المتتابعات الحسابية كدوال خطية

قدرات

استراتيجية الحل العكسي

عدد إذا طرحت منه واحد ثم ربعته كان الناتج ٤٩ فما هو

٩ ٨ ٧ ٦

فيما سبق

درست الدوال الخطية

والآن

- أتعرف المتتابعات الحسابية.
- أمثل المتتابعات الحسابية بدوال خطية.

المفردات

المتتابعة

الحدّ

المتتابعة الحسابية

الأساس

لماذا

في تدريب لسباق ٢٠٠٠ متر، سجل مدرب أوقات فريقه على النحو الآتي:

- **٤٠٠ متر في دقيقة و٣٢ ثانية.**
- **٨٠٠ متر في ٣ دقائق و٤ ثوانٍ.**
- **١٢٠٠ متر في ٤ دقائق و٣٦ ثانية.**
- **١٦٠٠ متر في ٦ دقائق ٨ ثوانٍ.**

وأنهى الفريق السباق كاملًا في زمن قدره ٧ دقائق و٤٠ ثانية.

تعرّف المتتابعات الحسابية: يمكنك ربط نمط زمن الفريق بدوال خطية. و**المتتابعة** هي مجموعة مرتبة من الأعداد ، ويُسمى كل عدد فيها **حدًّا**. انظر إلى النمط في سباق الجري أعلاه وكوّن جدولًا، ثم حلّل البيانات.

المسافة (متر)	٤٠٠	٨٠٠	١٢٠٠	١٦٠٠	٢٠٠٠
الزمن (ثواني: دقائق)	١:٣٢	٣:٠٤	٤:٣٦	٦:٠٨	٧:٤٠

+ ١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢ + ١:٣٢

وكلما ازدادت المسافة في فترات منتظمة، زاد الزمن بمقدار دقيقة واحدة و ٣٢ ثانية. وبما أن الفرق بين كل حدين متتاليين ثابت، فهي **متتابعة حسابية**. ويسمى الفرق بين الحدين المتتاليين **الأساس**، ويرمز إليه بالرمز «د».

مفهوم أساسي

المتتابعة الحسابية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: المتتابعة الحسابية نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يُسمى **أساس المتتابعة**.

أمثلة

٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ...

+٢ +٢ +٢ +٢

د = ٢

٣٣، ٢٩، ٢٥، ٢١، ١٧، ...

-٤ -٤ -٤ -٤

د = −٤

وتدل النقاط الثلاث المستعملة في المتتابعة على استمرارها على هذا النمط، وتشير إلى وجود المزيد من حدود المتتابعة التي لم تكتب.

إرشادات للدراسة

أساس المتتابعة

إذا كانت حدود المتتابعة الحسابية متزايدة فالأساس موجب، وإذا كانت متناقصة فالأساس سالب.

تمييز المتتابعة الحسابية

مثال

حدِّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسِّر إجابتك:

أ) $-٤، -٢، ٠، ٢، \ldots$

ب) $\frac{١}{٢}، \frac{٥}{٨}، \frac{٣}{٤}، \frac{١٣}{١٦}، \ldots$

تحقق من فهمك

أ) ...، -١٤، -١٨، -٢٢، -٢٦

ب) ...، ٢٥، ٩، ٤، ١

إيجاد الحد التالي

مثال

أوجد الحدود الثلاثة التالية في المتتابعة الحسابية: ١٥، ٩، ٣، −٣،....

تحقق من فهمك

٢) أوجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة الحسابية: ٥ ,٩ ،١١، ٥ ,١٢، ١٤،...

يمكن التعبير عن أي حد من حدود المتتابعة الحسابية بدلالة الحد الأول أ١ والأساس د كما يأتي:

الحد	الرمز	بدلالة أ١، د	العدد (على فرض أن أ١ = ٨ ، د = ٣).
الحد الأول	أ١	أ١	٨
الحد الثاني	أ٢	أ١ + د	٨ + ١(٣) = ١١
الحد الثالث	أ٣	أ١ + ٢د	٨ + ٢(٣) = ١٤
الحد الرابع	أ٤	أ١ + ٣د	٨ + ٣(٣) = ١٧
⋮	⋮	⋮	⋮
الحد العام	أن	أ١ + (ن − ١)د	٨ + (ن − ١)(٣)

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الحد النوني في متتابعة حسابية

يُعبّر عن الحد النوني لمتتابعة حسابية حدها الأول أ١، وأساسها د بالصيغة: أن = أ١ + (ن−١) د ،حيث ن عدد صحيح موجب.

إيجاد الحد النوني

مثال

أ) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: −١٢، −٨، −٤، ٠ ،...

ن = ن١ + (ن − ١) د ← بدلس

ل ← الحد المطلوب

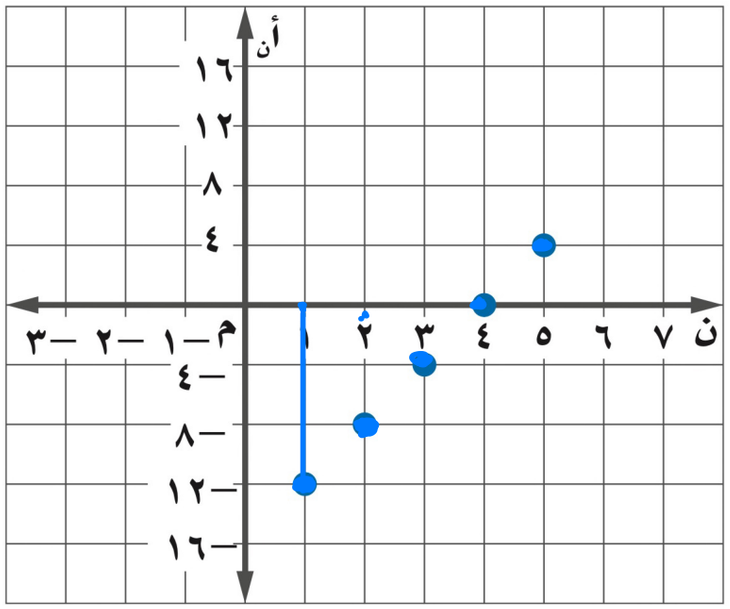
ب) أوجد الحد التاسع في المتتابعة السابقة.

إيجاد الحد النوني

مثال

جـ) مثل الحدود الخمسة الأولى من المتتابعة بيانيًّا.

ن	٤ن − ١٦	أ ن	(ن، أ ن)
١	٤ − ١٦	− ١٢	(١، − ١٢)
٢	٤(٢) − ١٦ ٨ − ١٦	− ٨	(٢، − ٨)
٣	٤(٣) − ١٦ ١٢ − ١٦	− ٤	(٣، − ٤)
٤	٤(٤) − ١٦ ١٦ − ١٦	٠	(٤، ٠)
٥	٤(٥) − ١٦ ٢٠ − ١٦	+ ٤	(٥، ٤)



د) ما الحد الذي قيمته ٣٢؟

ن = ٤ن − ١٦

٣٢ = ٤(ن) − ١٦

٣٢ = ٤ن − ١٦

٤٨ = ٤ن

ن = ١٢

تحقق من فهمك

بناءً على المتتابعة الحسابية: ٣، −١٠، −٢٣، −٣٦،... أجب عمّا يأتي:

١أ) اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة.

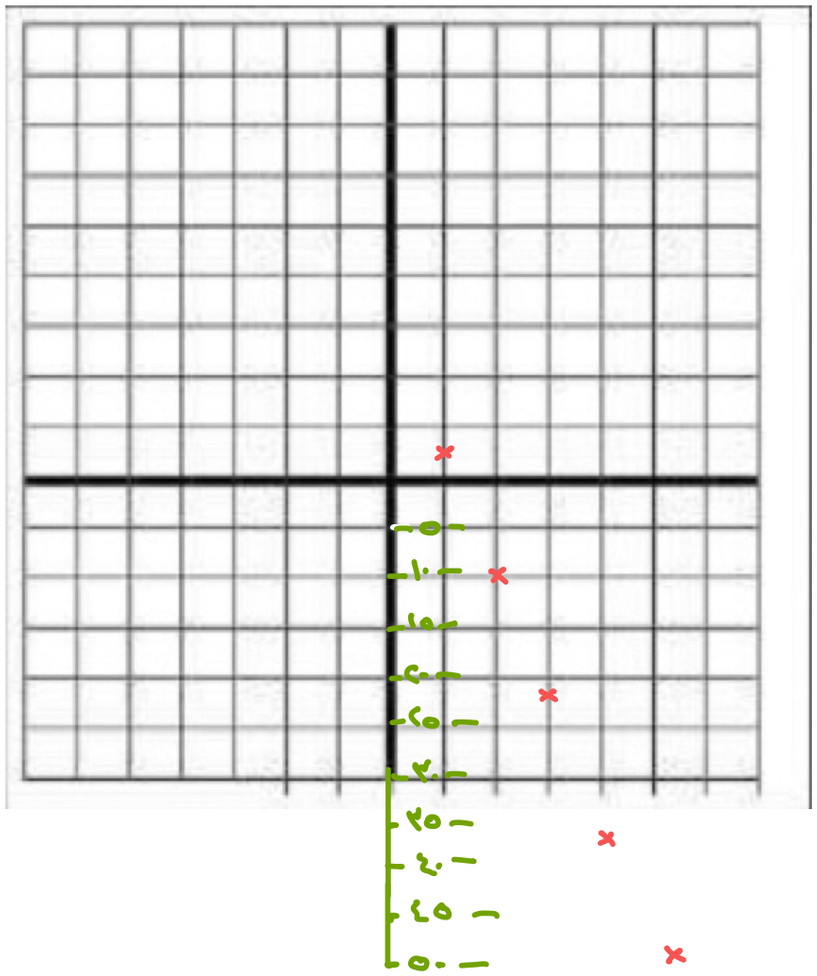
٣ب) أوجد الحد الخامس عشر في المتتابعة.

تحقق من فهمك

بناءً على المتتابعة الحسابية: ٣، −١٠، −٢٣، −٣٦،... أجب عمّا يأتي:

٣جـ) مثّل الحدود الخمسة الأولى في المتتابعة بيانيًّا.

ن	−١٣ن + ١٦	أن	(ن، أن)
١			
٢			
٣			
٤			
٥			



٣د) ما الحد الذي قيمته (−١١٤)؟

المتتابعات الحسابية والدوال: كما رأيت في المثال ٣ التمثيل البياني للحدود الأولى للمتتابعة الحسابية يظهر أنها تقع على خط مستقيم. فالمتتابعة الحسابية هي دالة خطية يكون فيها (ن) متغيرًا مستقلًّا، أن متغيرًا تابعًا، (د) هو الميل؛ لذا يمكن إعادة كتابة معادلة الحد النوني على صورة الدالة:

ق(ن) = (ن−١) د+ أ١، حيث ن عدد صحيح موجب.

وعلى الرغم من أن مجال معظم الدوال الخطية هو الأعداد الحقيقية، فإن مجال الدالة في المثال ٣ هو مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة، ومداها هو مجموعة الأعداد الصحيحة.

المتتابعة الحسابية باعتبارها دالة

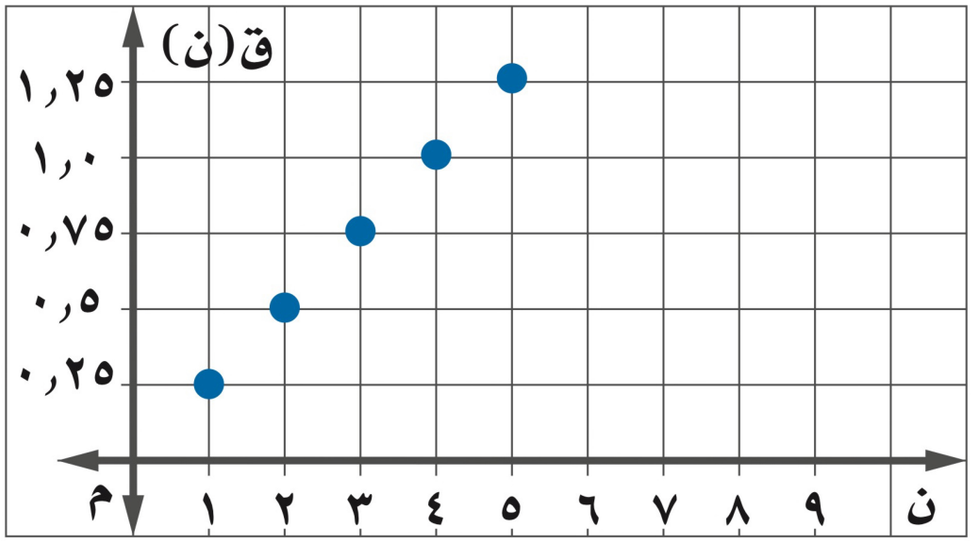
مثال

دعوة: المتتابعة الحسابية ٢٥ , ٠ ريال ، ٥٠ , ٠ ريال، ٧٥ , ٠ ريال ، ١ ريال، ... تمثل تكلفة الرسائل النصية التي أرسلها منصور لأصدقائه لحضور حفل زفافه مقابل إرساله رسالة واحدة، رسالتين، ٣ رسائل، ٤ رسائل، ...

أ) اكتب دالة تعبر عن هذه المتتابعة.

ب) مثِّل الدالة بيانيًّا، وحدِّد مجالها.

ن	ق (ن)
١	٠,٢٥
٢	٠,٥٠
٣	٠,٧٥
٤	١
٥	١,٢٥



تحقق من فهمك

٤) الوثب الطويل: يبيِّن الجدول الآتي أطوالَ وَثبات محمد في أثناء تدربه على الوثب الطويل بالمدرسة:

الوثبة	١	٢	٣	٤
طول الوثبة (متر)	٢	٢,١	٢,٢	٢,٣

أ) اكتب دالة تمثّل المتتابعة الحسابية.

ب) مثِّل الدالة بيانيًّا.

تأكد

حدِّد ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا، وفسِّر إجابتك:

١) ١٨، ١٦، ١٥، ١٣، ...

٢) ٤، ٩، ١٤، ١٩، ...

تأكد

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتابعة حسابية فيما يأتي:

٣) ١٢، ٩، ٦، ٣، ...

اكتب معادلة الحد النوني لكل متتابعة حسابية فيما يأتي، ثم مثِّل حدودها الخمسة الأولى بيانيًّا:

٥) ١٥، ١٣، ١١، ٩، ...

تدرب

٣٠) أي العلاقات الآتية تمثل دالة؟

أ) {(-٥، ٦)، (٤، -٣)، (٢، -١)، (٤، ٢)}

ب) {(٣، -١)، (٣، -٥)، (٣، ٤)، (٣، ٦)}

جـ) {(-٢، ٣)، (٠، ٣)، (-٢، -١)، (-١، ٢)}

د) {(-٥، ٦)، (٤، -٣)، (٢، -١)، (٠، ٢)}

٣١) أوجد معادلة الحد النوني للمتتابعة الحسابية: -٧، -٤، -١، ٢، ...

أ) أن = ٣ن - ٤

ب) أن = -٧ن + ١

جـ) أن = ٣ن - ١٠

د) أن = -٧ن + ٤

ن ١ = -٧

د = -٤ - (-٧) = -٤ + ٧ = ٣

ن ن = -٧ + (ن - ١) (٣)

= -٧ + ٣ن - ٣

= ٣ن - ١٠