

سلسلة عروض رفعة الرياضيات

الصف الثالث المتوسط

الفصل السابع

(التحليل والمعادلات التربيعية)

نسخة إلكترونية مجانية



الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين ،
أما بعد :

المقدمة

” نبذة تعريفية عن مجموعة رفعة ”

هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات في جميع أنحاء المملكة ،
وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات ، وابتكار الأفكار الإبداعية ،
والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام .
ويهدف التسهيل والتيسير لمادة الرياضيات والمواد الأخرى .

نقدم لكم

سلسلة عروض مجموعة رفعة الرياضيات للصف الثالث المتوسط

” الفصل السابع ”

(التحليل والمعادلات التربيعية)

@maths0120 مجموعة رفعة الرياضيات



الأستاذ : عثمان خضر عيظه الربيعي

الردمك

نفيدكم علماً بأنه تم تسجيل عملكم الموسوم بـ :

سلسلة عروض رفعت الرياضيات للصف الثالث المتوسط
الفصل السابع التحليل والمعادلات التربيعية

تحت رقم إيداع : ٧٦٤٤ / ١٤٤٥

وتاريخ : ٢٨ / ٤ / ١٤٤٥ هـ

ورقم ردملك : ١-٨٣٦٣-٤-٠٣-٦٠٣-٩٧٨



تعيّنت الفصل السابع



استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة فيما يأتي:

<p>(١)</p> <p>(٢)</p> <p>(٣)</p> <p>(٤)</p>	<p>(١) أ (أ + ٥)</p> <p>(٢) ٢ (٣ + س)</p> <p>(٣) ن (ن - ٣ ن^٢ + ٢)</p> <p>(٤) ٦ - (٥ س - ٦)</p>
---	---





٥ (مال : ذهب خمسة أصدقاء إلى منتزه ترفيهي ، فاشترى كل منهم بطاقة دخول بـ ٩ ريال ، وعلبة عصير بـ ٣ ريال ، وشطيرة بـ ٦ ريال . فكتب عبارة تمثل المبلغ الإجمالي الذي دفعوه جميعاً .

.....
.....
.....
.....



أوجد ناتج الضرب في كلِّ ممَّا يأتي:

..... (٦

..... (٧

..... (٨

..... (٩

..... (١٠

..... (١١

(٦ (س + ٢)(س - ٥)

(٧ (س + ٤)(س - ١)

(٨ (٣ - أ٢)(٤ + أ٥)

(٩ (٤ - س٣)(س + ٥)

(١٠ (س + ٧)(س + ٤)

(١١ (ب٢ - أ٦)(ب + أ٩)



١٢) مفرش مائدة : مفرش مائدة مستطيل الشكل إذا كان طوله (٢س + ٣) ،
وعرضه (س + ١) ، فاكتب عبارة تمثل مساحته .

.....
.....
.....
.....



أوجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي:

..... (١٣)

..... (١٤)

..... (١٥)

..... (١٦)

$${}^2(١٣ - ٣) (١٣)$$

$${}^2(٥ + س) (١٤)$$

$${}^2(٣س - ٢ص) (١٥)$$

$$(١٦) (٢س + ٥ص) (٢س - ٥ص)$$





١٧) تصوير: صورة بُعِداها: (س + ٦) سم ، (س - ٦) سم .
فما مساحتها ؟

.....
.....
.....
.....



الواجب
بمنصة مدرستي

تصميم
أ. عثمان الربيعي
 @uthman20191

موقع رفعة التعليمية



تحليل وحيدات اكد



فيما سبق

درست ضرب وحيدات الحد وقسمة
كثيرة حدود على وحيدة حد .

الآن

١ (أحل وحيدة الحد إلى عواملها .
٢ (أجد القاسم المشترك الأكبر لوحيدات الحد .

المفردات

١ (الصيغة التحليلية .
٢ (القاسم المشترك الأكبر (ق . م . أ) .



جدول التعلم

ماذا تعلمت ؟	ماذا أريد أن أعرف ؟	ماذا أعرف ؟



تعمل هند قلائد خرز، فإذا كان لديها ٦٠ خرزة فضية اللون، و ١٥ خرزة ذهبية اللون، وترغب في أن تحتوي القلادة الواحدة على نوع واحد من الخرز، وفي كلٍّ منها العدد نفسه، وتحوي كلٌّ منها أكبر عدد من الخرز، فستحتاج هند إلى تحديد القاسم المشترك الأكبر للعددين ٦٠ و ١٥

تحليل وحيدات الحدّ: تحليل وحيدات الحدّ يشبه تحليل الأعداد الكلية. وتكون وحيدة الحدّ بالصيغة التحليلية إذا عبّر عنها بحاصل ضرب أعداد أولية ومتغيرات بأس ١

عند كتابة وحيدة الحد بالصيغة التحليلية نقول: إننا حللنا وحيدة الحد تحليلًا تامًا.

لماذا





تحليل وحيدة أحد

مثال ١

حلل: $20 = 2 \times 2 \times 5$ تحليلًا تامًا.

$$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2 \times 10 = 2 \times 2 \times 5$$

$$= 1 \times 2 \times 10 = 1 \times 2 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 5$$

$$= 1 \times 2 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 5$$

$$20 = 2 \times 10$$

$$20 = 2 \times 10 = 2 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 5$$

$$20 = 2 \times 10 = 2 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 5$$

$$20 = 2 \times 10 = 2 \times 2 \times 5 = 2 \times 2 \times 5$$

لذا، فإن التحليل للعوامل لوحيدة الحد $20 = 2 \times 2 \times 5$ هو: $20 = 2 \times 2 \times 5$.





تحقق من فهمك

حلّل كل وحدة حدّ فيما يأتي تحليلًا تامًّا:

١ب) -٢٥٢أ

.....

.....

.....

.....

١أ) ٣٤س^٤ص^٣

.....

.....

.....

.....





القاسم المشترك الأكبر: قد يكون لعددین کلین أو أكثر بعض العوامل الأولية المشتركة. ويُسمَى حاصل ضرب العوامل الأولية المشتركة القاسمَ (العامل) المشترك الأكبر لها.

القاسم المشترك الأكبر (ق.م.أ) لعددین أو أكثر هو أكبر عدد یكون عاملاً لكل من هذه الأعداد، ویمكن إيجاد القاسم المشترك الأكبر لوحدتي حدٍّ أو أكثر بطريقة مشابهة.



القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وحدات أحد

مثال ٢

أوجد (ق.م.أ) لوحيدتي الحد $12a^2b$ ، $18ab^3$.

حل كل وحدة حد تحليلًا تامًا

$$12a^2b = 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b \times b \times b \times c$$

ضع دائرة حول العوامل الأولية المشتركة

$$18ab^3 = 2 \times 3 \times 3 \times a \times b \times b \times b$$

إذن، (ق.م.أ) لوحيدتي الحد $12a^2b$ ، $18ab^3$ هو $6ab^2 = 2 \times 3 \times a \times b \times b$.





تحقق من فهمك

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحدات الحدّ الآتية:

٢ج) ٣٠ك^٣ر^٢ن، ٥٠ك^٢ر^٢ن

.....
.....
.....
.....
.....
.....

٢ب) ١١أ^٢ب، ٢١أ^٢ب

.....
.....
.....
.....
.....
.....

١٢أ) ٦س^٣ص^٢ع، ١٨ص^٣ع

.....
.....
.....
.....
.....
.....





إيجاد (ق. م. أ.)

مثال ٣ من واقع الحياة

زهور: لدى نورة ٢٠ وردة و ٣٠ زنبقةً لعمل باقات زهور. فما أكبر عدد من الباقات المتماثلة يمكن عملها دون ترك أي زهرة؟ وما عدد زهور كل نوع في كل باقة؟

أوجد (ق. م. أ.) للعددين ٢٠ و ٣٠

$$٢٠ = ٢ \times ١٠$$

اكتب تحليل كل عدد إلى عوامله الأولية

$$٣٠ = ٢ \times ٣ \times ٥$$

العاملان الأوليان المشتركان هما: ٢، ٥

(ق. م. أ.) للعددين ٢٠ و ٣٠ هو $١٠ = ٥ \times ٢$ ؛ لذا يمكن لنورة لعمل ١٠ باقات.

بما أن $٢٠ = ١٠ \times ٢$ ، $٣٠ = ١٠ \times ٣$ ؛ لذا فستحتوي كل باقة على وردتين و ٣ زنابق.



تحقق من فهمك

٣) ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل الطول المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتهما ٨٤ سم^٢،
٧٠ سم^٢، علمًا بأن بُعدي كل منهما عددان كليان؟

.....

.....

.....

.....

.....





تأكد

حلل كل وحيدة حدّ فيما يأتي تحليلًا تامًّا:

(٣) - ١٧س^٣ص^٢ع

.....
.....
.....
.....
.....
.....

(٢) - ٣٨ب^٢ن^٢

.....
.....
.....
.....
.....
.....

(١) ١٢ج^٢هـ^٤

.....
.....
.....
.....
.....
.....



تأكد

أوجد (ق. م. أ) لكل زوج من وحيدات الحد الآتية:

(٧) ٨س^٢ص^٥، ٣١س^٣ص^٣

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(٦) ٧ج^٥هـ، ١١م^١ب

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(٥) ٢٤ج^٣د^٣، ٤٨ج^٢د

.....

.....

.....

.....

.....

.....



تأكد

(٩) هندسة: ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل العرض المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتهما ١٥ سم^٢، ١٦ سم^٢، علماً بأن بُعدي كلٍّ منهما عددان كليان.

.....

.....

.....

.....

.....





مهارات التفكير العليا

(٢٩) **تحَدِّدْ** : أوجد أصغر زوج من الأعداد يحقق الشروط الآتية: (ق. م. أ.) للعددین يساوي ١١، أحدهما زوجي والآخر فردي، وأحدهما ليس من مضاعفات الآخر.

.....

.....

.....

.....

.....





الواجب
بمنصة مدرستي

تصميم
أ. عثمان الربيعي
 @uthman20191

موقع رفعة التعليمية



استعمال خاصية التوزيع



درست إيجاد (ق . م . أ) لمجموعة
من وحدات الحد .

فيما سبق

١ (أستعمل خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود .
٢ (أحل معادلات تربيعية على الصورة : $أس^٢ + ب س + ج = ٠$

الآن

١ (تحليل كثيرة حدود .
٢ (التحليل بتجميع الحدود .
٣ (خاصية الضرب الصفري .

المفردات



جدول التعلم

ماذا تعلمت ؟	ماذا أريد أن أعرف ؟	ماذا أعرف ؟



تُحدّد أجرة متجر حسب مساحته. ويمكن تمثيل مساحة المتجر بالمعادلة $م = ٦ + ١ض$, حيث تمثل ض عرض المتجر بالأمتار، ويمكننا استعمال التحليل إلى العوامل وخاصة الضرب الصفري لإيجاد أبعاد المتجر الممكنة.

استعمال خاصية التوزيع في التحليل: استعملت خاصية

التوزيع في الفصل السابق لضرب وحيدة حدّ في كثيرة حدود كما في المثال الآتي:

$$٥٤ = (٧ + ٤٤)٥٤ = ٤٤٥ + (٧)٤٥$$

$$= ٤٢٠ + ٣٥$$

ويمكنك الاستفادة من ذلك في العمل عكسيًا للتعبير عن كثيرة الحدود بصورة حاصل ضرب عاملين: وحيدة الحد، وكثيرة الحدود.

$$٦ + ١ض + ٦ = (٦ + ض)٦ = (٦ + ض)١$$

كذلك $٥٤ = (٧ + ٤٤)$ يمثل تحليل ثنائية الحدّ $٤٢٠ + ٣٥$. ويشتمل **تحليل كثيرة الحدود** تحليلها إلى عواملها الأولية.

لماذا

استعمال خاصية التوزيع في التحليل

مثال ١

استعمل خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

$$(i) \quad 27ص^2 + 18ص$$

أوجد (ق. م. أ.) لجميع الحدود.

حلّل كل حد.

$$27ص^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times ص \times ص$$

$$18ص = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times ص$$

$$(ق. م. أ.) = 3 \times 3 \times 3 \times ص = 9ص$$

ضع دائرة حول العوامل المشتركة.

اكتب كل حدّ على صورة حاصل ضرب (ق. م. أ.) في باقي العوامل. واستعمل خاصية التوزيع

لإخراج (ق. م. أ.).

أعد كتابة كل حدّ باستعمال (ق. م. أ.).

$$27ص^2 + 18ص = 9ص(3ص + 2)$$

خاصية التوزيع.

$$= 9ص(3ص + 2)$$





استعمال خاصيت التوزيع في التحليل

مثال 1

$$\text{ب) } -4a^2b - 8ab^2 + 2ab$$

حلّل كل حدّ.

$$-4a^2b = -1 \times 2 \times 2 \times a \times a \times b$$

ضع دائرة حول العوامل المشتركة.

$$-8ab^2 = -1 \times 2 \times 2 \times a \times b \times b$$

$$2ab = 2 \times a \times b$$

$$\text{(ق. م. أ.) } 2ab = 2 \times a \times b$$

$$-4a^2b - 8ab^2 + 2ab = -2ab(2a + 4b - 1) \quad \text{أعد كتابة كل حد باستعمال (ق. م. أ.)}$$

خاصية التوزيع

$$= -2ab(2a + 4b - 1)$$





تحقق من فهمك

اب) $7 \times 2 + 2 \times 21 - 2 \times 7$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

اأ) $15 - 3$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





تُسمّى الطريقة التي تُستعمل فيها خاصية التوزيع لتحليل كثيرة حدود تتكوّن من أربعة حدود أو أكثر **التحليل بتجميع الحدود**؛ لأن الحدود تُجمع بطريقة معينة، ثم يحلّل كل تجميع، ثم تطبق خاصية التوزيع لإخراج عامل مشترك.

أضف إلى

مطويتك

التحليل بتجميع الحدود

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: يمكن تحليل كثيرة الحدود بتجميع الحدود، إذا توافرت جميع الشروط الآتية:

- تتكوّن كثيرة الحدود من أربعة حدود أو أكثر.
- يوجد للحدود التي يمكن تجميعها معًا عوامل مشتركة.
- يوجد عاملان مشتركان متساويان أو أن أحدهما نظير جمعيّ للآخر.

الرموز: $أس + ب س + أص + ب ص = (أس + ب س) + (أص + ب ص)$

$$= س(أ + ب) + ص(أ + ب)$$

$$= (س + ص)(أ + ب)$$



التحليل بتجميع الحدود

مثال ٢

حلّل: $٤ ك ر + ٨ ر + ٣ ك + ٦$

$٤ ك ر + ٨ ر + ٣ ك + ٦$

$$(٦ + ك ٣) + (ر ٨ + ر ٤) =$$

$$٤ ر (٢ + ك) + ٣ (٢ + ك) =$$

$$(٢ + ك) (٣ + ٤ ر) =$$

العبرة الأصلية

جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة

حلّل كل تجميع بإخراج (ق.م.أ.)

خاصية التوزيع

لاحظ أنّ $(٢ + ك)$ عامل مشترك لـ $٤ ر (٢ + ك)$ و $٣ (٢ + ك)$.





تحقق من فهمك

حلّل كلاً من كثيرات الحدود الآتية :

$$٢٠ - ٤ن - ك١٥ + ٣نك \text{ (ب) ٢}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$٥ - ر - ٥ن + رن \text{ (أ) ٢}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



التحليل بتجميع أقدود (العوامل نظائر جمعيت)

من المفيد معرفة متى تكون إحدى ثنائيتي الحد نظيرًا جمعياً للأخرى. فمثلاً $أ - ٦ = ١ - (أ - ٦)$

مثال ٣

حلل: $٢م ك - ١٢ + م - ٤٢ - ٧ ك$

$٢م ك - ١٢ + م - ٤٢ - ٧ ك$

$= (٢م ك - ١٢) + (م - ٤٢ - ٧ ك)$

$= ٢م(ك - ٦) + (٦ - ك)٧$

$= ٢م(ك - ٦) + (٦ - ك)٧$

$= ٢م(ك - ٦) - (ك - ٦)٧$

$= (ك - ٦)(٢م - ٧)$

العبارة الأصلية

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة.

حلل كل تجميع بإخراج (ق.م.أ).

$٦ - ك = ١ - (ك - ٦)$

خاصية التجميع

خاصية التوزيع

إرشادات للدراسة

تحقق

تحقق من صحة التحليل
بضرب العوامل الناتجة
بعضها في بعض؛
للحصول على العبارة
الأصلية.



تحقق من فهمك

حلّل كلاً من كثيرات الحدود الآتية :

$$\text{٣ب) } ٢٧ + ١٨ف - ٢ف^٢ - ٣ف$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$\text{١٣ا) } ٤ - ٨د + ٢د + ٤$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....





حلّ المعادلات بالتحليل: يمكنك حلّ بعض المعادلات بالتحليل .

انظر إلى الجمل الآتية: $0 = (0)3$ $0 = (2 - 2)0$ $0 = (0)312 -$ $0 = (0, 25)0$

لاحظ أن أحد العاملين على الأقل في كلّ حالة يساوي صفرًا. وتبيّن هذه الأمثلة **خاصية الضرب الصفري**.

أضف إلى
مطويتك

مفهوم أساسي خاصية الضرب الصفري

التعبير اللفظي: إذا كان حاصل ضرب عاملين يساوي صفرًا، فيجب أن يكون أحدهما على الأقل صفرًا.

الرموز: لأي عددين حقيقيين أ، ب، إذا كان $أب = 0$ ، فإن $أ = 0$ ، أو $ب = 0$ ، أو أن كليهما يساوي صفرًا.

سبق أن تعلمت أن حلّ المعادلة أو جذرها هو أيّ قيمة للمتغير تجعلها صحيحة.

حل المعادلات

حلّ كلاً من المعادلات الآتية وتحقق من صحة الحل:

$$٠ = (١٥ - ٥٣)(٦ + ٥٢) \quad (١)$$

$$٠ = (١٥ - ٥٣)(٦ + ٥٢)$$

المعادلة الأصلية

خاصية الضرب الصفري

حلّ كل معادلة

اقسم

$$٠ = ١٥ - ٥٣ \quad \text{أو} \quad ٠ = ٦ + ٥٢$$

$$١٥ = ٥٣ \quad ٦ = ٥٢$$

$$٥ = ٣ \quad ٣ = ٥$$

الجزران هما -٣، ٥

تحقق: عوض عن د بكلٍّ من -٣، ٥ في المعادلة الأصلية.

$$٠ = (١٥ - ٥٣)(٦ + ٥٢)$$

$$٠ \stackrel{?}{=} [١٥ - (٥)٣][٦ + (٥)٢]$$

$$٠ \stackrel{?}{=} (١٥ - ١٥)(٦ + ١٠)$$

$$٠ \stackrel{?}{=} (٠)١٦$$

$$\checkmark \quad ٠ = ٠$$

$$٠ = (١٥ - ٥٣)(٦ + ٥٢)$$

$$٠ \stackrel{?}{=} [١٥ - (٣-)٣][٦ + (٣-)٢]$$

$$٠ \stackrel{?}{=} (١٥ - ٩-)(٦ + ٦-)$$

$$٠ \stackrel{?}{=} (٢٤-)(٠)$$

$$\checkmark \quad ٠ = ٠$$

مثال ٤

تنبيه!

قيمة غير معروفة

قد تجد أنه من الأسهل حلّ معادلة بقسمة كلّ طرف منها على متغير. وبما أن قيمة المتغير غير معروفة، لذا قد تقسم في هذه الحالة على صفر، والقسمة على صفر غير معرّفة.

حل المعادلات

مثال ٤

تنبیه

قيمة غير معروفة

قد تجد أنه من الأسهل حل معادلة بقسمة كل طرف منها على متغير. وبما أن قيمة المتغير غير معروفة، لذا قد تقسم في هذه الحالة على صفر، والقسمة على صفر غير معرفة.

$$(ب) \quad ج^2 = 3ج$$

$$ج^2 = 3ج$$

$$ج^2 - 3ج = 0$$

$$ج(ج - 3) = 0$$

$$ج = 0 \quad \text{أو} \quad ج - 3 = 0$$

$$ج = 3$$

الجذران هما ٠، ٣

المعادلة الأصلية

اطرح ٣ ج من كل طرف للحصول على صفر في أحد طرفي المعادلة.

حلل باستعمال (ق.م.أ) للحصول على الصورة $أب = ٠$

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

تحقق بتعويض كل من صفر، ٣ بدلاً من ج



تحقق من فهمك

$$٠ = ٤ب - ٨ب^٢$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$٠ = ٣ن(ن + ٢)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



استعمال التحليل

رمي السهم: يمكن تمثيل ارتفاع سهم بالمعادلة $ع = -٥ن^٢ + ٢٠ن$ ، حيث (ع) الارتفاع بالأمتار، (ن) الزمن بالثواني. إذا أهمل ارتفاع رامي السهم، بعد كم ثانية يصل السهم إلى الأرض بعد إطلاقه؟

عندما يصل السهم إلى الأرض $ع = ٠$

المعادلة الأصلية

$$ع = -٥ن^٢ + ٢٠ن$$

عوض عن ع بـ ٠

$$٠ = -٥ن^٢ + ٢٠ن$$

حلّل بإخراج (ق.م.أ.)

$$٠ = ٥(-ن + ٤)$$

خاصية الضرب الصفري

$$٥ = ٠ \text{ أو } ٠ = ٤ + ن$$

حلّ كلّ معادلة

$$ن = ٠ \text{ أو } -٤ = ن$$

اقسم كل حد على -١

$$ن = ٤$$

يصل السهم إلى الأرض بعد إطلاقه بـ ٤ ثوانٍ.

مثال ٥ من واقع الحياة



الربط مع الحياة 🌍

يتطلب رمي السهم أو الرمي بالقوس تركيزاً عالياً ومهارة ودقة في التصويب؛ لضمان إصابة الهدف.



تحقق من فهمك

٥) قفز الأرنب: يمكن تمثيل قفزة الأرنب بالمعادلة $ع = ٥, ٥ن - ٥٢$ ؛ حيث تمثل (ع) ارتفاع القفزة بالمتر، و(ن) الزمن بالثواني. أوجد قيمة ن عندما $ع =$ صفرًا.

.....

.....

.....

.....

.....





تأكد

مثال ١ استعمال خاصية التوزيع لتحليل كل من كثيرات الحدود الآتية:

(٣) $١٢ك^٢ + ٦ك^٢ + ٢ك^٢$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(٢) $١٤ج^٢ + ٢ج^٢$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(١) $٢١ب - ١٥أ$

.....

.....

.....

.....

.....

.....



تأكد

المثالان ٢، ٣ حلل كلا من كثيرات الحدود الآتية:

(٦) $١٥ + ١٠ - ٢ب - ٣بج$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(٥) $٤٩ - ٧ص + ٧صس$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(٤) $١٦ + م٨ + ن٢ + م٢ن$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تأكد

مثال ٤: حلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

$$(٩) \quad ١٤ = ٢ر$$

.....

$$(٨) \quad ٠ = (٩ - م٣)(٢ + م٤)$$

.....

$$(٧) \quad ٠ = (١٠ + ك)٣ك$$

.....





تأكد

مثال ٥ (١٠ صواريخ: أُطلق صاروخ إلى أعلى بشكل مستقيم بسرعة ابتدائية مقدارها ٤٢ م/ ثانية. وتمثل المعادلة $ع = ٤٢ن - ٥ن^٢$ ارتفاع الصاروخ (ع) بالأمتار فوق مستوى سطح الأرض بعد ن ثانية.

(أ) ما ارتفاع الصاروخ عند عودته إلى الأرض؟

.....

.....

.....

.....

.....





تأكد

مثال ٥ (١٠ صواريخ: أُطلق صاروخ إلى أعلى بشكل مستقيم بسرعة ابتدائية مقدارها ٤٢ م/ ثانية. وتمثل المعادلة $٤٢ = ٥ - ٢$ ارتفاع الصاروخ (ع) بالأمتار فوق مستوى سطح الأرض بعد ن ثانية.

ب) حلّ المعادلة $٤٢ = ٥ - ٢$.

.....

.....

.....

.....

.....



تأكد

مثال ٥ (١٠ صواريخ): أطلق صاروخ إلى أعلى بشكل مستقيم بسرعة ابتدائية مقدارها ٤٢ م/ ثانية. وتمثل المعادلة $ع = ٤٢ن - ٥ن^٢$ ارتفاع الصاروخ (ع) بالأمتار فوق مستوى سطح الأرض بعد ن ثانية.

ج) كم ثانية يحتاج إليها الصاروخ كي يعود إلى الأرض؟

.....

.....

.....

.....

.....



مهارات التفكير العليا

٤٠ (اکتشف الخطأ: یحلّ کل من حمد وراشد المعادلة $٢م = ٤م$. فأیهما إجابته صحیحة؟ فسّر ذلك.

حمد

$$٢م = ٤م$$

$$\frac{٢م}{٢} = \frac{٤م}{٢}$$

$$٢ = م$$

راشد

$$٢م = ٤م$$

$$٠ = م٤ - ٢م٢$$

$$٠ = (٢ - م)٢م$$


$$٠ = م٢ \text{ أو } ٠ = ٢ - م$$

$$٢ = م \text{ أو } ٠ = م$$





الواجب
بمنصة مدرستي

تصميم
أ. عثمان الربيعي
 @uthman20191

موقع رفعة التعليمية



المعادلات التربيعية :

من $a^2 + b^2 = c^2$



فيما سبق

درست ضرب ثنائيات الحد باستعمال
طريقة التوزيع بالترتيب .

الآن

- 1 (أحل ثلاثية حدود على الصورة $س^2 + ب س + ج$.
- 2 (أحل المعادلات على الصورة $س^2 + ب س + ج = ٠$.

المفردات

المعادلة التربيعية



جدول التعلم

ماذا تعلمت ؟	ماذا أريد أن أعرف ؟	ماذا أعرف ؟



بركة سباحة سطحها مستطيل الشكل، يُراد وضع سياج حولها طوله ٢٤ م. إذا كانت مساحة سطح البركة ٣٦ م^٢، فما بعدها؟

لحل هذه المسألة يجب إيجاد عددين حاصل ضربهما ٣٦ ومجموعهما يساوي ١٢ (نصف محيط البركة).

تحليل س^٢ + ب س + ج: تعلمت كيف تضرب ثنائيي حدّ باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب، على أن تكون كل ثنائية حد منهما عاملاً لنتائج الضرب. ويمكن استعمال نمط ضرب ثنائيي الحد لتحليل أنواع معينة من ثلاثيات الحدود.

لماذا

لمادًا

$$(س + ٣) (س + ٤) = س^٢ + ٤س + ٣س + ٣ \times ٤ \quad \text{طريقة التوزيع بالترتيب}$$

$$= س^٢ + (٣ + ٤)س + ٣ \times ٤ \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$= س^٢ + ٧س + ١٢ \quad \text{بسط.}$$

لاحظ أن معامل الحد الأوسط ٧ هو مجموع العددين ٣ و ٤، والحد الأخير ١٢ هو ناتج ضربهما.

لاحظ القاعدة الآتية في الضرب:

$$(س + ٣) (س + ٤) = س^٢ + (٣ + ٤)س + (٣ \times ٤)$$

$$(س + م) (س + ن) = س^٢ + (م + ن)س + م ن \quad \text{لتكن } م = ٣, ن = ٤$$

$$= س^٢ + (م + ن)س + م ن \quad \text{الإبدال (+)}$$

$$س^٢ + ب س + ج = س^٢ + (ب + ج)س + م ن \quad \text{ب = م + ن, ج = م ن}$$

لاحظ أن معامل الحد الأوسط هو مجموع م و ن، والحد الأخير هو ناتج ضربهما.

تستعمل هذه القاعدة لتحليل ثلاثيات الحدود على الصورة $س^٢ + ب س + ج$.



مفهوم أساسي **تحليل س² + ب س + ج**

التعبير اللفظي: لتحليل ثلاثية حدود على الصورة س² + ب س + ج، أوجد عددين صحيحين م، ن مجموعهما ب، وناتج ضربهما ج، ثم اكتب س² + ب س + ج على الصورة (س + م) (س + ن).

الرموز: س² + ب س + ج = (س + م) (س + ن)، حيث م + ن = ب، م ن = ج

مثال: س² + 6س + 8 = (س + 2) (س + 4). لأن 2 + 6 = 8، 2 × 4 = 8

يكون لعاملي جـ الإشارة نفسها عندما تكون موجبة. ويعتمد كون العاملين موجبين أو سالبين على إشارة ب. فإذا كانت ب موجبة فالعاملان موجبان، وإذا كانت سالبة فالعاملان سالبان.



تحليل $س^2 + ٩س + ٢٠$ ، جـ موجبين

حلل : $س^2 + ٩س + ٢٠$.

بما أن جـ، ب موجبان في ثلاثية الحدود، $ب = ٩$ ، $جـ = ٢٠$. لذا يجب إيجاد عاملين موجبين مجموعهما ٩، وناتج ضربهما ٢٠. كَوْن قائمة عوامل العدد ٢٠، و أوجد العاملين اللذين مجموعهما ٩.

عوامل العدد ٢٠	مجموع العاملين
٢٠، ١	٢١
١٠، ٢	١٢
٥، ٤	٩

العاملان الصحيحان هما ٤، ٥

اكتب القاعدة

$$م = ٤، ن = ٥$$

$$س^2 + ٩س + ٢٠ = (س + ٤)(س + ٥)$$

$$= (س + ٤)(س + ٥)$$

تحقق: يمكنك التحقق من هذه النتيجة بضرب العاملين لتحصل على العبارة الأصلية.

$$طريقة التوزيع بالترتيب $(س + ٤)(س + ٥) = س^2 + ٥س + ٤س + ٢٠ = س^2 + ٩س + ٢٠$$$

$$= س^2 + ٩س + ٢٠ \checkmark$$

بسّط.

مثال ١

إرشادات لحل المسألة

خمن وتحقق

عند تحليل ثلاثية حدود،
اعمل تخميناً مدروساً،
وتحقق من المعقولية، ثم
عدّل التخمين حتى تصل
إلى الإجابة الصحيحة.





تحقق من فهمك حلّ كلّاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

$$\text{أب) } ٩ + ١٠ن + ٢ن^٢$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$\text{أ١) } ٢٤ + ١١د + ٢د^٢$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



تحليل $س^2 + ب س + ج$ عندما تكون $ب$ سالبة ، $ج$ موجب

مثال ٢

إرشادات للدراسة

إيجاد العوامل

عندما تجد العوامل

الصحيحة فليس هناك

ضرورة لاختبار العوامل

الأخرى. فمثلاً، العاملان

الصحيحان في المثال ٢ هما:

$٢- و ٦-$ ، لذا فلا داعي

لاختبار العاملين:

$٣- و ٤-$

حلل: $س^2 - ٨س + ١٢$

بما أن $ج$ موجبة، و $ب$ سالبة في ثلاثية الحدود، $ب = -٨$ ، $ج = ١٢$ لذا يجب إيجاد عاملين سالبين مجموعها -٨ وحاصل ضربهما ١٢

عوامل العدد ١٢	مجموع العاملين
$١٢-، ١-$	$١٣-$
$٦-، ٢-$	$٨-$
$٤-، ٣-$	$٧-$

العاملان الصحيحان هما $٢-، ٦-$

اكتب القاعدة

$$م = -٢، ن = -٦$$

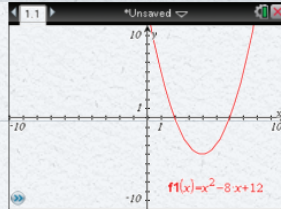
$$س^2 - ٨س + ١٢ = (س + م)(س + ن)$$

$$= (س - ٢)(س - ٦)$$

تحقق: مثل المعادلتين: $ص = س^2 - ٨س + ١٢$ ، $ص = (س - ٢)(س - ٦)$

بيانياً على الشاشة نفسها. بما أن التمثيلين متطابقان، فإن ثلاثية

الحدود حُللت بصورة صحيحة. ✓





حلّ كلّاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

تحقق من فهمك

٢٨ + ١١ - ٢ (ب٢)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

٢١ (١٢) - ٢٢ + ٢م

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



تحليل $s^2 + 2s - 15$ عندما تكون s سالبة

حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$(i) \quad s^2 + 2s - 15$$

في ثلاثية الحدود هذه $b = 2$ ، $c = -15$ وبما أن c سالبة. فإن m و n عدداً مختلفان في الإشارة. وبما أن b موجبة، فالعامل الذي قيمته المطلقة أكبر يكون موجباً.

اكتب أزواجاً من عوامل العدد -15 ، على أن يكون أحد العاملين في كل زوج سالباً والآخر موجباً، ثم انظر إلى العاملين اللذين مجموعهما 2 .

عوامل العدد -15	مجموع العاملين
$15, -1$	14
$-3, 5$	2

العاملان الصحيحان هما $-3, 5$

اكتب القاعدة

$$m = -3, n = 5$$

طريقة التوزيع بالترتيب

بسط

$$s^2 + 2s - 15 = (s + 5)(s - 3)$$

$$= (s - 3)(s + 5)$$

$$\text{تحقق: } (s - 3)(s + 5) = s^2 + 5s - 3s - 15 = s^2 + 2s - 15$$

$$= s^2 + 2s - 15 \quad \checkmark$$

مثال ٣

مراجعة المفردات

القيمة المطلقة

تمثل القيمة المطلقة للعدد n المسافة بين العدد والصفر على خط الأعداد. وتكتب على الصورة $|n|$.

تحليل $s^2 + 7s + 18$ عندما تكون s سالبة

(ب) $s^2 - 7s - 18$

في ثلاثية الحدود هذه $b = -7$ ، $c = -18$ ، إذن m أو n سالبة، وليس كلاهما. وبما أن b سالبة، فالعامل ذو القيمة المطلقة الكبرى يكون سالبًا.

اكتب أزواجًا من عوامل -18 ، على أن يكون أحد العاملين في كل زوج سالبًا والآخر موجبًا، ثم انظر إلى العاملين اللذين مجموعهما -7 .

مجموع العاملين	عوامل العدد -18
$17-$	$18-، 1-$
$7-$	$9-، 2-$
$3-$	$3+، 6-$

العاملان الصحيحان هما $2-$ ، $9-$

اكتب القاعدة

$$m = 2، n = -9$$

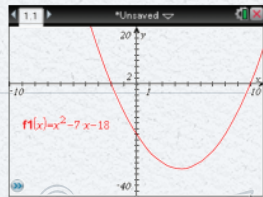
$$s^2 - 7s - 18 = (s + m)(s + n)$$

$$= (s + 2)(s - 9)$$

تحقق: مثل المعادلتين $s^2 - 7s - 18 = (s + 2)(s - 9)$ ،

$(s + 2)(s - 9) = s^2 - 7s - 18$ بيانيًا على الشاشة نفسها،

بما أن التمثيلين متطابقان، فإن ثلاثية الحدود حُلِّت بصورة صحيحة. ✓



مثال ٣

مراجعة المفردات

القيمة المطلقة

تمثل القيمة المطلقة للعدد

n المسافة بين العدد

والصفر على خط الأعداد.

وتُكتب على الصورة $|n|$.



حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

تحقق من فهمك

$$٣ب) ٢٤ - ٢ - ٢$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$١٣ص + ٢ص - ٤٨$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....





حلّ المعادلات بالتحليل: يمكن كتابة **المعادلات التربيعية** على الصورة القياسية:

أس² + ب س + ج = ٠ ، أ ≠ ٠ ، ويمكن حل بعض المعادلات على هذه الصورة بالتحليل، ثم استعمال خاصية الضرب الصفري



حل المعادلات بالتحليل

مثال ٤

حل المعادلة: $س^2 + ٦س = ٢٧$ ، وتحقق من صحة الحل.

المعادلة الأصلية

اطرح ٢٧ من كلا الطرفين

حلل إلى العوامل

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$س^2 + ٦س = ٢٧$$

$$س^2 + ٦س - ٢٧ = ٠$$

$$٠ = (س + ٩)(س - ٣)$$

$$س - ٣ = ٠ \text{ أو } س + ٩ = ٠$$

$$س = ٣ \quad س = -٩$$

تحقق: عوض عن س بكل من ٣، -٩ في المعادلة الأصلية.

$$س^2 + ٦س = ٢٧$$

$$(٩ - ٩) + ٦(٩ - ٩) \stackrel{؟}{=} ٢٧$$

$$٢٧ = ٥٤ - ٨١ \quad \checkmark$$

$$س^2 + ٦س = ٢٧$$

$$(٣) + ٦(٣) \stackrel{؟}{=} ٢٧$$

$$٢٧ = ١٨ + ٩ \quad \checkmark$$





تحقق من فهمك

حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$٤ب) س^٢ + س^٣ - ١٨ = ٠$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$٤أ) ع^٢ - ع^٣ = ٧٠$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



حل المسائل بالتحليل

مثال ٥ من واقع الحياة

اكتب المعادلة

اضرب

اطرح ٦١٦ من كل طرف

حلل

خاصية الضرب الصفري

حل كل معادلة

$$\text{ض} (\text{ض} + ٦) = ٦١٦$$

$$\text{ض}^2 + ٦\text{ض} = ٦١٦$$

$$\text{ض}^2 + ٦\text{ض} - ٦١٦ = ٠$$

$$\text{ض} (\text{ض} + ٢٨) (\text{ض} - ٢٢) = ٠$$

$$\text{ض} + ٢٨ = ٠ \quad \text{أو} \quad \text{ض} - ٢٢ = ٠$$

$$\text{ض} = -٢٨ \quad \text{ض} = ٢٢$$

بما أن الأبعاد لا يمكن أن تكون سالبة، فإن العرض = ٢٢ بوصة.

تحقق: إذا كان العرض ٢٢ بوصة فإن المساحة = $(٦ + ٢٢) \times ٢٢ = ٦١٦$ بوصة مربعة، وهي مساحة اللوحة. ✓



تصميم: يصمّم سعيد لوحة إعلان لبيع أقراص مدمجة لتعلم الرياضيات. إذا كان ارتفاع الجزء العلوي من اللوحة ٤ بوصات، ويزيد طول باقي اللوحة عن عرضها بـ ٢ بوصة. ومساحة اللوحة ٦١٦ بوصة مربعة، فأوجد عرض اللوحة.

افهم: يجب إيجاد عرض اللوحة.

خطّط: بما أن اللوحة على شكل مستطيل فالمساحة = العرض × الطول

حلّ: بما أن عرض اللوحة، فيكون طول اللوحة = $\text{ض} + ٢ + ٤ = \text{ض} + ٦$



تحقق من فهمك

٥) هندسة: متوازي أضلاع ارتفاعه أقل من قاعدته بـ ١٨ سم، ومساحته ١٧٥ سم^٢. فما ارتفاعه؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....





تأكد

الأمثلة ١ - ٣ حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

(٣) $2n^2 + 4n - 21$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(٢) $7v^2 - 30$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(١) $14s^2 + 24$

.....

.....

.....

.....

.....

.....



تأكد

مثال ٤ حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

(٨) $٣٢ - = ١٢ + ٢$ س

.....
.....
.....
.....
.....
.....

(٦) $٠ = ٢ + ٣$ ن - ٢

.....
.....
.....
.....
.....
.....

(٥) $٠ = ٢١ - ٤$ س - ٢

.....
.....
.....
.....
.....
.....

تأكد

مثال ٥ (١١) إطار صورة: اشترت لطيفة إطارًا لصورة، إلا أن الصورة كانت أكبر من الإطار، لذا فإنها بحاجة إلى تصغير طول الصورة وعرضها بالمقدار نفسه، على أن تصبح مساحتها نصف مساحتها الأصلية. فإذا كان بُعدا الصورة الأصلية ١٢، ١٦ سم. فما بُعدا الصورة المصغرة؟

.....

.....

.....

.....

.....





مهارات التفكير العليا

(٣٢) **اكتشف الخطأ:** حلّل كلٌّ من خليل وماجد العبارة: $س^٢ + ٦س - ١٦$. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

خليل

$$س^٢ + ٦س - ١٦ = (س - ٢)(س + ٨)$$

ماجد

$$س^٢ + ٦س - ١٦ = (س + ٢)(س - ٨)$$





الواجب
بمنصة مدرستي

تصميم
أ. عثمان الربيعي
 @uthman20191

موقع رفعة التعليمية



المعادلات التربيعية : أسس + ج + س =



فيما سبق

درست تحليل ثلاثية حدود على
الصورة $س^2 + ب س + ج$.

الآن

١) أحل ثلاثية حدود على الصورة $أس^2 + ب س + ج$.
٢) أحل المعادلات على الصورة $أس^2 + ب س + ج = ٠$.

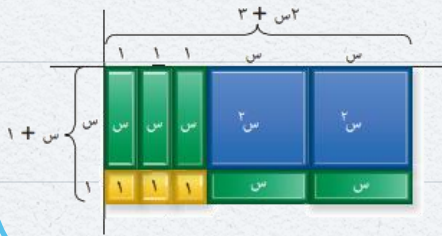
المفردات

كثيرة الحدود الأولية



جدول التعلم

ماذا تعلمت ؟	ماذا أريد أن أعرف ؟	ماذا أعرف ؟



يمكن تمثيل مسار الأرجوحة في مدينة الألعاب بالعبارة $5n^2 - 2n + 30$ ؛ حيث (ن) زمن الحركة. وتحليل هذه العبارة إلى عواملها يساعد المسؤول عن التشغيل على معرفة الوقت الذي تستغرقه أرجحتها في المرة الأولى.

تحليل أس^٢ + ب س + ج : حللت في الدرس السابق

عبارات تربيعية على الصورة: أس^٢ + ب س + ج، أ = ١.

ستطبق في هذا الدرس طرق تحليل عبارات تربيعية فيها $أ \neq ١$. في الشكل المجاور بعدا المستطيل المكوّن من بطاقات الجبر هما (س + ١)، (٣ + ٢س)، وهما عاملا ٢س^٢ + ٥س + ٣.

يمكنك استعمال طريقة التحليل بتجميع الحدود لتحليل هذه العبارة.

لماذا



لماذا

الخطوة ١: طبّق القاعدة:

$$٢س٢ + ٥س + ٣ = ٢س٢ + م + ن + ٣.$$

الخطوة ٢: أوجد عددين ناتج ضربيهما $٢ \times ٣ = ٦$ ومجموعهما ٥.

عوامل العدد ٦	مجموع العاملين
٦، ١	٧
٣، ٢	٥

الخطوة ٣: استعمل التجميع لإيجاد العوامل.

اكتب القاعدة $٢س٢ + ٥س + ٣ = ٢س٢ + م + ن + ٣$

$٢س٢ = ٢س٢ + ٣س + ٣ =$

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة $(٢س٢ + ٣س) + (٣ + ٣) =$

حلّل كل تجمّع بإخراج (ق.م.أ) $٢س(س + ٣) + (٣ + ٣) =$

$(س + ١)$ عامل مشترك $(٢س + ٣)(س + ١) =$

إذن: $٢س٢ + ٥س + ٣ = (س + ١)(٢س + ٣).$



أضف إلى

مطويتك

مفهوم أساسي

تحليل أس² + ب س + جـ

التعبير اللفظي:

لتحليل ثلاثية حدود على الصورة أس² + ب س + جـ، أوجد عددين صحيحين م، ن مجموعهما يساوي ب، وناتج ضربهما أ جـ، ثم اكتب أس² + ب س + جـ على الصورة أس² + م س + ن س + جـ، ثم حلل بتجميع الحدود.

مثال:

$$5س^2 - 13س + 6 = 5س^2 - 10س - 3س + 6 = م س + ن س$$

$$= 5س(س - 2) + (3 - س)(س - 2)$$

$$= (س - 2)(5س + 3 - س)$$



تحليل أس^٢ + ب س + جـ

حلّل كل ثلاثية حدود فيما يأتي:

$$(أ) \quad ٧س^٢ + ٢٩س + ٤$$

في ثلاثية الحدود أعلاه، أ = ٧، ب = ٢٩، جـ = ٤. أوجد عددين ناتج ضربهما $٤ \times ٧ = ٢٨$ ، ومجموعهما ٢٩. كوّن قائمة بأزواج من عوامل العدد ٢٨، وابحث عن العاملين اللذين مجموعهما ٢٩.

العوامل الصحيحة ١، ٢٨	مجموع العوامل ٢٩	عوامل العدد ٢٨ ٢٨، ١
استخدم القاعدة.	$٧س^٢ + ٢٩س + ٤ = م + ن + ٧س + ٤$	
$١ = م، ن = ٢٨$	$٧س^٢ + ٢٩س + ٤ = ١س + ٢٨س + ٤$	
جمع الحدود ذات العوامل المشتركة	$٧س^٢ + ٢٩س + ٤ = (١س + ٢٨س) + (٤ + ٤)$	
حلّل بإخراج (ق. م. أ)	$٧س^٢ + ٢٩س + ٤ = (١س + ٧)٤ + (١س + ٧)$	
(١س + ٧) عامل مشترك	$٧س^٢ + ٢٩س + ٤ = (١س + ٧)(٤ + ١)$	

مثال ١

إرشادات للدراسة

القاسم المشترك الأكبر

ابحث عن القاسم

المشترك الأكبر لحدود

كثيرة الحدود قبل

تحليلها.





تحليل أس^٢ + ب س + ج

مثال ١

$$\text{ب) } ١٨ + ١٥س + ٣س^٢$$

(ق.م.أ) للحدود ٣س^٢، ١٥س، ١٨، هو ٣. حلل بإخراج العامل ٣.

خاصية التوزيع

أوجد عاملين للعدد ٦ مجموعهما ٥

$$٣س^٢ + ١٥س + ١٨ = ٣(س^٢ + ٥س + ٦)$$

$$= ٣(س + ٣)(س + ٢)$$

إرشادات للدراسة

القاسم المشترك الأكبر

ابحث عن القاسم

المشترك الأكبر لحدود

كثيرة الحدود قبل

تحليلها.



تحقق من فهمك

حلّل كلّاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

١ب) $6س^٢ + ٢٢س - ٨$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

١أ) $٥س^٢ + ١٣س + ٦$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





تحليل أس^٢ + ب س + جـ

مثال ٢

حلل كثيرة الحدود $٣س^٢ - ١٧س + ٢٠$.
في ثلاثية الحدود أعلاه $٣ = أ$ ، $ب = -١٧$ ، $جـ = ٢٠$. وبما أن ب سالبة، فإن م + ن ستكون سالبة أيضًا،
وبما أن جـ موجبة، فإن م ن ستكون موجبة.
لتحديد م، ن كَوْن قائمة بالعوامل السالبة لـ $جـ = ٦٠$ وابحث عن العاملين اللذين مجموعهما -١٧

عوامل العدد ٦٠	مجموع العاملين
٣٠-، ٢-	٣٢-
٢٠-، ٣-	٢٣-
١٥-، ٤-	١٩-
١٢-، ٥-	١٧-

العاملان الصحيحان هما -٥، -١٢

$$م = -١٢، ن = -٥$$

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة

حلل كل تجمّع بإخراج (ق. م. أ)

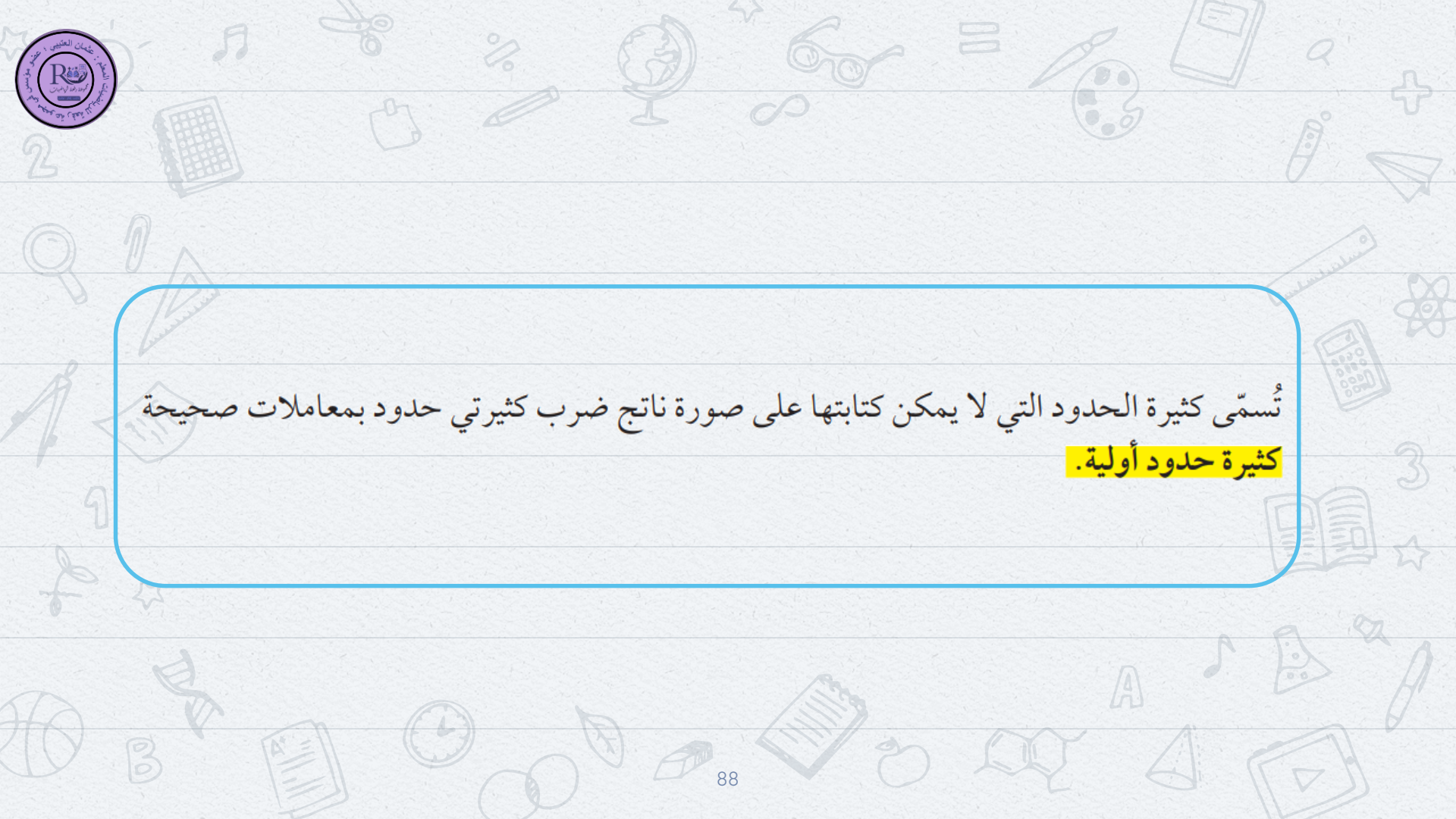
خاصية التوزيع

$$٣س^٢ - ١٧س + ٢٠ = ٣س^٢ - ١٢س - ٥س + ٢٠$$

$$= (٣س^٢ - ١٢س) + (-٥س + ٢٠)$$

$$= ٣س(س - ٤) + (-٥)(س - ٤)$$

$$= (س - ٤)(٣س - ٥)$$



تُسمّى كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة
كثيرة حدود أولية.



تحديد كثيرة الحدود الأولية

مثال ٣

حلل العبارة: $٤س^٢ - ٣س + ٥$ إن أمكن باستعمال الأعداد الصحيحة، وإن لم يكن ذلك ممكناً فاكتب "أولية".

في ثلاثية الحدود السابقة $أ = ٤$ ، $ب = -٣$ ، $ج = ٥$

مجموع العاملين	عوامل العدد ٢٠
٢١-	١-، ٢٠-
٩-	٥-، ٤-
١٢-	١٠-، ٢-

وبما أن $ب$ سالبة، فإن $م + ن$ سالبة. وبما أن $ج$ موجبة

فإن $م ن$ موجبة، لذا يكون كل من $م$ و $ن$ سالباً. كوّن قائمة

بأزواج عوامل العدد ٢٠. وابحث عن العاملين اللذين

مجموعهما -٣ .

لا يوجد عاملان مجموعهما -٣ . لذا لا يمكن تحليل العبارة التربيعية باستعمال الأعداد الصحيحة. لذا

فالعبارة التربيعية $٤س^٢ - ٣س + ٥$ أولية.





حلّل كلّاً من كثيرتي الحدود الآتيتين:

تحقق من فهمك

$$(ب٣) \quad ٥ - ٣س + ٢س^٢$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$(أ٣) \quad ٧ + ر - ٢ر^٢$$

.....

.....

.....

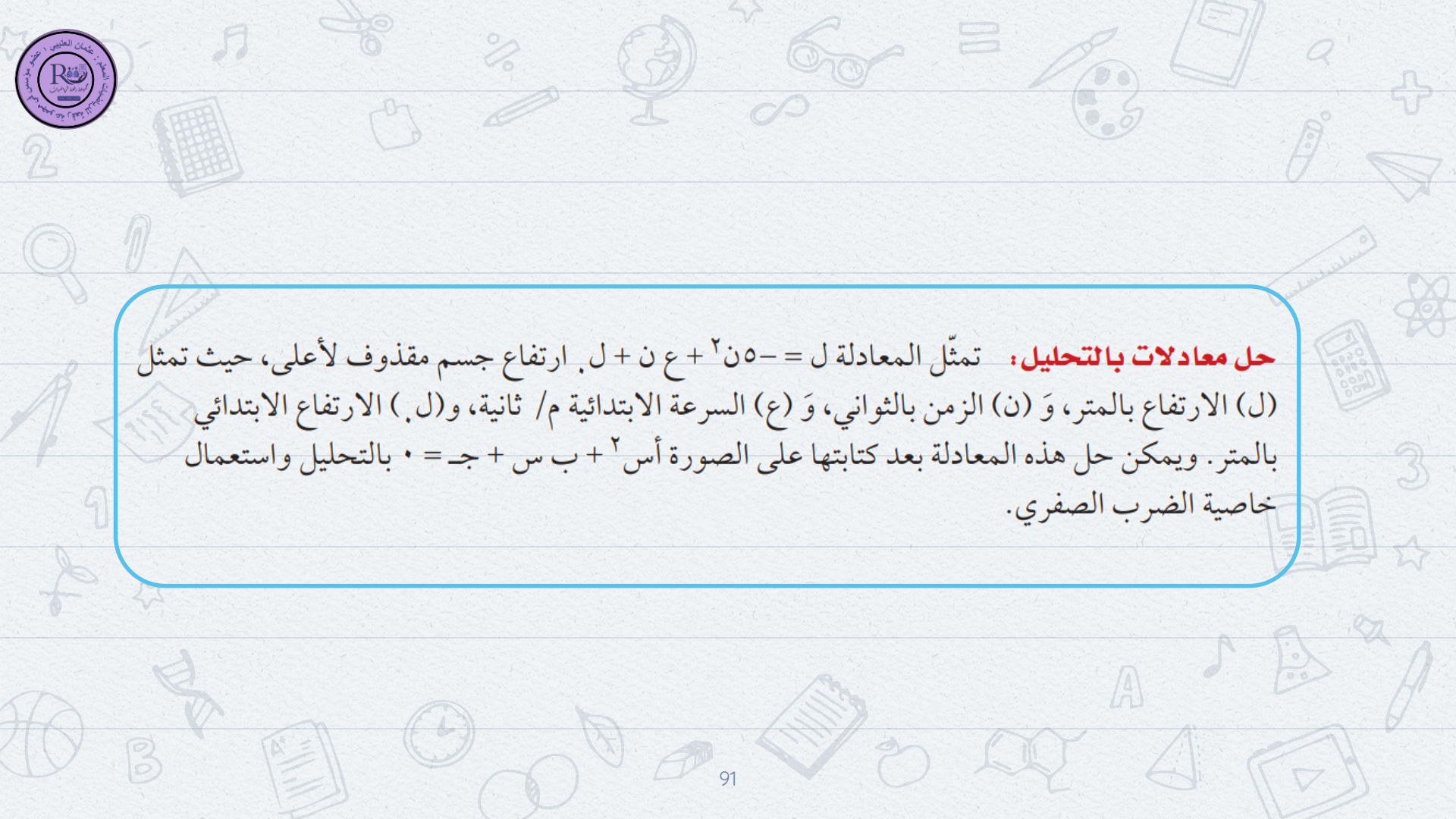
.....

.....

.....

.....





حل معادلات بالتحليل: تمثل المعادلة $5n^2 = -en + l$. ارتفاع جسم مقذوف لأعلى، حيث تمثل (l) الارتفاع بالمتراً، و (n) الزمن بالثواني، و (e) السرعة الابتدائية م / ثانية، و (l) الارتفاع الابتدائي بالمتراً. ويمكن حل هذه المعادلة بعد كتابتها على الصورة أس $2 + ب س + ج = ٠$ بالتحليل واستعمال خاصية الضرب الصفري.

حل المعادلات بالتحويل إلى عوامل

مثال ٤ من واقع الحياة

حياة برية: افترض أن فهديًا يقفز نحو فريسته بسرعة ابتدائية رأسية مقدارها ١١ مترًا/ثانية. فكم يبقى

الفهد في الهواء قبل وصوله إلى فريسته التي ترتفع عن الأرض ٢ متر؟

معادلة الارتفاع

$$L = -5t^2 + 11t$$

$$0 = -5t^2 + 11t - 2$$

$$0 = -5t^2 + 11t - 2$$

اطرح ٢ من كلا الطرفين

$$0 = -5t^2 + 11t - 2$$

اضرب كلا الطرفين في -١

$$0 = 5t^2 - 11t + 2$$

حلّ

$$0 = (5t - 1)(t - 2)$$

خاصية الضرب الصفري

$$5t - 1 = 0 \quad \text{أو} \quad t - 2 = 0$$

حل كل معادلة

$$5t - 1 = 0$$

$$t = \frac{1}{5}$$

الإجابتان $\frac{1}{5}$ و ٢ ثانية، يحتاج الفهد إلى $\frac{1}{5}$ ثانية للوصول إلى ارتفاع ٢ م في أثناء صعوده، وإلى ثانيتين في الهواء للوصول إلى الفريسة.



الربط مع الحياة 🌍

الفهد هو أسرع حيوان في العالم؛ حيث تبلغ سرعته ١١٢ كلم/ ساعة، ويمكن أن تصل سرعته من صفر إلى ٦٤ كلم/ ساعة في ٣ خطوات واسعة خلال ثوان فقط.

تحقق من فهمك

٤) فيزياء: قذف شخص كرة إلى الأعلى من سطح بناية ارتفاعها ٢٠ م. والمعادلة $E = -25n^2 + 16n + 20$ تمثل ارتفاع الكرة (ع) بالأمتار بعد (ن) ثانية. فإذا سقطت الكرة على شرفة ارتفاعها ٤ م عن الأرض، فكم ثانية بقيت الكرة في الهواء؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تنبيه

إشارة السالب

حافظ على (العدد -١)
معامل ن^٢، الذي تم
إخراجه خلال التحليل،
أو اضرب كلا الطرفين
في -١ بدلاً من ذلك.





تأكد

الأمثلة ١ - ٣ حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكناً باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب "أولية":

$$(٣) \quad ٣س٣ - ٢س١١ - ٢٠$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$(٢) \quad ٥س٥ - ٣س٣ + ٤$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$(١) \quad ٢س٢ + ٢٢س + ٥٦$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....



تأكد

مثال ٤: حلّ كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

(٦) $٠ = ٣٠ + س - ١٧$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(٥) $٠ = ٨ + س - ١٠$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(٤) $٠ = ٩ + س + ٢$

.....

.....

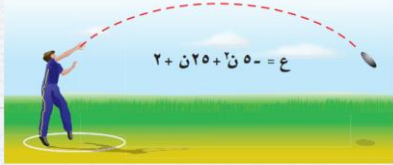
.....

.....

.....

.....

تأكد



(٧) رمي القرص: يرمي خالد القرص المعدني كما في الشكل المجاور.

أ) ما الارتفاع الابتدائي للقرص؟

.....

.....

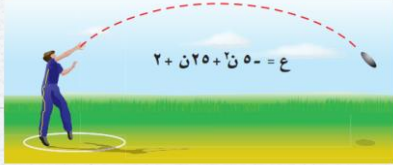
.....

.....

.....



تأكد



ب) بعد كم ثانية يصل القرص إلى الارتفاع نفسه الذي قذف منه؟

.....

.....

.....

.....

.....





مهارات التفكير العليا

٣٥) اكتب: فسّر كيف تحدد القيم التي يجب اختيارها لـ م وَ ن عند تحليل كثيرة الحدود على الصورة
أس^٢ + ب س + جـ

.....

.....

.....

.....

.....





الواجب
بمنصة مدرستي

تصميم
أ. عثمان الربيعي
 @uthman20191

موقع رفعة التعليمية

مجموعة رفعة التعليمية
تطوير - إنتاج - توثيق

المعادلات التربيعية : الفرق بين مربعين



درست تحليل ثلاثية حدود إلى ثنائيتي
حد .

فيما سبق

١ (أحل ثنائية حد على صورة فرق بين مربعين .
٢ (أحل معادلات باستعمال الفرق بين مربعين .

الآن

الفرق بين مربعين

المفردات



جدول التعلم

ماذا تعلمت ؟	ماذا أريد أن أعرف ؟	ماذا أعرف ؟



يستعمل مصممو الجرافيك الفن والرياضيات لتصميم صور وأشرطة فيديو. ويستعملون المعادلات لتكوين أشكال وخطوط على الحاسوب. ويساعد التحليل إلى العوامل على تحديد أبعاد الأشكال وطريقة ظهورها.

لماذا

تحليل الفرق بين مربعين: تذكر أنك تعلمت ناتج ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما، ويشير ناتج الضرب هذا إلى **الفرق بين المربعين**. لذا فالصورة المحللة للفرق بين مربعين تسمى ناتج ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما.



أضف إلى

مطويتك

مفهوم أساسي

الفرق بين مربعين

$$أ^2 - ب^2 = (أ + ب)(أ - ب) \text{ أو } (أ - ب)(أ + ب)$$

الرموز:

$$س^2 - ٢٥ = (س + ٥)(س - ٥) \text{ أو } (س - ٥)(س + ٥)$$

أمثلة:

$$ن^2 - ٦٤ = (ن + ٨)(ن - ٨) \text{ أو } (ن - ٨)(ن + ٨)$$



تحليل الفرق بين مربعين

مثال ١

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(i) \quad 2516 - 259^2$$

$$2516 - 259^2 = (54^2) - (13^2)$$

$$= (54 + 13)(54 - 13)$$

$$(b) \quad 121 - 4^2$$

$$121 - 4^2 = (11^2) - (2^2)$$

$$= (11 + 2)(11 - 2)$$

$$(c) \quad 27^3 - 3^3$$

$$27^3 - 3^3 = (9^2 - 1^2) \cdot 3$$

$$= 3 \cdot [(9 + 1)(9 - 1)]$$

$$= 3 \cdot (3 + 1)(3 - 1) =$$

اكتب العبارة على صورة $A^2 - B^2$

تحليل الفرق بين مربعين

اكتب العبارة على صورة $A^2 - B^2$

تحليل الفرق بين مربعين

بما أنه يوجد عامل مشترك بين الحدود، لذا حلّل بإخراج (ق. م. أ.) أولاً، ثم أكمل بطرق التحليل الأخرى.

حلّل بإخراج (ق. م. أ.)

اكتب على الصورة $A^2 - B^2$

تحليل الفرق بين مربعين.



تحقق من فهمك

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

أب) $64ج^2 - 2هـ^2$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

أأ) $81 - ج^2$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....





تحقق من فهمك

١١) -٤ ص^٣ + ٩ ص

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

١٢) ٩ ص^٣ - ٤ ص

.....

.....

.....

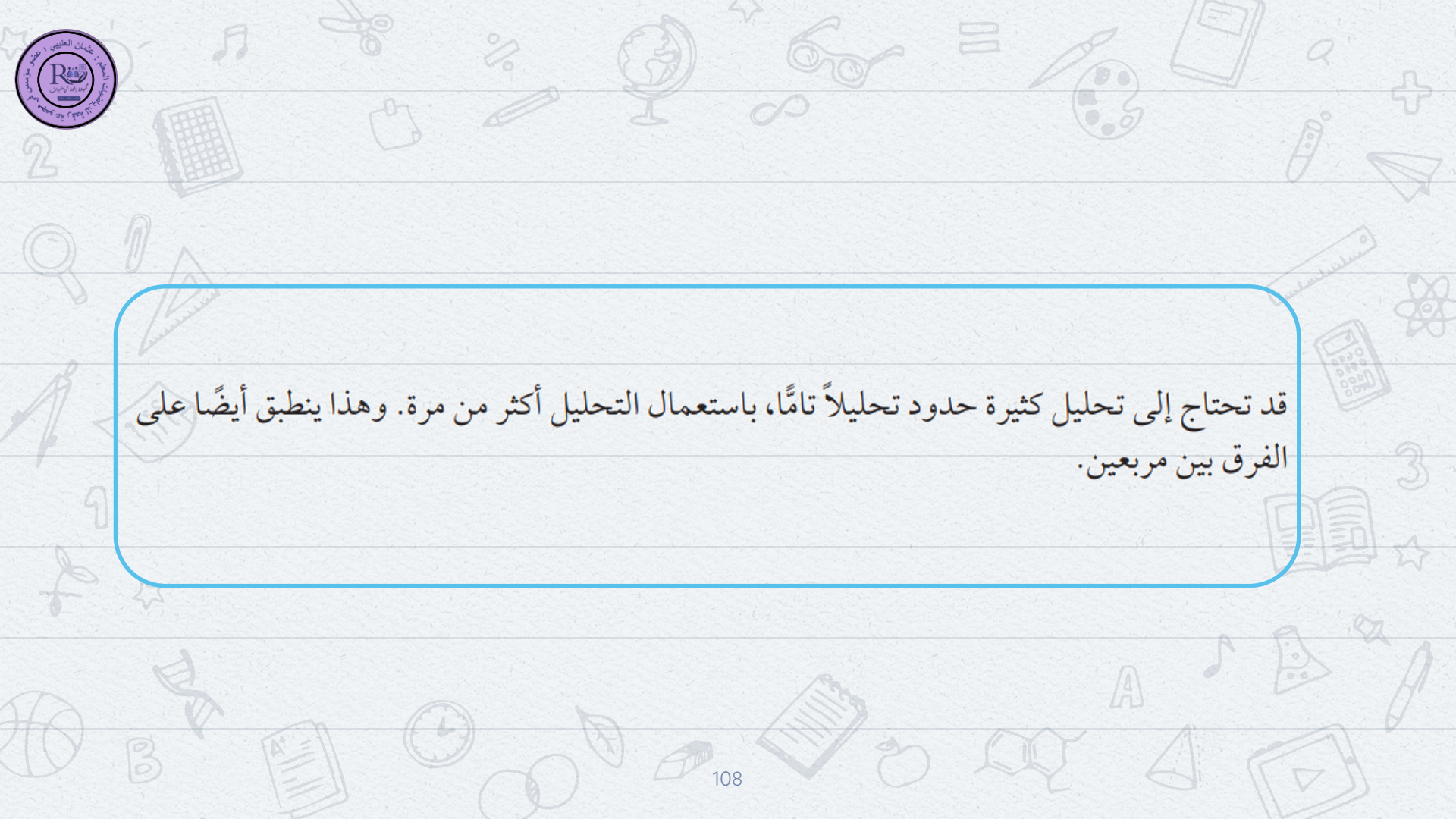
.....

.....

.....

.....





قد تحتاج إلى تحليل كثيرة حدود تحليلًا تامًا، باستعمال التحليل أكثر من مرة. وهذا ينطبق أيضًا على الفرق بين مربعين.

تطبيق التحليل أكثر من مرة

مثال ٢

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(i) \text{ ب } ١٦ - ٤$$

$$\text{ب } ١٦ - ٤ = ٢(٤) - ٢(٢) = ٢(٤ - ٢)$$

$$= (٤ + ٢)(٤ - ٢) =$$

لاحظ أن العامل ب $٤ - ٢$ هو فرق بين مربعين أيضًا.

$$= (٢ + ٢)(٤ - ٢) =$$

$$= (٢ + ٢)(٢ + ٢)(٢ - ٢) =$$

$$\text{ب } ٦٢٥ - ٥$$

$$\text{ب } ٦٢٥ - ٥ = ٢(٢٥) - ٢(٥) = ٢(٢٥ - ٥)$$

$$= (٢٥ + ٥)(٢٥ - ٥) =$$

$$= (٢٥ + ٥)(٥ - ٥) =$$

$$= (٢٥ + ٥)(٥ - ٥)(٥ + ٥) =$$

اكتب ب $١٦ - ٤$ على صورة $٢ - ٢$.

تحليل الفرق بين مربعين

اكتب ب $٤ - ٢$ على صورة $٢ - ٢$.

تحليل الفرق بين مربعين

اكتب $٦٢٥ - ٥$ على صورة $٢ - ٢$.

تحليل الفرق بين مربعين

اكتب $٢٥ - ٥$ على صورة $٢ - ٢$.

تحليل الفرق بين مربعين

تنبيه !

مجموع مربعين:

لا يمكن تحليل مجموع المربعين $٢ + ٢$ إلى $(٢ + ٢)(٢ + ٢)$. فمجموع المربعين هو كثيرة حدود أولية لا يمكن تحليلها.



تحقق من فهمك

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

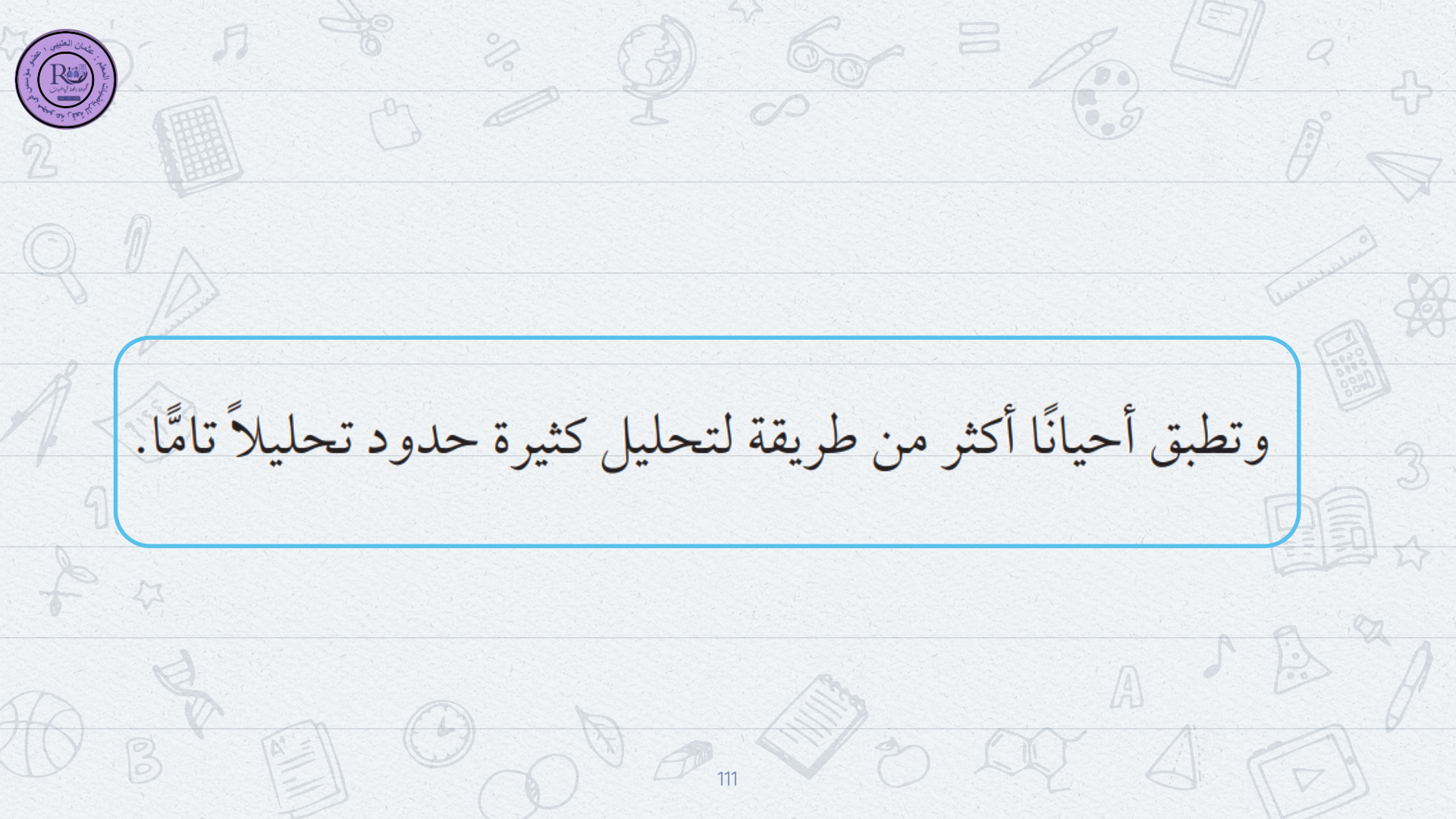
٢ب) $4x^4 - 4x^2$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

١٢أ) $x^4 - 1$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....





وتطبق أحيانًا أكثر من طريقة لتحليل كثيرة حدود تحليلًا تامًا.

تطبيق طرق مختلفة

مثال ٣

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(i) \quad 5s^2 - 5s - 45$$

$$5s^2 - 5s - 45 = 5(s^2 - s - 9)$$

$$= 5[(s^2 - 2s + 3) - 2(3) - 9]$$

$$= 5(s^2 - 2s + 3)(s - 3)$$

لاحظ أن $s^2 - 2s + 3$ ليس فرقاً بين مربعين؛ لأن 3 ليس مربعاً كاملاً.

$$(b) \quad 7s^3 + 21s^2 - 7s - 21$$

$$7s^3 + 21s^2 - 7s - 21 = 7(s^3 + 3s^2 - s - 3)$$

$$= 7[(s^3 + 3s^2) - (s + 3)]$$

$$= 7[s^2(s + 3) - (s + 3)]$$

$$= 7[s^2 - 1](s + 3)$$

$$= 7(s + 3)(s - 1)(s + 1)$$

$$= 7(s + 3)(s + 1)(s - 1)$$

حلل بإخراج (ق. م. أ.)

اكتب $s^2 - 9$ على صورة $(s - 3)(s + 3)$.

تحليل الفرق بين مربعين

العبارة الأصلية

التحليل بإخراج (ق. م. أ.)

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة

حلل كل تجمّع

$s + 3$ عامل مشترك

تحليل الفرق بين مربعين



حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

تحقق من فهمك

٣ب) $٦٤س - ٩٦$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٣أ) $٥٠ص - ٢٠٠$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي:

تحقق من فهمك

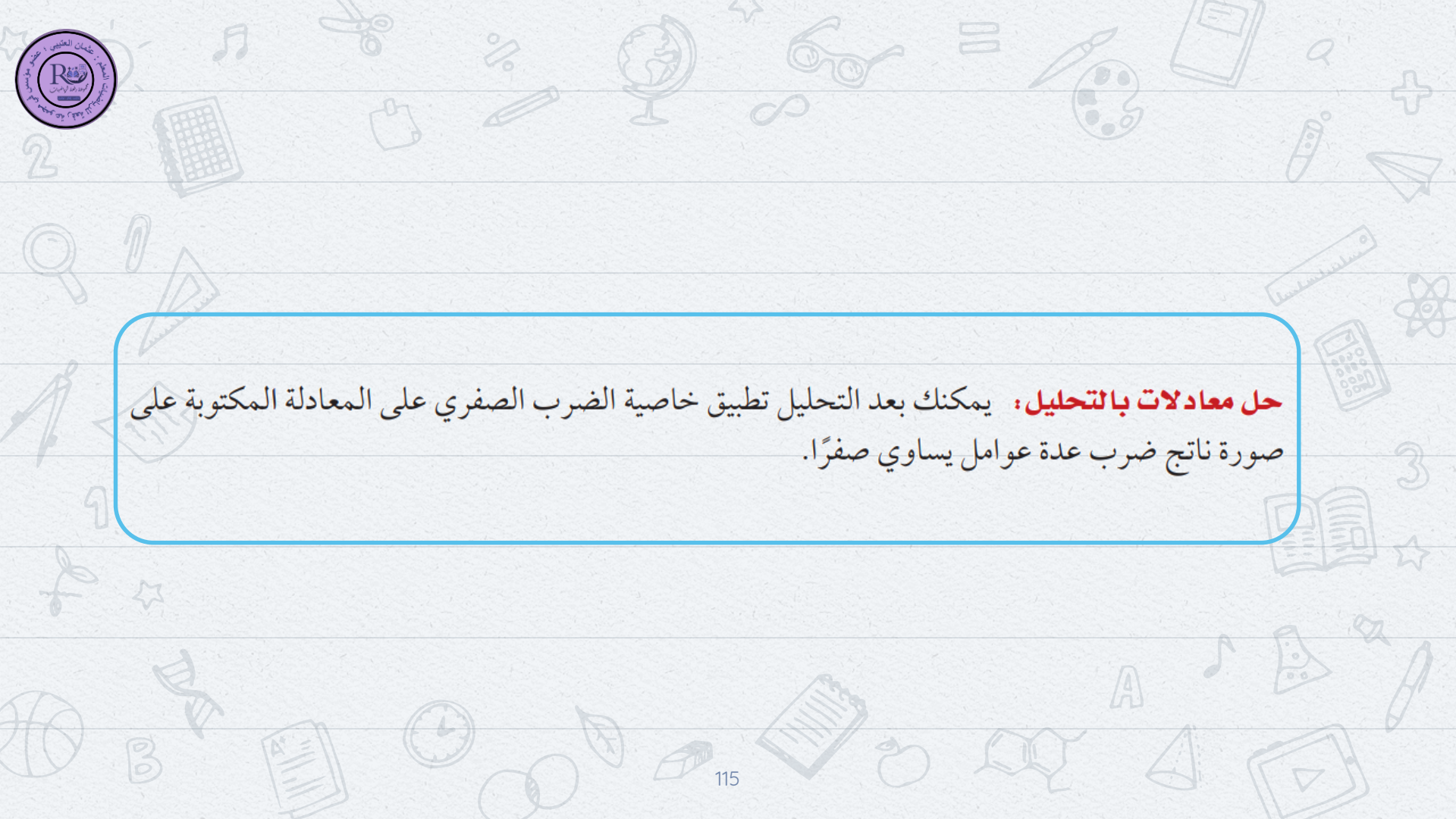
$$٦٦ + ١١ر + ٢ر٦ + ٣ر٣$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$٢٥ - م٥٠ - ٢م + ٣م٢$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....





حل معادلات بالتحليل: يمكنك بعد التحليل تطبيق خاصية الضرب الصفري على المعادلة المكتوبة على صورة ناتج ضرب عدة عوامل يساوي صفرًا.

مثال ٤ من اختبار

ما القيمة الموجبة لـ s التي تحقق المعادلة $s = 2 - \frac{9}{16}$ ، إذا كانت $s = 0$ ؟
(أ) $\frac{9}{4}$ (ب) صفر (ج) $\frac{3}{4}$ (د) $\frac{9}{4}$

اقرأ الفقرة:

عوّض عن s بـ صفر، ثم حل المعادلة.

حل الفقرة:

المعادلة الأصلية
عوّض عن s بـ صفر
اكتب على صورة $a = b^2$
تحليل الفرق بين مربعين
خاصية الضرب الصفري
الإجابة الصحيحة جـ

$$\begin{aligned} s &= 2 - \frac{9}{16} \\ s &= 0 \\ 2 - \frac{9}{16} &= 0 \\ 2 - \frac{9}{16} &= 0 \\ \left(\frac{3}{4} + s\right) \left(\frac{3}{4} - s\right) &= 0 \\ \frac{3}{4} + s &= 0 \quad \text{أو} \quad \frac{3}{4} - s &= 0 \\ s &= -\frac{3}{4} \quad \text{أو} \quad s &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

إرشادات للدراسة

استعمال طريقة أخرى
يمكن استعمال طريقة
أخرى للحل بتعويض
البدائل في المعادلة.

تحقق من فهمك

٤) حلّ المعادلة: $١٨س = ٣٠٠$ س؟

(أ) $٠, \frac{٥}{٣}$ (ب) $\frac{٥}{٣}, \frac{٥}{٣}$ (ج) $\frac{٥}{٣}, \frac{٥}{٣}$ (د) $\frac{٥}{٣}, \frac{٥}{٣}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....





تأكد

الأمثلة ٣-١ حلل كل كثيرة حدود مما يأتي:

$$(٦) \quad ٤٢٠ر - ٤٤٥ن٤$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$(٢) \quad ٢٥ - ٢٤ر$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$(١) \quad ٩ - ٢ر$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

تأكد

مثال ٤ (١٠ سيارات): قد يكون الأثر الذي تتركه عجلات السيارة ناجمًا عن وقوفها المفاجيء. والمعادلة $\frac{1}{e^2} = f$ تعبّر عن سرعة السيارة التقريبية (ع) بالميل / ساعة، علمًا بأن (ف) هو طول الأثر الذي تتركه العجلات بالقدم على سطح جاف. إذا كان طول أثر العجلات ٥٤ قدمًا، فكم كانت سرعة السيارة؟

.....

.....

.....

.....

.....





مهارات التفكير العليا

(٤٦) تحدُّ : بسّط العبارة: $9 - (3+k)^2$ بتحليلها بالفرق بين مربعين.

.....

.....

.....

.....

.....





الواجب
بمنصة مدرستي

تصميم
أ. عثمان الربيعي

 @uthman20191

موقع رفعة التعليمية



المعادلات التربيعية : المربعات الكاملة



فيما سبق

درست إيجاد ناتج ضرب مجموع
وحدتي حد في الفرق بينهما .

الآن

١ (أحل ثلاثية الحدود التي على صورة مربع كامل .
٢ (أحل معادلات تتضمن مربعات كاملة .

المفردات

المربع الكامل لثلاثية حدود



جدول التعلم

ماذا تعلمت ؟	ماذا أريد أن أعرف ؟	ماذا أعرف ؟



يسقط الحجر والكيس بالسرعة نفسها؛ لذا ستحتاج إلى حل المعادلة
 $0 = 5n^2 + 0.1$ ، لمعرفة الزمن الذي يحتاج إليه الجسم كي يصل إلى الأرض إذا
 سقط من ارتفاع ابتدائي (ل) مترًا فوق الأرض، حيث (ن) تمثل الزمن بالثواني
 بعد سقوط الجسم.

لماذا

تحليل ثلاثية حدود على صورة مربع كامل: تعلمت قاعدة مفكوك ثنائي الحد
 $(أ + ب)^2$ ، $(أ - ب)^2$. تذكر بأن تلك نواتج ضرب خاصة تتبع قاعدة معينة.

$$\begin{aligned} (أ - ب)^2 &= (أ - ب)(أ - ب) \\ &= أ^2 - أب - أب + ب^2 \\ &= أ^2 - 2أب + ب^2 \end{aligned}$$

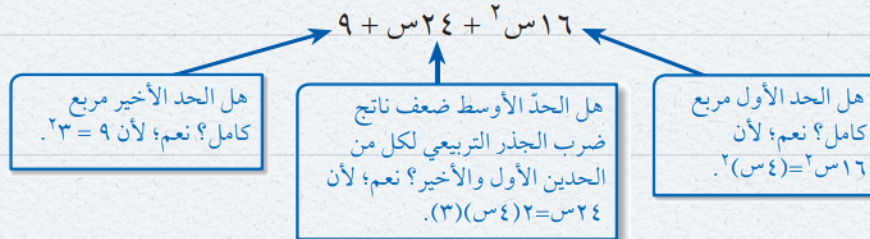
$$\begin{aligned} (أ + ب)^2 &= (أ + ب)(أ + ب) \\ &= أ^2 + أب + أب + ب^2 \\ &= أ^2 + 2أب + ب^2 \end{aligned}$$

لماذا

تكون نواتج الضرب هذه على صورة **مربع كامل ثلاثية الحدود**؛ لأنها مربعات ثنائيات حد. وتساعدك القواعد أعلاه على تحليل ثلاثية الحدود التي تشكّل مربعاً كاملاً.

ولتكون ثلاثية حدود قابلة للتحليل على صورة مربع كامل، يجب أن يكون الحدان الأول والأخير مربعين كاملين، وأن يكون الحد الأوسط ضعف ناتج ضرب الجذر التربيعي للحدين الأول والأخير بإشارة موجبة أو سالبة.

فمثلاً ثلاثية الحدود $16س^2 + 24س + 9$ تشكّل مربعاً كاملاً، كما هو موضح أدناه.





أضف إلى
مطوياتك

مفهوم أساسي

تحليل ثلاثية الحدود التي تشكل مربعاً كاملاً

$$أ^2 + 2أب + ب^2 = (أ + ب)(أ + ب) = (أ + ب)^2$$

الرموز:

$$أ^2 - 2أب + ب^2 = (أ - ب)(أ - ب) = (أ - ب)^2$$

$$س^2 + 8س + 16 = (س + 4)(س + 4) = (س + 4)^2$$

أمثلة:

$$س^2 - 6س + 9 = (س - 3)(س - 3) = (س - 3)^2$$

تمييز ثلاثيت الحدود التي تشكل مربعاً كاملاً وتحليلها

مثال ١

إرشادات للدراسة

تمييز ثلاثية الحدود التي

تشكل مربعاً كاملاً

إذا كان الحد الثابت في

ثلاثية الحدود سالباً، فإن

ثلاثية الحدود لا تشكل

مربعاً كاملاً، لذا ليس من

الضروري التحقق من

الشروط الأخرى.

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحلّلها.

(أ) $٩ + ٤ص + ١٢ص^٢$

١ هل الحد الأول مربع كامل؟ نعم، $٤ص = (٢ص)^٢$.

٢ هل الحد الأخير مربع كامل؟ نعم، $٩ = ٣^٢$.

٣ هل الحد الأوسط يساوي $٢(٢ص)(٣)$ ؟ نعم، $١٢ص = ٢(٢ص)(٣)$.

بما أن الشروط الثلاثة متوفرة، فإن العبارة $٩ + ٤ص + ١٢ص^٢$ ثلاثية حدود تشكل مربعاً كاملاً.

$٩ + ٤ص + ١٢ص^٢ = (٢ص + ٣)^٢$ اكتب العبارة على صورة $أ٢ + ٢أب + ب٢$

حلّل باستعمال القاعدة $(٢ص + ٣)^٢ =$

تمييز ثلاثيت أكدود التي تشكل مربعاً كاملاً وتحليلها

مثال ١

(ب) $٩س^٢ - ٦س + ٤$

١ هل الحد الأول مربع كامل؟ نعم، $٩س^٢ = (٣س)^٢$.

٢ هل الحد الأخير مربع كامل؟ نعم، $٤ = ٢^٢$.

٣ هل الحد الأوسط يساوي $٢(٣س)(٢)$ ؟ لا، $٦س \neq ٢(٣س)(٢)$.

بما أن الحد الأوسط لا يحقق الشرط، لذا فإن ثلاثية الحدود $٩س^٢ - ٦س + ٤$ لا تشكل مربعاً كاملاً.

إرشادات للدراسة

تمييز ثلاثية الحدود التي

تشكل مربعاً كاملاً

إذا كان الحد الثابت في

ثلاثية الحدود سالباً، فإن

ثلاثية الحدود لا تشكل

مربعاً كاملاً، لذا ليس من

الضروري التحقق من

الشروط الأخرى.



تحقق من فهمك

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعًا كاملًا أم لا، و إذا كانت كذلك فحلّها.

$$(ب) \quad 25 + 110 + 2^2$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$(أ) \quad 9ص^2 + 24ص + 16$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



يكون تحليل ثلاثية الحدود تحليلاً تاماً إذا كتب على صورة ناتج ضرب كثيرات حدود أولية. وقد تستعمل أكثر من طريقة لتحليل كثيرة الحدود تحليلاً تاماً. ويساعدك ملخص المفهوم الآتي لتقرر من أين تبدأ عند تحليل كثيرة الحدود تحليلاً تاماً، وإذا لم يناسب كثيرة الحدود أي نمط، أو لا يمكن تحليلها فإنها تكون أولية.

أضف إلى مطوياتك	ملخص المفهوم	طرق التحليل
أمثلة	عدد الحدود	الخطوات
$4س^3 + 2س^2 - 6س + 3 = 2س(2س^2 + س - 3) + 3$	أي عدد	الخطوة ١. حلل بإخراج (ق. م. أ.)
$9س^2 - 16 = (3س + 4)(3س - 4)$ $16س^2 + 24س + 9 = (3س + 4)^2$	٢ أو ٣	الخطوة ٢. تحقق هل كثيرة الحدود تشكل فرقاً بين مربعين أم أنها ثلاثية حدود على صورة مربع كامل.
$8س^2 + 12س - 6 = (2س - 1)(4س + 6)$ $12ص^2 + 9ص + 6 = 3(4ص^2 + 3ص + 2)$ $3ص(4ص + 3) + 2(4ص + 3) = (4ص + 3)(3ص + 2)$	٣ أو ٤	الخطوة ٣. طبق أنماط التحليل لـ $س^2 + ب س + ج$ أو $أس^2 + ب س + ج$ أو حلل بتجميع الحدود.



التحليل التام

حلّل كلّاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب "أولية":

(أ) $٥س^٢ - ٨٠$

الخطوة ١: (ق.م.أ) للحددين $٥س^٢ - ٨٠$ هو ٥، حلّل بإخراج (ق.م.أ).

الخطوة ٢: بما أن عدد الحدود اثنان، لذا تحقق من أن كثيرة الحدود تشكّل فرقاً بين مربعين.

(ق.م.أ) للحددين ٥

$$٥س^٢ - ٨٠ = ٥(س^٢ - ١٦)$$

$$٥س^٢ = ٥س \times س، ١٦ = ٤ \times ٤$$

$$= ٥(س^٢ - ٢٤)$$

تحليل الفرق بين مربعين

$$= ٥(س - ٤)(س + ٤)$$

مثال ٢

إرشادات للدراسة

تحقق من اجابتك:

يمكنك التحقق من

اجابتك من خلال:

- استعمال طريقة التوزيع

بالترتيب.

- استعمال خاصية التوزيع

- تمثيل كلّ من العبارة

الأصلية وتحليلها بالرسم

والمقارنة بينهما.

التحليل التام

(ب) ٩س^٢ - ٦س - ٣٥

الخطوة ١: (ق.م.أ) للحدود: ٩س^٢، -٦س، -٣٥ هو ١.

الخطوة ٢: بما أن ٣٥ ليس مربعاً كاملاً، فثلاثية الحدود لا تشكل مربعاً كاملاً.

الخطوة ٣: حلل باستخدام النمط أس^٢ + ب س + ج. هل يوجد عدنان ناتج ضربهما ٩(-٣٥)، أو ٣١٥ - ومجموعهما -٦؟ نعم، ٢١ و ١٥ ناتج ضربهما -٣١٥. ومجموعهما -٦.

$$٩س^٢ - ٦س - ٣٥ = ٩س^٢ + م س + ن س - ٣٥ \quad \text{استخدم القاعدة}$$

$$٩س^٢ + ١٥س - ٢١س - ٣٥ = ٩س^٢ + م س + ن س - ٣٥ \quad \text{م = ١٥، ن = -٢١}$$

$$= (٩س^٢ + ١٥س) + (-٢١س - ٣٥) \quad \text{جمع الحدود ذات}$$

العوامل المشتركة

$$= ٣س(٣س + ٥) - ٧(٣س + ٥) \quad \text{حلل كل تجمّع بإخراج}$$

(ق.م.أ)

$$= (٣س + ٥)(٣س - ٧) \quad \text{عوامل مشترك}$$

مثال ٢

إرشادات للدراسة

تحقق من اجابتك:

يمكنك التحقق من

اجابتك من خلال:

- استعمال طريقة التوزيع

بالترتيب.

- استعمال خاصية التوزيع

- تمثيل كل من العبارة

الأصلية وتحليلها بالرسم

والمقارنة بينهما.

تحقق من فهمك

حلّ كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب "أولية":

$$٢٥ - ٥س + ٢س١٢ \text{ (ب٢)}$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$٣٢ - ٢س٢ \text{ (أ٢)}$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....





حل معادلات تتضمن مربعات كاملة: عند استخدام خاصية الضرب الصفري في حل معادلات تتضمن عوامل متكررة يكفي مساواة أحد هذه العوامل بالصفر.



حل معادلات تتضمن عوامل متكررة

مثال ٣

حل المعادلة: $9س^2 - 48س + 64 = 0$.

$$9س^2 - 48س + 64 = 0$$

$$0 = 64 + 9س^2 - 48س$$

$$0 = (3س)^2 - 2(3س)(8) + (8)^2$$

$$0 = (3س - 8)^2$$

$$0 = (3س - 8)(3س - 8)$$

$$0 = 3س - 8$$

$$8 = 3س$$

$$س = \frac{8}{3}$$

المعادلة الأصلية

أضف 64 إلى الطرفين

تحقق إن كانت ثلاثية الحدود $9س^2 - 48س + 64$ تمثل مربعاً كاملاً

حلّ ثلاثية الحدود على صورة مربع كامل

اكتب $(3س - 8)^2$ كحاصل ضرب عاملين

ضع أحد العوامل المتكررة = 0

أضف 8 إلى كلا الطرفين

اقسم كلا الطرفين على 3



تحقق من فهمك

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل :

$$٠ = \frac{٤}{٩} + ص - \frac{٤}{٣} - ٢$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$٠ = ٣٦ + أ + ١٢ + ٢$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





سبق أن حللت معادلات مثل $x^2 - 16 = 0$ بالتحليل إلى العوامل. ويمكنك أيضًا استعمال الجذر التربيعي لحل المعادلة.

المعادلة الأصلية

$$x^2 - 16 = 0$$

أضف 16 إلى كلا الطرفين

$$x^2 = 16$$

خاصية الجذر التربيعي

$$x = \pm \sqrt{16}$$

قراءة الرياضيات

الجذر التربيعي

يقرأ $\pm \sqrt{16}$ موجب أو سالب الجذر التربيعي لـ 16

تذكر أنه يوجد جذران تربيعيان لـ 16، هما 4 و -4. لذا فإن مجموعة الحل هي $\{-4, 4\}$. ويمكنك التعبير عن ذلك بـ $\{x \pm 4\}$.



أضف إلى

مطويتك

مفهوم أساسي

خاصية الجذر التربيعي

التعبير اللفظي: لحل المعادلة التربيعية على الصورة $s = x^2$ ، نأخذ الجذر التربيعي لكل طرف.

الرموز: لأي عدد حقيقي $s \geq 0$ ، إذا كان $s = x^2$ فإن $x = \pm \sqrt{s}$.

مثال: $s = 25$

$$s = \pm \sqrt{25} = \pm 5$$

إذا كانت s في المعادلة $s = x^2$ ، ليست مربعاً كاملاً، فنتحتاج إلى تقريب الجذر التربيعي، لذا استعمل الآلة الحاسبة. أما إذا كانت s مربعاً كاملاً فستحصل على إجابة دقيقة.



استعمال خاصية الجذر التربيعي

مثال ٤

حلّ كلاً من المعادلات الآتية:

$$(i) \quad 81 = (ص - 6)^2$$

$$81 = (ص - 6)^2$$

$$\sqrt{81} \pm = ص - 6$$

$$9 \pm = ص - 6$$

$$ص \pm 6 = 9$$

$$ص + 6 = 9 \quad \text{أو} \quad ص - 6 = 9$$

$$ص = 3 \quad \text{أو} \quad ص = 15$$

الجذران هما ١٥ و ٣

المعادلة الأصلية

خاصية الجذر التربيعي

$$9 \times 9 = 81$$

أضف ٦ إلى كلا الطرفين

افصل المعادلة إلى معادلتين

بسّط

تحقق بالتعويض في المعادلة الأصلية



استعمال خاصية أجزر التربيعي

مثال ٤

$$(ب) \quad ١٢ = ٢(٦ + س)$$

المعادلة الأصلية

$$١٢ = ٢(٦ + س)$$

خاصية الجذر التربيعي

$$\sqrt{١٢} \pm = ٦ + س$$

اطرح ٦ من كلا الطرفين

$$\sqrt{١٢} \pm ٦ - = س$$

الجذران هما $\sqrt{١٢} + ٦ -$ ، $\sqrt{١٢} - ٦ -$.

باستعمال الآلة الحاسبة، $\sqrt{١٢} + ٦ - \approx ٢,٥٤$ ، $\sqrt{١٢} - ٦ - \approx ٩,٤٦$.



حُلِّ كلاً من المعادلات الآتية:

تحقق من فهمك

$$٢٦ = ٢(٣ + ع) \text{ (ب٤)}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$١٢١ = ٢(١٠ - أ) \text{ (أ٤)}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



حل المعادلت

فيزياء: أسقطت كرة من ارتفاع ٦٨ مترًا. إذا كانت المعادلة $e = -5n^2 + c$ تُستعمل لإيجاد عدد الثواني (ن) التي تحتاج إليها الكرة للوصول إلى الارتفاع (ع) من الارتفاع الابتدائي (ع) بالمتر، فأوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض.

عند مستوى الأرض، $e = 0$ والارتفاع الابتدائي ٦٨، إذن $e = 68$

المعادلة الأصلية

$$e = -5n^2 + c$$

عوض عن ع بصفر، وعن ع بـ ٦٨

$$0 = -5n^2 + 68$$

اطرح ٦٨ من كلا الطرفين

$$-68 = -5n^2$$

اقسم على -٥

$$13,6 = n^2$$

خاصية الجذر التربيعي

$$\pm 3,7 \approx n$$

بما أن العدد السالب هنا ليس منطقيًا، لذا تستغرق الكرة ٣,٧ ثوانٍ تقريبًا للوصول إلى الأرض.

مثال ٥ من واقع الحياة



تاريخ الرياضيات

جاليليو جاليلي

(١٥٦٤-١٦٤٢م)

كان جاليليو أول من أثبت أن الأجسام المختلفة الكتل تسقط بالسرعة نفسها، وذلك بإسقاط جسمين مختلفي الكتلة من قمة برج بيزا المائل في إيطاليا عام ١٥٨٩ ميلادية.



تحقق من فهمك

٥) أوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض إذا أسقطت من سطح مبنى ارتفاعه نصف الارتفاع المذكور أعلاه.

.....

.....

.....

.....

.....

.....





تاكرد

حدّد إن كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعًا كاملاً أم لا، و إذا كانت كذلك فحلّلها.

$$(2) \quad 36 + 30s + 6s^2$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$(1) \quad 36 + 60s + 25s^2$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....



تاکر

حلل كلاً من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب "أولية":

$$(4) \quad 64 + 2^2$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$(3) \quad 2^2 - 2 - 28$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....



تأكد

حل كلاً من المعادلات الآتية ، وتحقق من صحة الحل :

$$(٨) \quad ٤٧ = ٢(٥ + ع)$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

$$(٦) \quad ٣٦ = ٢س٤$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....



تأكد

مثال ٥ (٩) **طلاء:** سقطت فرشاة الدهان من نايف أثناء قيامه بطلاء غرفة نومه، من ارتفاع ٢ م. استعمل المعادلة $ع = ٥ - ٢ ن + ع$ لإيجاد العدد التقريبي للشواني التي تستغرقها الفرشاة للوصول إلى الأرض.

.....

.....

.....

.....

.....





مهارات التفكير العليا

(٤٣) **تبرير:** اكتب مثلاً مضاداً للعبارة:

"لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة ثلاثة حلول حقيقية دائماً".

.....

.....

.....


.....

.....





الواجب
بمنصة مدرستي

تصميم
أ. عثمان الربيعي
 @uthman20191

موقع رفعة التعليمية



وزارة التعليم . مجموعة العبيكان للاستثمار .
كتاب الرياضيات للصف الثالث المتوسط / طبعة ١٤٤٤ هـ - ٢٠٢٢ م
دليل المعلم / طبعة : ١٤٣٤ هـ



تم بحمد الله الإنتهاء من كتاب (عروض الفصل السابع)
للصف الثالث امتوسط الفصل الدراسي الثاني
وهذا بفضل الله ثم مجموعة رفقة الرياضيات
ولا حرمنا الله من الأجر وامثوبت

