل ثقلًا يعادل 25 مثل وزنها. وتشكِّل جدران الخلايا الزاوية نفسها عند كل التقاء. وقياس هذه الزاوية يساوي قياس الزاوية الداخلية للسداسي المنتظم.

### مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع:
قطر المضلع هو قطعة مستقيمة تصل بين أي رأسين غير متتاليين فيه. رأسا المضلع $PQRST$ غير التاليين للرأس $P$، هما: $R, S$؛ لذا فالمضلع $PQRST$ له قطران من الرأس $P$، هما: $\overline{PR}, \overline{PS}$. لاحظ أن هذين القطرين يقسمان الشكل الخماسي إلى ثلاثة مثلثات.




مجموع قياسات زوايا المضلع يساوي مجموع قياسات زوايا المثلثات التي تتشكّل عند رسم جميع الأقطار الممكنة من أحد الرؤوس.



مثلث رباعي خماسي سداسي

بما أن مجموع قياسات زوايا المثلث $180°$، فإنّه يمكننا إنشاء جدول والبحث عن نمط لإيجاد مجموع قياسات زوايا أي مضلع محدّب.

| المضلع | عدد الأضلاع | عدد المثلثات | مجموع قياسات الزوايا الداخلية |
|---|---|---|---|
| مثلث | 3 | 1 | $180°\ (1) = 180°$ |
| رباعي | 4 | 2 | $180°\ (2) = 360°$ |
| خماسي | 5 | 3 | $180°\ (3) = 540°$ |
| سداسي | 6 | 4 | $180°\ (4) = 720°$ |
| ذو $n$ من الأضلاع | $n$ | $n - 2$ | $180°\ (n - 2)$ |

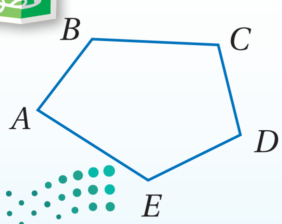
وهذا يقودنا إلى النظرية الآتية:

### نظرية 5.1 مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع
أضف إلى مطويتك

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدّب عدد أضلاعه $n$ يساوي $S = (n - 2) \cdot 180°$.

مثال:

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E = (5 - 2) \cdot 180° = 540°$$




### مراجعة المفردات
**المضلع:** هو شكل مغلق، يتكوّن من ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر، تلتقي كل قطعة بطرفي قطعتين أخريين من المضلع، ولا تقع أي قطعتين منها على استقامة واحدة، وتكون رؤوس المضلع هي أطراف القطع المستقيمة فيه.

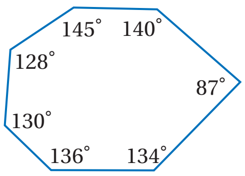
### مراجعة المفردات
**الزاوية الداخلية:** هي الزاوية المحصورة بين ضلعين متجاورين في مضلع وتقع داخله.

ستبرهن نظرية 5.1 في السؤال 38

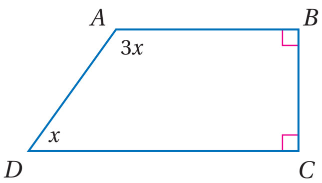
يمكنك استعمال النظرية 5.1 لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للمضلع والقياسات المجهولة لزواياه.

## مثال 1 إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع

a) أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للسباعي المحدّب.




b) **جبر:** أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للرباعي المجاور.



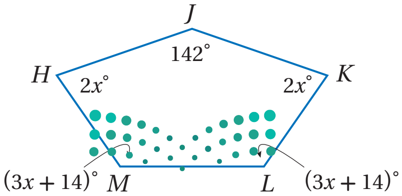

**الخطوة 1:**

**الخطوة 2:**

### تحقق من فهمك

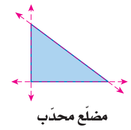
1A) أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للثماني المحدّب.

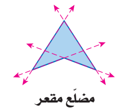
1B) أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للخماسي المجاور.




### مراجعة المفردات

**المضلع المحدّب:** مضلع يكون قياس أيّ من زواياه الداخلية أقل من 180°، ولا يقطع امتداد أي ضلع فيه أي ضلع آخر من أضلاع المضلع.




### إرشادات للدراسة

**المضلع:** عند ذكر كلمة مضلع في هذا الفصل فإننا نعني المضلع المحدّب.

## مراجعة المفردات

**المضلع المنتظم:**
هو مضلع محدّب جميع أضلاعه متطابقة، وجميع زواياه متطابقة.

تذكّر أن جميع الزوايا الداخليّة للمضلع المنتظم متطابقة. ويمكنك استعمال هذه الحقيقة ونظرية مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للمضلع لإيجاد قياس الزواية الداخلية لأي مضلع منتظم.

### مثال 2 من واقع الحياة قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم

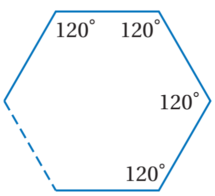
**مظلة:** في المنظر العلوي للمظلة المجاورة، تشكّل الأعمدة رؤوس مضلع سداسي منتظم. أوجد قياس الزاوية التي تتشكل عند أي من أركان المظلة.

**افهم:**

**خطط:**

**حل:**

**تحقق:**




### ✓ تحقق من فهمك

2A) **سجاد:** أوجد قياس الزاوية الداخلية لسجادة على شكل ثماني منتظم.

2B) **نوافير:** تزيِّن النوافير الأماكن العامة، ويقام بعضها على شكل مضلعات منتظمة. أوجد قياس الزاوية الداخلية لنافورة على شكل تساعي منتظم.

يمكنك أيضًا استعمال نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع لإيجاد عدد أضلاع مضلع منتظم إذا عُلم قياس زاوية داخلية له.

## مثال 3 إيجاد عدد الأضلاع إذا عُلم قياس زاوية داخليّة

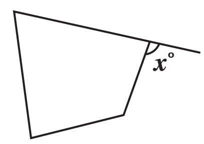
إذا كان قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم يساوي $135°$، فأوجد عدد أضلاعه .

### ✓ تحقق من فهمك

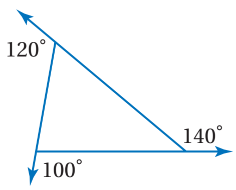
**3)** إذا كان قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم يساوي $144°$، فأوجد عدد أضلاعه.

### مراجعة المفردات

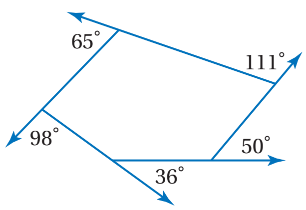
**الزاوية الخارجيّة:** الزاوية الخارجية لمضلع محدب هي زاوية محصورة بين أحد أضلاعه وامتداد ضلع آخر.



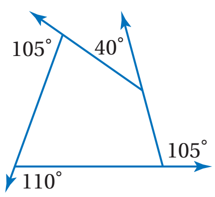

**مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع:** هل توجد علاقة بين عدد أضلاع مضلع محدّب ومجموع قياسات زواياه الخارجية؟ انظر المضلعات أدناه التي أُعطي في كل منها قياس زاوية خارجية عند كل رأس.




$120° + 100° + 140° = $ **360°**




$65° + 98° + 36° + 50° + 111° = $ **360°**




$105° + 110° + 105° + 40° = $ **360°**

لاحظ أنّ مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس في كل حالة يساوي $360°$. وتقودنا هذه الملاحظة إلى النظرية الآتية :

### إرشادات للدراسة

**قياس الزاوية الخارجية:** قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم عدد أضلاعه $n$ يساوي $\frac{360°}{n}$

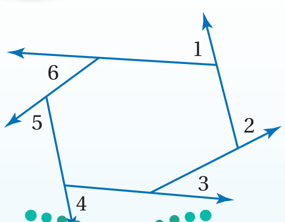
## نظرية 5.2 مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع

أضف إلى مطويتك

مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع المحدّب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي $360°$.

**مثال:**

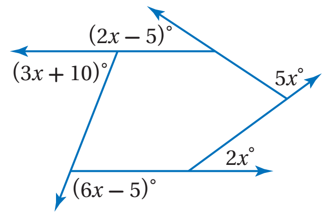
$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360°$$




ستبرهن نظرية 5.2 في السؤال 39

## مثال 4 إيجاد قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع

a) **جبر:** أوجد قيمة $x$ في الشكل المجاور.

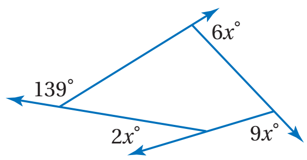



b) أوجد قياس الزاوية الخارجيّة للتساعي المنتظم.

### إرشادات للدراسة

**طريقة بديلة:** لإيجاد قياس زاوية خارجيّة لمضلع منتظم يمكنك إيجاد قياس زاوية داخليّة وطرح هذا القياس من $180°$؛ لأنّ الزاوية الخارجيّة والزاوية الداخليّة المرتبطة بها متكاملتان.

### تحقق من فهمك




4A) أوجد قيمة $x$ في الشكل المجاور.

4B) أوجد قياس الزاوية الخارجيّة لمضلع منتظم ذي 12 ضلعًا.

## تأكد

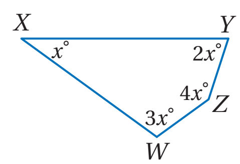
**المثال 1** أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لكل من المضلعين المحدبين الآتيين:

1) العشاري

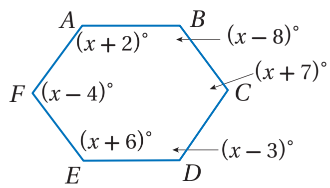
2) الخماسي

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعين الآتيين:

3)




4)




**المثال 2**

5) **عجلة دوارة:** العجلة الدوّارة في الصورة المجاورة على شكل مضلع منتظم عدد أضلاعه 15 ضلعًا.

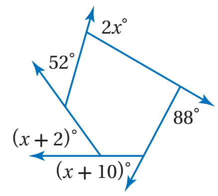
أوجد قياس الزاوية الداخليّة له.

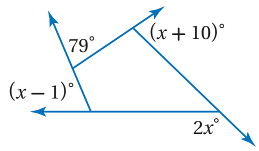
**المثال 3** إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى، فأوجد عدد الأضلاع في كل مما يأتي:

6) $150°$

7) $170°$

**المثال 4** أوجد قيمة $x$ في كلٍّ من الشكلين الآتيين :

(8



(9



أوجد قياس الزاوية الخارجيّة لكل من المضلعين المنتظمين الآتيين:

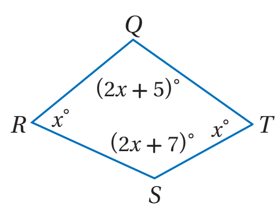
**10)** رباعي **11)** ثُماني

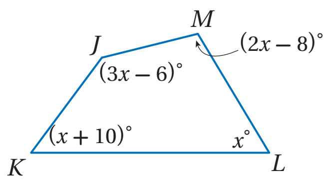
## تدرب وحل المسائل

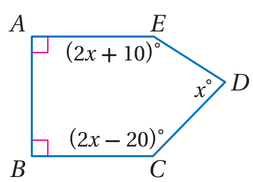
**المثال 1** أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لكل من المضلعات المحدبة الآتية:

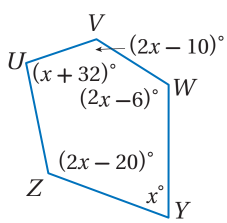
**12)** ذو 12 ضلعًا **13)** ذو 20 ضلعًا **14)** ذو 29 ضلعًا **15)** ذو 32 ضلعًا

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعات الآتية:

(16



(17



(18



(19



**20)** ما مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للمضلع في الشكل المجاور؟

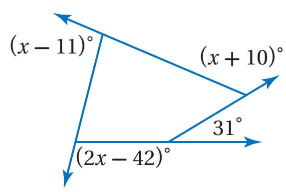
**المثال 2** أوجد قياس زاوية داخليّة لكل من المضلعات المنتظمة الآتية:

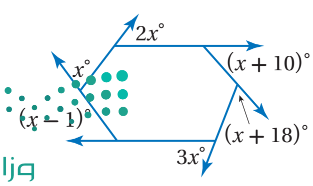
**21)** ذو12 ضلعاً **22)** الخماسي **23)** العشاري **24)** التُّساعي

**المثال 3** إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى، فأوجد عدد الأضلاع في كل مما يأتي:

**25)** $60°$ **26)** $90°$ **27)** $120°$ **28)** $156°$

**المثال 4** أوجد قيمة $x$ في كل من الشكلين الآتيين:

(29



(30



وزارة التعليم
Ministry of Education

### تاريخ الرياضيات

**أبو كامل شجاع بن أسلم بن محمد بن شجاع 236 - 318 هـ**
**مهندس وعالم بالحساب، عرف باسم «أبي كامل الحاسب»، وعاش في القرن الثالث الهجري، له رسالة في «المضلع ذي الزوايا الخمس وذي الزوايا العشر».**

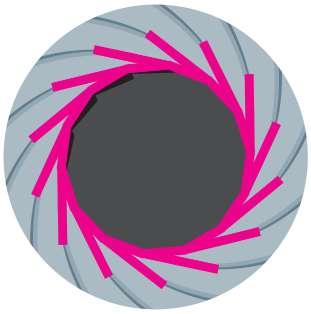
**أوجد قياس زاوية خارجيّة لكل من المضلعات المنتظمة الآتية:**

**31)** العشاري  **32)** الخماسي  **33)** السداسي  **34)** ذو 15 ضلعًا

**35)** **تصوير:** تشكّل الفتحة التي ينفذ منها الضوء إلى عدسة آلة التصوير في الشكل المجاور مضلعًا منتظمًا ذا 14 ضلعًا.

**a)** أوجد قياس الزاوية الداخلية مقرّبة إلى أقرب عُشر.

**b)** أوجد قياس الزاوية الخارجية مقرّبة إلى أقرب عُشر.



**أوجد قياس زاوية خارجية وزاوية داخلية للمضلع المنتظم المعطى عدد أضلاعه في كل مما يأتي، وقرّب إجابتك إلى أقرب عُشر:**

**36)** 7  **37)** 13

**38)** أثبت أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع الثماني يساوي $1080°$، دون استعمال صيغة مجموع الزوايا الداخلية للمضلع.

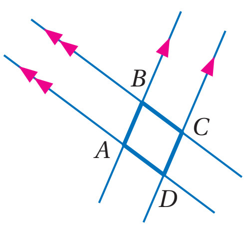
**39)** **برهان:** استعمل الجبر لإثبات نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع.

**جبر: أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعين الآتيين :**

**40)** عشاري قياسات زواياه الداخليّة:
$(x+5)°, (x+10)°, (x+20)°, (x+30)°, (x+35)°, (x+40)°, (x+60)°, (x+70)°, (x+80)°, (x+90)°$

**41)** الخماسي $ABCDE$ الذي قياسات زواياه الداخليّة: $6x°, (4x+13)°, (x+9)°, (2x-8)°, (4x-1)°$

**42)** **تمثيلات متعدّدة:** سوف تستقصي في هذه المسألة العلاقات بين الزوايا والأضلاع في متوازي أضلاع.




**a)** **هندسيًا:** ارسم زوجين من المستقيمات المتوازية تتقاطع كما في الشكل المجاور، وسمِّ الشكل الرباعي الناتج $ABCD$. ثم كرّر هذه الخطوات لتكوين شكلين آخرين: $QRST$ , $FGHJ$.

**b)** **جدوليًا:** أكمل الجدول الآتي :

| الشكل الرباعي | أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $ABCD$ | $m\angle A$ | | $m\angle B$ | | $m\angle C$ | | $m\angle D$ | |
| | $AB$ | | $BC$ | | $CD$ | | $DA$ | |
| $FGHJ$ | $m\angle F$ | | $m\angle G$ | | $m\angle H$ | | $m\angle J$ | |
| | $FG$ | | $GH$ | | $HJ$ | | $JF$ | |
| $QRST$ | $m\angle Q$ | | $m\angle R$ | | $m\angle S$ | | $m\angle T$ | |
| | $QR$ | | $RS$ | | $ST$ | | $TQ$ | |

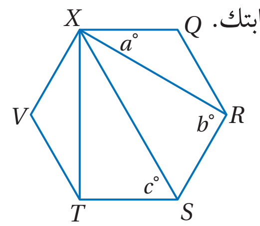
**c)** **لفظيًا:** خمّن العلاقة بين كل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي الناتج عن زوجين من المستقيمات المتوازية.

**d)** **لفظيًا:** خمّن العلاقة بين كل زاويتين متحالفتين في الشكل الرباعي الناتج عن زوجين من المستقيمات المتوازية.

**e)** **لفظيًا:** خمّن العلاقة بين كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي الناتج عن زوجين من المستقيمات المتوازية.

## مسائل مهارات التفكير العليا

**43) اكتشف الخطأ:** قالت مريم: إنّ مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للعشاري أكبر منه للسباعي؛ لأنّ عدد أضلاع العشاري أكثر من أضلاع السباعي. وقالت لبنى: إنّ مجموع قياسات الزوايا الخارجية لكلا المضلعين متساوٍ. "فهل أيٌّ منهما ادعاؤها صحيح"؟ وضّح تبريرك.




**44) تحدٍّ:** أوجد قيم $a, b, c$ في الشكل السداسي المنتظم $QRSTVX$ المجاور. برّر إجابتك.

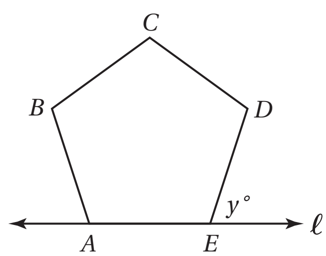
**45) تبرير:** إذا مُدَّ ضلعان لسداسي منتظم بحيث يلتقيان في نقطة خارجه، فهل يكون المثلث الناتج متطابق الأضلاع دائمًا، أو أحيانًا، أو لا يمكن أن يكون متطابق الأضلاع أبدًا؟ برّر إجابتك.

**46) مسألة مفتوحة:** ارسم مضلعًا، وأوجد مجموع قياسات زواياه الداخليّة. ما عدد أضلاع المضلع الذي مجموع قياسات زواياه الداخليّة مِثلا المجموع الذي أوجدته؟ برّر إجابتك.

**47) اكتب:** وضّح العلاقة بين المثلثات ونظرية مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للمضلع.

## تدريب على اختبار

**48) إجابة قصيرة:** الشكل $ABCDE$ خماسي منتظم، والمستقيم $\ell$ يحوي $\overline{AE}$. ما قياس $(\angle y)$؟

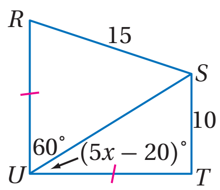



**49)** إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع مِثْلي مجموع قياسات زواياه الخارجيّة، فما نوع هذا المضلع؟

**A** مربع
**B** خماسي
**C** سداسي
**D** ثماني

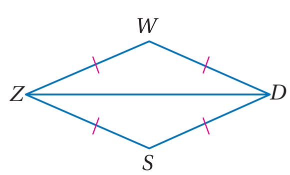
## مراجعة تراكمية

**50) جبر:** اكتب متباينة تمثِّل مدى القيم الممكنة لِـ $x$ **(مهارة سابقة)**

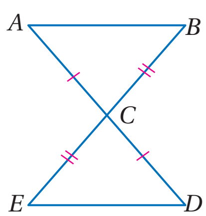



بيّن في كل مما يأتي أن المثلثين متطابقان، وحدِّد حالة التطابق، ثم اكتب عبارة تطابق: **(مهارة سابقة)**

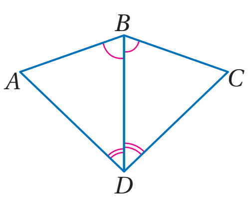
**51)**




**52)**

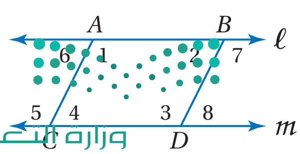



**53)**




## استعد للدرس اللاحق

في الشكل المجاور $\overline{BD} \parallel \overline{AC}$ ، $m \parallel \ell$ ، حدِّد جميع أزواج الزوايا التي تصنف وفقًا لما يلي:




**54)** زاويتان متبادلتان داخليًّا.

**55)** زاويتان متحالفتان.

# معمل الجداول الإلكترونية
# زوايا المضلع
# Angles of Polygon

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

من الممكن إيجاد قياسات الزوايا الداخلية والزوايا الخارجية بالإضافة إلى مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مضلع منتظم عدد أضلاعه $n$، وذلك باستعمال برنامج الجداول الإلكترونية.

## نشاط

صمّم جدولًا إلكترونيًّا باتباع الخطوات الآتية:

- اكتب عناوين للأعمدة كما في الجدول أدناه.
- أدخل الأرقام 10–3 في العمود الأول بدءًا من الخلية A2.
- عدد المثلثات في كل مضلع أقل من عدد أضلاعه بـ 2. اكتب صيغة في الخلية B2 لطرح 2 من كل عدد في الخلية A2 وذلك بوضع المؤشر في الخلية B2 وكتابة $\boxed{=A2-2}$ ثم ضغط enter .
- اكتب صيغة في الخلية C2 لحساب مجموع قياسات الزوايا الداخليّة. تذكّر أن صيغة مجموع قياسات زوايا مضلع هي $S=(n-2)\cdot180°$، وذلك بوضع المؤشر في الخلية C2 وكتابة $\boxed{=B2*180}$ ثم ضغط enter .
- استمر في كتابة صيغ لحساب القيم المشار إليها في الجدول، ثم اسحب هذه الصيغ على القيم حتّى الصف 9. سيظهر الجدول في النهاية على النحو الآتي:

**المضلعات والزوايا**

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | عدد الأضلاع | عدد المثلثات | مجموع قياسات الزوايا الداخلية | قياس كل زاوية داخلية | قياس كل زاوية خارجية | مجموع قياسات الزوايا الخارجية |
| 2 | 3 | 1 | 180 | 60 | 120 | 360 |
| 3 | 4 | 2 | 360 | 90 | 90 | 360 |
| 4 | 5 | 3 | 540 | 108 | 72 | 360 |
| 5 | 6 | 4 | 720 | 120 | 60 | 360 |
| 6 | 7 | 5 | 900 | 128.57 | 51.43 | 360 |
| 7 | 8 | 6 | 1080 | 135 | 45 | 360 |
| 8 | 9 | 7 | 1260 | 140 | 40 | 360 |
| 9 | 10 | 8 | 1440 | 144 | 36 | 360 |

Sheet 1 Sheet 2 Sheet 3

### تمارين ومسائل:

1) اكتب الصيغة التي استعملتها لإيجاد قياس زاوية داخلية للمضلع المنتظم.
2) اكتب الصيغة التي استعملتها لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع المنتظم.
3) ما قياس كل زاوية داخليّة إذا كان عدد الأضلاع 1 أو 2؟
4) هل من الممكن أن يكون عدد الأضلاع 1 أو 2؟ وضّح إجابتك.

**استعمل جدولًا إلكترونيًّا لحل الأسئلة الآتية:**

5) ما عدد المثلثات في مضلع عدد أضلاعه 17 ضلعًا؟
6) أوجد قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم عدد أضلاعه 16 ضلعًا.
7) أوجد قياس زاوية داخلية لمضلع منتظم عدد أضلاعه 115 ضلعًا مقرّبًا إجابتك إلى أقرب عُشر.
8) إذا كان قياس كل من الزوايا الخارجية $0°$، فأوجد قياس الزاوية الداخليّة. وهل هذا ممكن؟ وضّح إجابتك.

# 5-2 متوازي الأضلاع
# Parallelogram

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

## فيما سبق:

درستُ تصنيف المضلعات الرباعية .

(مهارة سابقة)

## والآن:

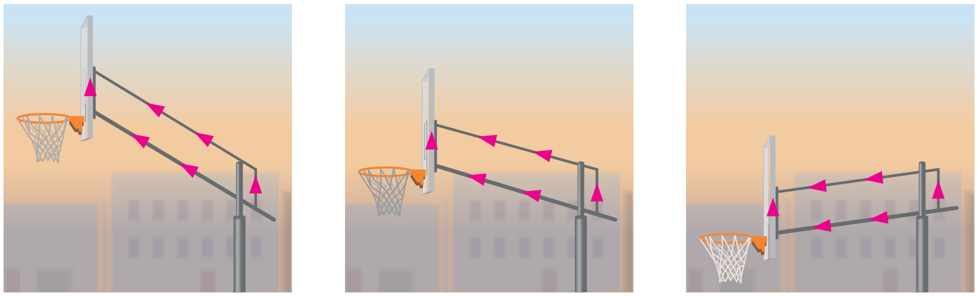
- أتعرف خصائص أضلاع وزوايا متوازي الأضلاع وأطبِّقها.
- أتعرف خصائص أقطار متوازي الأضلاع وأطبِّقها.

## المفردات:

متوازي الأضلاع
parallelogram

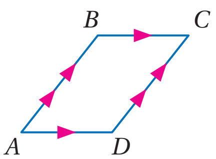
## لماذا؟

يمكن التحكم في ارتفاع مرمى كرة السلة من خلال أذرع خلفية كما في الشكل أدناه. لاحظ أنّه كلّما تم تعديل الارتفاع، يبقى كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي الذي تشكِّله الأذرع متوازيين.



**أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه:** **متوازي الأضلاع** هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. ويُرمز لمتوازي الأضلاع بالرمز ▱.

وفي $\square ABCD$ المبين جانبًا $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ بحسب التعريف.




$\square ABCD$

تقدم النظريات الآتية خصائص أخرى لمتوازي الأضلاع.

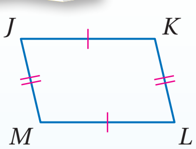
## نظريات

أضف إلى مطويتك

### خصائص متوازي الأضلاع

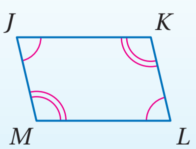
**5.3** كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان.

مثال: $\overline{JK} \cong \overline{ML}$ , $\overline{JM} \cong \overline{KL}$



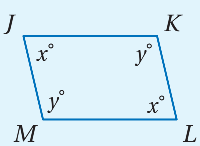

**5.4** كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان.

مثال: $\angle J \cong \angle L$ , $\angle K \cong \angle M$



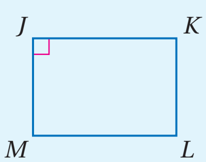

**5.5** كل زاويتين متحالفتين في متوازي الأضلاع متكاملتان.

مثال: $x° + y° = 180°$




**5.6** إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زواياه الأربع قوائم.

مثال: في $\square JKLM$ ، إذا كانت $\angle J$ قائمة، فإنّ : $\angle K, \angle L, \angle M$ قوائم أيضًا.

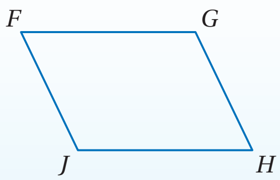



سوف تبرهن النظريات 5.3, 5.5, 5.6 في الأسئلة 5, 25, 27 على الترتيب

وزارة التعليم
Ministry of Education

## برهان نظريّة 5.4

اكتب برهانًا ذا عمودين للنظريّة 5.4.




**المعطيات:** $\square FGHJ$

**المطلوب:** $\angle F \cong \angle H, \angle J \cong \angle G$

**البرهان:**

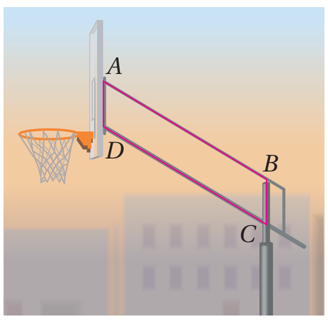
| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1) $\square FGHJ$ | 1) معطى. |
| 2) $\overline{FG} \parallel \overline{JH}, \overline{FJ} \parallel \overline{GH}$ | 2) تعريف متوازي الأضلاع. |
| 3) $\angle F , \angle J$ متكاملتان. $\angle J , \angle H$ متكاملتان. $\angle H , \angle G$ متكاملتان. | 3) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان. |
| 4) $\angle F \cong \angle H, \angle J \cong \angle G$ | 4) الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها تكونان متطابقتين. |

### إرشادات للدراسة

**رسم الأشكال:** تكتب النظريات بمصطلحات عامّة، أما في البرهان فيجب رسم شكل بحيث يمكن من خلاله الإشارة إلى القطع المستقيمة والزوايا بصورة دقيقة.

## مثال 1 من واقع الحياة — استعمال خصائص متوازي الأضلاع

**كرة سلّة:** في $\square ABCD$ ، إذا كان $m\angle A = 55°$ ، $AB = 2.5\,ft$ ، $BC = 1\,ft$، فأوجد كلًّا مما يأتي، وبرِّر إجابتك.




a) $DC$

b) $m\angle B$

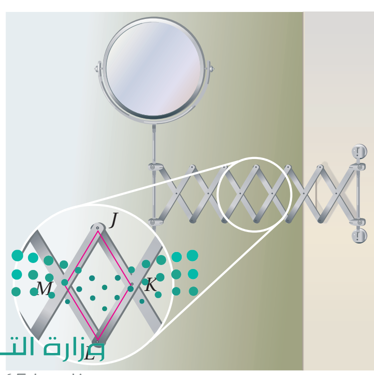
c) $m\angle C$

### الربط مع الحياة

الأبعاد القياسية لملعب كرة السلة هي $94\,ft \times 50\,ft$، والارتفاع القياسي للهدف عن الأرض $10\,ft$ .

### تحقق من فهمك

1) **مرايا:** تُستعمل في مرآة الحائط المبينة جانبًا متوازيات أضلاع يتغير شكلها كُلّما مُدّ الذراع. في $\square JKLM$ ، إذا كان $m\angle J = 47°, MJ = 8\,cm$، فأوجد كلًّا مما يأتي:




A) $LK$

B) $m\angle L$

C) إذا مُدّ الذراع حتى أصبح $m\angle J = 90°$، فكم يصبح قياس كلٍّ من $\angle K, \angle L, \angle M$؟ برِّر إجابتك.

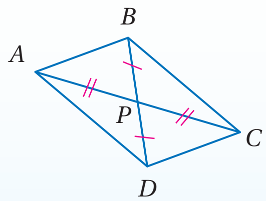
**قطرا متوازي الأضلاع:** قطرا متوازي الأضلاع يُحقّقان الخاصيّتين الآتيتين :

## نظريات — قطرا متوازي الأضلاع

أضف إلى مطويتك

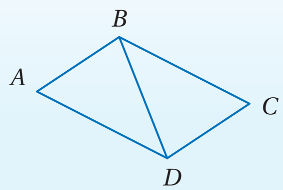
**5.7** **قطرا متوازي الأضلاع ينصِّف كل منهما الآخر.**

**مثال:** $\overline{AP} \cong \overline{PC}\ ,\ \overline{DP} \cong \overline{PB}$ .




**5.8** **قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.**

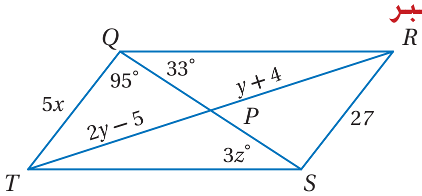
**مثال:** $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ .




سوف تبرهن النظريتين 5.7, 5.8 في السؤالين 26, 28 على الترتيب

## مثال 2 خصائص متوازي الأضلاع والجبر

**جبر:** إذا كان $QRST$ متوازي أضلاع،
فأوجد قيمة كل من المتغيرات الآتية:




a) $x$

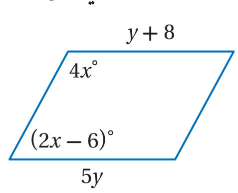
b) $y$

c) $z$

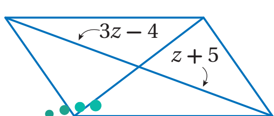
### ✓ تحقق من فهمك

أوجد قيمة المتغير في كل من متوازيي الأضلاع الآتيين :

**2A)**




**2B)**



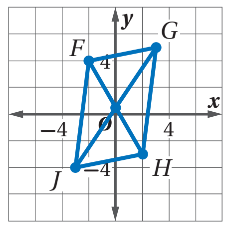
يمكنك استعمال النظرية 5.7 لتحديد إحداثيات نقطة تقاطع قطري متوازي أضلاع في المستوى الإحداثي إذا عُلمت إحداثيات رؤوسه.

## مثال 3 متوازي الأضلاع والهندسة الإحداثية

**هندسة إحداثية:** أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $\square FGHJ$ الذي إحداثيات رؤوسه $F(-2, 4), G(3, 5), H(2, -3), J(-3, -4)$.

### إرشادات للدراسة

**التحقق من الإجابة:** في المثال 3 ، مثّل متوازي الأضلاع على المستوى الإحداثي وعيّن نقطة تقاطع القطرين التي أوجدتها. ارسم القطرين لتجد أن نقطة تقاطعهما هي $(0, 0.5)$.



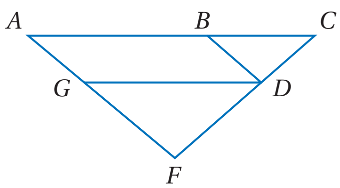

### تحقق من فهمك

**3)** **هندسة إحداثيّة:** أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $\square RSTU$ الذي رؤوسه $R(-8, -2), S(-6, 7), T(6, 7), U(4, -2)$.

يمكنك استعمال خصائص متوازي الأضلاع وأقطاره لكتابة براهين.

## مثال 4 استعمال خصائص متوازي الأضلاع لكتابة براهين

اكتب برهانًا حرًّا.




**المعطيات:** $\square ABDG, \overline{AF} \cong \overline{CF}$

**المطلوب:** $\angle BDG \cong \angle C$

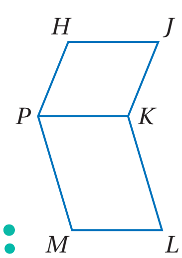
**البرهان:**

### تحقق من فهمك

**4)** اكتب برهانًا ذا عمودين.

**المعطيات:** $\square HJKP$ , $\square PKLM$

**المطلوب:** $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$



## تأكد

**المثال 1**

1) **مِلاحة:** يستعمل البحّارة مسطرتين متوازيتين، يصل بينهما ذراعان متساويا الطول لتحديد اتجاه إبحارهم، فيضعون حافة إحدى المسطرتين بمحاذاة مسار الإبحار، ثم يحركون المسطرة الأخرى حتى تصل إلى قرص بوصلة مرسوم على الخريطة. تُشكّل المسطرتان والذراعان الواصلتان بينهما $\square MNPQ$.

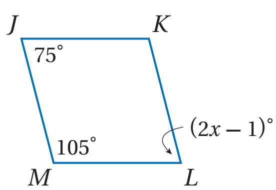

a) إذا كان $MQ = 2\text{in}$ ، فأوجد $NP$.

b) إذا كان $m\angle NMQ = 38^\circ$ ، فأوجد $m\angle MNP$ .

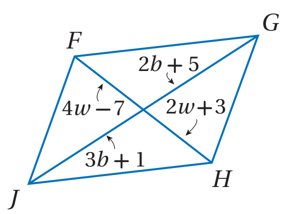
c) إذا كان $m\angle MQP = 128^\circ$ ، فأوجد $m\angle MNP$ .

**المثال 2** **جبر:** أوجد قيمة المتغير في كل من متوازيي الأضلاع الآتيين :

2)




3)




**المثال 3**

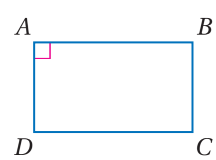
4) **هندسة إحداثيّة:** أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $\square ABCD$ الذي رؤوسه $A(-4, 6), B(5, 6), C(4, -2), D(-5, -2)$ .

**المثال 4** **برهان:** اكتب برهانًا من النوع المحدد في كل من السؤالين الآتيين :

5) برهانًا حرًّا.

**المعطيات:** $ABCD$ متوازي أضلاع، $\angle A$ قائمة.

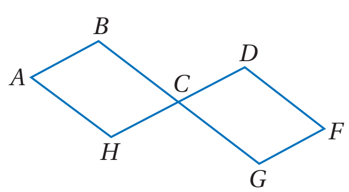
**المطلوب:** $\angle B, \angle C, \angle D$ قوائم. (النظرية 5.6)




6) برهانًا ذا عمودين.

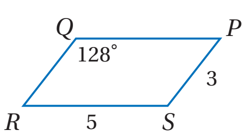
**المعطيات:** $ABCH$ , $DCGF$ متوازيا أضلاع.

**المطلوب:** $\angle A \cong \angle F$ .




## تدرب وحل المسائل

**المثال 1** استعمل $\square PQRS$ المبيَّن جانبًا لإيجاد كل مما يأتي :



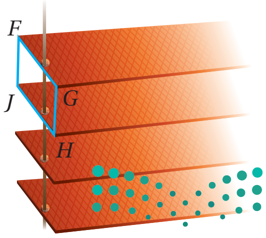

7) $m\angle R$

8) $QR$

9) $QP$

10) $m\angle S$

11) **ستائر:** في الشكل المقابل صورة لشرائح ستائر النوافذ المتوازية دائمًا؛ لتسمح بدخول أشعة الشمس. في $\square FGHJ$ ، إذا كان $FJ = \frac{3}{4}\text{ in}, FG = 1\text{ in}, m\angle JHG = 62^\circ$ ، فأوجد كلًّا مما يأتي :




a) $JH$

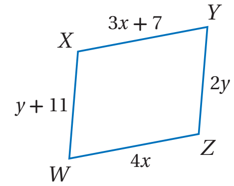
b) $GH$

c) $m\angle JFG$

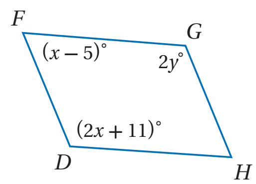
d) $m\angle FJH$

**المثال 2** **جبر:** أوجد قيمتي $x, y$ في كل من متوازيات الأضلاع الآتية :

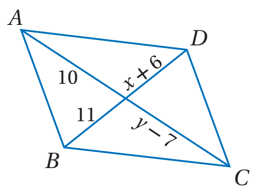
**(12**




**(13**




**(14**



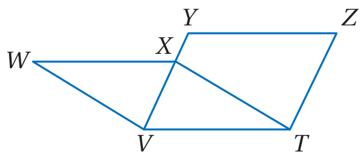

**المثال 3** **هندسة إحداثيّة:** أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $\square WXYZ$ المعطاة رؤوسه في كل من السؤالين الآتيين :

**(15** $W(-1, 7), X(8, 7), Y(6, -2), Z(-3, -2)$ **(16** $W(-4, 5), X(5, 7), Y(4, -2), Z(-5, -4)$

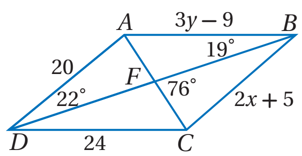
**المثال 4** **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين فيما يأتي :

**(17** **المعطيات:** $\square WXTV, \square ZYVT$

**المطلوب:** $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$




**جبر:** استعمل $\square ABCD$ المبيَّن جانبًا لإيجاد كل مما يأتي :




**(18** $x$ **(19** $y$

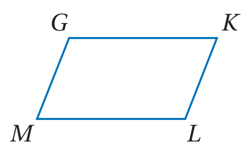
**(20** $m\angle AFB$ **(21** $m\angle DAC$

**(22** $m\angle ACD$ **(23** $m\angle DAB$

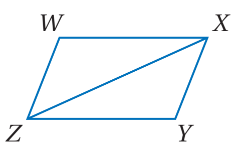
**(24** **هندسة إحداثيّة:** إذا كانت $A(-2, 5), B(2, 2), C(4, -4)$ رؤوسًا في $\square ABCD$ ، فأوجد إحداثيات الرأس $D$. وبرّر إجابتك.

**برهان:** اكتب برهانًا من النوع المحدد في كل مما يأتي :

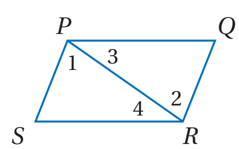
**(25** برهانًا ذا عمودين.
**المعطيات:** $GKLM$ متوازي أضلاع ،
**المطلوب:** اثبات أن كل زاويتين في الأزواج التالية متكاملتان $\angle G$ و $\angle K$ ، $\angle K$ و $\angle L$ ، $\angle L$ و $\angle M$ ، $\angle M$ و $\angle G$.
(النظرية 5.5)



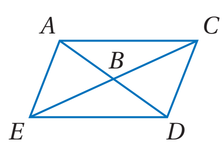

**(26** برهانًا ذا عمودين.
**المعطيات:** $WXYZ$ متوازي أضلاع ،
**المطلوب:** $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$
(النظرية 5.8)



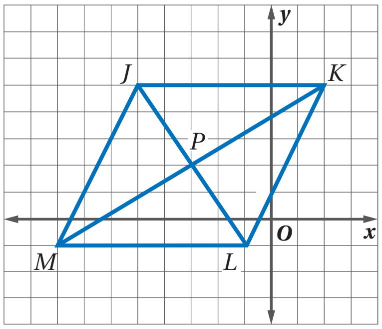

**(27** برهانًا ذا عمودين.
**المعطيات:** $PQRS$ متوازي أضلاع.
**المطلوب:** $\overline{PQ} \cong \overline{RS}, \overline{QR} \cong \overline{SP}$
(النظرية 5.3)




**(28** برهانًا حرًّا.
**المعطيات:** $ACDE$ متوازي أضلاع.
**المطلوب:** القطران $\overline{EC}$ وَ $\overline{AD}$ ينصف كلٌّ منهما الآخر.
(النظرية 5.7)



29) **هندسة إحداثيّة:** استعن بالشكل المجاور في كل مما يأتي:




a) استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لتحديد ما إذا كان قطرا $JKLM$ ينصّف كل منهما الآخر. وضّح إجابتك.

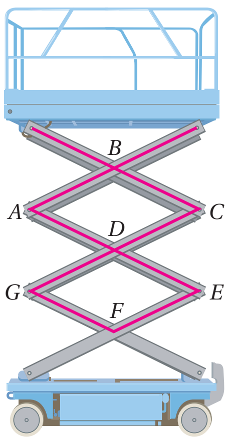
b) حدّد ما إذا كان قطرا $JKLM$ متطابقين. وضّح إجابتك.

c) استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كان كل ضلعين متتاليين متعامدين أم لا. وضّح إجابتك.

**الربط مع الحياة**

توفر الرافعات المقصيّة مساحات عمل على ارتفاعات مختلفة تصل إلى $100\,m$.

30) **رافعات:** في الشكل المجاور: $ABCD$ , $GDEF$ متوازيا أضلاع متطابقان.




a) حدِّد الزوايا التي تطابق $\angle A$. وضح تبريرك.

b) حدِّد القطع المستقيمة التي تطابق $\overline{BC}$. وضّح تبريرك.

c) حدِّد الزوايا المكملة للزاوية $C$. وضّح تبريرك.

31) **تمثيلات متعدّدة:** سوف تستقصي في هذه المسألة اختبارات لتمييز متوازي الأضلاع.

a) **هندسيًّا:** ارسم ثلاثة أزواج من القطع المستقيمة المتطابقة والمتوازية. صِل الأطراف لتكوِّن أشكالًا رباعية، وسمِّها $ABCD, MNOP, WXYZ$. ثم قِس أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا لكل منها.

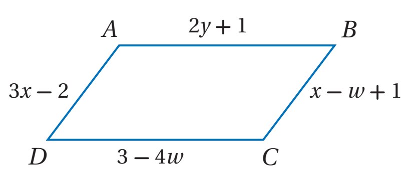
b) **جدوليًّا:** أكمل الجدول الآتي:

| الشكل الرباعي | هل الأضلاع المتقابلة متطابقة؟ | هل الزوايا المتقابلة متطابقة؟ | هل الشكل متوازي أضلاع؟ |
|---|---|---|---|
| $ABCD$ | | | |
| $MNOP$ | | | |
| $WXYZ$ | | | |

c) **لفظيًّا:** ضع تخمينًا حول الأشكال الرباعيّة التي لها ضلعان متطابقان ومتوازيان.

## مسائل مهارات التفكير العليا

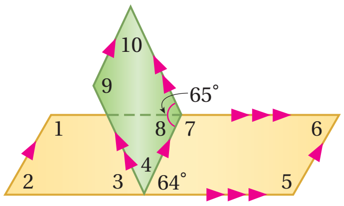
32) **تحدٍّ:** إذا كان محيط $\square ABCD$ في الشكل أدناه يساوي $22\text{ in}$، فأوجد $AB$.




33) **اكتب:** هل توجد نظرية $SSSS$ في تطابق متوازيات الأضلاع. برّر إجابتك.

34) **إجابة مفتوحة:** أعطِ مثالًا مضادًّا يبيّن أن متوازيات الأضلاع ذات الأضلاع المتناظرة المتطابقة ليست متطابقة دائمًا.

35) **تبرير:** أوجد $m\angle 1$ , $m\angle 10$ في الشكل المجاور. وبرّر إجابتك.




36) **اكتب:** لخّص خصائص أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه وأقطاره.

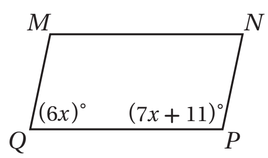
## تدريب على اختبار

37) قياسا زاويتين متحالفتين في متوازي أضلاع هما: $3x + 42$ , $9x - 18$. ما قياس الزاويتين؟

**A** $13, 167$ **B** $58.5, 31.5$

**C** $39, 141$ **D** $81, 99$

38) إذا كان $QPNM$ متوازي أضلاع، فما قيمة $x$؟




## مراجعة تراكمية

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى قياس إحدى زواياه الداخلية في كل مما يأتي: (الدرس 1-5)

39) $108^\circ$ 40) $140^\circ$ 41) $147.3^\circ$

42) $160^\circ$ 43) $135^\circ$ 44) $176.4^\circ$

حدد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أو متعامدين، أو غير ذلك في كل مما يأتي: (مهارة سابقة)

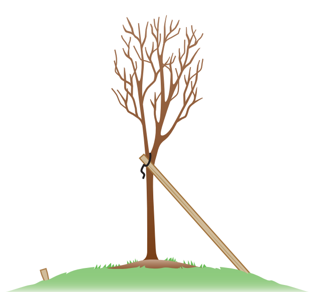
45) $y = -x + 6$
$x + y = 20$

46) $y - 7x = 6$
$7y + x = 8$

47) $3x + 4y = 12$
$6x + 2y = 6$

48) $2x + 5y = -1$
$10y = -4x - 20$

49) **زراعة:** عند زراعة الأشجار، تسند الشجرة بدعامة (على شكل عصا) ترتكز على الأرض وتربط في جذع الشجرة لتثبيتها. استعمل متباينة SAS لتفسير سبب فعالية هذه الطريقة في تثبيت الأشجار المزروعة رأسيًّا. (مهارة سابقة)



## استعد للدرس اللاحق

رؤوس شكل رباعي هي $W(3, -1), X(4, 2), Y(-2, 3), Z(-3, 0)$. حدّد ما إذا كانت كل قطعة مستقيمة مما يأتي تمثل ضلعًا أو قطرًا في الشكل الرباعي، وأوجد ميل كل منها.

50) $\overline{YZ}$ 51) $\overline{YW}$ 52) $\overline{ZW}$

# 5-3 تمييز متوازي الأضلاع
## Distinguishing Parallelogram

**فيما سبق:**

درستُ خصائص متوازي الأضلاع وطبّقتها.

(الدرس 5-2)

**والآن:**

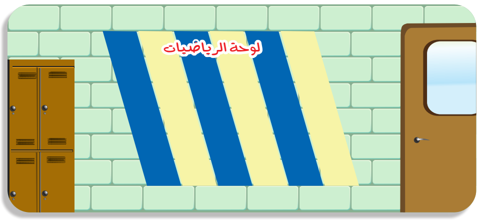
- أتعرّف الشروط التي تؤكد أنّ شكلًا رباعيًا متوازي أضلاع وأطبّقها.
- أبرهن على أنّ أربع نقاط في المستوى الإحداثي تشكل رؤوس متوازي أضلاع.

رابط الدرس الرقمي

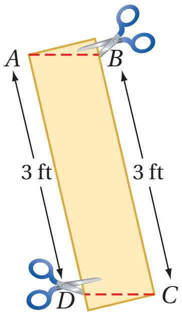
www.ien.edu.sa

### لماذا؟

قصّت فاطمة شرائح ورقية ملونة لتكون خلفية للوحة الرياضيات عند مدخل المدرسة. فسألتها صديقتها: كيف قصصتِ الشرائح دون استعمال المنقلة بحيث كان الضلعان العلوي والسفلي في كل منها متوازيين؟




أجابت فاطمة: بما أن الضلعين الأيمن والأيسر للشريحة متوازيان، فإننا نحتاج فقط التأكد من أن لهما الطول نفسه عند قص الضلعين العلوي والسفلي للشريحة حتى نضمن أن الشرائح سوف تشكل متوازيات أضلاع.




**شروط متوازي الأضلاع:** في الشكل الرباعي، إذا كان كل ضلعين متقابلين متوازيين، فإنّه متوازي أضلاع بحسب التعريف. ولكن ليس هذا هو الشرط الوحيد الذي يمكن استعماله لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

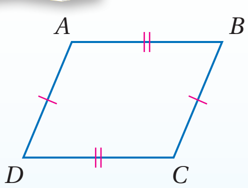
### نظريات

**شروط متوازي الأضلاع**

أضف إلى مطويتك

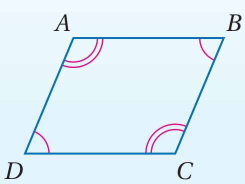
**5.9** في الشكل الرباعي، إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

**مثال:** إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ , $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ ،
فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.



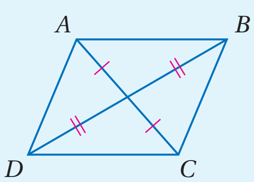

**5.10** في الشكل الرباعي، إذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

**مثال:** إذا كانت $\angle A \cong \angle C$ , $\angle B \cong \angle D$ ،
فإنّ $ABCD$ متوازي أضلاع.



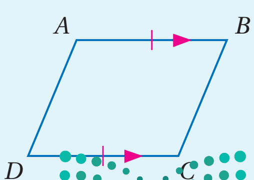

**5.11** إذا كان قطرا شكل رباعي ينصِّف كل منهما الآخر، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

**مثال:** إذا كان $\overline{AC}$ , $\overline{DB}$ ينصِّف كل منهما الآخر،
فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.




**5.12** في الشكل الرباعي، إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

**مثال:** إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ , $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ ،
فإنّ $ABCD$ متوازي أضلاع.



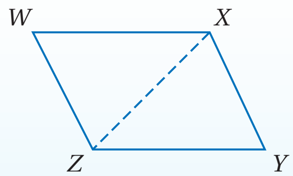

سوف تبرهن النظريتين 5.10, 5.11 في السؤالين 29, 31 على الترتيب، وتبرهن النظرية 5.12 في مثال 5

**برهان** **نظريّة 5.9**

**اكتب برهاناً حرًّا للنظريّة 5.9**

**المعطيات:** $\overline{WX} \cong \overline{ZY}, \overline{WZ} \cong \overline{XY}$

**المطلوب:** $WXYZ$ متوازي أضلاع.

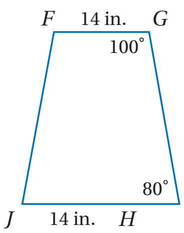



**البرهان:**

ارسم قطعة مستقيمة مساعدة $\overline{ZX}$ (قطر $\square WXYZ$)لتشكيل $\triangle ZWX, \triangle XYZ$. ومن المعطيات $\overline{WX} \cong \overline{ZY}, \overline{WZ} \cong \overline{XY}$ . وكذلك $\overline{ZX} \cong \overline{XZ}$ بحسب خاصيّة الانعكاس للتطابق؛ إذن $\triangle ZWX \cong \triangle XYZ$ بحسب SSS. وبما أن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة، فإنّ $\angle WXZ \cong \angle YZX, \angle WZX \cong \angle YXZ$. وهذا يعني أنّ $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}, \overline{WZ} \parallel \overline{XY}$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًّا. وبما أن الأضلاع المتقابلة في $WXYZ$ متوازية، فإنه متوازي أضلاع بحسب التعريف.

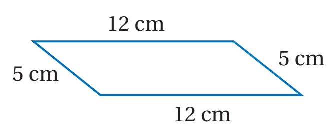
## مثال 1 تحديد متوازي الأضلاع

حدد ما إذا كانت المعطيات على الشكل الرباعي المجاور كافية ليكون متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.




### تحقق من فهمك

**(1A**

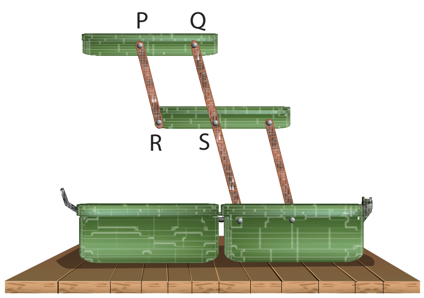


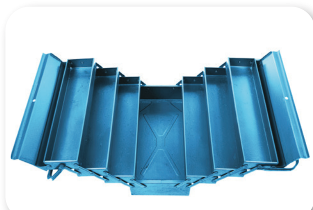

**(1B**


يمكنك استعمال شروط متوازي الأضلاع لإثبات علاقات من واقع الحياة.

## مثال 2 من واقع الحياة استعمال متوازي الأضلاع لإثبات علاقات

**صندوق الأدوات:** في الشكل المجاور، إذا كان $PQ = RS , PR = QS$، فبيِّن لماذا تبقى الطبقتان العلوية والوسطى متوازيتين عند أي ارتفاع .



**الربط مع الحياة**

يضع الفنيون أدواتهم في صناديق ذات طبقات متداخلة تسهِّل تنظيم الأدوات وتبقيها في متناول أيديهم.

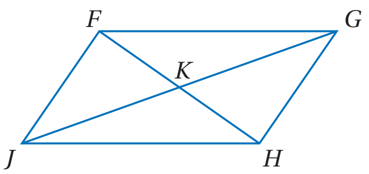
### تحقق من فهمك

**2) لوحات:** عُد إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، وضّح لماذا يكون خطي القص أعلى وأسفل كل شريحة متوازيين.

يمكنك استعمال الجبر مع شروط متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل شكلًا رباعيًّا متوازي أضلاع.

### مثال 3 استعمال متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة

في الشكل المجاور: $FK = 3x - 1, KG = 4y + 3$، $JK = 6y - 2, KH = 2x + 3$ . أوجد قيمتي $x, y$ بحيث يكون الشكل الرباعي $FGHJ$ متوازي أضلاع.



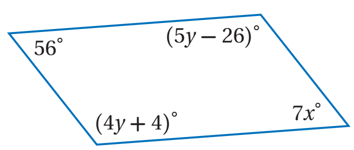

**تنبيه !**

**متوازي الأضلاع:** في المثال 3، إذا كانت $x$ تساوي 4، فإن $y$ يجب أن تساوي 2.5 حتى يكون الشكل الرباعي $FGHJ$ متوازي أضلاع. وهذا يعني أنه إذا كانت $x$ تساوي 4 و $y$ تساوي 1 مثلًا، فلن يكون $FGHJ$ متوازي أضلاع.

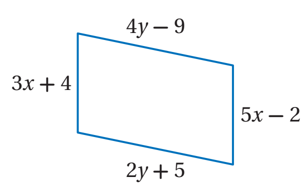
### ✓ تحقق من فهمك

أوجد قيمتي $x, y$ في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

**3A)**




**3B)**




تعرفت شروط متوازي الأضلاع، وفيما يأتي ملخّص يوضح كيفيّة استعمال هذه الشروط لإثبات أنّ شكلًا رباعيًّا يمثِّل متوازي أضلاع.

### ملخص المفهوم

**أضف إلى مطويتك**

**إثبات أنّ شكلًا رباعيًا يمثِّل متوازي أضلاع**

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا حقَّق أيًّا من الشروط الآتية:

1) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين. (التعريف)

2) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين. (النظرية 5.9)

3) إذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين. (النظرية 5.10)

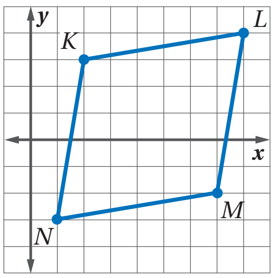
4) إذا كان قطراه ينصّف كل منهما الآخر. (النظرية 5.11)

5) إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين. (النظرية 5.12)

**متوازي الأضلاع في المستوى الإحداثي:** يمكننا استعمال صيغ المسافة بين نقطتين والميل ونقطة المنتصف لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا.

## مثال 4 متوازي الأضلاع والهندسة الإحداثيّة

**هندسة إحداثية:** مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي $KLMN$ الذي رؤوسه $K(2, 3), L(8, 4), M(7, -2), N(1, -3)$. وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك باستعمال صيغة الميل.




### تحقق من فهمك

مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي الذي أعطيت إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدِّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برِّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال:

**4A)** $A(3, 3), B(8, 2), C(6, -1), D(1, 0)$ ، صيغة المسافة.

**4B)** $F(-2, 4), G(4, 2), H(4, -2), J(-2, -1)$ ، صيغة نقطة المنتصف.

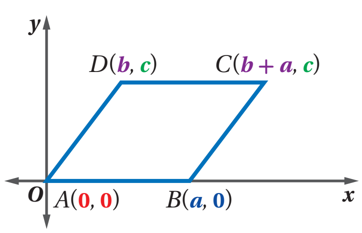
درست سابقًا، أنّه يمكن التعبير عن إحداثيات رؤوس المثلثات بمتغيرات. ثم استعمال صيغ المسافة بين نقطتين والميل ونقطة المنتصف لكتابة براهين إحداثيّة للنظريات. ويمكن عمل الشيء نفسه مع الأشكال الرباعيّة.

## مثال 5 متوازي الأضلاع والبرهان الإحداثي

اكتب برهانًا إحداثيًّا للعبارة الآتية:

في الشكل الرباعي، إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين، فإنّ الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

**الخطوة 1:**

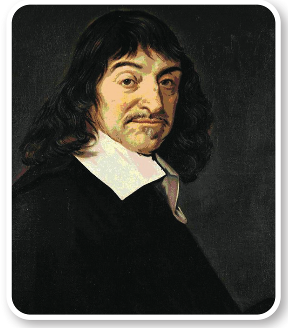



### إرشادات للدراسة

**صيغة نقطة المنتصف:** لبيان أنّ شكلًا رباعيًّا يمثِّل متوازي أضلاع، يمكنك استعمال صيغة نقطة المنتصف، فإذا كانت نقطتا المنتصف للقطرين متساويتين، فإنّ القطرين ينصّف كل منهما الآخر.

### مراجعة المفردات

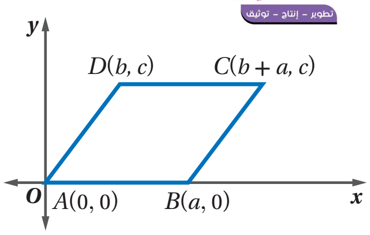
**البرهان الإحداثي:** هو برهان تُستعمل فيه أشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات مفاهيم هندسيّة.



### تاريخ الرياضيات

**رينيه ديكارت**
**(1596 - 1650م)**
**عالم رياضيات فرنسي، وهو أول من استعمل المستوى الإحداثي . وقيل إنّه فكّر أولًا بربط كل موقع في مستوى مع زوج من الأعداد.**

**الخطوة 2:** استعمل الشكل الذي رسمته لكتابة برهان.




**المعطيات:** $ABCD$ شكل رباعي فيه $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ , $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

**المطلوب:** $ABCD$ متوازي أضلاع.

**برهان إحداثي:**

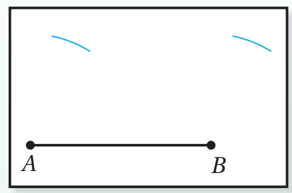
### تحقق من فهمك

**5)** اكتب برهانًا إحداثيًّا للعبارة الآتية: إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع فإنّ أضلاعه المتقابلة متطابقة.

## إنشاءات هندسية

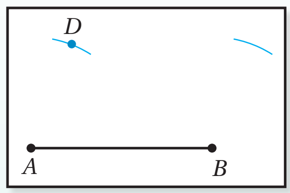
**رسم متوازي أضلاع عُلم طولا ضلعين متتاليين فيه.**

**الخطوة 1:**



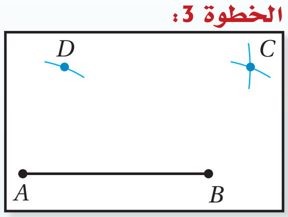

استعمل المسطرة لرسم $\overline{AB}$ . ثم افتح الفرجار، وثبّته عند النقطة $A$، وارسم قوسًا فوقها. ثبّت الفرجار عند النقطة $B$، وبفتحة الفرجار نفسها ارسم قوسًا فوق $B$.

**الخطوة 2:**



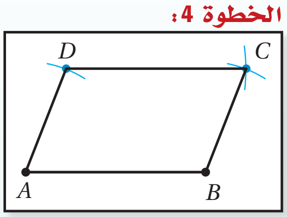

اختر نقطة على القوس الذي فوق $A$ وسمِّها $D$.

**الخطوة 3:**




افتح الفرجار فتحة مساوية لـ $\overline{AB}$، وثبّته عند النقطة $D$ وارسم قوسًا يقطع القوس المرسوم من النقطة $B$، سمِّ نقطة التقاطع $C$.

**الخطوة 4:**

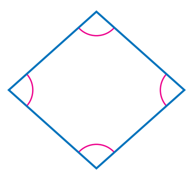



استعمل حافة المسطرة لرسم $\overline{AD}, \overline{BC}, \overline{CD}$.

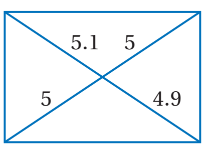
## تأكد

**المثال 1** حدّد ما إذا كان كل شكل رباعي فيما يأتي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.

**(1**

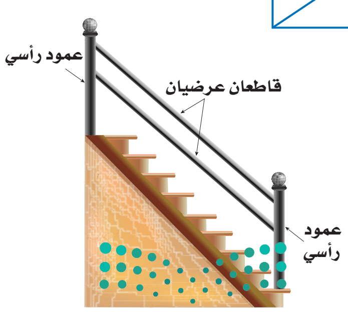


**(2**

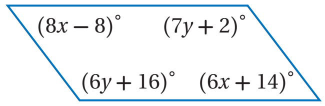


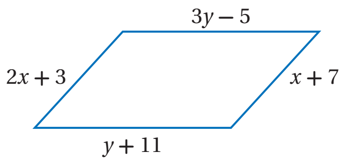

**المثال 2**

**3) نجارة:** صنع نجار درابزينًا لدَرَج يتكوّن من عمودين رأسيين؛ الأول مثبت فوق الدرجة الأولى، والثاني مثبت فوق الدرجة الأخيرة، ويصل بينهما قاطعان خشبيان كما في الشكل المجاور. كيف يمكن للنجار التحقق من أن القاطعين الخشبيين العرضيين متوازيان، وذلك بأقل عدد من مرات القياس، إذا علمت بأن الدرجتين الأولى والأخيرة مستويتان مع الأرض.



**المثال 3** **جبر:** أوجد قيمتي $x, y$ في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

4)



5)



**المثال 4** **هندسة إحداثيّة:** مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحدّدة في السؤال.

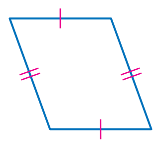
6) $A(-2, 4), B(5, 4), C(8, -1), D(-1, -1)$ ، صيغة الميل.

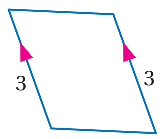
7) $W(-5, 4), X(3, 4), Y(1, -3), Z(-7, -3)$ ، صيغة نقطة المنتصف.

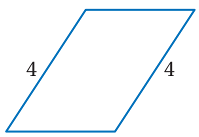
**المثال 5** 8) اكتب برهانًا إحداثيًّا للعبارة الآتية: إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإنّ قطريه ينصّف كل منهما الآخر.

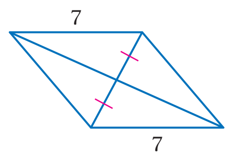
## تدرب وحل المسائل

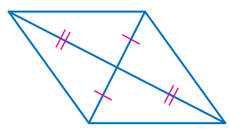
**المثال 1** حدّد ما إذا كانت المعطيات في كل مما يأتي كافية ليكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.

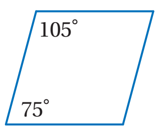
9)


10)


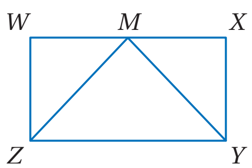

11)



12)


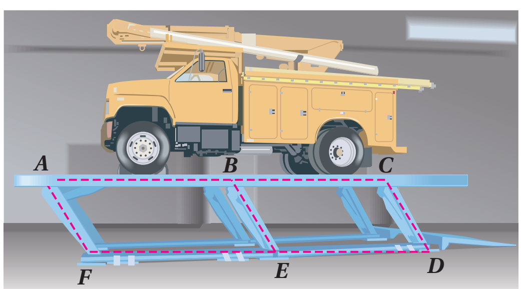

13)


14)


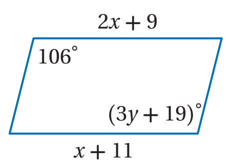

**المثال 2** 15) **برهان:** إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع، حيث $\angle W \cong \angle X$، $M$ نقطة منتصف $\overline{WX}$ ، فاكتب برهانًا حرًّا لإثبات أن $\triangle ZMY$ متطابق الضلعين.

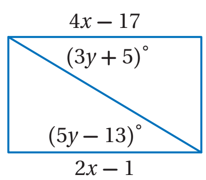


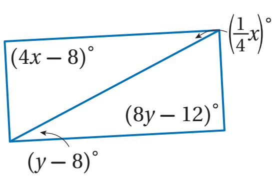

16) **رافعات:** تستعمل رافعات متوازيات الأضلاع لرفع المركبات الثقيلة عند صيانتها. ففي الشكل أدناه: $ABEF, BCDE$ متوازيا أضلاع. اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات أن $ACDF$ متوازي أضلاع أيضًا.

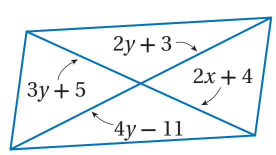


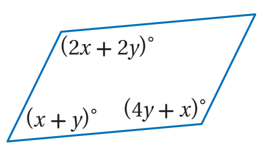

**المثال 3** **جبر:** أوجد قيمتي $x, y$ في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

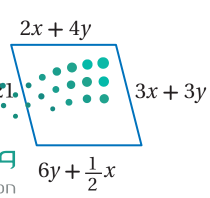
17)



18)



19)



20)



21)



22)


**المثال 4** **هندسة إحداثيّة:** مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحدّدة في السؤال.

**23)** $A(-3, 4)$، $B(4, 5)$، $C(5, -1)$، $D(-2, -2)$ ، صيغة الميل.

**24)** $J(-4, -4)$، $K(-3, 1)$، $L(4, 3)$، $M(3, -3)$ ، صيغة المسافة بين نقطتين.

**25)** $V(3, 5)$، $W(1, -2)$، $X(-6, 2)$، $Y(-4, 7)$ ، صيغة الميل.

**26)** $Q(2, -4)$، $R(4, 3)$، $S(-3, 6)$، $T(-5, -1)$ ، صيغتا الميل والمسافة بين نقطتين.

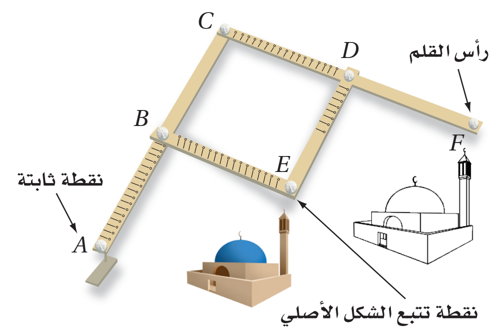
**المثال 5**

**27)** اكتب برهانًا إحداثيًّا للعبارة: إذا كان كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي متطابقين، فإنه متوازي أضلاع.

**28)** اكتب برهانًا إحداثيًّا للعبارة: إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإنّ جميع زواياه قوائم.

**29)** **برهان:** اكتب برهانًا حرًّا للنظرية 5.10.

**30)** **المِنْسَاخ:** استعن بمعلومات الربط مع الحياة إلى اليمين والشكل أدناه.




**الربط مع الحياة**

المِنْسَاخ هو أداة هندسية تستعمل لنسخ صورة أو مخطط وفق مقياس رسم معين.

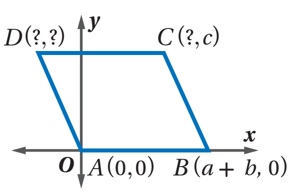
**a)** إذا كان $\overline{DF} \cong \overline{DE}$ , $\overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{BE}$ ، $\overline{AC} \cong \overline{CF}$، فاكتب برهانًا حرًّا لإثبات أنّ $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ .

**b)** مقياس الرسم للشكل المنسوخ بالنسبة للشكل الأصلي هو نسبة $CF$ إلى $BE$،
فإذا كان $AB = 12\,\text{in}, DF = 8\text{in}$ ، وطول الشكل الأصلي $1.5\,\text{in}$، فما طول صورة الشكل المنسوخ؟

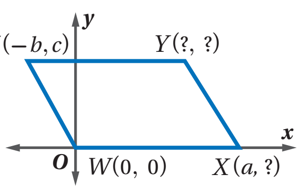
**31)** **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين للنظرية 5.11

أوجد الإحداثيات المجهولة لرؤوس كل من متوازيي الأضلاع الآتيين:

**32)**



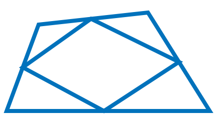

**33)**




**مراجعة المفردات**

**مقياس الرسم:** هو نسبة تستعمل لتمثيل الأشياء التي تكون كبيرة جدًّا أو صغيرة جدًّا عندما ترسم بحجمها الحقيقي. ويعطي المقياس نسبة تقارن بين قياسات الرسم أو النموذج وقياسات الأشياء الحقيقية.

**34)** **برهان:** اكتب برهانًا إحداثيًّا لإثبات أن القطع المستقيمة الواصلة بين منتصفات أضلاع أي شكل رباعي تشكِّل متوازي أضلاع.



**35)** **تمثيلات متعددة:** في هذه المسألة سوف تستقصي إحدى خصائص المستطيل.

**a)** **هندسيًّا:** ارسم ثلاثة مستطيلات بأبعاد مختلفة وسمِّها $ABCD, MNOP, WXYZ$، ثم ارسم قطري كل منها.

**b)** قِس طولي قطري كل مستطيل، ثم أكمل الجدول المجاور.

**c)** **لفظيًّا:** اكتب تخمينًا حول قطري المستطيل.

| المستطيل | القطر | الطول |
|---|---|---|
| $ABCD$ | $\overline{AC}$ | |
| | $\overline{BD}$ | |
| $MNOP$ | $\overline{MO}$ | |
| | $\overline{NP}$ | |
| $WXYZ$ | $\overline{WY}$ | |
| | $\overline{XZ}$ | |

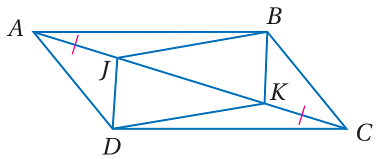
## مسائل مهارات التفكير العليا

36) **تحدٍّ:** يتقاطع قطرا متوازي أضلاع عند النقطة $(0, 1)$. ويقع أحد رؤوسه عند النقطة $(2, 4)$، بينما يقع رأس آخر عند النقطة $(3, 1)$. أوجد موقعي الرأسين الآخرين.

37) **اكتب:** بيِّن أوجه الشبه والاختلاف بين النظريتين 5.9 و 5.3 .

38) **تبرير:** إذا كانت الزوايا المتناظرة في متوازيي أضلاع متطابقة، فهل يكون متوازيا الأضلاع متطابقين أحيانًا، أم دائمًا، أم لا يكونان متطابقين أبدًا؟

39) **تحدٍّ:** في الشكل المجاور، $ABCD$ متوازي أضلاع، $\overline{AJ} \cong \overline{KC}$ . بيّن أن الشكل الرباعي $JBKD$ متوازي أضلاع.




40) **اكتب:** استعمل العبارات الشرطية الثنائية "إذا وفقط إذا" في دمج كل من النظريات: 5.9 وَ 5.10 وَ 5.11 وَ 5.12 وعكسها.

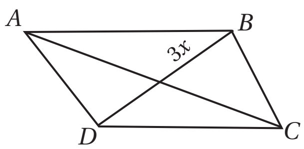
## تدريب على اختبار

41) إذا كان الضلعان $\overline{AB}, \overline{DC}$ في الشكل الرباعي $ABCD$ متوازيين، فأيّ المعطيات الآتية كافية لإثبات أنّ $ABCD$ متوازي أضلاع؟

**A** $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ **C** $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

**B** $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ **D** $\overline{AD} \cong \overline{BC}$

42) **إجابة قصيرة:** في الشكل الرباعي $ABCD$ أدناه، إذا كان $AC = 40, BD = \frac{3}{5}AC$، $\overline{BD}$ تنصّف $\overline{AC}$، فما قيمة $x$ التي تجعل $ABCD$ متوازي أضلاع؟




## مراجعة تراكمية

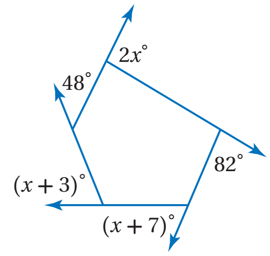
**هندسة إحداثيّة:** أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع $ABCD$ في كل من السؤالين الآتيين (الدرس 5-2)

43) $A(-3, 5), B(6, 5), C(5, -4), D(-4, -4)$

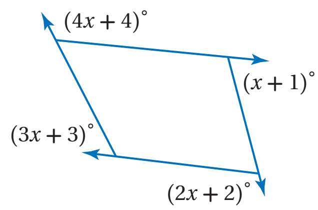
44) $A(2, 5), B(10, 7), C(7, -2), D(-1, -4)$

أوجد قيمة $x$ في كل من الأسئلة الآتية: (الدرس 5-1)

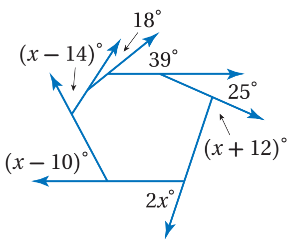
45)




46)




47)




أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى قياس إحدى زواياه الداخلية في كل مما يأتي: (الدرس 5-1)

48) $140°$

49) $160°$

50) $168°$

51) $162°$

## استعد للدرس اللاحق

استعمل الميل لتحديد ما إذا كان $\overline{XY}, \overline{YZ}$ متعامدتين أم لا في كل مما يأتي:

52) $X(-2, 2), Y(0, 1), Z(4, 1)$

53) $X(4, 1), Y(5, 3), Z(6, 2)$

# اختبار منتصف الفصل

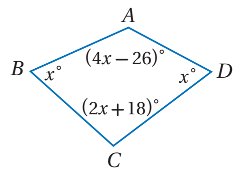
الدروس 1-5 إلى 3-5

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة في كل من المضلعات المحدبة الآتية : (الدرس 1-5)

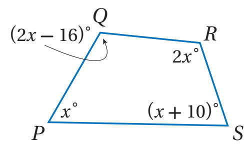
1) الخماسي
2) السباعي
3) ذو 18 ضلعًا
4) ذو 23 ضلعًا

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية في كل من المضلعين الآتيين: (الدرس 1-5)

5)




6)

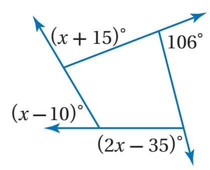



أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى مجموع قياسات زواياه الداخلية في كل مما يأتي : (الدرس 1-5)

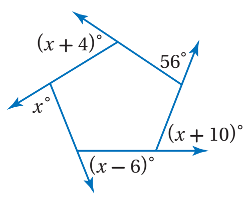
7) $720^\circ$
8) $1260^\circ$
9) $1800^\circ$
10) $4500^\circ$

أوجد قيمة $x$ في كل من الشكلين الآتيين : (الدرس 1-5)

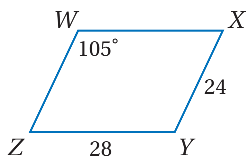
11)




12)

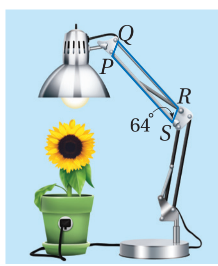



استعمل $\square WXYZ$ لإيجاد كل مما يأتي : (الدرس 2-5)



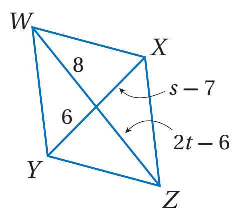

13) $m\angle WZY$
14) $WZ$
15) $m\angle XYZ$

16) **إنارة:** استعمل مقبض الإنارة العلوي الذي يشكل متوازي أضلاع في إيجاد $m\angle P$ في $\square PQRS$ . (الدرس 2-5)

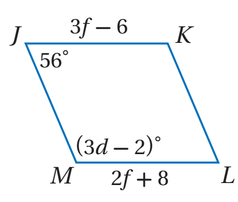



**جبر:** أوجد قيم المتغيرات في كل من متوازيي الأضلاع الآتيين : (الدرس 2-5)

17)



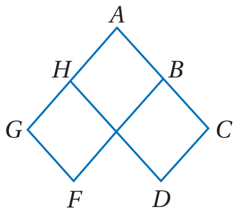

18)




19) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين. (الدرس 2-5)

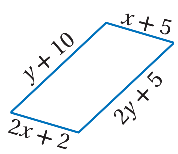
**المعطيات:** $\square HACD$ , $\square GFBA$

**المطلوب:** $\angle F \cong \angle D$

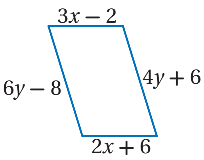



أوجد قيمتي $x$ , $y$ في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع : (الدرس 3-5)

20)



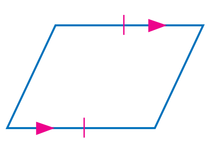

21)



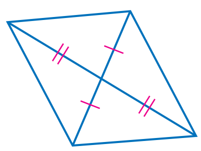

22) **طاولات:** لماذا يبقى سطح طاولة كي الثياب في الصورة أدناه موازيًا لأرضية الغرفة دائمًا؟ (الدرس 3-5)

23) **اختيار من متعدّد:** أيّ الأشكال الرباعية الآتية ليس متوازي أضلاع؟ (الدرس 3-5)

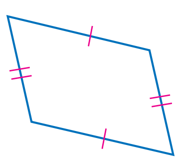
A



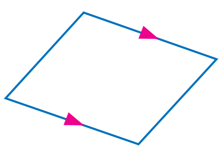
C



B



D



**هندسة إحداثيّة:** حدِّد ما إذا كان الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي متوازي أضلاع. برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال. (الدرس 3-5)

24) $A(-6,-5), B(-1,-4), C(0,-1), D(-5,-2)$؛ صيغة المسافة بين نقطتين.

25) $Q(-5,2), R(-3,-6), S(2,2), T(-1,6)$؛ صيغة الميل.

# 4-5 المستطيل
# Rectangle

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

## فيما سبق:

درستُ استعمال خصائص متوازي الأضلاع وتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(الدرس 2-5)

## والآن:

- أتعرّف خصائص المستطيل وأطبّقها.
- أحدّد ما إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا.

## المفردات:

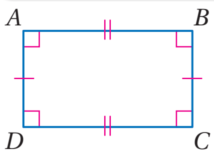
المستطيل
rectangle

## لماذا؟


أحمد هو الطالب المسؤول عن عرض لوحات الرياضيات في يوم النشاط المدرسي. ولعمل خلفية مميزة يعرض عليها لوحات الرياضيات، قام بطلاء جزء من جدار على شكل مستطيل يبدأ طوله من أسفل الجدار ويمتد للأعلى، وكان طوله 80 in، وعرضه 36 in. كيف يمكنه أن يتحقق من أنّ الجزء الذي قام بطلائه مستطيل؟

**خصائص المستطيل:** **المستطيل** هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم. ونجد من ذلك أنّ للمستطيل الخصائص الآتية:

- الزوايا الأربع قوائم.
- كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتطابقان.
- كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.
- كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.
- القطران ينصّف كل منهما الآخر.




المستطيل $ABCD$

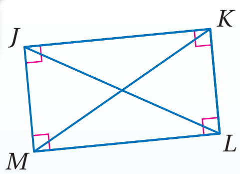
وبالإضافة إلى ذلك، قطرا المستطيل متطابقان، كما توضح النظرية الآتية:

### نظرية 5.13 قطرا المستطيل

أضف إلى مطويتك

إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا، فإن قطريه متطابقان.

**مثال:** إذا كان $\square JKLM$ مستطيلًا، فإنّ $\overline{JL} \cong \overline{MK}$.

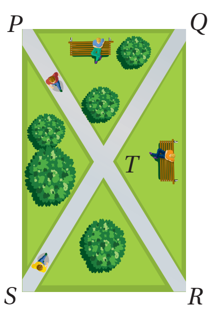



سوف تبرهن النظرية 5.13 في السؤال 33.

### مثال 1 من واقع الحياة — استعمال خصائص المستطيل

**حدائق:** حديقة مستطيلة الشكل تحتوي على ممرين كما في الشكل المجاور.

إذا كان $PR = 200$ m، فأوجد $QT$.




### تحقق من فهمك

استعن بالشكل في المثال 1.

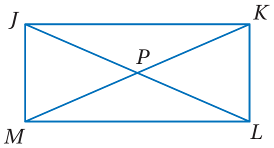
**1A)** إذا كان $TS = 120$، فأوجد $PR$.

**1B)** إذا كان $m\angle PRS = 64°$، فأوجد $m\angle SQR$.

يمكنك استعمال خصائص المستطيل والجبر لإيجاد قيم مجهولة.

### مثال 2 استعمال خصائص المستطيل والجبر

**جبر:** الشكل الرباعي $JKLM$ مستطيل. إذا كان $m\angle KJL = (2x+4)^\circ$ و $m\angle JLK = (7x+5)^\circ$، فأوجد قيمة $x$.




### تحقق من فهمك

**2)** استعن بالشكل في المثال 2. إذا كان $JP = 3y - 5$ , $MK = 5y + 1$، فأوجد قيمة $y$.

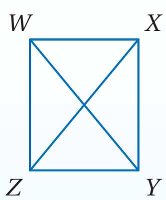
**إثبات أنّ متوازي أضلاع يكون مستطيلًا:** عكس النظرية 5.13 صحيح أيضًا.

### نظرية 5.14

أضف إلى مطويتك

إذا كان قطرا متوازي أضلاع متطابقين فإنّه مستطيل.

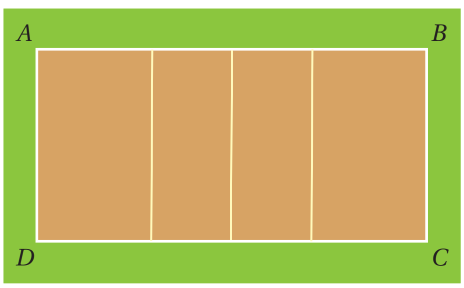
**مثال:** في $\square WXYZ$ ، إذا كان $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$، فإنَّ $\square WXYZ$ مستطيل.




سوف تبرهن هذه النظرية في السؤال 34 .

### مثال 3 من واقع الحياة إثبات علاقات في المستطيل

**كرة طائرة:** أنشأ نادٍ رياضي ملعبًا لكرة الطائرة، وللتأكد من أنه يحقق المواصفات المطلوبة، قاس المشرفون أطوال أضلاع الملعب وقطريه، فإذا كان $AB = 60$ ft, $BC = 30$ ft, $CD = 60$ ft, $AD = 30$ ft ، $AC = 67$ ft ، $BD = 67$ ft ، فكيف يمكنهم التحقق من أنه مستطيل.

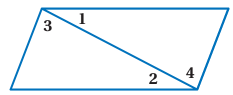



#### إرشادات للدراسة

**الزوايا القوائم:** تذكّر من النظرية 5.6 أنّه إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زواياه الأربع قوائم.

#### إرشادات للدراسة

**الزاويتان المتبادلتان داخليًّا بالنسبة لقطر:** درست سابقًا في نظرية الزاويتان المتبادلتان داخليًا أنَّه إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإنَّ كلَّ زاويتين متبادلتين داخليًا متطابقتان، وينطبق هذا على الزاويتين المتبادلتين بالنسبة لقطر متوازي الأضلاع.




مثال:

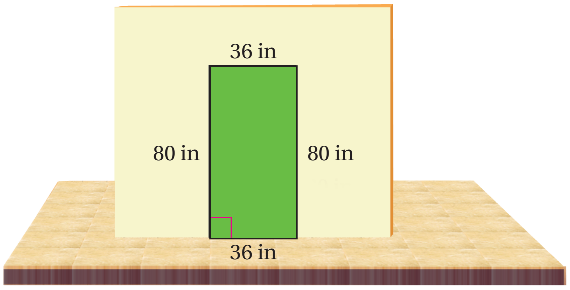
$\angle 1 \cong \angle 2$ , $\angle 3 \cong \angle 4$

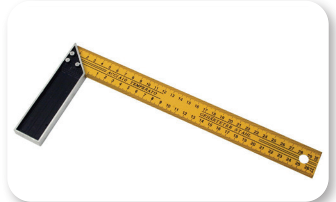
#### الربط مع الحياة

كرة الطائرة هي رياضة جماعية يتنافس فيها فريقان، لكل منهما ستة لاعبين، أما الكرة المستخدمة في هذه اللعبة، فهي متوسطة الحجم وأصغر من كرة القدم وأخف منها وزنًا.

## تحقق من فهمك

3) **تصميم:** بالرجوع إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس. قاس أحمد أبعاد المنطقة التي قام بطلائها كما في الشكل أدناه. وباستعمال زاوية النجارين تحقق من أن الزاوية عند الركن الأيسر السفلي قائمة. فهل يمكنه استنتاج أن المنطقة مستطيلة الشكل؟ وضِّح إجابتك.



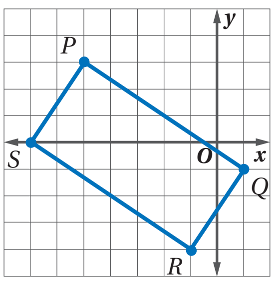
**الربط مع الحياة**

**زاوية النجارين:** عبارة عن ضلع خشبي سميك ومسطرة معدنية مثبتة معه بحيث يصنعان زاوية °90، وتُصنع من المعدن أو الخشب، وتستخدم لقياس وتحديد الزوايا القائمة، ورسم خطوط عمودية على الأحرف.

يمكنك أيضًا استعمال خصائص المستطيل لإثبات أنّ شكلًا رباعيًا مرسومًا في المستوى الإحداثي عُلمت إحداثيات رؤوسه هو مستطيل.

## مثال 4 المستطيل والهندسة الإحداثيّة

**هندسة إحداثيّة:** إذا كانت إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $PQRS$ هي $P(-5, 3), Q(1, -1), R(-1, -4), S(-7, 0)$. فهل $PQRS$ مستطيل؟ استعمل صيغة المسافة بين نقطتين.




**الخطوة 1**

**إرشادات للدراسة**

**المستطيل ومتوازي الأضلاع:** كل مستطيل متوازي أضلاع، ولكن ليس كل متوازي أضلاع مستطيلًا.

**الخطوة 2:**

## تحقق من فهمك

4) إذا كانت إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $JKLM$ هي $J(-10, 2), K(-8, -6), L(5, -3), M(2, 5)$ فهل $JKLM$ مستطيل؟ استعمل صيغة الميل.

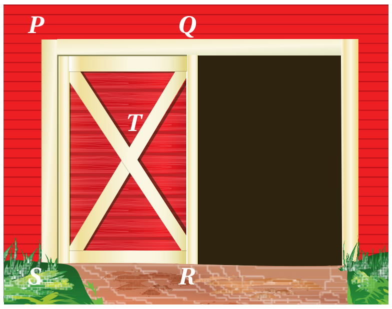
## تأكد

**المثال 1**

**زراعة:** الشكل المجاور يبيّن بوّابة مخزن حبوب مستطيلة الشكل، فيها الدعامتان المتقاطعتان تقويان دفة البوّابة، وتحفظانها من الالتواء مع مرور الزمن.

إذا كان $PS = 7$ ft, $ST = 3\frac{13}{16}$ ft, $m\angle PTQ = 67°$،

فأوجد كلًّا مما يأتي :




1) $QR$

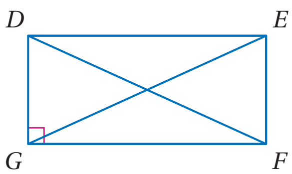
2) $SQ$

3) $m\angle TQR$

4) $m\angle TSR$

**المثال 2**

**جبر:** استعن بالمستطيل $DEFG$ المبيَّن جانبًا.

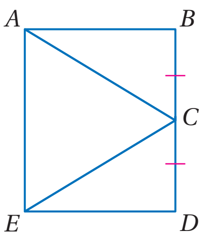



5) إذا كان $FD = 3x - 7$ , $EG = x + 5$، فأوجد $EG$ .

6) إذا كان $m\angle EFD = (2x - 3)°$ , $m\angle DFG = (x + 12)°$، فأوجد $m\angle EFD$.

**المثال 3**

7) **برهان:** إذا كان $ABDE$ مستطيلًا، و $\overline{BC} \cong \overline{DC}$، فأثبت أنّ $\overline{AC} \cong \overline{EC}$ .




**المثال 4**

**هندسة إحداثيّة:** مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل من السؤالين الآتيين، وحدِّد ما إذا كان مستطيلًا أم لا. برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال.

8) $W(-4, 3), X(1, 5), Y(3, 1), Z(-2, -2)$ ، صيغة الميل.

9) $A(4, 3), B(4, -2), C(-4, -2), D(-4, 3)$ ، صيغة المسافة.

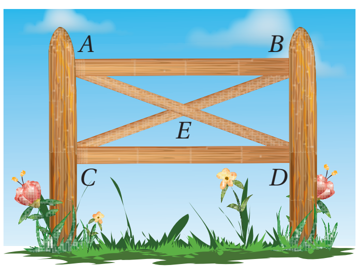
## تدرب وحل المسائل

**المثال 1**

**سياج:** سياج مستطيل الشكل تُستعمل فيه دعائم متقاطعة لتقوية السياج.

إذا كان $AB = 6$ ft, $AC = 2$ ft, $m\angle CAE = 65°$،

فأوجد كلًّا مما يأتي :




10) $BD$

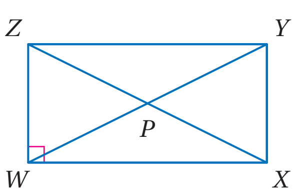
11) $CB$

12) $m\angle DEB$

13) $m\angle ECD$

**المثال 2**

**جبر:** استعن بالمستطيل $WXYZ$ المبيَّن جانبًا.




14) إذا كان $ZY = 2x + 3$ , $WX = x + 4$، فأوجد $WX$.

15) إذا كان $PY = 3x - 5$ , $WP = 2x + 11$، فأوجد $ZP$.

16) إذا كان $m\angle ZYW = (2x - 7)°$, $m\angle WYX = (2x + 5)°$، فأوجد $m\angle ZYW$.

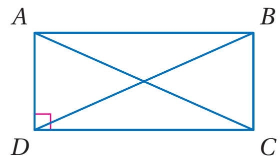
17) إذا كان $ZP = 4x - 9$ , $PY = 2x + 5$، فأوجد $ZX$.

18) إذا كان $m\angle XZY = (3x + 6)°$ , $m\angle XZW = (5x - 12)°$، فأوجد $m\angle YXZ$.

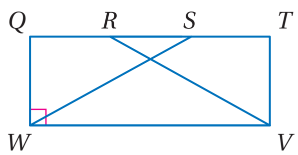
19) إذا كان $m\angle ZXW = (x - 11)°$ , $m\angle WZX = (x - 9)°$، فأوجد $m\angle ZXY$.

**المثال 3** **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين في كل مما يأتي:

20) **المعطيات:** $ABCD$ مستطيل.
**المطلوب:** $\triangle ADC \cong \triangle BCD$




21) **المعطيات:** $QTVW$ مستطيل.
$\overline{QR} \cong \overline{ST}$
**المطلوب:** $\triangle SWQ \cong \triangle RVT$




**المثال 4** **هندسة إحداثيّة:** مثِّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي، وحدد ما إذا كان مستطيلًا أم لا. برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال.

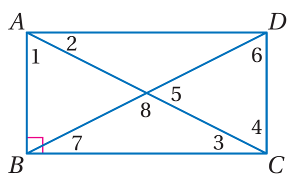
22) $W(-2, 4), X(5, 5), Y(6, -2), Z(-1, -3)$ ، صيغة الميل.

23) $J(3, 3), K(-5, 2), L(-4, -4), M(4, -3)$ ، صيغة المسافة بين نقطتين.

24) $Q(-2, 2), R(0, -2), S(6, 1), T(4, 5)$ ، صيغة المسافة بين نقطتين.

25) $G(1, 8), H(-7, 7), J(-6, 1), K(2, 2)$ ، صيغة الميل.

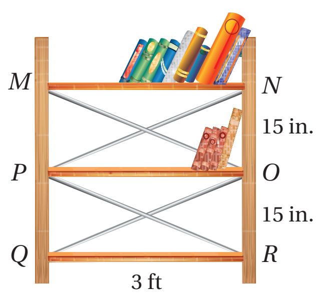
في المستطيل $ABCD$ ، إذا كان $m\angle 2 = 40°$ ، فأوجد كلًّا مما يأتي:




26) $m\angle 1$ 27) $m\angle 7$ 28) $m\angle 3$

29) $m\angle 5$ 30) $m\angle 6$ 31) $m\angle 8$

32) **مكتبات:** أضاف زيد رفًّا جديدًا لمكتبته ودعائم معدنية متقاطعة كما في الشكل المجاور. كم يجب أن يكون طول كل من الدعائم المعدنية بحيث تكون الرفوف عمودية على الجانبين؟ وضّح إجابتك.
(إرشاد: $12\,\text{in} = 1\,\text{ft}$)




**برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات النظرية في كل من السؤالين الآتيين:

33) النظريّة 5.13 34) النظريّة 5.14

**الربط مع الحياة**

حددت رابطة كرة القدم الدولية (IFAP) الأبعاد القياسية لملعب كرة القدم في البطولات الرسمية الدولية فكانت 105m طولا، و 68m عرضًا.

35) **رياضة:** قام سلمان بعمل التخطيط الخارجي لملعب كرة قدم. وضِّح كيف يمكنه التحقق من أن الملعب مستطيل الشكل باستعمال شريط القياس فقط.

36) **تمثيلات متعدّدة:** سوف تستقصي في هذه المسألة خصائص متوازيات أضلاع خاصّة.

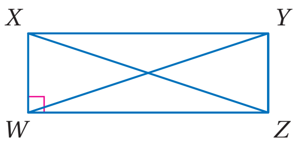
a) **هندسيًّا:** ارسم ثلاثة متوازيات أضلاع كل منها أضلاعه الأربعة متطابقة وسمِّها $ABCD, MNOP, WXYZ$. ثم ارسم قطري كل منها وسمِّ نقطة تقاطعهما $R$.

b) **جدوليًّا:** استعمل المنقلة لقياس الزوايا وأكمل الجدول الآتي.

| متوازي الأضلاع | ABCD | | MNOP | | WXYZ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الزاوية | $\angle ARB$ | $\angle BRC$ | $\angle MRN$ | $\angle NRO$ | $\angle WRX$ | $\angle XRY$ |
| قياس الزاوية | | | | | | |

c) **لفظيًّا:** اكتب تخمينًا حول قطري متوازي الأضلاع المتطابق الأضلاع.

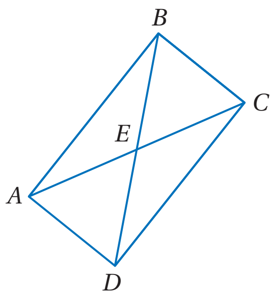
**جبر:** استعن بالمستطيل $WXYZ$ المبيَّن جانبًا.




37) إذا كان $XW = 3,\ WZ = 4$ ، فأوجد $YW$.

38) إذا كان $ZY = 6,\ XY = 8$ ، فأوجد $WY$.

## مسائل مهارات التفكير العليا




39) **تحدٍّ:** في المستطيل $ABCD$، إذا كان $m\angle EAB = (4x + 6)^\circ$، $m\angle DEC = (10 - 11y)^\circ,\ m\angle EBC = 60^\circ$، فأوجد قيمة كل من $x , y$.

40) **اكتشف الخطأ:** قالت بسمة: إنّ أيّ مثلثين حادّي الزوايا ومتطابقين يمكن ترتيبهما ليشكّلا مستطيلًا. وقالت شيماء: إنّ المثلثين القائمي الزاوية المتطابقين هما فقط اللذان يمكن ترتيبهما ليشكّلا مستطيلًا. هل أي منهما على صواب؟ وضّح تبريرك.

41) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلات أربعة مستقيمات بحيث تكون نقاط تقاطعها رؤوس مستطيل. تحقق من إجابتك باستعمال الهندسة الإحداثيّة.

42) **اكتب:** وضّح لِمَ تُعدّ جميع المستطيلات متوازيات أضلاع، بينما لا تُعد جميع متوازيات الأضلاع مستطيلات.

## تدريب على اختبار

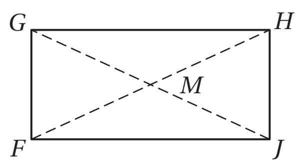
43) في الشكل الرباعي $FGHJ$ ، إذا كان $FJ = -3x + 5y$، $FM = 3x + y,\ GH = 11,\ GM = 13$، فما قيمة كل من $x, y$ اللتين تجعلان $FGHJ$ مستطيلاً؟

**A** $x = 3, y = 4$

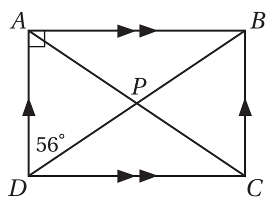
**B** $x = 4, y = 3$

**C** $x = 7, y = 8$

**D** $x = 8, y = 7$



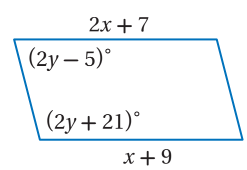

44) **إجابة قصيرة:** ما قياس $\angle APB$؟



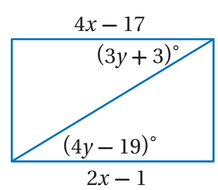

## مراجعة تراكمية

**جبر:** أوجد قيمتي $x , y$ في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع : (الدرس 3-5)

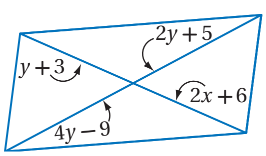
45)




46)




47)




48) **هندسة إحداثية:** أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $\square ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $A(1, 3), B(6, 2), C(4, -2), D(-1, -1)$ (الدرس 2-5)

## استعد للدرس اللاحق

أوجد المسافة بين النقطتين في كلٍّ مما يأتي:

49) $(4, 2), (2, -5)$

50) $(0, 6), (-1, -4)$

51) $(-4, 3), (3, -4)$

# 5-5 المعيّن والمربع
# Rhombus and Square



**فيما سبق:**

درستُ تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أو مستطيلًا.

(الدرس 5-4)

**والآن:**

- أتعرّف خصائص المعيّن والمربّع وأطبّقها.
- أحدّد ما إذا كان الشكل الرباعي مستطيلًا أو معيّنًا أو مربعًا.

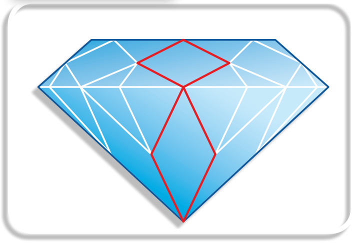
**المفردات:**

المعيّن rhombus

المربّع square

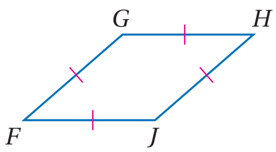
## لماذا؟

تصمم الألماسات باستعمال أنماط متكررة من الأشكال الهندسية. إذا صمم فنان الألماسة المجاورة، بحيث تكوّنت من أنماط متكررة من مثلثات وأشكال رباعية، كيف يمكن تحديد نوع الأشكال الرباعية المحددة باللون الأحمر في الألماسة؟



**خصائص المعيّن والمربّع:**

**المعيّن** هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة. وللمعيّن جميع خصائص متوازي الأضلاع علاوة على الخاصيتين الواردتين في النظريتين الآتيتين :

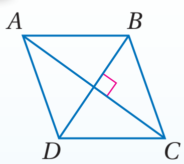



### نظريات — قطرا المعيّن

أضف إلى مطويتك

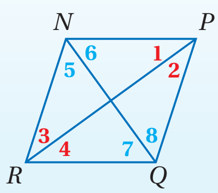
**5.15** إذا كان متوازي أضلاع معيّنًا، فإنّ قطريه متعامدان.

**مثال:** إذا كان $\square ABCD$ معيّنًا، فإنّ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ .




**5.16** إذا كان متوازي أضلاع معيّنًا فإنّ كل قطر فيه ينصّف كلًّا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما.

**مثال:** إذا كان $\square NPQR$ معيّنًا، فإنّ
$\angle 1 \cong \angle 2$ , $\angle 3 \cong \angle 4$ , $\angle 5 \cong \angle 6$ , $\angle 7 \cong \angle 8$




سوف تبرهن النظرية 5.16 في السؤال 28

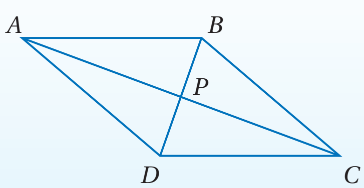
### برهان — نظريّة 5.15

أكتب برهانًا حرًّا للنظرية 5.15

**المعطيات:** $ABCD$ معيّن.

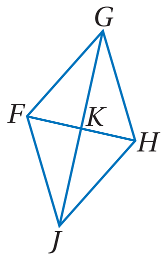
**المطلوب:** $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

**البرهان:**




بما أنّ $ABCD$ معيّن، فإنّ $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ بحسب التعريف.
وبما أن المعيّن متوازي أضلاع، وقطري متوازي الأضلاع ينصّف كل منهما الآخر، فإنّ $\overline{BD}$ ينصِّف $\overline{AC}$ عند $P$؛ لذا فإن $\overline{AP} \cong \overline{PC}$. وكذلك $\overline{BP} \cong \overline{BP}$ بحسب خاصية الانعكاس؛ إذن $\triangle APB \cong \triangle CPB$ بحسب SSS.
وبما أن العناصر المتناظرة في المثلثات المتطابقة تكون متطابقة، فإنّ $\angle APB \cong \angle CPB$.
وكذلك $\angle APB$ , $\angle CPB$ متجاورتان على مستقيم، والزاويتان المتطابقتان المتجاورتان على مستقيم تكونان قائمتين. وبما أن $\angle APB$ قائمة، فإن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ بحسب تعريف المستقيمين المتعامدين.

## مثال 1 استعمال خصائص المعيّن




استعن بالمعيّن $FGHJ$ المبيَّن جانبًا.

a) إذا كان $m\angle FJH = 82°$، فأوجد $m\angle KHJ$.

b) **جبر:** إذا كان $GH = x + 9$ , $JH = 5x - 2$ ، فأوجد قيمة $x$.

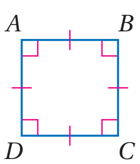
### ✓ تحقق من فهمك

استعن بالمعيّن $FGHJ$ أعلاه.

1A) إذا كان $FK = 5, FG = 13$، فأوجد $KJ$.

1B) **جبر:** إذا كان $m\angle JFK = (6y + 7)°$ , $m\angle KFG = (9y - 5)°$، فأوجد قيمة $y$.

**المربّع** هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قوائم. تذكّر أن متوازي الأضلاع الذي زواياه الأربع قوائم يكون مستطيلًا، ومتوازي الأضلاع الذي أضلاعه الأربعة متطابقة يكون معيّنًا؛ لذا فعندما يكون متوازي الأضلاع معيّنًا وإحدى زواياه قائمة فإنّه يكون مربّعًا أيضًا، وعليه فإن المربع هو متوازي أضلاع ومستطيل ومعيّن.




المربع $ABCD$

ويلخص شكل ڤن الآتي العلاقة بين متوازي الأضلاع والمعيّن والمربّع والمستطيل.

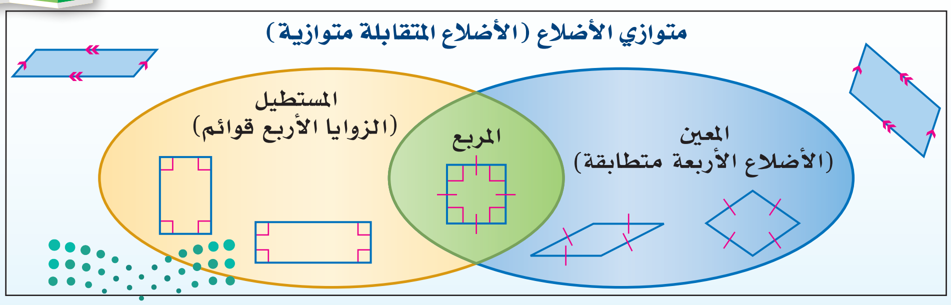
### إرشادات للدراسة

**المربّع والمعيّن:** كل مربّع معيّن، ولكن ليس كل معيّن مربعًا، وكل مربع مستطيل وليس كل مستطيل مربعًا.

### ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

**متوازي الأضلاع**



جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعيّن تنطبق على المربّع. فمثلًا قطرا المربع ينصّف كل منهما الآخر (متوازي أضلاع)، وهما متطابقان (مستطيل)، ومتعامدان (معيّن).

**إثبات أنّ الشكل الرباعي معيّن أو مربع:** تُحدِّد النظريات الآتية الشروط الكافية للمعيّن والمربّع.

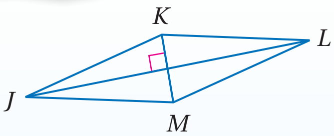
**تنبيه !**

**أخطاء شائعة**
يخطئ البعض فيستعمل النظريات **5.17, 5.18, 5.19** مع أي شكل رباعي، وهذا غير صحيح؛ لأن هذه النظريات تكون صحيحة فقط إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

## نظريات — الشروط الكافية للمعيّن والمربّع

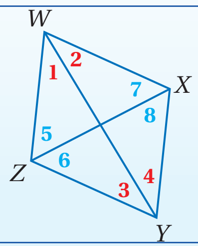
أضف إلى مطويتك

**5.17** إذا كان قطرا متوازي أضلاع متعامدين فإنّه معيّن. (عكس النظرية 5.15)



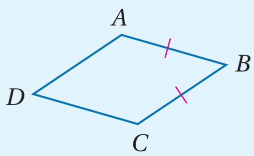

**مثال:** إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{JL} \perp \overline{KM}$ ، فإنّ $\square JKLM$ معيّن.

**5.18** إذا نصَّف قطر متوازي أضلاع كلًّا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما، فإن متوازي الأضلاع يكون معيّنًا. (عكس النظرية 5.16)




**مثال:** إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع، وكانت $\angle 1 \cong \angle 2$ ، $\angle 3 \cong \angle 4$، أو $\angle 5 \cong \angle 6$ ، $\angle 7 \cong \angle 8$ ، فإنّ $\square WXYZ$ معيّن.

**5.19** إذا كان ضلعان متتاليان في متوازي الأضلاع متطابقين فإنّه معيّن.




**مثال:** إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ، فإنّ $\square ABCD$ معيّن.

**5.20** إذا كان الشكل الرباعي مستطيلًا ومعيّنًا فإنه مربّع.

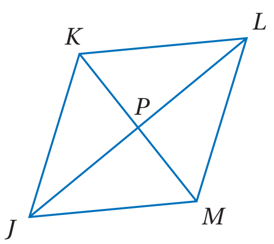
سوف تبرهن النظريات **5.17** إلى **5.20** في الأسئلة **32–29** على الترتيب.

يمكنك استعمال خصائص المعيّن والمربع في البراهين.

**إرشادات للدراسة**

**المثلثات المتطابقة**
بما أن للمعيَّن أربعة أضلاع متطابقة، فإن كلًّا من قطريه يقسمه إلى مثلثين متطابقي الضلعين ومتطابقين. وإذا رُسم القطران فإنهما يقسمان المعيّن إلى أربعة مثلثات قائمة ومتطابقة.

### مثال 2 استعمال خصائص المعيّن والمربّع في البراهين




اكتب برهانًا حرًّا.

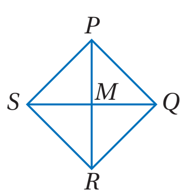
**المعطيات:** $JKLM$ متوازي أضلاع.
$\triangle JKL$ متطابق الضلعين.

**المطلوب:** $\square JKLM$ معيّن.

**برهان حرّ:**

### ✓ تحقق من فهمك

**2)** اكتب برهانًا حرًّا.




**المعطيات:** $\overline{SQ}$ عمود منصّف لِـ $\overline{PR}$.
$\overline{PR}$ عمود منصّف لِـ $\overline{SQ}$ .
$\triangle RMS$ متطابق الضلعين.

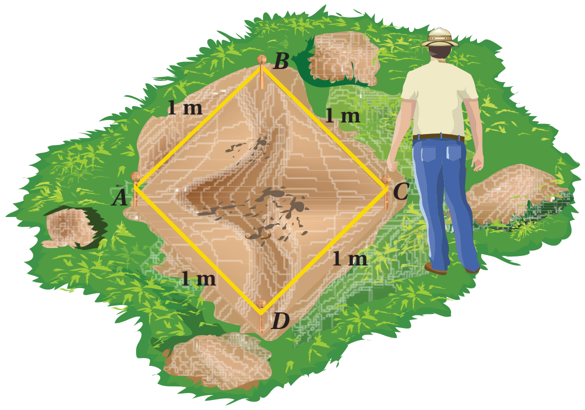
**المطلوب:** $PQRS$ مربّع.

### 🌍 الربط مع الحياة

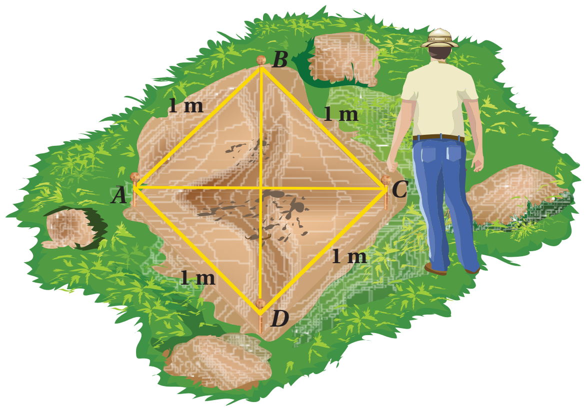
علم الآثار هو دراسة أعمال الإنسان في العصور القديمة كي يزودنا بمعلومات حول حياته ونشاطاته. وساعد اكتشاف الإنسان للكتابة منذ 5000 عام تقريبًا على فهم أسرار أزمنة ما بعد هذا التاريخ.

## مثال 3 من واقع الحياة — استعمال المعيّن والمربع

**علم الآثار:** مفتاح الكشف الناجح عن الآثار هو وضع خريطة دقيقة لموقع البحث. كيف يمكن لعالم الآثار في الصورة أدناه أن يتحقق من أن منطقة بحثه هي مربع طول ضلعه **1 m** مستعملًا الحبل وشريط القياس فقط؟



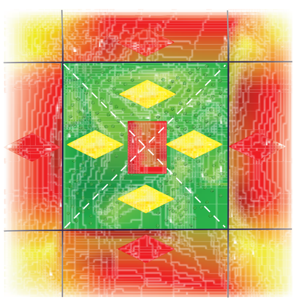

طول كل من أضلاع الشكل الرباعي $ABCD$ يساوي $1\,m$. وبما أن كل ضلعين متقابلين متطابقان، فإنّ $ABCD$ متوازي أضلاع. وبما أن أضلاع $ABCD$ المتتالية متطابقة فإنّه معيّن. وإذا استطاع عالم الآثار بيان أنّ $\square ABCD$ مستطيل أيضًا فإنّه بحسب النظرية 5.20، يكون مربعًا.




إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين فإنّه مستطيل؛ لذا يمكن لعالم الآثار استعمال الحبل لقياس طولي القطرين، فإذا وجدهما متساويين، فإن $\square ABCD$ يكون مربّعًا.

### ✅ تحقق من فهمك

**3)** **خياطة:** خاطت كوثر غطاء طاولة باستعمال قطع ملونة من القماش كما في الرسم المجاور.



**A)** رسمت كوثر قطري كل من القطع الصفراء فوجدت أنهما متعامدان، هل يمكنها استنتاج أن كل قطعة صفراء معيّن؟ وضِّح إجابتك.

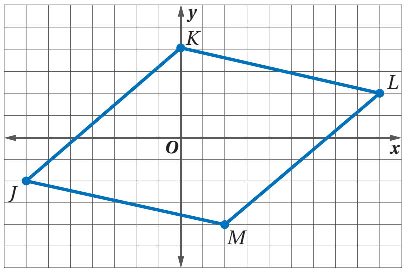
**B)** إذا كانت الزوايا الأربع للقطعة الخضراء متساوية القياس، والضلعان الأيسر والسفلي متساويي الطول، فهل يمكنها استنتاج أن القطعة الخضراء مربّع؟ وضِّح إجابتك.

استعملت الهندسة الإحداثيّة سابقًا لتصنيف المثلثات. ويمكن استعمال الهندسة الإحداثية لتصنيف الأشكال الرباعية أيضًا.

## مثال 4 تصنيف الأشكال الرباعيّة باستعمال الهندسة الإحداثيّة

**هندسة إحداثيّة:** حدد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(-7, -2)$، $K(0, 4)$، $L(9, 2)$، $M(2, -4)$ معيّنًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضِّح إجابتك.

**افهم:**




**حل:**

**تحقق:**

### إرشادات للدراسة

**تمثيل الشكل بيانيًا:** عند تحليل شكل رباعي باستعمال الهندسة الإحداثيّة، مثّله بيانيًا لمساعدتك على وضع تخمين، ثم تحقق من تخمينك جبريًا.

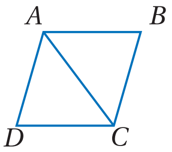
### ✓ تحقق من فهمك

4) حدِّد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(5, 0), K(8, -11), L(-3, -14), M(-6, -3)$ معيّنًا أو مستطيلًا أو مربّعًا ؟ اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضِّح إجابتك.

## تأكـد

**المثال 1**

**جبر:** استعن بالمعين $ABCD$ المبيَّن جانبًا.

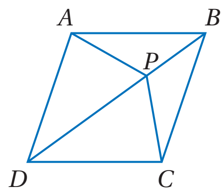



1) إذا كان $m\angle BCD = 114°$، فأوجد $m\angle BAC$.

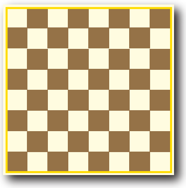
2) إذا كان $AB = 2x + 3$ , $BC = x + 7$، فأوجد $CD$.

**المثالان 2, 3**

3) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات أنّه إذا كان $ABCD$ معيّنًا وكان $\overline{DB}$ قطرًا فيه، فإنّ $\overline{AP} \cong \overline{CP}$ .




4) **بلاط:** تتكون الأرضية أدناه من 64 بلاطة مربعة متطابقة. استعمل هذه المعطيات لإثبات أن الأرضية نفسها مربّعة.



**المثال 4**

**هندسة إحداثيّة:** حدِّد ما إذا كان $\square QRST$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معينًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضِّح إجابتك.

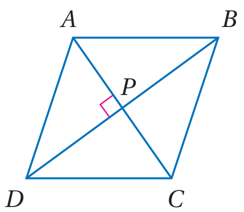
5) $Q(1, 2), R(-2, -1), S(1, -4), T(4, -1)$

6) $Q(-2, -1), R(-1, 2), S(4, 1), T(3, -2)$

## تدرب وحل المسائل

**المثال 1**

**جبر:** استعن بالمعين $ABCD$ المبيَّن جانبًا.




7) إذا كان $AB = 14$، فأوجد $BC$.

8) إذا كان $m\angle BCD = 118°$، فأوجد $m\angle BAC$.

9) إذا كان $AP = 3x - 1$ و $PC = x + 9$، فأوجد $AC$.

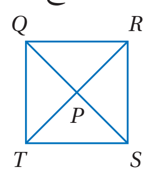
10) إذا كان $m\angle ABC = (2x - 7)°$ و $m\angle BCD = (2x + 3)°$، فأوجد $m\angle DAB$.

11) إذا كان $m\angle DPC = (3x - 15)°$، فأوجد قيمة $x$.

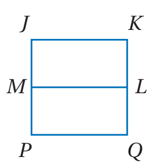
**المثال 2**

**برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين في كل مما يأتي :

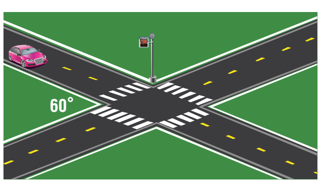
12) **المعطيات:** $QRST$ متوازي أضلاع.
$\overline{TR} \cong \overline{QS}, m\angle QPR = 90°$
**المطلوب:** $QRST$ مربّع.




13) **المعطيات:** $JKQP$ مربّع.
$\overline{ML}$ تنصِّف كلًّا من $\overline{JP}$ و $\overline{KQ}$ .
**المطلوب:** $JKLM$ متوازي أضلاع.

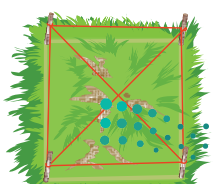



14) **طرق:** يتقاطع طريقان كما في الشكل. إذا كانت ممرّات المشاة لها الطول نفسه، فصنّف الشكل الرباعيّ المكوّن من هذه الممرات. ووضّح تبريرك.




**المثال 3**

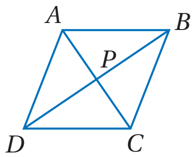
15) **زراعة:** حدّد مزارع حقلًا بأوتاد وحبال كما في الشكل المجاور . إذا كانت أضلاع الشكل الرباعي المتشكل متساوية الطول، وقطراه متعامدين، فهل هذه المعلومات كافية كي تتحقق من أنّ الحقل مربع؟ وضِّح تبريرك.



**المثال 4** **هندسة إحداثيّة:** حدّد ما إذا كان $\square JKLM$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معينًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. ووضّح إجابتك.

**16)** $J(-4, -1), K(1, -1), L(4, 3), M(-1, 3)$ **17)** $J(-3, -2), K(2, -2), L(5, 2), M(0, 2)$

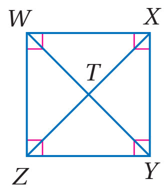
**18)** $J(-2, -1), K(-4, 3), L(1, 5), M(3, 1)$ **19)** $J(-1, 1), K(4, 1), L(4, 6), M(-1, 6)$




في المعين $ABCD$، إذا كان $PB = 12, AB = 15, m\angle ABD = 24^\circ$، فأوجد كلًّا مما يأتي:

**20)** $AP$ **21)** $CP$

**22)** $m\angle BDA$ **23)** $m\angle ACB$




في المربع $WXYZ$، إذا كان $WT = 3$، فأوجد كلًّا مما يأتي:

**24)** $ZX$ **25)** $XY$

**26)** $m\angle WTZ$ **27)** $m\angle WYX$

**برهان:** اكتب برهانًا حرًّا لكل مما يأتي:

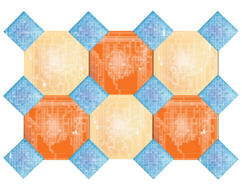
**28)** النظريّة 5.16 **29)** النظريّة 5.17 **30)** النظريّة 5.18

**31)** النظريّة 5.19 **32)** النظريّة 5.20

**برهان:** اكتب برهانًا إحداثيًّا للعبارة في كل من السؤالين الآتيين:

**33)** قطرا المربّع متعامدان.

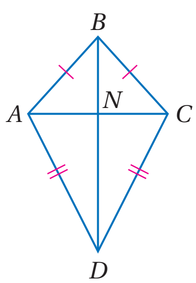
**34)** تشكّل القطع المستقيمة الواصلة بين منتصفات أضلاع مستطيل معيّنًا.



**35)** **تصميم:** يتكون نمط الفسيفساء المبين جانبًا من قطع ثمانيّة منتظمة وأخرى رباعيّة. صنِّف الأشكال الرباعيّة في النمط، ووضِّح تبريرك.

**الربط مع الحياة**

الفسيفساء صور تُشكّل باستعمال أنماط من أحجار أو زجاج أو قرميد أو أي مواد أخرى. والفسيفساء في الصورة أعلاه فسيفساء إغريقيّة قديمة من الصخر البلوري (الكوارتز). استعمل الإغريق قطعًا صغيرة أو أشكالًا منتظمة من المواد منذ 200 سنة قبل الميلاد بدلًا من الصخر البلوري في أعمال الفسيفساء.




**36)** **تمثيلات متعدّدة:** سوف تستقصي في هذه المسألة إحدى خصائص شكل الطائرة الورقيّة، وهو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة والمتطابقة.

a) **هندسيًّا:** ارسم قطعةً مستقيمةً، ثم افتح الفرجار وثبته عند أحد طرفيها وارسم قوسًا فوقها، ومن دون تغيير فتحة الفرجار، ثبّت رأس الفرجار عند الطرف الآخر للقطعة المستقيمة، وارسم قوسًا يقطع القوس السابق. غيِّر فتحة الفرجار وارسم قوسين أسفل القطعة المستقيمة كما فعلت سابقًا.
استعمل المسطرة وصل بين طرفَي القطعة والأقواس، وسينتج لك شكل طائرة ورقية سمّها $ABCD$. ثم كرِّر ذلك مرتين، وسمِّ شكلي الطائرتين الورقيتين، $PQRS$، $WXYZ$، ثم ارسم قطري كل منهما، ولتكن نقطة تقاطع قطري كل منها $N$.

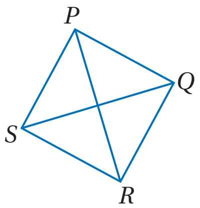
b) **جدوليًّا:** استعمل مسطرة لقياس المسافة من $N$ إلى كل رأس. وسجِّل النتائج في جدول على النحو الآتي.

| الشكل | المسافة من $N$ إلى كل رأس على القطر الأقصر | | المسافة من $N$ إلى كل رأس على القطر الأطول | |
|---|---|---|---|---|
| $ABCD$ | | | | |
| $PQRS$ | | | | |
| $WXYZ$ | | | | |

c) **لفظيًّا:** اكتب تخمينًا حول قطري شكل الطائرة الورقيّة.

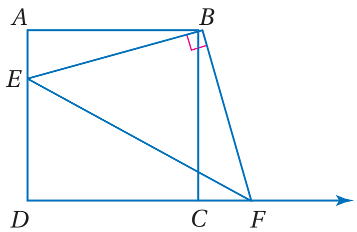
وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

## مسائل مهارات التفكير العليا




**37) اكتشف الخطأ:** في الشكل الرباعي $SRQP$ المبيَّن جانبًا، $\overline{PR} \cong \overline{QS}$.
قال محمد: إن الشكل مربع. بينما قال إبراهيم: إنه معيّن.
هل أي منهما على صواب؟ وضّح تبريرك.

**38) تبرير:** حدِّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خطأً؟ ثم اكتب عكسها ومعكوسها ومعاكسها الإيجابي، وحدِّد قيمة الصواب لكل منها. وضّح تبريرك.
إذا كان الشكل الرباعي مربّعًا، فإنّه مستطيل.



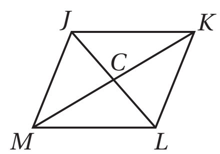

**39) تحدٍّ:** مساحة المربّع $ABCD$ المجاور تساوي 36 وحدة مربّعة. ومساحة $\triangle EBF$ تساوي 20 وحدة مربّعة. إذا كانت $\overline{EB} \perp \overline{BF}$ ، وطول $\overline{AE}$ يساوي وحدتين، فأوجد طول $\overline{CF}$ .

**40) مسألة مفتوحة:** أوجد إحداثيات رؤوس مربّع قطراه محتويان في المستقيمين $y = x$ , $y = -x + 6$. وضّح تبريرك.

**41) اكتب:** قارن بين جميع خصائص الأشكال الرباعيّة الآتية:
متوازي الأضلاع، المستطيل، المعيّن، المربّع.

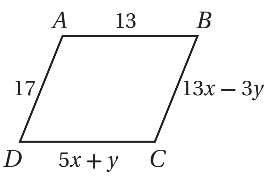
## تدريب على اختبار

**42)** في المعين $JKLM$ ، إذا كان $CK = 8$ ، $JK = 10$ ، فأوجد $JC$.



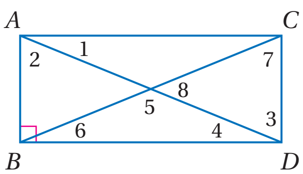

**A** 4 **C** 8
**B** 6 **D** 10

**43) جبر:** ما قيمة كل من $x$ , $y$ بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع؟




**A** $x = 3, y = 2$
**B** $x = \frac{3}{2}, y = -1$
**C** $x = 2$ , $y = 3$
**D** $x = 3$ , $y = -1$

## مراجعة تراكمية

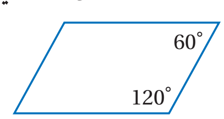



في المستطيل $ABDC$ ، إذا كان $m\angle 1 = 38°$ . فأوجد كلًّا من القياسات الآتية: (الدرس 5-4)

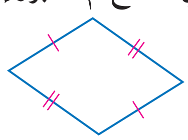
**44)** $m\angle 2$ **45)** $m\angle 5$ **46)** $m\angle 6$

حدِّد ما إذا كان الشكل الرباعي في كل مما يأتي متوازي أضلاع أم لا. برِّر إجابتك. (الدرس 5-3)

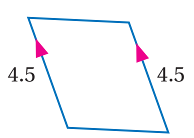
**47)**




**48)**



**49)**




**50) قياسات:** قال مروان: إنّ الحديقة الخلفيّة لمنزله على شكل مثلث أطوال أضلاعه 22 ft, 23 ft, 45 ft.
فهل ترى أنّ هذه القياسات صحيحة؟ وضّح تبريرك. (مهارة سابقة)

## استعد للدرس اللاحق

حل كل معادلة مما يأتي:

**51)** $\frac{1}{2}(5x + 7x - 1) = 11.5$ **52)** $\frac{1}{2}(10x + 6x + 2) = 7$ **53)** $\frac{1}{2}(12x + 6 - 8x + 7) = 9$

# 6-5 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقيّة
## Trapezoid and Kite

**فيما سبق:**

درستُ استعمال خصائص أنواع خاصة من متوازي الأضلاع.

(الدرس 5-5)

**والآن:**

- أتعرّف خصائص شبه المنحرف وأطبّقها.
- أتعرّف خصائص شكل الطائرة الورقيّة وأطبّقها.

**المفردات:**

- شبه المنحرف trapezoid
- قاعدتا شبه المنحرف bases
- ساقا شبه المنحرف legs of a trapezoid
- زاويتا القاعدة base angles
- شبه المنحرف المتطابق الساقين isosceles trapezoid
- القطعة المتوسطة لشبه المنحرف midsegment of a trapezoid
- شكل الطائرة الورقيّة kite

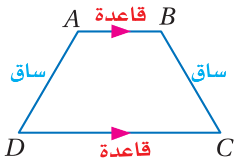
رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

**لماذا؟**

تستعمل في رياضات القفز، صناديق ذات أجزاء متداخلة مصنوعة من الإسفنج ذي الضغط العالي، وتتخذ منصّات وثب ودرجات صعود، وتمثّل جوانب كل من الأجزاء شبه منحرف.

**خصائص شبه المنحرف:** **شبه المنحرف** هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان يُسميان **قاعدتي شبه المنحرف**. ويُسمّى الضلعان غير المتوازيين **ساقي شبه المنحرف**. و **زاويتا القاعدة** مكوّن كل منهما من قاعدة وأحد ضلعي الساقين. ففي شبه المنحرف $ABCD$ المبيَّن جانبًا، $\angle A, \angle B$ زاويتا القاعدة $\overline{AB}$، وكذلك $\angle C, \angle D$ زاويتا القاعدة $\overline{DC}$.



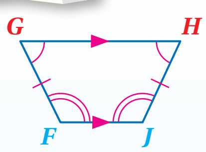

إذا كان ساقا شبه المنحرف متطابقين فإنه يسمى **شبه منحرف متطابق الساقين**.

## نظريات
### شبه المنحرف المتطابق الساقين

أضف إلى مطويتك

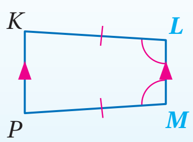
**5.21** إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين، فإنّ زاويتي كل قاعدة متطابقتان.

**مثال:** إذا كان شبه المنحرف $FGHJ$ متطابق الساقين، فإنّ $\angle J \cong \angle F$ ، $\angle H \cong \angle G$ .



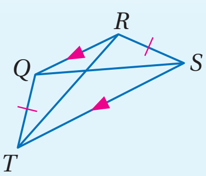

**5.22** إذا كانت زاويتا قاعدة في شبه المنحرف متطابقتين، فإنّه متطابق الساقين.

**مثال:** إذا كان $KLMP$ شبه منحرف، فيه $\angle M \cong \angle L$ فإنه متطابق الساقين.




**5.23** يكون شبه المنحرف متطابق الساقين، إذا وفقط إذا كان قطراه متطابقين.

**مثال:** إذا كان شبه المنحرف $QRST$ متطابق الساقين، فإنّ $\overline{RT} \cong \overline{QS}$ . وكذلك إذا كان $QRST$ شبه منحرف فيه $\overline{RT} \cong \overline{QS}$ فإنّه متطابق الساقين.

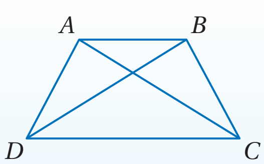



سوف تبرهن النظريات 5.23 , 5.22 , 5.21 في الأسئلة 21 ,20 ,19 على الترتيب.

## برهان
### الحالة الأولى من النظريّة 5.23

**المعطيات:** $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين.

**المطلوب:** $\overline{AC} \cong \overline{BD}$




$ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين.
معطى

$\angle ADC \cong \angle BCD$
زاويتا قاعدة شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقتان.

$\overline{AD} \cong \overline{BC}$
تعريف شبه المنحرف المتطابق الساقين

$\overline{DC} \cong \overline{CD}$
خاصية الانعكاس للتطابق

$\triangle ADC \cong \triangle BCD$
SAS

$\overline{AC} \cong \overline{BD}$
ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين

## إرشادات للدراسة

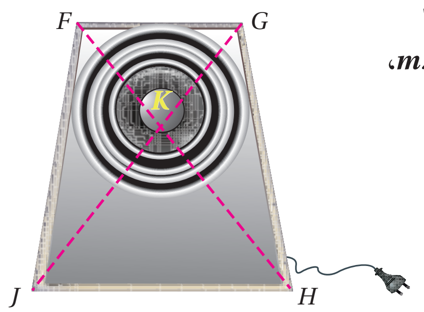
**شبه المنحرف المتطابق الساقين:** تكون زاويتا كل قاعدة في شبه المنحرف متطابقتين فقط إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين.

### الربط مع الحياة

مكبّرات الصوت هي مضخِّمات تُكثّف الأمواج الصوتية حتى تصبح مسموعة بدرجة أكبر. ويحتوي كل من المذياع والتلفاز والحاسوب مضخمات صوتية.

## مثال 1 من واقع الحياة — استعمال خصائص شبه المنحرف المتطابق الساقين

**مكبرات الصوت:** المنظر الأمامي لمكبِّر الصوت المبيّن جانبًا على شكل شبه منحرف متطابق الساقين. إذا كان $m\angle FJH = 85^\circ$، $FK = 8\,\text{in}, JG = 19\,\text{in}$، فأوجد كلًّا مما يأتي:

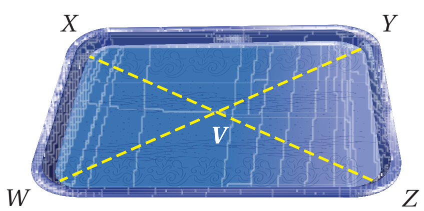



a) $m\angle FGH$

b) $KH$

### ✓ تحقق من فهمك

1) **مطاعم:** لاستغلال مساحة الطاولات المربعة، تستعمل في مطعم أطباقٌ على شكل شبه منحرف كما في الشكل المجاور. إذا كان $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين، وكان $m\angle YZW = 85^\circ, WV = 15\text{ cm}$، $VY = 10\text{ cm}$، فأوجد كلًّا مما يأتي:

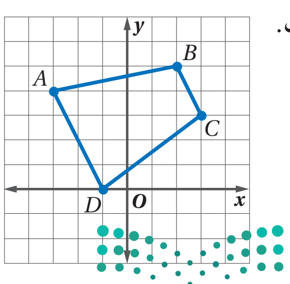



A) $m\angle XWZ$ B) $m\angle WXY$ C) $XZ$

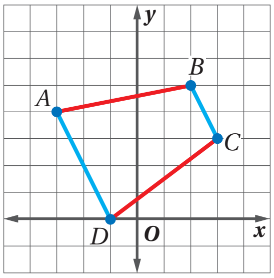
يمكنك استعمال الهندسة الإحداثيّة لتحديد ما إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين أم لا.

## مثال 2 — شبه المنحرف المتطابق الساقين والهندسة الإحداثيّة

**هندسة إحداثيّة:** رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي $A(-3, 4), B(2, 5), C(3, 3), D(-1, 0)$. بيّن أن $ABCD$ شبه منحرف، وحدّد ما إذا كان متطابق الساقين. ووضِّح إجابتك.




**الخطوة 1:**




**الخطوة 2:**

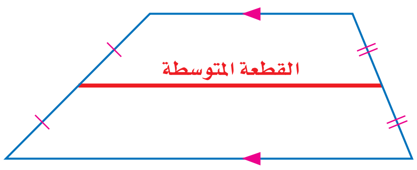
**قراءة الرياضيات**

**رمز التوازي:** تذكّر أنّ الرمز $\parallel$ يعني يوازي، والرمز $\nparallel$ يعني لا يوازي.

### ✓ تحقق من فهمك

**2)** رؤوس الشكل الرباعي $QRST$ هي $Q(-8, -4), R(0, 8), S(6, 8), T(-6, -10)$.
بيّن أن $QRST$ شبه منحرف، وحدِّد ما إذا كان متطابق الساقين. ووضِّح إجابتك.

**القطعة المتوسطة لشبه المنحرف** هي قطعة مستقيمة تصل بين منتصفي ساقيه. وتبين النظرية الآتية العلاقة بين القطعة المتوسطة وقاعدتي شبه المنحرف.




**قراءة الرياضيات**

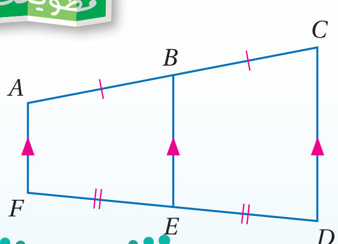
**القطعة المتوسطة:** تسمى القطعة المتوسطة لشبه المنحرف أيضًا القطعة المنصّفة.

## نظرية 5.24 نظريّة القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

أضف إلى مطويتك

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلًا من القاعدتين، وطولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين.

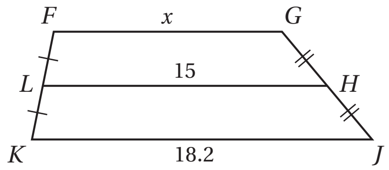
**مثال:** إذا كانت $\overline{BE}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $ACDF$، فإنّ $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$ ، $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ، $BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$.




سوف تبرهِن النظريّة 5.24 في السؤال 25 .

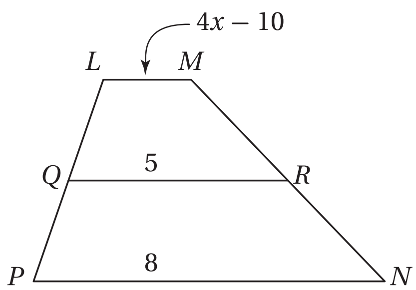
## مثال 3 من اختبار

في الشكل المجاور، $\overline{LH}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $FGJK$. ما قيمة $x$؟

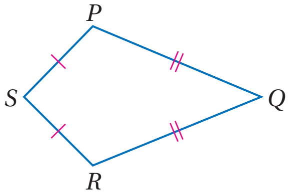



### ✓ تحقق من فهمك

**3)** في الشكل أدناه، $\overline{QR}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $LMNP$ . ما قيمة $x$؟




**خصائص شكل الطائرة الورقيّة:** **شكل الطائرة الورقيّة** هو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة. وعلى عكس متوازي الأضلاع، كل ضلعين متقابلين في شكل الطائرة الورقيّة ليسا متطابقين ولا متوازيين.



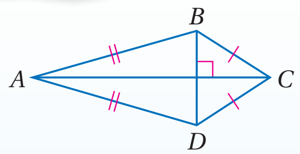
## نظريات

أضف إلى مطويتك

### شكل الطائرة الورقيّة

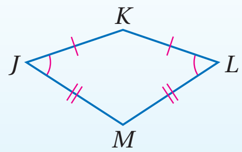
**5.25** قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان.

**مثال:** بما أن $ABCD$ شكل طائرة ورقيّة ، فإنّ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.



**5.26** يوجد في شكل الطائرة الورقية زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة، هما الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين.

**مثال:** بما أن $JKLM$ شكل طائرة ورقيّة، فإنّ $\angle J \cong \angle L$ , $\angle K \ncong \angle M$ .

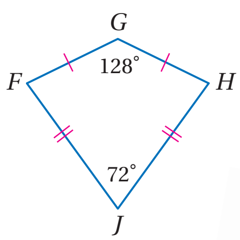


سوف تبرهن النظريتين 5.26 , 5.25 في السؤالين 23 ,22 على الترتيب.

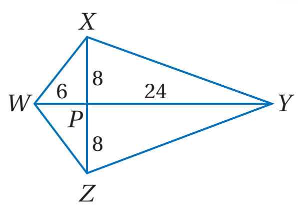
يمكنك استعمال النظريتين أعلاه ونظرية فيثاغورس ونظرية مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للمضلع لإيجاد القياسات المجهولة في شكل الطائرة الورقيّة.

### مثال 4 استعمال خصائص شكل الطائرة الورقيّة

**a )** إذا كان $FGHJ$ شكل طائرة ورقيّة، فأوجد $m\angle F$.



**b)** إذا كان $WXYZ$ شكل طائرة ورقيّة، فأوجد $ZY$ .



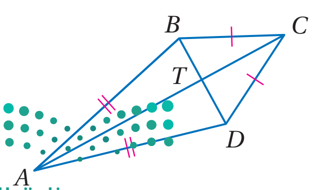
**الربط مع الحياة**

أقصى سرعة مسجّلة لطائرة ورقيّة 120 mi/h. وأقصى ارتفاع مسجّل لطائرة ورقيّة 12471 ft.

### تحقق من فهمك

**4A)** إذا كان $ABCD$ شكل طائرة ورقية، فيه: $m\angle BAD = 38°$ , $m\angle BCD = 50°$ ، فأوجد $m\angle ADC$.

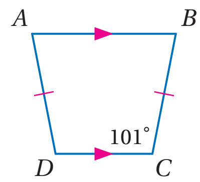
**4B)** إذا كان $BT = 5$ , $TC = 8$ ، فأوجد $CD$.



## تأكــد

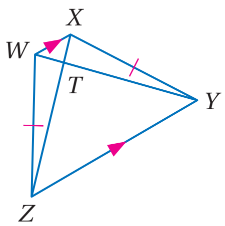
**المثال 1** أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

**1)** $m\angle D$




**2)** $WT$، إذا كان:

$ZX = 20, TY = 15$

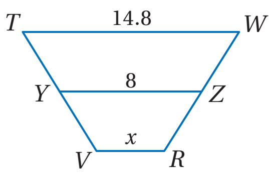



**المثال 2** **هندسة إحداثيّة:** رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي $A(-4, -1), B(-2, 3), C(3, 3), D(5, -1)$.

**3)** بيّن أنّ $ABCD$ شبه منحرف.

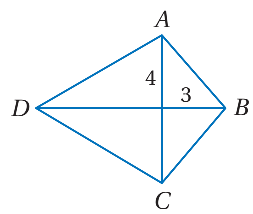
**4)** حدّد ما إذا كان $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين ؟ وضِّح إجابتك.

**المثال 3** **5)** **إجابة قصيرة:** في الشكل المجاور: $\overline{YZ}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $TWRV$. أوجد قيمة $x$.

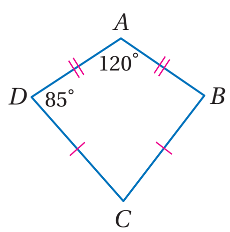



**المثال 4** إذا كان $ABCD$ على شكل طائرة ورقيّة، فأوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

**6)** $AB$



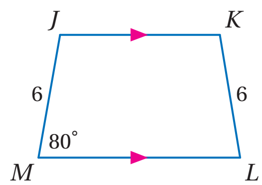

**7)** $m\angle C$




## تدرب وحل المسائل

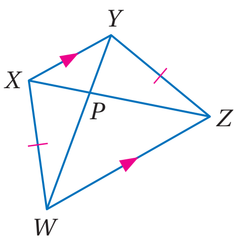
**المثال 1** أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

**8)** $m\angle K$




**9)** $PW$، إذا كان:

$XZ = 18, PY = 3$




**المثال 2** **هندسة إحداثيّة:** بيّن أن الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي شبه منحرف، وحدِّد ما إذا كان متطابق الساقين؟

**10)** $A(-2, 5), B(-3, 1), C(6, 1), D(3, 5)$

**11)** $J(-4, -6), K(6, 2), L(1, 3), M(-4, -1)$

**12)** $Q(2, 5), R(-2, 1), S(-1, -6), T(9, 4)$

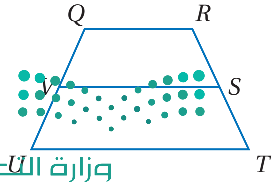
**13)** $W(-5, -1), X(-2, 2), Y(3, 1), Z(5, -3)$

**المثال 3** في الشكل المجاور، $S,V$ نقطتا منتصفي الساقين لشبه المنحرف $QRTU$ .

**14)** إذا كان $UT = 22$ , $QR = 12$ ، فأوجد $VS$.

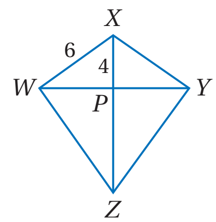
**15)** إذا كان $UT = 12$ , $VS = 9$ ، فأوجد $QR$.

**16)** إذا كان $VS = 11$ , $RQ = 5$ ، فأوجد $UT$.

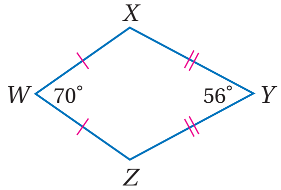


**المثال 4** إذا كان $WXYZ$ شكل طائرة ورقيّة، فأوجد القياس المطلوب في كل مما يأتي :

17) $WP$




18) $m\angle X$



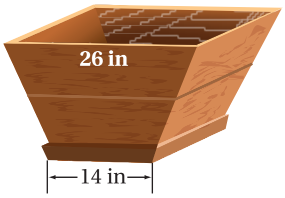

**برهان:** اكتب برهانًا حرًّا لكلٍّ من النظريات الآتية :

19) النظريّة 5.21
20) النظريّة 5.22
21) النظريّة 5.23
22) النظريّة 5.25
23) النظريّة 5.26

**الربط مع الحياة**

تمتاز الأصص الفخارية بالمسامية والتهوية وصرف المياه الزائدة، ما يسمح بنمو جيد للجذور، وهي من أفضل الأصص الزراعية.

24) **نباتات:** اشترى مشاري أصيصًا زراعيًا أوجهه الأربعة على شكل شبه منحرف أبعاده كما في الشكل المجاور. إذا أراد مشاري وضع رف أفقي عند منتصف الأصيص؛ لتستند إليه النبتة، فكم يكون عرض هذا الرفّ؟



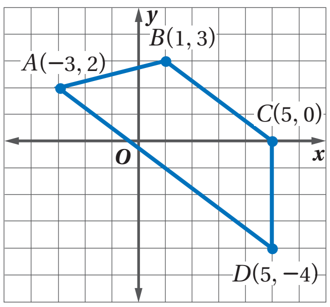

25) **برهان:** اكتب برهانًا إحداثيًّا للنظريّة 5.24.

26) **هندسة إحداثيّة:** استعن بالشكل الرباعي $ABCD$ المجاور.

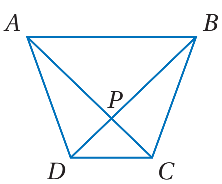
a) بيِّن أن $ABCD$ شبه منحرف. وحدِّد ما إذا كان متطابق الساقين. وضّح إجابتك.

b) هل القطعة المتوسطة محتواة في المستقيم الذي معادلته $y = -x + 1$؟ برّر إجابتك.

c) أوجد طول القطعة المتوسطة.



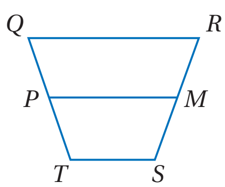

**جبر:** في الشكل المجاور، $ABCD$ شبه منحرف. أوجد قيمة $x$ بحيث يكون متطابق الساقين في كلٍّ ممَّا يأتي:




27) إذا كان $AC = 3x - 7$ , $BD = 2x + 8$

28) إذا كان $m\angle ABC = (4x + 11)^\circ$, $m\angle DAB = (2x + 33)^\circ$

**جبر:** في الشكل المجاور، $M$ , $P$ نقطتا منتصفي الساقين لشبه المنحرف $QRST$ .



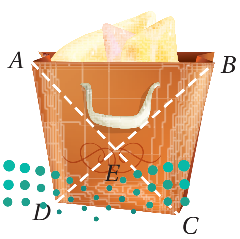

29) إذا كان $QR = 16$, $PM = 12$, $TS = 4x$ ، فأوجد قيمة $x$.

30) إذا كان $TS = 2x$, $PM = 20$, $QR = 6x$ ، فأوجد قيمة $x$.

31) إذا كان $PM = 2x$, $QR = 3x$, $TS = 10$ ، فأوجد $PM$.

32) إذا كان $TS = 2x + 2$, $QR = 5x + 3$, $PM = 13$ ، فأوجد $TS$.

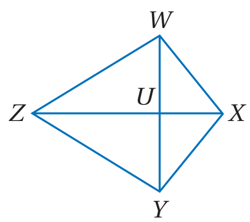
**تسوّق:** الوجه الجانبي لحقيبة التسوّق المبيّنة جانبًا على شكل شبه منحرف متطابق الساقين. إذا كان $EC = 9$ **in**, $DB = 19$ **in** ، $m\angle ABE = 40^\circ$ , $m\angle EBC = 35^\circ$ ، فأوجد كلًّا مما يأتي :




33) $AE$
34) $AC$
35) $m\angle BCD$
36) $m\angle EDC$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

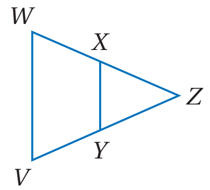
**جبر:** في الشكل المجاور، **$WXYZ$** شكل طائرة ورقيّة.




**37)** إذا كان $m\angle WXY = 120^\circ, m\angle WZY = (4x)^\circ$ ، $m\angle ZWX = (10x)^\circ$ ، فأوجد $m\angle ZYX$.

**38)** إذا كان $m\angle WXY = (13x + 24)^\circ, m\angle WZY = 35^\circ$ ، $m\angle ZWX = (13x + 14)^\circ$، فأوجد $m\angle ZYX$.

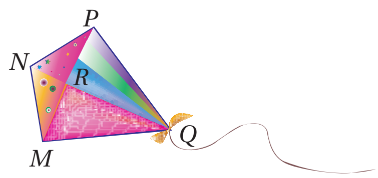
**برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين.




**39)** **المعطيات:** $\overline{WZ} \cong \overline{ZV}, \angle W \cong \angle ZXY$ ، $\overline{XY}$ تنصِّف كلًّا من $\overline{WZ}$ و $\overline{ZV}$ .

**المطلوب:** $WXYV$ شبه منحرف متطابق الساقين.

**40)** **طائرة ورقيّة:** استعن بالطائرة الورقيّة في الشكل المجاور . اكتب باستعمال خصائص شكل الطائرة الورقية برهانًا ذا عمودين لبيان أنّ $\triangle MNR$ يطابق $\triangle PNR$.



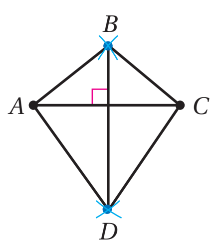

**41)** **أشكال ڤن:** ارسم شكل ڤن يوضح جميع الأشكال الرباعيّة متضمنًا شبه المنحرف المتطابق الساقين، وشكل الطائرة الورقيّة وعموم الأشكال الرباعيّة التي لا أسماء خاصة لها.

**هندسة إحداثيّة:** **حدد ما إذا كان الشكل المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي شبه منحرف، أم متوازي أضلاع، أم مستطيلًا، أم مربعًا، أم معينًا، أم هو شكل رباعي فحسب؟ اختر أكثر المسمّيات تحديدًا، ووضِّح إجابتك.**

**42)** $A(-1, 4), B(2, 6), C(3, 3), D(0, 1)$

**43)** $W(-3, 4), X(3, 4), Y(5, 3), Z(-5, 1)$

**44)** **تمثيلات متعدّدة:** سوف تستقصي في هذه المسألة إحدى خصائص شكل الطائرة الورقيّة.




a) **هندسيًّا:** ارسم قطعة مستقيمة. وأنشئ عمودًا منصفًا لها لا تنصفه القطعة المستقيمة ولا تساويه طولًا. ثم صِلْ أطراف القطعتين المستقيمتين لتكوِّن الشكل الرباعي $ABCD$ كما في الشكل المجاور. كرِّر هذه العملية مرتين، وسمِّ الشكلين الرباعيين الجديدين $WXYZ$ , $PQRS$.

b) **جدوليًّا:** انقل الجدول الآتي وأكمله.

| الشكل | الضلع | الطول | الضلع | الطول | الضلع | الطول | الضلع | الطول |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $ABCD$ | $\overline{AB}$ | | $\overline{BC}$ | | $\overline{CD}$ | | $\overline{DA}$ | |
| $PQRS$ | $\overline{PQ}$ | | $\overline{QR}$ | | $\overline{RS}$ | | $\overline{SP}$ | |
| $WXYZ$ | $\overline{WX}$ | | $\overline{XY}$ | | $\overline{YZ}$ | | $\overline{ZW}$ | |

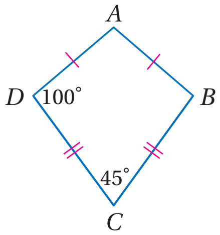
c) **لفظيًّا:** اكتب تخمينًا حول الشكل الرباعي الذي قطراه متعامدان وغير متطابقين، وأحدهما فقط ينصِّف الآخر.

**برهان:** اكتب برهانًا إحداثيًّا لكل من العبارتين الآتيتين :

**45)** قطرا شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقان.

**46)** القطعة المتوسطة لشبه المنحرف المتطابق الساقين توازي كلًّا من القاعدتين.

## مسائل مهارات التفكير العليا




47) **اكتشف الخطأ :** أوجد كل من عادل وسعيد $m\angle A$ في شكل الطائرة الورقيّة $ABCD$ المجاور . هل إجابة أي منهما صحيحة؟ وضِّح إجابتك.

| سعيد | عادل |
|---|---|
| $m\angle A = 45°$ | $m\angle A = 115°$ |

48) **تحدٍّ :** إذا كان الضلعان المتوازيان في شبه منحرف محتويين في المستقيمين $y = x + 4, y = x - 8$ ، فما معادلة المستقيم الذي يحتوي القطعة المتوسطة لشبه المنحرف؟

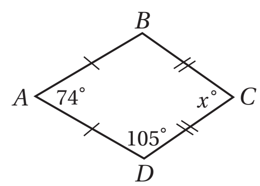
49) **تبرير :** هل العبارة "*المربع هو أيضًا شكل طائرة ورقيّة*" صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم غير صحيحة أبدًا ؟ وضّح إجابتك.

50) **مسألة مفتوحة :** ارسم شبه المنحرف $ABCD$ ، وشبه المنحرف $FGHJ$ غير المتطابقين وفيهما $\overline{AC} \cong \overline{FH}$ و $\overline{BD} \cong \overline{GJ}$ .

51) **اكتب :** قارن بين خصائص كلٍّ من: شبه المنحرف وشبه المنحرف المتطابق الساقين وشكل الطائرة الورقيّة.

## تدريب على اختبار

52) إذا كان $ABCD$ شكل طائرة ورقيّة، فما قياس $\angle C$؟

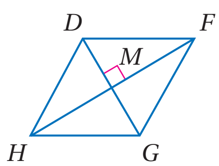



53) ما الشكل الذي يمكن أن يكون مثالًا مضادًّا للتخمين الآتي؟
*إذا كان قطرا شكل رباعي متطابقين فإنه مستطيل* .

**A** المربّع
**B** المعين
**C** متوازي الأضلاع
**D** شبه المنحرف المتطابق الساقين

## مراجعة تراكمية

**جبر :** استعن بالمعين **DFGH** فيما يأتي: (الدرس 5-5)

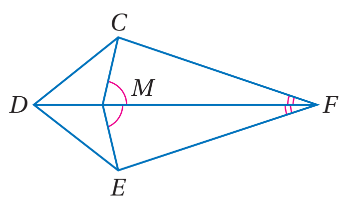



54) إذا كان $m\angle FGH = 118°$ ، فأوجد $m\angle MHG$.

55) إذا كان $DM = 4x - 3$ , $MG = x + 6$ ، فأوجد $DG$.

56) إذا كان $HD = 15$ , $HM = 12$ ، فأوجد $MG$.

57) **برهان :** اكتب برهانًا ذا عمودين. (الدرس 5-5)




**المعطيات:** $\angle CMF \cong \angle EMF$ ،
$\angle CFM \cong \angle EFM$
**المطلوب:** $\triangle DMC \cong \triangle DME$

## استعد للدرس اللاحق

أوجد ميل القطعة المستقيمة المعطاة إحداثيات طرفيها في كل مما يأتي:

58) $(x, 4y), (-x, 4y)$

59) $(-x, 5x), (0, 6x)$

60) $(y, x), (y, y)$

الفصل 5

# دليل الدراسة والمراجعة

## ملخص الفصل

### المفاهيم الأساسية

**زوايا المضلع** (الدرس 5-1)

- يعطى مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع محدب بالصيغة $S = (n - 2) \cdot 180°$، حيث $n$ عدد الأضلاع .
- مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة لمضلع محدّب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي $360°$.

**خصائص متوازي الأضلاع :** (الدرسان 5-2 و 5-3)

- كل ضلعين متقابلين متطابقان.
- كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.
- كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.
- إذا كانت إحدى الزوايا قائمة، فإنّ الزوايا الأخرى قوائم.
- القطران ينصّف كل منهما الآخر.
- قطره يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

**خصائص المستطيل والمعين والمربع وشبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية** (الدروس 5-4 إلى 5-6)

- للمستطيل جميع خصائص متوازي الأضلاع. وقطراه متطابقان. وزواياه الأربع قوائم.
- للمعين جميع خصائص متوازي الأضلاع. وجميع أضلاعه متطابقة، وقطراه متعامدان، وينصفان زواياه.
- للمربع جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين.
- زاويتا كل قاعدة في شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقتان، والقطران متطابقان أيضًا.
- قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان، ويوجد فيه زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة هما الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين.

**المطويات** منظم أفكار


تأكد من أن **المفاهيم الأساسية** مدونة في مطويتك.

### المفردات الأساسيّة

- **القطر** (ص. 140)
- **متوازي الأضلاع** (ص. 149)
- **المستطيل** (ص. 166)
- **المعين** (ص. 174)
- **المربّع** (ص. 175)
- **شبه المنحرف** (ص. 180)
- **قاعدتا شبه المنحرف** (ص. 180)
- **ساقا شبه المنحرف** (ص. 180)
- **زاويتا القاعدة** (ص. 180)
- **شبه المنحرف المتطابق الساقين** (ص. 180)
- **القطعة المتوسطة لشبه المنحرف** (ص. 182)
- **شكل الطائرة الورقيّة** (ص. 183)

### اختبار المفردات

**بيّن ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحةٍ أو غيرصحيحةٍ ، وإذا كانت غيرصحيحةٍ فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه؛ لتجعل الجملة صحيحة:**

1) زاويتا قاعدة شبه المنحرف متطابقتان.

2) إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا، فإنّ قطريه متطابقان.

3) القطعة المتوسطة لشبه المنحرف تصل بين رأسين غير متتالين فيه.

4) قاعدة شبه المنحرف هي إحدى ضلعيه المتوازيين.

5) قطرا المعين متعامدان.

6) قطر شبه المنحرف قطعة مستقيمة تصل بين نقطتي منتصفي ساقيه.

7) المستطيل يكون دائمًا متوازي أضلاع.

8) الشكل الرباعي الذي فيه زوجٌ واحدٌ من الأضلاع المتوازية هو متوازي أضلاع.

9) المعين الذي إحدى زواياه قائمة مستطيل.

10) ساق شبه المنحرف هو أحد ضلعيه غير المتوازيين.

وزارة التعليم
Ministry of Education

# دليل الدراسة والمراجعة

## مراجعة الدروس

### 5-1 زوايا المضلع (ص 147–140)

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة في كل من المضلعين المحدّبين الآتيين :

11) العشاري.

12) ذو 15 ضلعًا.

13) **زخرفة :** يمثّل نموذج الزخرفة المجاور شكلًا سداسيًّا منتظمًا. أوجد مجموع قياسات زواياه الداخليّة.

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى قياس إحدى زواياه الداخلية في كل مما يأتي:

14) $135^\circ$

15) $168^\circ$

**مثال 1**

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع محدّب عدد أضلاعه 22 ضلعًا.

| | |
|---|---|
| $S = (n-2)\cdot 180^\circ$ | بكتابة معادلة |
| $= (22-2)\cdot 180^\circ$ | بالتعويض |
| $= 20\cdot 180^\circ$ | بالطرح |
| $= 3600^\circ$ | بالضرب |

**مثال 2**

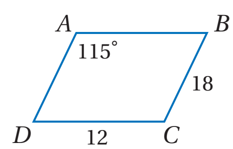
قياس زاوية داخليّة لمضلع منتظم 157.5. أوجد عدد أضلاعه.

| | |
|---|---|
| $157.5n = (n-2)\cdot 180^\circ$ | بكتابة المعادلة |
| $157.5^\circ n = 180^\circ n - 360^\circ$ | خاصيّة التوزيع |
| $-22.5^\circ n = -360^\circ$ | بالطرح |
| $n = 16$ | بالقسمة |

إذن عدد أضلاع المضلع 16 ضلعًا.

### 5-2 متوازي الأضلاع (ص 164–157)

استعمل $\square ABCD$ المبيَّن جانبًا لإيجاد كل مما يأتي :




16) $m\angle ADC$

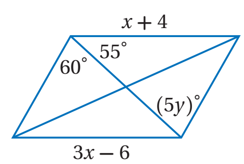
17) $AD$

18) $AB$

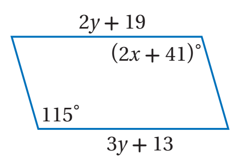
19) $m\angle BCD$

**جبر:** أوجد قيمتي $x$ , $y$ في كل من متوازيي الأضلاع الآتيين:

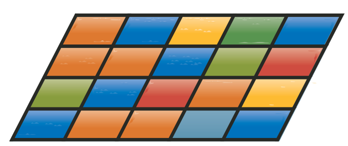
20)




21)

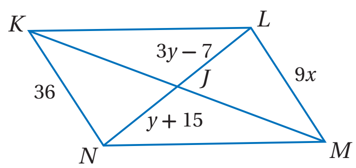



22) **تصميم:** ما المعطيات الضرورية لتحديد ما إذا كانت الأجزاء المكونة للنمط أدناه متوازيات أضلاع؟



**مثال 3**

**جبر :** إذا كان $KLMN$ متوازي أضلاع، فأوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي :




a) $x$

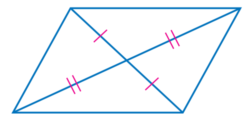
| | |
|---|---|
| $\overline{KN} \cong \overline{LM}$ | الأضلاع المتقابلة في ▱ متطابقة |
| $KN = LM$ | تعريف تطابق القطع المستقيمة |
| $36 = 9x$ | بالتعويض |
| $4 = x$ | بالقسمة |

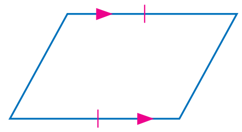
b) $y$

| | |
|---|---|
| $\overline{NJ} \cong \overline{JL}$ | قطرا ▱ ينصّف كل منهما الآخر |
| $NJ = JL$ | تعريف تطابق القطع المستقيمة |
| $y + 15 = 3y - 7$ | بالتعويض |
| $-2y = -22$ | بالطرح |
| $y = 11$ | بالقسمة |

## 5-3 تمييز متوازي الأضلاع (ص 157–164)

حدِّد ما إذا كان الشكل الرباعي في كل مما يأتي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.

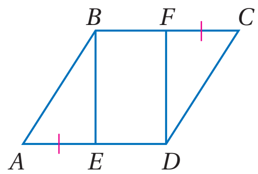
23)


24)


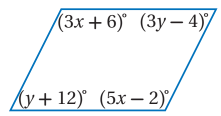
25) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين.

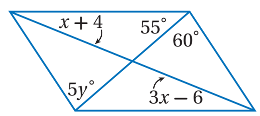
**المعطيات:** $\square ABCD$ , $\overline{AE} \cong \overline{CF}$

**المطلوب:** $EBFD$ متوازي أضلاع.



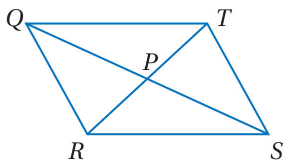

**جبر:** أوجد قيمتي $x$ , $y$ في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

26)



27)



### مثال 4

إذا كان $TP = 4x + 2, QP = 6 - 2y, PS = 12 - 5y$، $PR = 6x - 4$، فأوجد قيمتي $x, y$ بحيث يكون $QRST$ متوازي أضلاع.

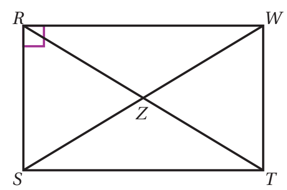



أوجد قيمة $x$ بحيث تكون $\overline{TP} \cong \overline{PR}$ وقيمة $y$ بحيث تكون $\overline{QP} \cong \overline{PS}$ .

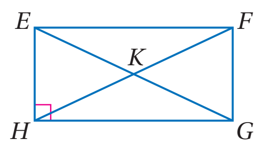
| | |
|---|---|
| $TP = PR$ | تعريف تطابق القطع المستقيمة |
| $4x + 2 = 6x - 4$ | بالتعويض |
| $-2x = -6$ | بالطرح |
| $x = 3$ | بالقسمة |
| $QP = PS$ | تعريف تطابق القطع المستقيمة |
| $6 - 2y = 12 - 5y$ | بالتعويض |
| $3y = 6$ | بالطرح |
| $y = 2$ | بالقسمة |

## 5-4 المستطيل (ص 166–171)

28) **جبر:** الشكل الرباعي $RSTW$ مستطيل، إذا كان $RZ=(2x+5)\text{in}$ ، $SW=(5x-20)\text{in}$ ، فأوجد $x$؟




**جبر:** استعن بالمستطيل $EFGH$ أدناه.




29) إذا كان $m\angle FEG = 57°$ ، فأوجد $m\angle GEH$.

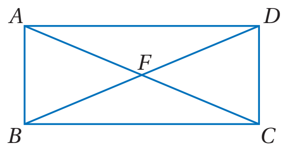
30) إذا كان $m\angle HGE = 13°$ ، فأوجد $m\angle FGE$.

31) إذا كان $FK = 32$ ft ، فأوجد $EG$.

32) أوجد $m\angle HEF + m\angle EFG$.

### مثال 5

**جبر:** في المستطيل $ABCD$ أدناه ، إذا كان $m\angle ADB = (4x+8)°, m\angle DBA = (6x+12)°$ ، فأوجد قيمة $x$ .



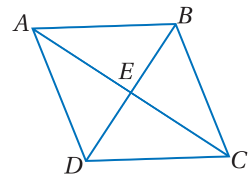

بما أنّ $ABCD$ مستطيل، فإنّ $m\angle ABC = 90°$. وبما أن الأضلاع المتقابلة في المستطيل متوازية، والزوايا المتبادلة داخليًّا بالنسبة للقطرين متطابقة، فإنّ $\angle DBC \cong \angle ADB$ ، ومن تعريف التطابق $m\angle DBC = m\angle ADB$ .

| | |
|---|---|
| $m\angle DBC + m\angle DBA = 90°$ | مسلمة جمع الزوايا |
| $m\angle ADB + m\angle DBA = 90°$ | بالتعويض |
| $(4x + 8)° + (6x + 12)° = 90°$ | بالتعويض |
| $10x° + 20° = 90°$ | بالجمع |
| $10x° = 70°$ | بالطرح |
| $x = 7$ | بالقسمة |

# دليل الدراسة والمراجعة

## 5-5 المعين والمربع (ص 172–179)

**جبر:** في المعين $ABCD$ ، إذا كان $EB = 9, AB = 12$، $m\angle ABD = 55°$، فأوجد كلًّا مما يأتي :



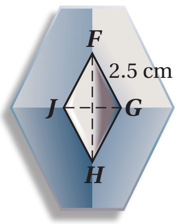

33) $AE$

34) $m\angle BDA$

35) $CE$

36) $m\angle ACB$

37) **شعار:** تتخذ شركة سيارات الشكل المجاور علامة تجارية لها. إذا كان شكل العلامة التجارية معينًا، فما طول $\overline{FJ}$؟




**هندسة إحداثيّة:** حدِّد ما إذا كان $\square QRST$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معينًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. ووضِّح إجابتك.

38) $Q(12, 0), R(6, -6), S(0, 0), T(6, 6)$

39) $Q(-2, 4), R(5, 6), S(12, 4), T(5, 2)$

### مثال 6

يتقاطع قطرا المعين $QRST$ عند النقطة $P$. استعمل المعطيات لإيجاد المطلوب في كل مما يأتي:

a) **جبر:** إذا كان $QT = x + 7 , TS = 2x - 9$، فأوجد قيمة $x$ .

| | |
|---|---|
| $\overline{QT} \cong \overline{TS}$ | تعريف المعين |
| $QT = TS$ | تعريف تطابق القطع المستقيمة |
| $x + 7 = 2x - 9$ | بالتعويض |
| $-x = -16$ | بالطرح |
| $x = 16$ | بالقسمة |

b) إذا كان $m\angle QTS = 76°$، فأوجد $m\angle TSP$ .

بما أنّ $\overline{TR}$ تنصّف $\angle QTS$، فإنّ $m\angle PTS = \frac{1}{2}\, m\angle QTS$.

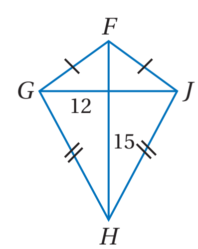
لذلك $m\angle PTS = \frac{1}{2}(76)=38°$، وبما أنّ قطري المعين متعامدان، فإنّ $m\angle TPS = 90°$.

| | |
|---|---|
| $m\angle PTS + m\angle TPS + m\angle TSP = 180°$ | نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث |
| $38° + 90° + m\angle TSP = 180°$ | بالتعويض |
| $128° + m\angle TSP = 180°$ | بالجمع |
| $m\angle TSP = 52°$ | بالطرح |

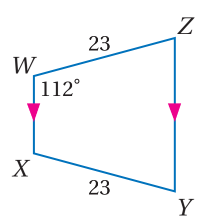
## 5-6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقيّة (ص 180–188)

أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

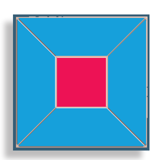
40) $GH$




41) $m\angle Z$




42) **تصميم:** استعن بقطعة البلاط المربعة الشكل المبينة جانبًا في السؤالين الآتيين:

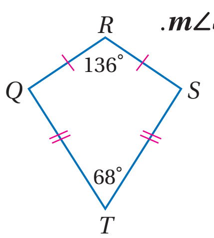


a) صف طريقة لتحديد ما إذا كانت أشكال شبه المنحرف الظاهرة في البلاطة متطابقة الساقين؟

b) إذا كان محيط البلاطة 48 in، ومحيط المربّع الأحمر 16 in، فما محيط أحد أشكال شبه المنحرف ؟

### مثال 7

إذا كان $QRST$ شكل طائرة ورقيّة، فأوجد $m\angle S$.




بما أنّ $\angle Q \cong \angle S$، فإنّ $m\angle Q = m\angle S$.

اكتب معادلة وحلّها لإيجاد $m\angle S$.

| | |
|---|---|
| $m\angle Q+m\angle R+m\angle S+m\angle T = 360°$ | نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للمضلع |
| $m\angle S + 136° + m\angle S + 68° = 360°$ | بالتعويض |
| $2m\angle S + 204° = 360°$ | بالتبسيط |
| $2m\angle S = 156°$ | بالطرح |
| $m\angle S = 78°$ | بالقسمة |

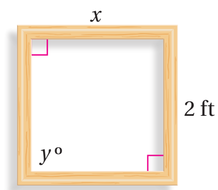
أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة في كل من المضلعين المحدبين الآتيين:

**1)** السداسي **2)** ذو 16 ضلعًا

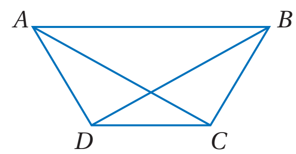
**3)** **فن:** تصنع جُمانة إطارًا لتبسط عليه قطعة قماش وترسم عليها بألوان زيتية. ثبتت جمانة أربع قطع من الخشب بعضها ببعض واعتقدت أنّها ستمثّل مربّعًا.

**a)** كيف يمكنها التحقق من أنّ الإطار مربع؟

**b)** إذا كانت أبعاد الإطار كما في الشكل، فأوجد القياسات المجهولة.




الشكل الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين.




**4)** ما الزاوية التي تطابق $\angle C$؟

**5)** ما الضلع الذي يوازي $\overline{AB}$؟

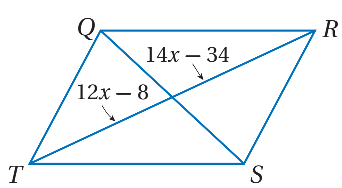
**6)** ما القطعة المستقيمة التي تطابق $\overline{AC}$؟

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى مجموع قياسات زواياه في كل مما يأتي:

**7)** $900^\circ$ **8)** $1980^\circ$

**9)** $2880^\circ$ **10)** $5400^\circ$

**11)** **اختيار من متعدّد:** إذا كان $QRST$ متوازي أضلاع، فما قيمة $x$؟

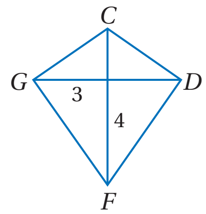


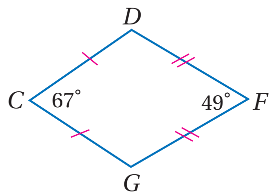

**A** 11 **C** 13

**B** 12 **D** 14

إذا كان $CDFG$ على شكل طائرة ورقيّة، فأوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

**12)** $GF$ **13)** $m\angle D$



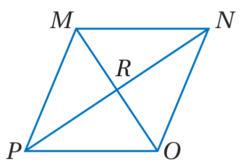




**جبر:** استعن بالمعين $MNOP$ ، للإجابة عن الأسئلة الآتية:

**14)** $m\angle MRN$

**15)** إذا كان $PR = 12$، فأوجد $RN$.

**16)** إذا كان $m\angle PON = 124^\circ$، فأوجد $m\angle POM$.



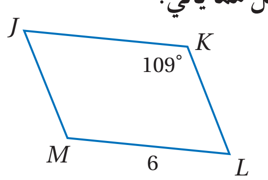

**17)** **إنشاءات:** تبني عائلة صالح ملحقًا للمنزل، وتركت فتحة لنافذة جديدة. فإذا قاس صالح الأضلاع المتقابلة فوجدها متطابقة. وقاس القطرين فوجدهما متطابقين، فهل يمكنه القول: إن فتحة النافذة تمثّل مستطيلًا؟ وضّح إجابتك.

استعمل $\square JKLM$ المبيَّن جانبًا لإيجاد كل مما يأتي:

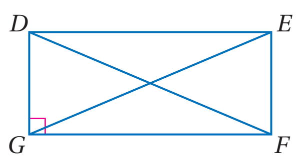
**18)** $m\angle JML$

**19)** $JK$

**20)** $m\angle KLM$




**جبر:** استعن بالمستطيل $DEFG$ للإجابة عن الأسئلة الآتية:



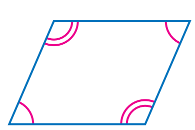

**21)** إذا كان $DF = 2(x + 5) - 7$ , $EG = 3(x - 2)$، فأوجد $EG$.

**22)** إذا كان $m\angle EDF = (5x - 3)^\circ$, $m\angle DFG = (3x + 7)^\circ$، فأوجد $m\angle EDF$.

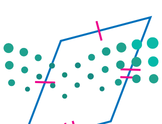
**23)** إذا كان $DE = 14 + 2x$ , $GF = 4(x - 3) + 6$، فأوجد $GF$.

حدّد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا في كل مما يأتي. برّر إجابتك.

**24)**



**25)**



# تطبيق التعريفات والخصائص

يتطلب حل كثير من المسائل الهندسيّة في الاختبارات تطبيق التعريفات والخصائص. استعمل هذه الصفحة والتي تليها للتدرّب على تطبيق التعريفات والخصائص عند حل أسئلة الهندسة ذات الإجابات المطولة.

## استراتيجيات تطبيق التعريفات والخصائص

**الخطوة 1**

اقرأ نص السؤال بعناية.

- حدّد المطلوب في المسألة.
- ادرس الأشكال المعطاة في المسألة.
- **اسأل نفسك**: ما خصائص هذا الشكل التي يمكنني تطبيقها لحل المسألة؟

**الخطوة 2**

حل المسألة.

- حدّد التعريفات أو المفاهيم الهندسيّة التي يمكنك استعمالها لمساعدتك على إيجاد القيم المجهولة في المسألة.
- استعمل التعريفات وخصائص الأشكال لكتابة معادلة وحلها.

**الخطوة 3**

- تحقق من إجابتك.

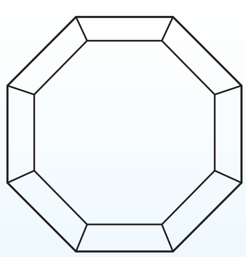
**مثال**

**اقرأ المسألة جيدًا، وحدِّد المطلوب فيها. ثم استعمل المعطيات لحلها.**

يصنع خالد إطارًا خشبيًّا على شكل ثماني منتظم محيطه 288 cm.

a) ما طول كل لوح خشبي يشكّل ضلعًا للإطار؟

b) ما الزاوية التي سيُقطع بها كل لوح عند طرفيه الخارجيين حتى تتلاءم الألواح بعضها مع بعض وتشكل الإطار؟ وضِّح إجابتك.



a) **طول كل ضلع من أضلاع الإطار أو طول كل لوح خشبي.**

**الخطوة 1:** اقرأ المسألة بعناية، علمت أن الألواح ستشكل ثمانيًّا منتظمًا محيطه 288 cm. والمطلوب إيجاد طول كل لوح خشبي.

**الخطوة 2:** حل المسألة، لإيجاد طول كل لوح، اقسم المحيط على عدد الألواح.

$288 \div 8 = 36$

إذن طول كل لوح يجب أن يكون 36 cm.

**الخطوة 3:** تحقق من حلك بإيجاد محيط المضلع: محيط المضلع المنتظم = عدد الأضلاع × طول الضلع الواحد

$8 \times 36\,\text{cm} = 288\,\text{cm}$ ✓

**b)** **قياس الزاوية التي سيقطع بها كل لوح عند طرفيه الخارجيين حتى تتلاءم الألواح وتشكل الإطار.**

**الخطوة 1:** المطلوب إيجاد قياس الزاوية التي ستقطع بها الألواح عند أطرافها حتى يتلاءم بعضها مع بعض تمامًا.

**الخطوة 2:** حل المسألة، استعمل خاصيّة مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع المحدَّب لإيجاد قياس زاوية داخليّة للثماني المنتظم.

أوجد أولًا المجموع $S$ لقياسات الزوايا الداخليّة.

$$S = (n-2) \cdot 180^\circ$$
$$= (8-2) \cdot 180^\circ$$
$$= 1080^\circ$$

إذن قياس الزاوية الداخليّة للثُّماني المنتظم يساوي $1080^\circ \div 8 = 135^\circ$. وبما أنّه سيُستعمل لوحان لتشكيل كل رأس للإطار، فإن كل طرف للألواح سيُقطع بزاوية قياسها $135^\circ \div 2 = 67.5^\circ$.

**الخطوة 3:** تحقق من حلك بالحل عكسيًّا

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم (n) الذي قياس زاويته الداخلية $135^\circ$.

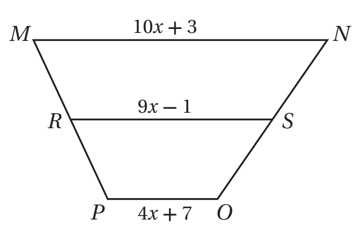
$$135^\circ = \frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$$
$$135^\circ n = 180^\circ n - 360^\circ$$
$$-45^\circ n = -360^\circ$$
$$n = 8$$ ✓

## تمارين ومسائل

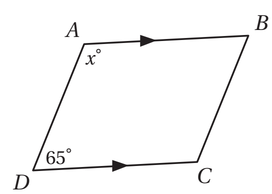
**اقرأ كل مسألة مما يأتي، وحدِّد المطلوب . ثم استعمل المعطيات لحلها، وبيِّن خطوات حلك:**

**1)** $\overline{RS}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $MNOP$.

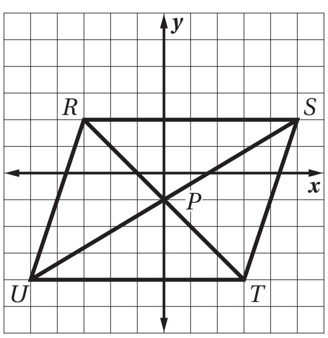
ما طول $\overline{RS}$ ؟




**2)** إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، فأوجد قيمة $x$ .




**3)** استعن بالتمثيل البياني أدناه في كل من السؤالين الآتيين:




**a)** هل ينصّف قطرا الشكل الرباعي $RSTU$ كل منهما الآخر؟ استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لتتحقق من إجابتك.

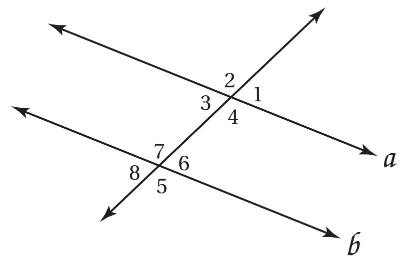
**b)** ما نوع الشكل الرباعي $RSTU$؟ وضّح إجابتك باستعمال خصائص هذا النوع من الأشكال الرباعيّة أو تعريفه.

**4)** ما مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للثُّماني المنتظم؟

## أسئلة الاختيار من متعدد

**اقرأ كل سؤال مما يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة.**

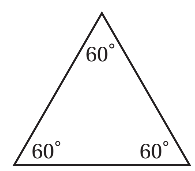
**1)** إذا كان $a \parallel b$ ، فأيّ العبارات الآتية ليست صحيحة؟




**A** $\angle 1 \cong \angle 3$ **C** $\angle 2 \cong \angle 5$

**B** $\angle 4 \cong \angle 7$ **D** $\angle 8 \cong \angle 2$

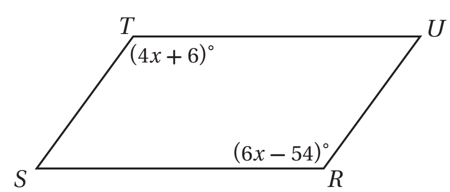
**2)** صنّف المثلث أدناه تبعًا لقياسات زواياه. اختر المصطلح الأنسب.




**A** حادّ الزوايا **C** منفرج الزاوية

**B** متطابق الزوايا **D** قائم الزاوية

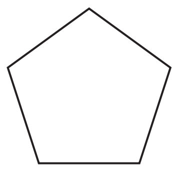
**3)** أوجد قيمة $x$ في متوازي الأضلاع $RSTU$.




**A** 12 **C** 25

**B** 18 **D** 30

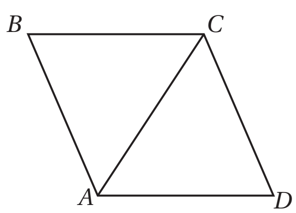
**4)** ما قياس كل زاوية داخلية في الخُماسي المنتظم؟



**A** $96^\circ$ **C** $120^\circ$

**B** $108^\circ$ **D** $135^\circ$

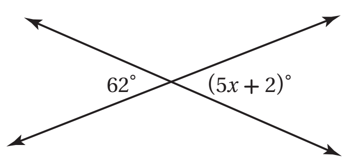
**5)** الشكل الرباعي $ABCD$ معين، فيه $m\angle BCD = 120^\circ$، أوجد $m\angle DAC$.




**A** $30^\circ$ **C** $90^\circ$

**B** $60^\circ$ **D** $120^\circ$

**6)** ما قيمة $x$ في الشكل أدناه؟




**A** 10 **C** 14

**B** 12 **D** 15

**7)** $\overline{DT}$ , $\overline{AE}$ قطران للمستطيل $DATE$ يتقاطعان في S. إذا كان $AE = 40, ST = x + 5$ ، فما قيمة $x$؟

**A** 35 **C** 15

**B** 25 **D** 10

### إرشادات للاختبار

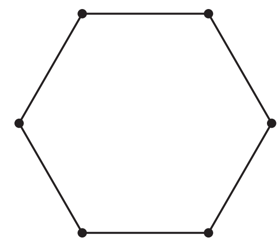
**السؤال 3:** استعمل خصائص متوازي الأضلاع لحل المسألة. كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

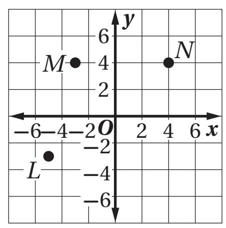
## أسئلة ذات إجابات قصيرة

**اكتب إجابتك في ورقة الإجابة.**

**8)** تشكّل أعمدة خيمة رؤوس سداسي منتظم، ما قياس الزاوية المتكوّنة عند أيّ من أركان الخيمة؟



**9)** ما إحداثيات الرأس الرابع لشبه المنحرف المتطابق الساقين $LMNJ$؟ بيّن خطوات الحل.



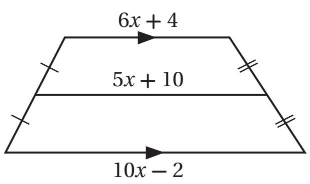

**10)** ماذا نسمي متوازي الأضلاع إذا كان قطراه متعامدين؟ وضّح إجابتك.

**11)** حدِّد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات. فسِّر تبريرك.

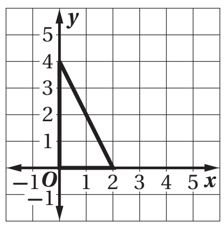
**المعطيات:** إذا كان العدد يقبل القسمة على 9، فإنّه يقبل القسمة على 3.
العدد 144 يقبل القسمة على 9.

**النتيجة:** العدد 144 يقبل القسمة على 3.

**12)** أوجد قيمة $x$ في الشكل أدناه. وقرّب الإجابة إلى أقرب عُشر إن كان ذلك ضروريًّا.




**13)** ما إحداثيات مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث أدناه؟

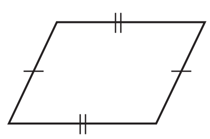



## أسئلة ذات إجابات مطولة

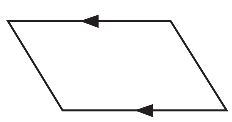
**اكتب إجابتك في ورقة الإجابة مبينًا خطوات الحل.**

**14)** هل يمكنك إثبات أنّ كل شكل مما يأتي متوازي أضلاع؟ إذا لم تستطع ذلك، فاذكر المعطيات الإضافية التي ستحتاج إليها لإثبات أنه متوازي أضلاع. ووضّح تبريرك.

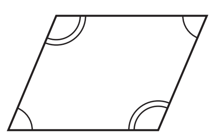
**a)**



**b)**



**c)**



| هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟ | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| إذا لم تستطع الإجابة عن السؤال.. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| فعد إلى الدرس.. | مهارة سابقة | مهارة سابقة | 5-2 | 5-1 | 5-5 | مهارة سابقة | 5-4 | 5-1 | 5-6 | 5-5 | مهارة سابقة | 5-6 | مهارة سابقة | 5-3 |