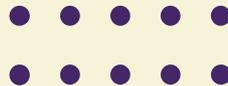


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



اعداد المعلمة: عهود جويسر



اللهم إنا نسألك علماً نافعاً وعملاً متقبلاً
اللهم يا معلم آدم علماً نافعاً وياً مفهوماً
فهمنا يا مؤتي لقمان الحكمة آتنا الحكمة
وفصل الخطاب.





اعداد المعلمة: عميرة جويهر



رب اجعل
هذا البلد
آمنًا مطمئنًا

قدرات

قيمة المقدار $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}}$ هو

د $\sqrt{2}$

ج $\sqrt{3}$

ب $\sqrt{2}$

أ $\sqrt{2}$

تحصيلي

المعادلة الديكارتية $x = 2$ بالصيغة القطبية هي ..

$r = 2 \sin \theta$ (B)

$r = 2 \cos \theta$ (A)

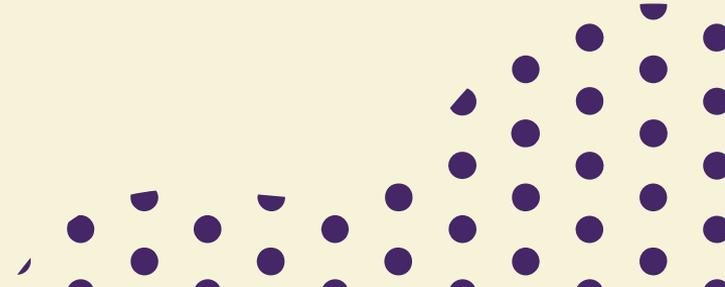
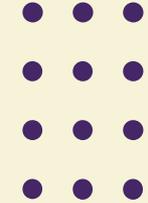
$r = 2 \tan \theta$ (D)

$r = 2 \sec \theta$ (C)

درست في السابو



درست إجراء العمليات
الحسابية على الأعداد
المركبة. (مهارة سابقة)



الإحداثيات القطبية و الأعداد المركبة



الإحداثيات القطبية

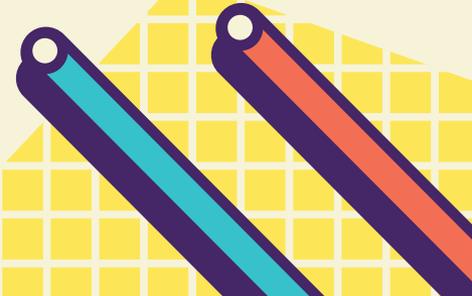
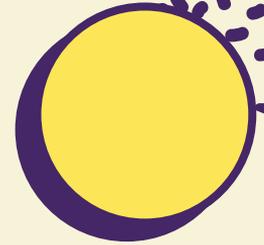
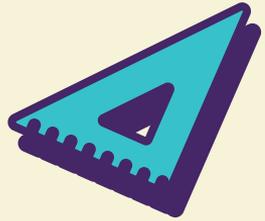
الصورة القطبية و الصورة
الديكارتية للمعادلات

الأعداد المركبة و نظرية
ديموافر



الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

Complex Numbers and De Moivre's Theorem





المستوى المركب

complex plane

المحور الحقيقي

real axis

المحور التخيلي

imaginary axis

القيمة المطلقة لعدد مركب

absolute value of a complex

number

الصورة القطبية

polar form

الصورة المثلثية

trigonometric form

المقياس

modulus

السعة

argument

الجزور النونية للعدد واحد

n th roots of unity

المفردات

الأهداف

- أحولُ الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجدُ حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجدُ جذورها وقواها في الصورة القطبية.





- تحويل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- إيجاد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وإيجاد جذورها وفواها في الصورة القطبية.



يستعمل مهندسو الكهرباء الأعداد المركبة لوصف بعض العلاقات في الكهرباء. فالكميات: فرق الجهد V ، والمعاوقة Z ، وشدة التيار I ترتبط بالعلاقة $V = I \cdot Z$ ، التي تستعمل لوصف تيار متردد. ويمكن كتابة كل متغير على صورة عدد مركب على الصورة $a + bj$ ، حيث j العدد التخيلي (ويستعمل المهندسون j حتى لا يختلط الرمز مع رمز شدة التيار I).
(إرشاد: استعملت كلمة المعاوقة بدلاً من كلمة المقاومة؛ لأن مجموعة الأعداد المستخدمة هنا هي مجموعة الأعداد المركبة، حيث تستعمل كلمة المقاومة في مجموعة الأعداد الحقيقية).



- أحوال الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.

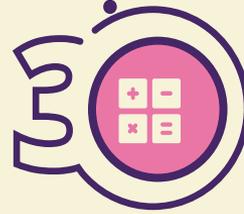
يتناول الدرس دراجة ٨ معاور أساسية



قسمة الأعداد
المركبة على
الصورة القطبية



ضرب الأعداد
المركبة على
الصورة القطبية



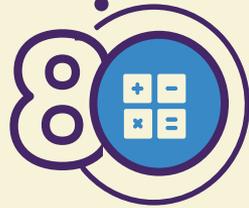
تمثيل الصورة القطبية
لعدد مركب إلى
الصورة الديكارتية



الأعداد المركبة
بالصورة القطبية



تمثيل الأعداد
المركبة و إيجاد
قيمتها المطلقة



الجذور النونية للعدد ١



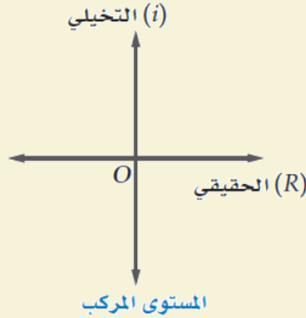
جذور العدد المركب



نظرية ديموافر

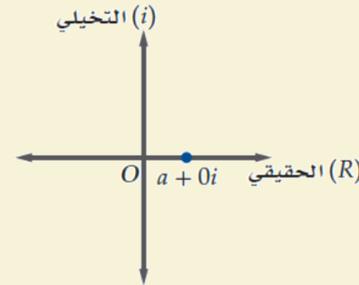
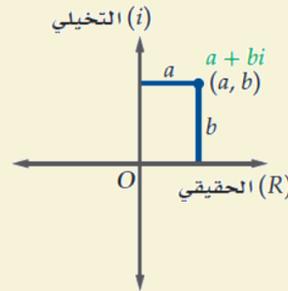


- تحويل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.



الصورة القطبية للأعداد المركبة الجزء الحقيقي للعدد المركب المُعطى على الصورة الديكارتية $a + bi$ ، هو a والجزء التخيلي bi . ويمكنك تمثيل العدد المركب على المستوى المركب بالنقطة (a, b) . كما هو الحال في المستوى الإحداثي، فإننا نحتاج إلى محورين لتمثيل العدد المركب، ويُعيَّن الجزء الحقيقي على محور أفقي يُسمَّى **المحور الحقيقي** ويرمز له بالرمز R ، في حين يُعيَّن الجزء التخيلي على محور رأسي يُسمَّى **المحور التخيلي** ويرمز له بالرمز i .

في العدد المركب $a + 0i$ (لاحظ أن $b = 0$). يكون الناتج عددًا حقيقيًا يمكن تمثيله على خط الأعداد أو على المحور الحقيقي. وعندما $b \neq 0$ ، فإننا سنحتاج إلى المحور التخيلي لتمثيل الجزء التخيلي.



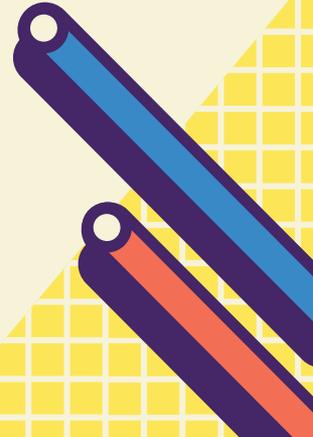
تذكّر أن القيمة المطلقة لعدد حقيقي هي المسافة بين ذلك العدد والصفري على خط الأعداد، وبالمثل، فإن القيمة المطلقة لعدد مركب هي المسافة بين العدد والصفري في المستوى المركب. وعند تمثيل العدد $a + bi$ في المستوى المركب، فإنه بالإمكان حساب بُعده عن الصفري باستعمال نظرية فيثاغورس.



- أحوّل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.

01

تمثيل الأعداد المركبة و إيجاد قيمتها المطلقة





- تحويل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- إيجاد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأخذ جنورها وقواها في الصورة القطبية.

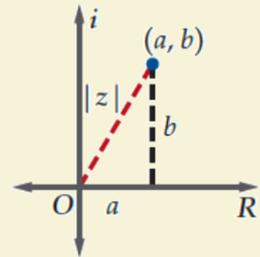


القيمة المطلقة لعدد مركب

مفهوم أساسي

القيمة المطلقة للعدد المركب $z = a + bi$ هي:

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



تمثيل الأعداد المركبة وإيجاد قيمها المطلقة

مثال 1

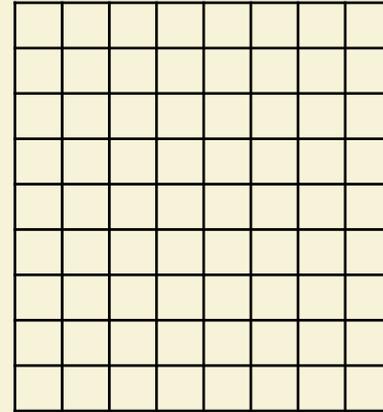
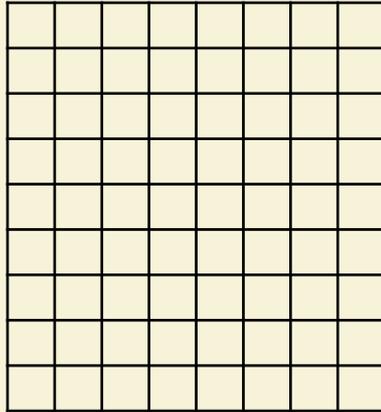
تحقق من فهمك



مثّل كل عدد مما يأتي في المستوى المركب، وأوجد قيمته المطلقة:

$$-3 + 4i \quad (1B)$$

$$5 + 2i \quad (1A)$$



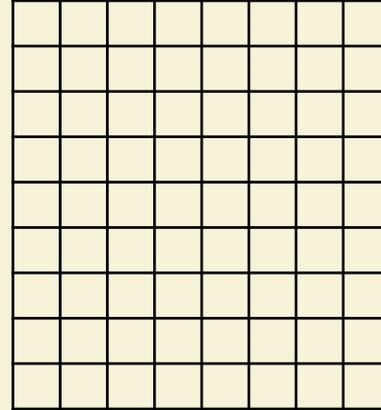
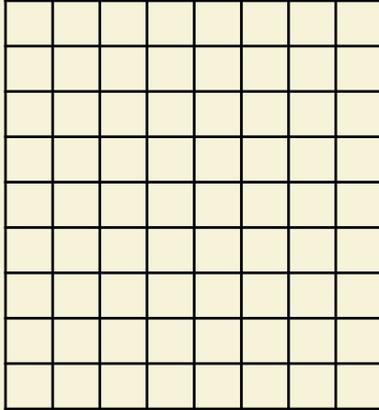
- أحوّل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.

تدريب وحل المسائل

مثّل كل عدد مما يأتي في المستوى المركب، وأوجد قيمته المطلقة:

$$z = -3 + i \quad (2)$$

$$z = 4 + 4i \quad (1)$$

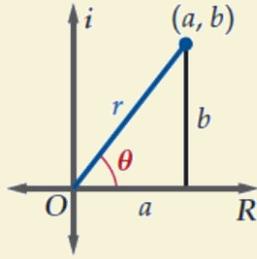


- أحوّل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.





- تحويل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- إيجاد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وإيجاد جذورها وفواها في الصورة القطبية.



كما كتبت الإحداثيات الديكارتية (x, y) على صورة إحداثيات قطبية، فإنه يمكن كتابة الإحداثيات الديكارتية (a, b) التي تمثل عددًا مركبًا في المستوى المركب على الصورة القطبية. وتُطبق الدوال المثلثية نفسها التي استعملت في إيجاد قيم x, y لإيجاد قيم a, b .

$$\sin \theta = \frac{b}{r} \quad , \quad \cos \theta = \frac{a}{r}$$

$$\text{اضرب كل طرف في } r \quad r \sin \theta = b \quad \quad \quad r \cos \theta = a$$

وبتعويض التمثيلات القطبية لكل من a, b ، يمكننا إيجاد الصورة القطبية أو الصورة المثلثية لعدد مركب.

$$\text{العدد المركب الأصلي} \quad z = a + bi$$

$$b = r \sin \theta, a = r \cos \theta \quad = r \cos \theta + (r \sin \theta)i$$

$$\text{خذ العامل المشترك} \quad = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

في حالة العدد المركب، فإن r تمثل القيمة المطلقة أو المقياس للعدد المركب، ويمكن إيجادها باستعمال الإجراء نفسه الذي استعملته لإيجاد القيمة المطلقة $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. تُسمَّى الزاوية θ سعة العدد المركب. وبالمثل لإيجاد θ من الإحداثيات الديكارتية (x, y) ، فإنه عند استعمال الأعداد المركبة يكون $\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$ عندما $a > 0$ أو $\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a} + \pi$ عندما $a < 0$.



أحول الأعداد المركبة من
الصورة الديكارتية إلى
الصورة القطبية والعكس
أجد حاصل ضرب الأعداد
المركبة وقسمتها. وأجد
جذورها وقواها في الصورة
القطبية.

02

الأعداد المركبة بالصورة القطبية





- تحويل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.



مفهوم أساسي

الصورة القطبية لعدد مركب

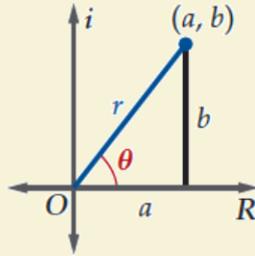
الصورة القطبية أو المثلثية للعدد المركب $z = a + bi$ هي:

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta) \text{ ، حيث}$$

$$b = r \sin \theta \text{ ، } a = r \cos \theta \text{ ، } r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{b}{a} \text{ عندما } a > 0 \text{ ، } \theta = \tan^{-1} \frac{b}{a} + \pi \text{ عندما } a < 0 \text{ .}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ إذا كانت } a = 0 \text{ ، فإن } \theta = -\frac{\pi}{2} \text{ إذا كانت } b < 0 \text{ ، } \theta = \frac{\pi}{2} \text{ إذا كانت } b > 0$$



- أحوّل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.

الأعداد المركبة بالصورة القطبية

مثال 2

تحقق من فهمك



عبّر عن كلّ عدد مركب مما يأتي بالصورة القطبية:

$$-2 - 2i \quad (2B)$$

$$9 + 7i \quad (2A)$$



- تحويل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتيّة إلى الصورة القطبية والعكس.
- إيجاد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وإيجاد جذورها في الصورة القطبية.



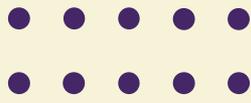
عبّر عن كل عدد مركب مما يأتي بالصورة القطبية:



$$-2 + i \quad (9)$$

$$4 + 4i \quad (8)$$





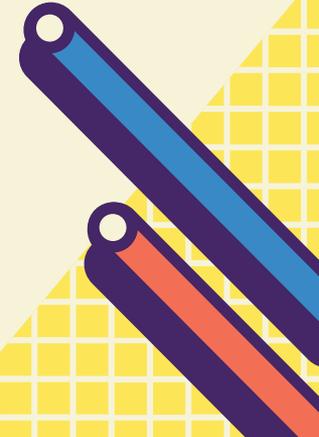
أحوال الأعداد المركبة من
الصورة الديكارتية إلى
الصورة القطبية والعكس
أوجد حاصل ضرب الأعداد
المركبة وقسمتها. وأجد
جذورها وفواها في الصورة
القطبية.



03



تمثيل الصورة القطبية لعدد
مركب إلى الصورة الديكارتية



مثال 3

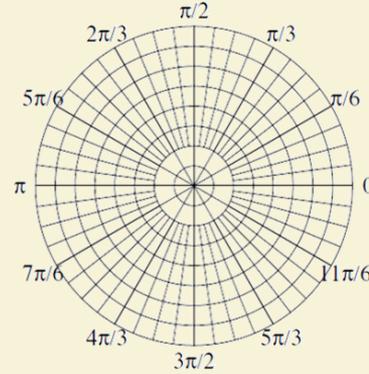
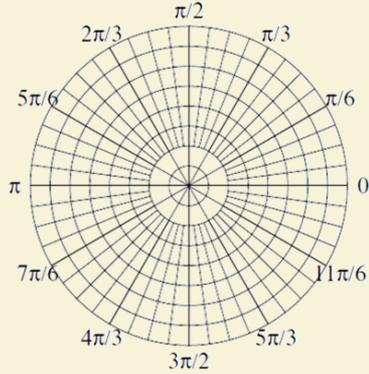
تحقق من فهمك



مثّل كل عدد مركب مما يأتي في المستوى القطبي، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية:

$$4\left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}\right) \quad (3B)$$

$$5\left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right) \quad (3A)$$

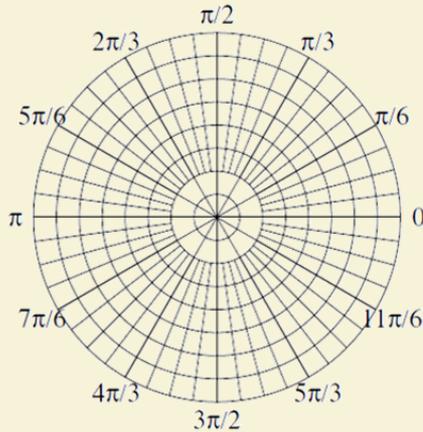


- أحوّل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.



مثّل كل عدد مركب مما يأتي في المستوى القطبي، ثم عبّر عنه بالصورة
الديكارتية: (مثال 3)

$$4\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right) \quad (14)$$



- أحوّل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.

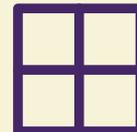


- أحوّل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.

04

ضرب الأعداد المركبة على الصورة القطبية





ضرب الأعداد المركبة على الصورة القطبية وقسمتها

مفهوم أساسي

للعدين المركبين $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ ، $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ ، فإن:

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)] \quad \text{صيغة الضرب}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)] \quad \text{صيغة القسمة}$$

حيث $z_2 \neq 0$ ، $r_2 \neq 0$



أجول الأعداد المركبة من
الصورة الديكارتيّة إلى
الصورة القطبية والعكس.
أجد حاصل ضرب الأعداد
المركبة وقسمتها. وأجد
جنورها وقواها في الصورة
القطبية.

مثال 4

تحقق من فهمك



ضرب الأعداد المركبة على الصورة القطبية

أوجد الناتج على الصورة القطبية، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية لكل مما يأتي:

$$3\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right) \cdot 5\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right) \quad (4A)$$

$$6\left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right) \cdot 2\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4B)$$

- أحول الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.



أحول الأعداد المركبة من
الصورة الديكارتية إلى
الصورة القطبية والعكس
أجد حاصل ضرب الأعداد
المركبة وقسمتها. وأجد
جذورها وقواها في الصورة
القطبية.

05

قسمة الأعداد المركبة على الصورة القطبية



- تحويل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- إيجاد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.



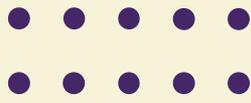
$$4 \left(\cos \frac{9\pi}{4} + i \sin \frac{9\pi}{4} \right) \div 2 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right) \quad (23)$$



- أحوّل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.

06

نظرية دي موافر



- أحوّل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.



نظرية

نظرية ديموافر

إذا كان $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ عددًا مركبًا على الصورة القطبية، وكان n عددًا صحيحًا موجبًا، فإن:
$$z^n = [r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$$





تحقق من فهمك

أوجد الناتج في كل مما يأتي، وعبر عنه بالصورة الديكارتية :

$$(2\sqrt{3} - 2i)^8 \quad (6B)$$

$$(1 + \sqrt{3}i)^4 \quad (6A)$$



- أحول الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها. وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.



أحول الأعداد المركبة من
الصورة الديكارتية إلى
الصورة القطبية والعكس
أجد حاصل ضرب الأعداد
المركبة وقسمتها. وأجد
جذورها وقواها في الصورة
القطبية.

07

جذور العدد المركب



- تحويل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جنورها وقواها في الصورة القطبية.



مفهوم أساسي

الجزور المختلفة

لأي عدد صحيح $n \geq 2$ ، فإن للعدد المركب $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ من الجذور النونية المختلفة، ويمكن إيجادها باستعمال الصيغة :

$$r^{\frac{1}{n}} \left(\cos \frac{\theta + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\theta + 2k\pi}{n} \right)$$

حيث $k = 0, 1, 2, \dots, n - 1$.



تحقق من فهمك



7A أوجد الجذور التكعيبية للعدد $2 + 2i$

- أحول الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.



7B) أوجد الجذور التكعيبية للعدد 8

- أحول الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.



- أحوّل الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.

08

الجذور النونية للعدد ١

تحقق من فهمك



(8A) أوجد الجذور التكعيبية للعدد واحد.

- أحول الأعداد المركبة من الصورة الديكارتية إلى الصورة القطبية والعكس.
- أجد حاصل ضرب الأعداد المركبة وقسمتها، وأجد جذورها وقواها في الصورة القطبية.



شكرا لكن



لا تنسا حل الواجب

