العلاقات و الدوال

استراتيجية البحث عن نمط

قدرات

مثال اوجد قيمة $\frac{٩ \times ٣^{١٢}}{٣^{١٠}}$

أ $٣^{٢}$ ب $٣^{٤}$ ج $٣^{٥}$ د $٣^{٦}$

فيما سبق:

درستُ تحديد كل من مجال ومدى علاقة معطاة. (مهارة سابقة)

والآن:

- أحلّل العلاقات والدوال.
- أستعمل معادلات العلاقات والدوال.

المفردات

الدالة المتباينة
one-to-one function

العلاقة المنفصلة
discrete relation

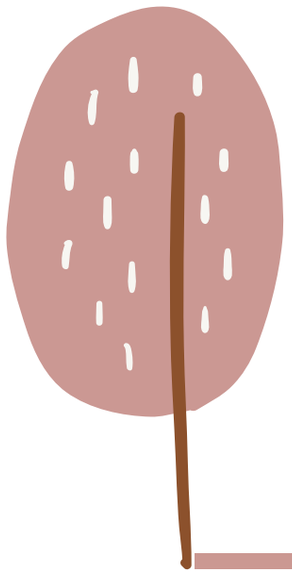
العلاقة المتصلة
continuous relation

اختبار الخط الرأسي
vertical line test

المتغير المستقل
independent variable

المتغير التابع
dependent variable

رمز الدالة
function notation



لماذا

يبين الجدول أدناه المعدل الشهري التقريبي لأعلى درجة حرارة وأدناها في مدينة الرياض، لاحظ أن معدل كلٍّ من درجتي الحرارة الدنيا والعليا لكل شهر يمكن تمثيله بزوج مرتب. فعلى سبيل المثال، يمكن تمثيل معدلي درجات الحرارة لشهر يناير بالزوج المرتب (9, 20).

معدل درجات الحرارة الشهرية (°C)
في مدينة الرياض

الشهر	يناير	فبراير	مارس	إبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
الدنيا	9	11	15	20	26	28	29	29	26	21	15	11
العليا	20	23	27	33	39	42	43	43	40	35	27	22

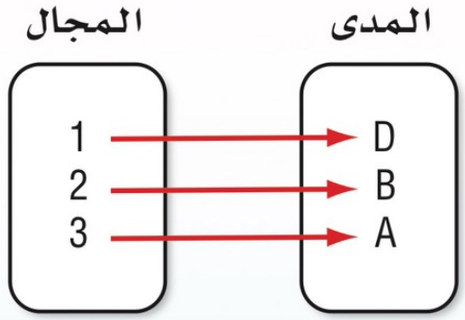
العلاقات والدوال: تذكر أن الدالة هي علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى.

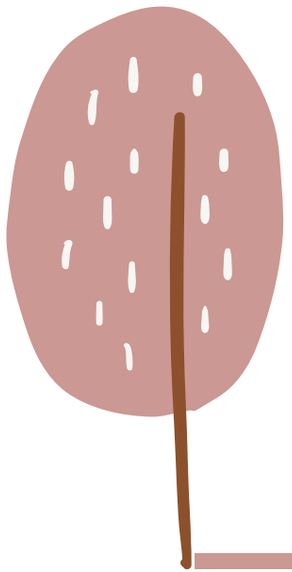
مفهوم أساسي

الدالة المتباينة

أضف إلى مطويتك

الدالة المتباينة: هي دالة يرتبط فيها كل عنصر من المجال بعنصر مختلف من المدى، وهذا يعني أنه لايمكن أن يرتبط عنصران من المجال بالعنصر نفسه من المدى.





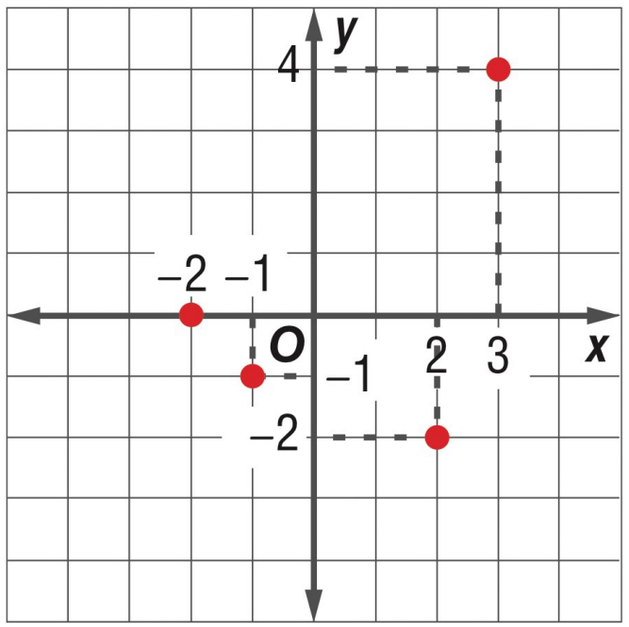
مثال

المجال والمدى

حدِّد مجال كلِّ علاقة فيما يأتي ومداها، وبيِّن ما إذا كانت دالةً أم لا ، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟

a) $\{(-6, -9), (-1, 7), (-3, -7), (-5, -9), (-6, -1)\}$

b)



إرشادات للدراسة

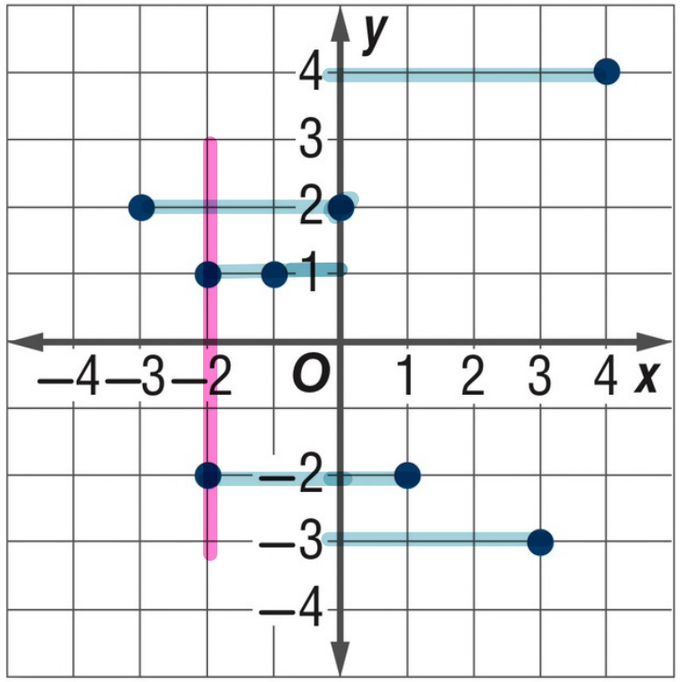
العلاقة : تمثل العلاقة عادة على شكل أزواج مرتبة (x, y)، كما يمكن وصفها بعدة طرق أخرى، منها المخطط السهمي، والجدول، والتمثيل البياني.

المجال: مجموعة إحداثيات x في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

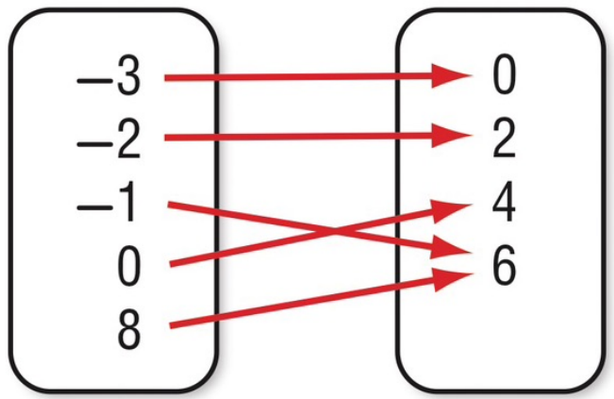
المدى : مجموعة إحداثيات y في الأزواج المرتبة الممثلة للعلاقة.

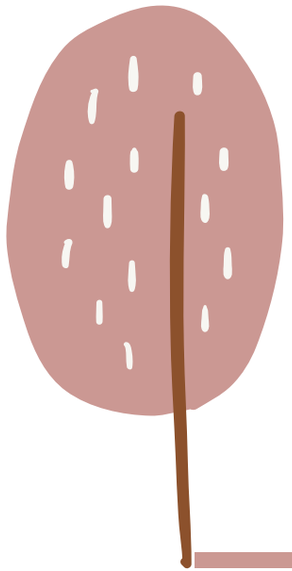
تحقق من فهمك

(1A

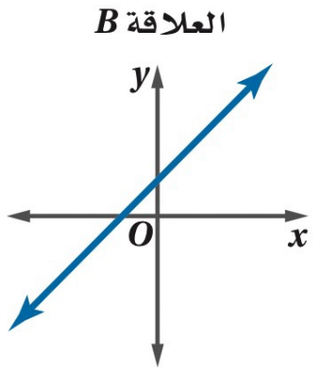


(1B

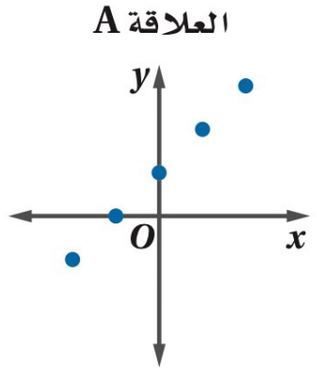




العلاقة التي يكون فيها المجال مجموعة من العناصر المنفردة، وتمثل بيانيًّا بنقاطٍ منفصلةٍ، مثل العلاقة A أدناه تسمى **علاقة منفصلة**. لاحظ أن تمثيلها البياني يتكون من نقاط غير متصلة، والعلاقة التي يكون مجالها فترة جزئية من الأعداد الحقيقية وأمكن تمثيلها بيانيًّا بمستقيم أو بمنحنى متصل مثل العلاقة B أدناه، فإنها تكون **علاقة متصلة**.



علاقة متصلة



علاقة منفصلة

إرشادات للدراسة

العلاقة المتصلة

يمكنك تمثيل العلاقة المتصلة بيانيًّا دون رفع القلم عن الورقة.

يمكنك استعمال **اختبار الخط الرأسي** مع كل من العلاقات المتصلة والمنفصلة لمعرفة إذا كانت العلاقة دالة أم لا.

مفهوم أساسي

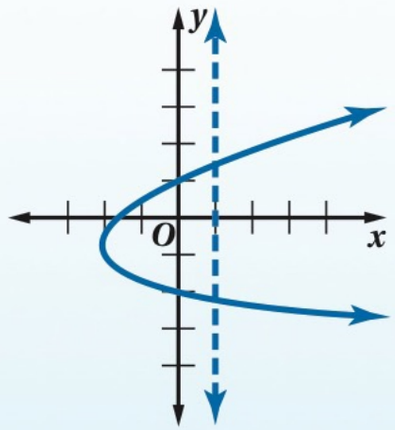
أضف إلى مطويتك

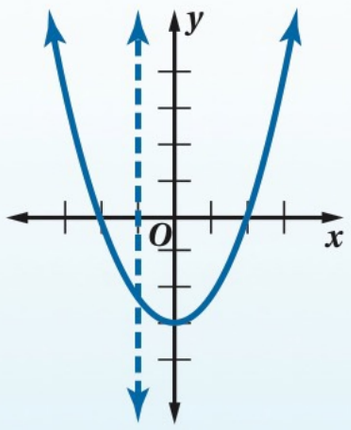
اختبار الخط الرأسي

التعبير اللفظي: إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة، فالعلاقة دالة.

إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في أكثر من نقطة فالعلاقة ليست دالة.

النموذج:

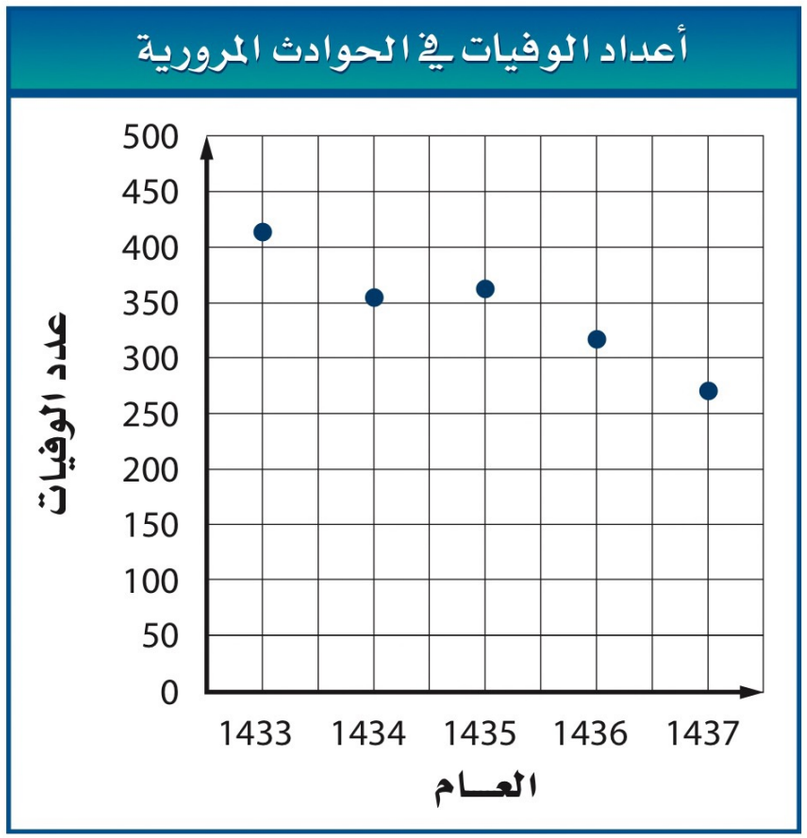




مثال

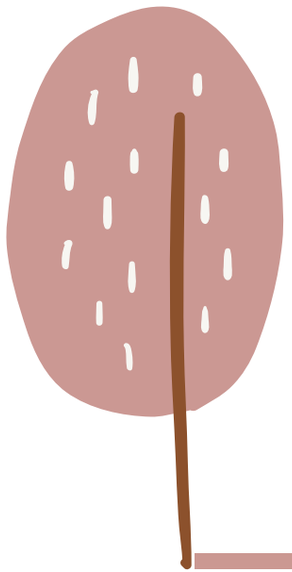
تمييز العلاقة

حوادث المرور: يبين التمثيل البياني المجاور أعداد الوفيات في إحدى مدن المملكة نتيجة الحوادث المرورية من عام 1433 هـ إلى عام 1437 هـ ، هل العلاقة التي يمثلها منفصلة أم متصلة؟ وهل تمثل دالة؟



تحقق من فهمك

2) **عمال:** إذا كان عدد العاملين في إحدى المؤسسات في الأعوام من 1433هـ إلى 1438هـ على الترتيب هو: 33, 34, 35, 36, 37, 38. مثّل هذه البيانات بيانيًّا، وهل العلاقة التي تمثلها هذه البيانات منفصلة أم متصلة. وهل تمثل دالة؟



معادلات العلاقات والدوال: يمكنك تمثيل العلاقات والدوال بمعادلات، وقيم المتغيرين x , y في المعادلة هي مجموعة الأزواج المرتبة (x, y) التي تحقق المعادلة. ومن السهل في أغلب الأحيان تحديد إذا كانت المعادلة تمثل دالة من خلال تمثيلها البياني.

إرشادات للدراسة

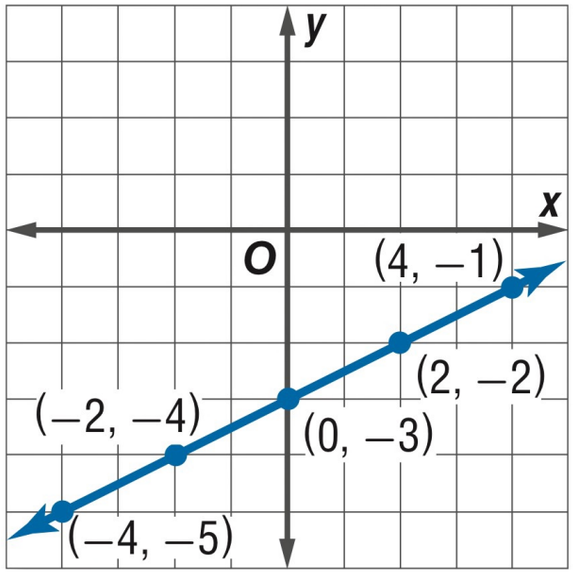
تمثيل الدالة بيانيًّا

لتمثل دالة ما بيانيًّا، أولًا يجب أن تحدِّد مجالها (جميع قيم x التي تكون عندها الدالة معرفة أي قيم x التي تكون عندها $f(x) \in \mathbb{R}$، وهذا يمكِّنك من معرفة بعض الأزواج المرتبة التي تسهِّل عليك تمثيل الدالة بيانيًّا. ثم تحدِّد مداها (جميع قيم y التي تقابل قيم x) ويكون من السهل إيجاد المدى من التمثيل البياني، ومن الجدير بالذكر أن المجال والمدى لجميع الدوال الخطية هو مجموعة الأعداد الحقيقية.

مثال

تمثيل العلاقة بيانيًّا

مثِّل المعادلة $y = \frac{1}{2}x - 3$ بيانيًّا، ثم حدِّد مجالها ومداها، وحدِّد ما إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟ ثم حدِّد ما إذا كانت منفصلة أم متصلة.



x	y
−4	−5
−2	−4
0	−3
2	−2
4	−1

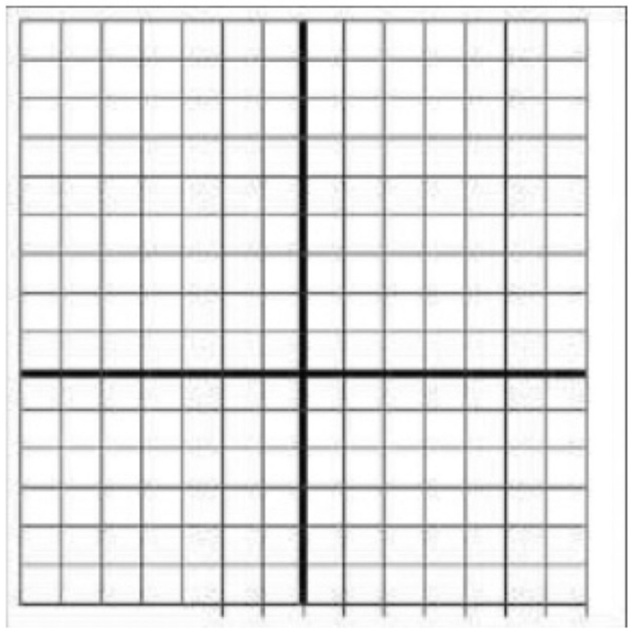
تحقق من فهمك

3) $y = x^2 + 1$

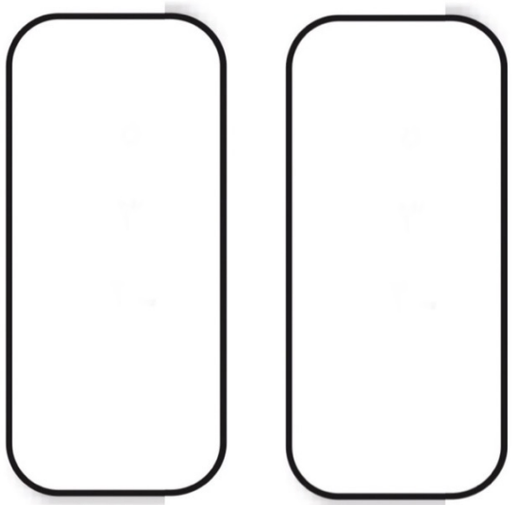
الجدول:

س	ص

التمثيل البياني



المخطط السهمي



إذا كانت المعادلة تمثل دالة، فإن المتغير من المجال (غالبًا ما يكون x)، يسمى **المتغير المستقل**. والمتغير الثاني (غالبًا ما يكون y)، يسمى **المتغير التابع** لأن قيمه تعتمد على قيم المتغير x.

المعادلات التي تمثل دوال تكتب عادة باستعمال **رمز الدالة**. فالمعادلة $y = 5x - 1$ يمكن كتابتها على الصورة $f(x) = 5x - 1$. وإذا أردنا إيجاد قيمة في المدى ترتبط بالعنصر -6 في مجال الدالة f، فإن هذه القيمة هي $f(-6)$ ويمكن إيجادها بالتعويض عن كل x في المعادلة بالعدد -6؛ لذا فإن $f(-6) = 5(-6) - 1 = -31$.

مثال

إيجاد قيمة الدالة

لتكن $f(x) = 2x^2 - 8$، أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

(a $f(6)$

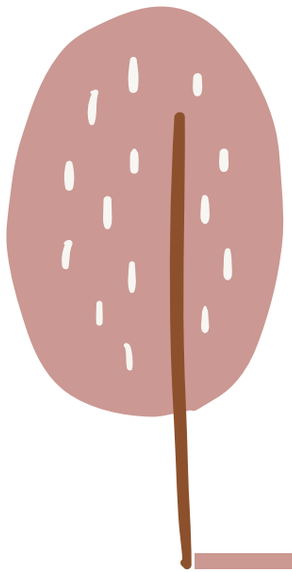
(b $f(2y)$

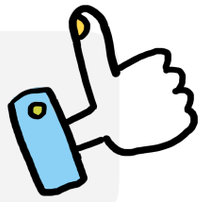
تحقق من فهمك

$$g(x) = 0.5x^2 - 5x + 3.5$$

(4A $g(2.8)$

(4B $g(4a)$

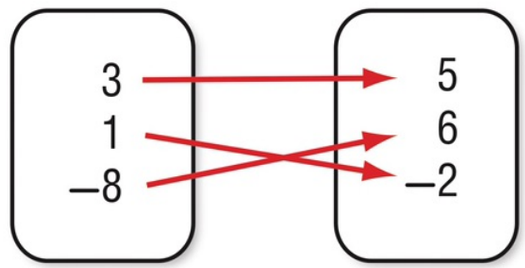




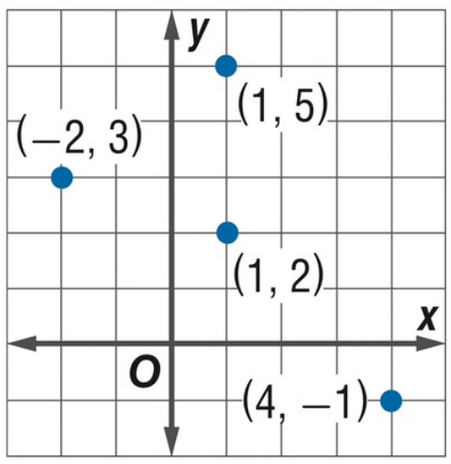
تأكد

مثال 1 حدِّد مجال كل علاقة فيما يأتي ومداها، وبيِّن ما إذا كانت دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟

1)

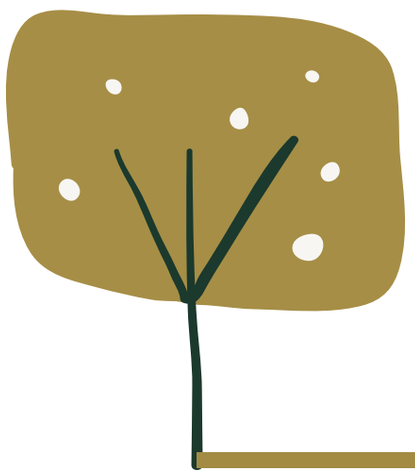


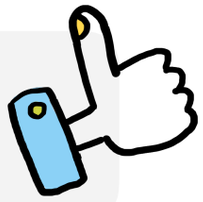
2)



3)

x	y
−2	−4
1	−4
4	−2
8	6

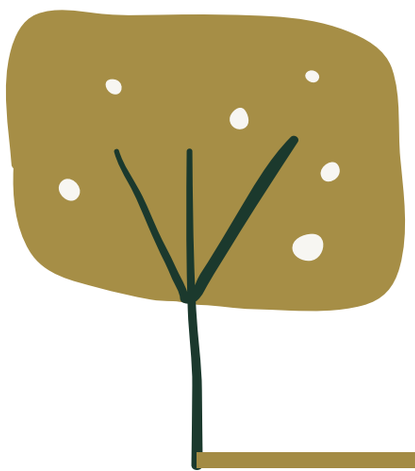


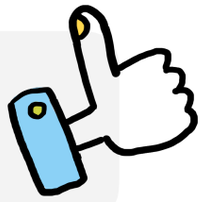


تأكد

مثِّل كلَّ معادلة فيما يأتي بيانيًّا، ثم حدِّد مجالها، ومداها، وحدِّد ما إذا كانت تمثل دالة أم لا، وإذا كانت كذلك، فهل هي متباينة أم لا؟ ثم حدِّد إذا كانت منفصلة أم متصلة.

5) $y = 5x + 4$

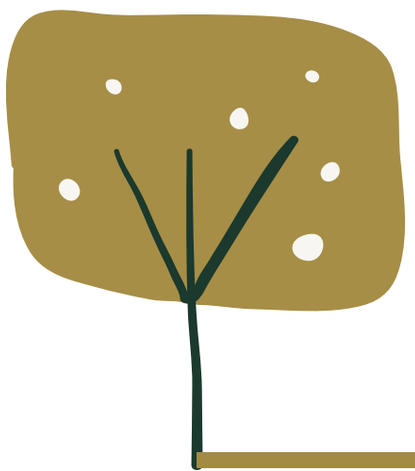




تأكد

أوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:

9) $f(-3)$ إذا كانت $f(x) = -4x - 8$



تدرب

29) اكتشف الخطأ: أوجد كل من أحمد وخالد قيمة $f(3d)$ حيث $f(x) = -4x^2 - 2x + 1$. فأيٌّ منهما حله صحيح؟ وضِّح إجابتك.

أحمد

$$f(3d) = -4(3d)^2 - 2(3d) + 1$$
$$= -4(9d^2) - 6d + 1$$
$$= -36d^2 - 6d + 1$$

خالد

$$f(3d) = -4(3d)^2 - 2(3d) + 1$$
$$= 12d^2 - 6d + 1$$

تدرب

33) تحتوي بركة سباحة على 19500 جالون من الماء إذا تم تفريغها بمعدل 6 جالونات لكل دقيقة. فأي المعادلات الآتية تمثل عدد جالونات الماء g المتبقية في البركة بعد m دقيقة؟

A $g = 19500 - 6m$

B $g = 19500 + 6m$

C $g = \frac{19500}{6m}$

D $g = \frac{6m}{19500}$

34) إذا كان $g(x) = x^2$، فأي عبارة مما يأتي تساوي $g(x + 1)$؟

A 1

B $x^2 + 1$

C $x^2 + 2x + 1$

D $x^2 - x$

تحصيلي

مجال الدالة $\{(1,2),(3,4),(4,5)\}$ ..

Ⓐ $\{2, 6\}$

Ⓑ $\{1, 3, 4\}$

Ⓒ $\{3, 5\}$

Ⓓ $\{1, 4, 5\}$