# دوال خاصة

# استراتيجية البحث عن نمط

## قدرات

اوجد قيمة المقدار $\frac{٦٦٦}{٣٣٣} \left( \frac{٤٤٤}{٥٥٥} \div \frac{٤٤٤}{٥٥٥} \right)$

أ ٢ ب ٢٢ ج ٢٢٢ د ١١١

## فيما سبق:

درستُ حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

(مهارة سابقة)

## والآن:

- أكتب الدوال المتعددة التعريف وأمثّلها بيانيًّا.
- أكتب الدوال الدرجية ودوال القيمة المطلقة وأمثّلها بيانيًّا.

## المفردات:

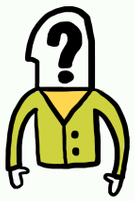
**الدالة المتعددة التعريف**
piecewise-defined function

**الدالة المتعددة التعريف الخطية**
piecewise-linear function

**الدالة الدرجية**
step function

**دالة أكبر عدد صحيح**
greatest integer function

**دالة القيمة المطلقة**
absolute value function



# لماذا

## لماذا؟

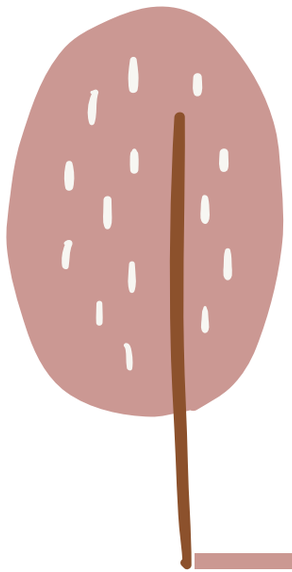
السمنة حالة مرضية يمكن تعريفها طبيًّا أنها زيادة الدهون في الجسم، وتنتج السمنة عن أخذ مقدار طاقة أكبر من حاجة الجسم دون استهلاكها.

ويبين الجدول المجاور نسب المصابات بالسمنة لفئات عمرية مختلفة في المملكة.

| نسب المصابات بالسمنة في المملكة حسب الفئة العمرية | | |
|---|---|---|
| من | إلى | النسبة |
| 15 | 24 | 19% |
| 25 | 34 | 38% |
| 35 | 44 | 53% |
| 45 | 54 | 58% |
| 55 | 64 | 49% |

المصدر: مسح المعلومات الصحية في المملكة، وزارة الصحة، 1435 هـ

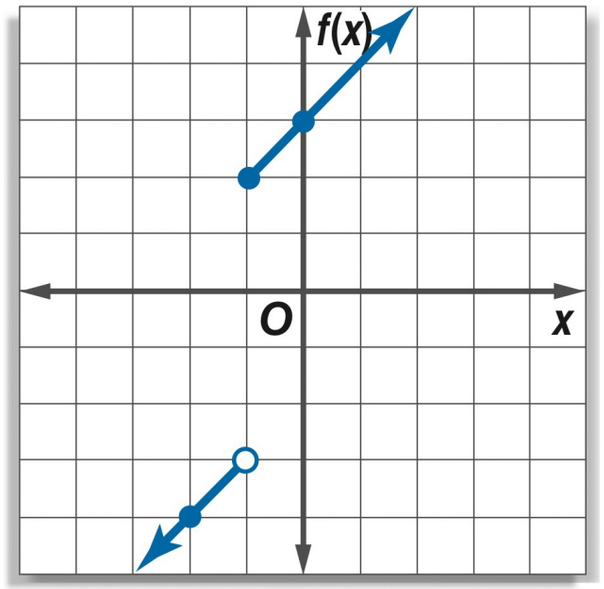
**الدالة المتعددة التعريف:** الدالة التي تربط بين العمر ونسبة المصابات بالسمنة ليست خطية؛ لأن كل فترة من مجال الدالة معرّفة بعبارة مختلفة، فالدالة التي تكتب باستعمال عبارتين أو أكثر تسمى **دالة متعددة التعريف**. وعند تمثيل الدالة المتعددة التعريف بيانيًّا توضع دائرة صغيرة مظلّلة عند الطرف لتشير إلى أن النقطة تنتمي إلى التمثيل البياني، وتوضع دائرة غير مظلّلة لتشير إلى أن النقطة لا تنتمي إلى التمثيل البياني.

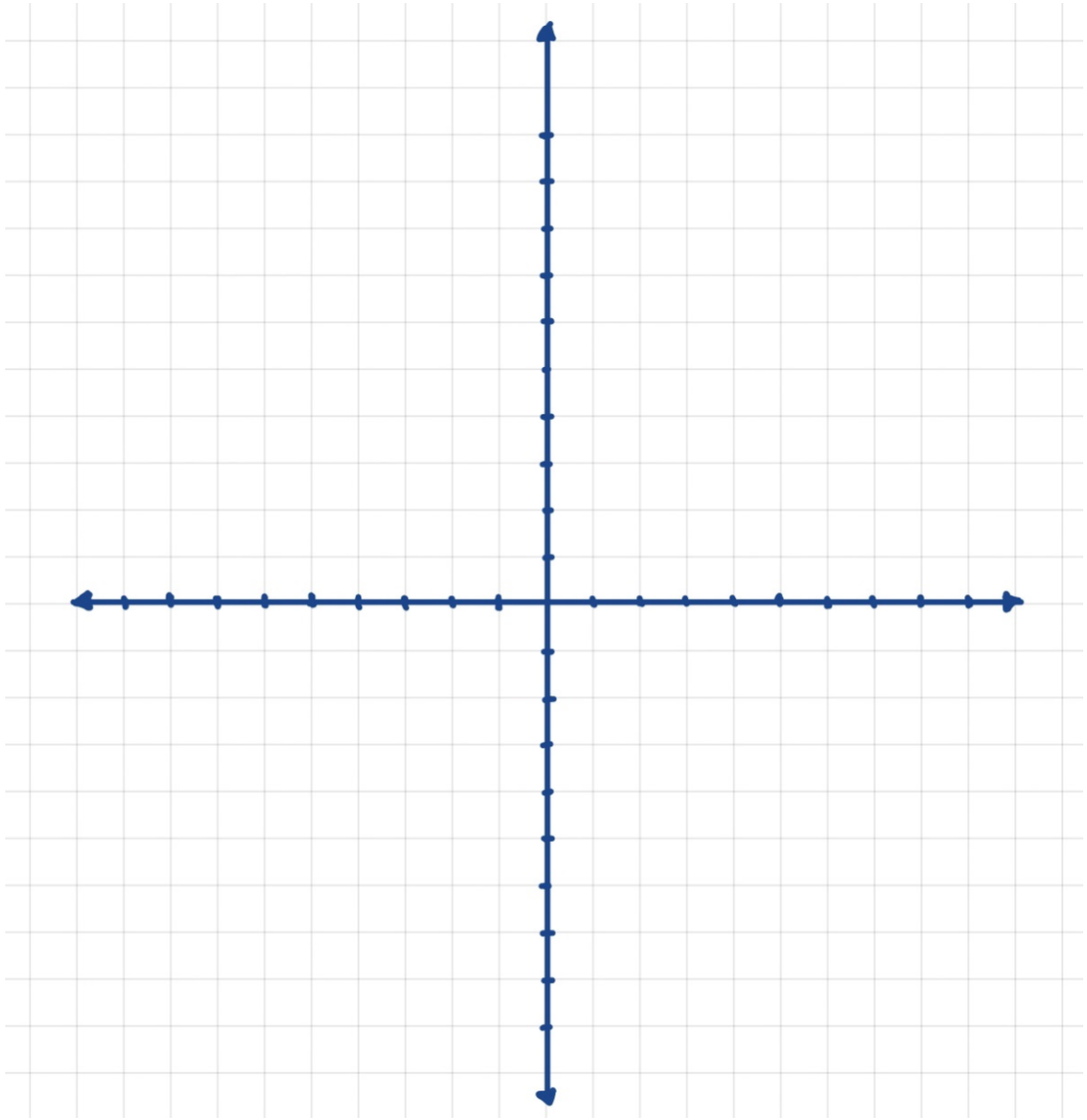


## مثال

## تمثيل الدالة متعددة التعريف

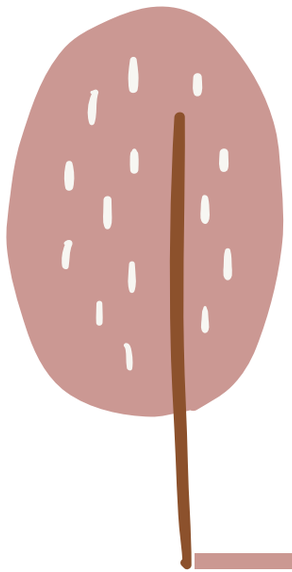
مثّل الدالة $f(x)=\begin{cases} x-2 & , \quad x<-1 \\ x+3 & , \quad x\geq -1 \end{cases}$ بيانيًّا.
ثم حدّد كلًّا من مجالها ومداها.





## تحقق من فهمك

(1 $f(x) = \begin{cases} x + 2 & , x < 0 \\ x & , x \geq 0 \end{cases}$ .

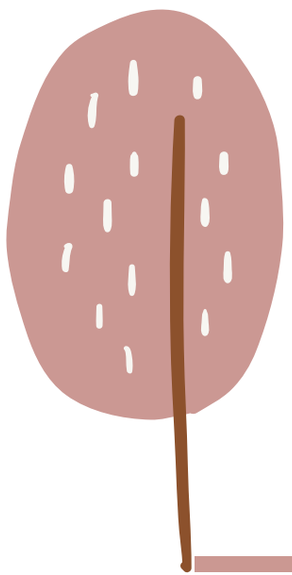


تمثِّل الدوال المتعددة التعريف غالبًا بعدة دوال خطية. وتسمى حينئذٍ **الدالة المتعددة التعريف الخطية** .

**إرشادات للدراسة**

**تمثيل الدوال المتعددة التعريف بيانيًّا**

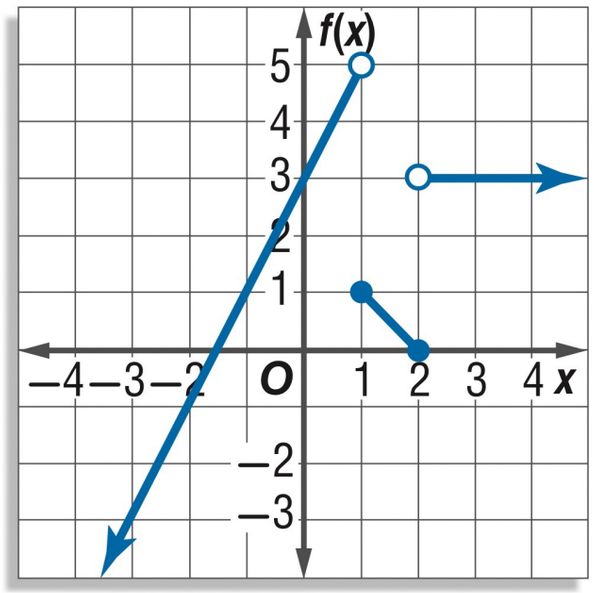
قد تكون الدوال المتعددة التعريف متصلة أو غير متصلة.



# مثال

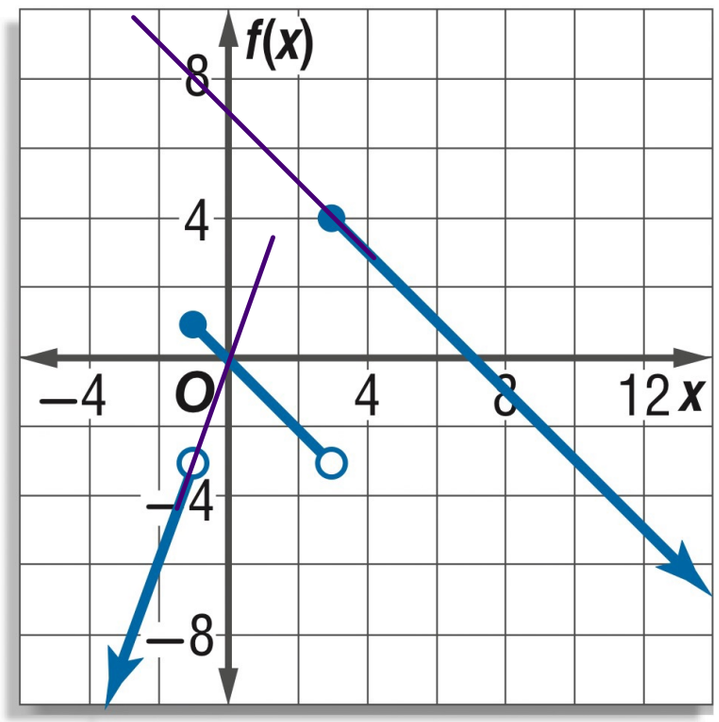
# كتابة الدالة المتعددة التعريف

اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور.



# تحقق من فهمك

**2)** اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في الشكل المجاور.



**الدالة الدرجية :** من الدوال المتعددة التعريف الخطية الشهيرة **الدالة الدرجية** التي تتكون من قطع مستقيمة أفقية، وقد سُميت بهذا الاسم لأن تمثيلها البياني يشبه الدرج، كما أن **دالة أكبر عدد صحيح** التي تكتب على الصورة $f(x) = [x]$، هي مثال على الدالة الدرجية؛ حيث يعني الرمز $[x]$ أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي $x$. فعلى سبيل المثال: $[3.25] = 3$ وكذلك $[-4.6] = -5$.

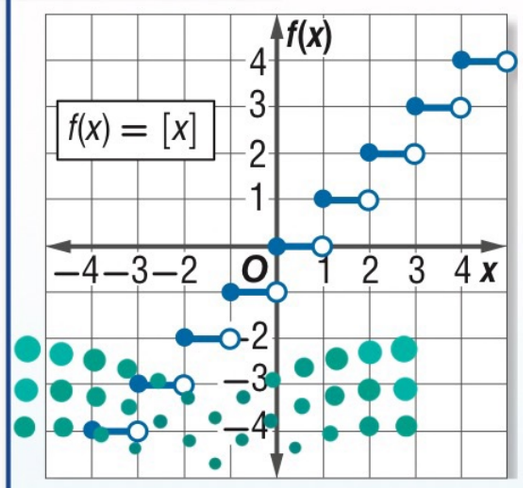
## مفهوم أساسي

### دالة أكبر عدد صحيح

أضف إلى مطويتك

**الدالة الرئيسة (الأم):** $f(x) = [x]$، وتُعرّف على النحو التالي:

$$f(x) = \begin{cases} \vdots & \vdots \\ -1 & -1 \le x < 0 \\ 0 & 0 \le x < 1 \\ 1 & 1 \le x < 2 \\ 2 & 2 \le x < 3 \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$




**شكل التمثيل البياني:** قطع مستقيمة أفقية.

**المجال:** مجموعة الأعداد الحقيقية

**المدى:** مجموعة الأعداد الصحيحة

**المقطعان:** $f(x) = 0$ حيث $0 \le x < 1 , x = 0$

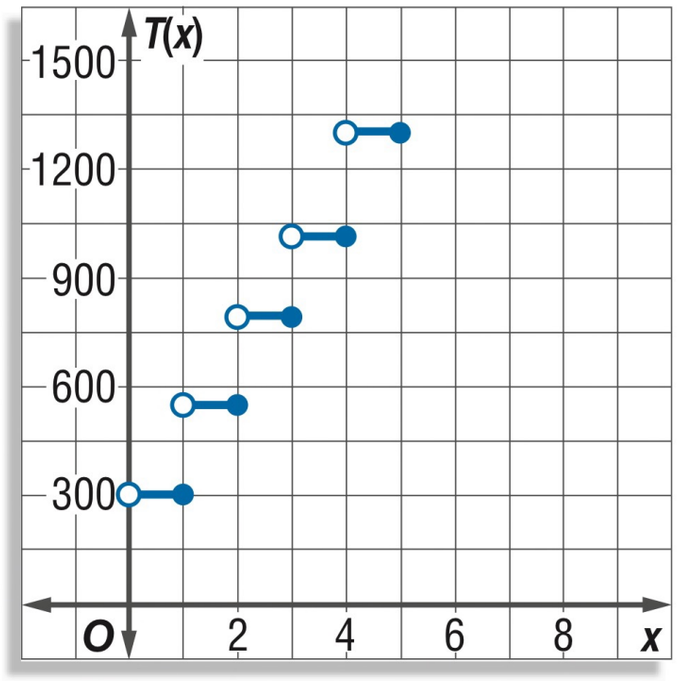
وزارة التـ
of Education

# مثال

## استعمال الدالة الدرجية

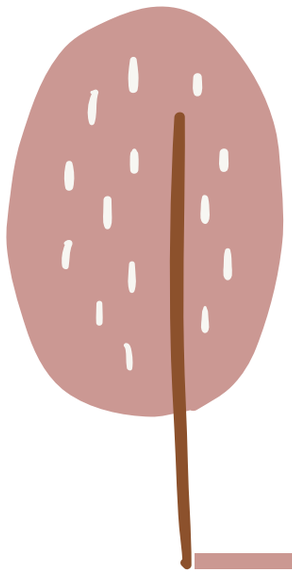
**عقار:** يتقاضى مجمع للشقق المفروشة 300 ريال مقابل تأجير الشقة ليوم واحد أو جزء منه، و250 ريالًا مقابل تأجير الشقة ذاتها لأي يوم إضافي أو جزء منه. اكتب الدالة التي تمثل هذا الموقف ومثلها بيانيًّا.

| $x$ | $0 < x \leq 1$ | $1 < x \leq 2$ | $2 < x \leq 3$ | $3 < x \leq 4$ | $4 < x \leq 5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $T(x)$ | 300 ريال | 550 ريالًا | 800 ريال | 1050 ريالًا | 1300 ريال |



# تحقق من فهمك

3) **إعادة تدوير الورق:** تدفع شركة لإعادة تدوير الورق 25 ريالًا عن كل صندوق من الورق يتم إحضاره للشركة ولا تدفع أي شيء مقابل أي صندوق غير ممتلئ بالكامل. اكتب الدالة التي تمثل هذا الموقف ومثِّلها بيانيًّا.



وهناك نوع آخر من الدوال المتعددة التعريف يسمى **دالة القيمة المطلقة** وهي الدالة التي تحتوي على عبارة جبرية يستعمل فيها رمز القيمة المطلقة.

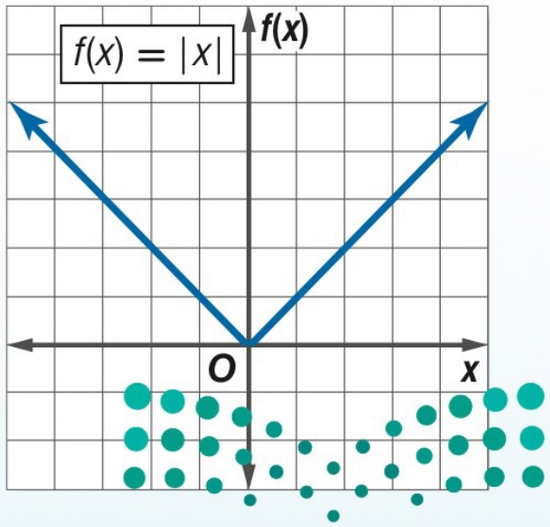
## مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

### دالة القيمة المطلقة

**الدالة الرئيسة (الأم):** $f(x) = |x|$ ، وتُعرّف على النحو الآتي:

$$f(x) = \begin{cases} x & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \\ -x & , \quad x < 0 \end{cases}$$




**شكل التمثيل البياني:** على شكل حرف V

**المجال:** مجموعة الأعداد الحقيقية

**المدى:** مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة

**المقطعان:** $x = 0, f(x) = 0$

**ولايمكن أن تكون:** $f(x) < 0$

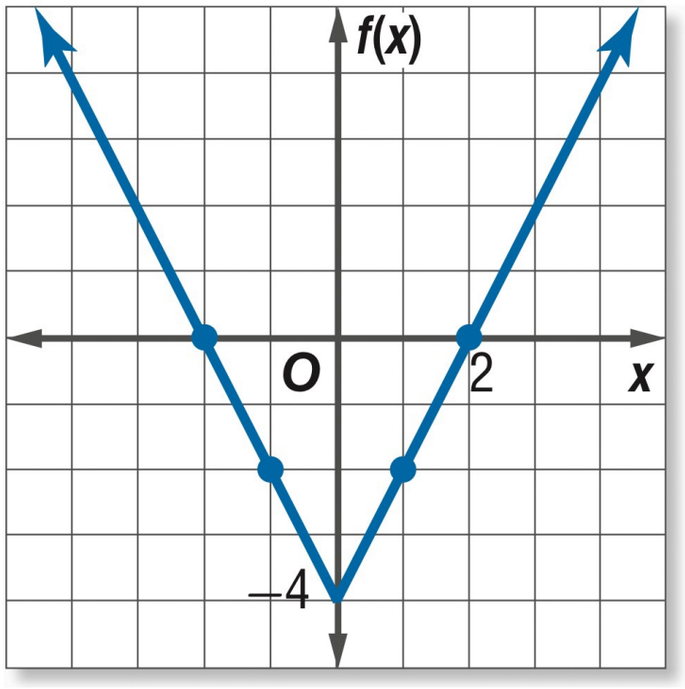
وزارة التعليم
Ministry of Education

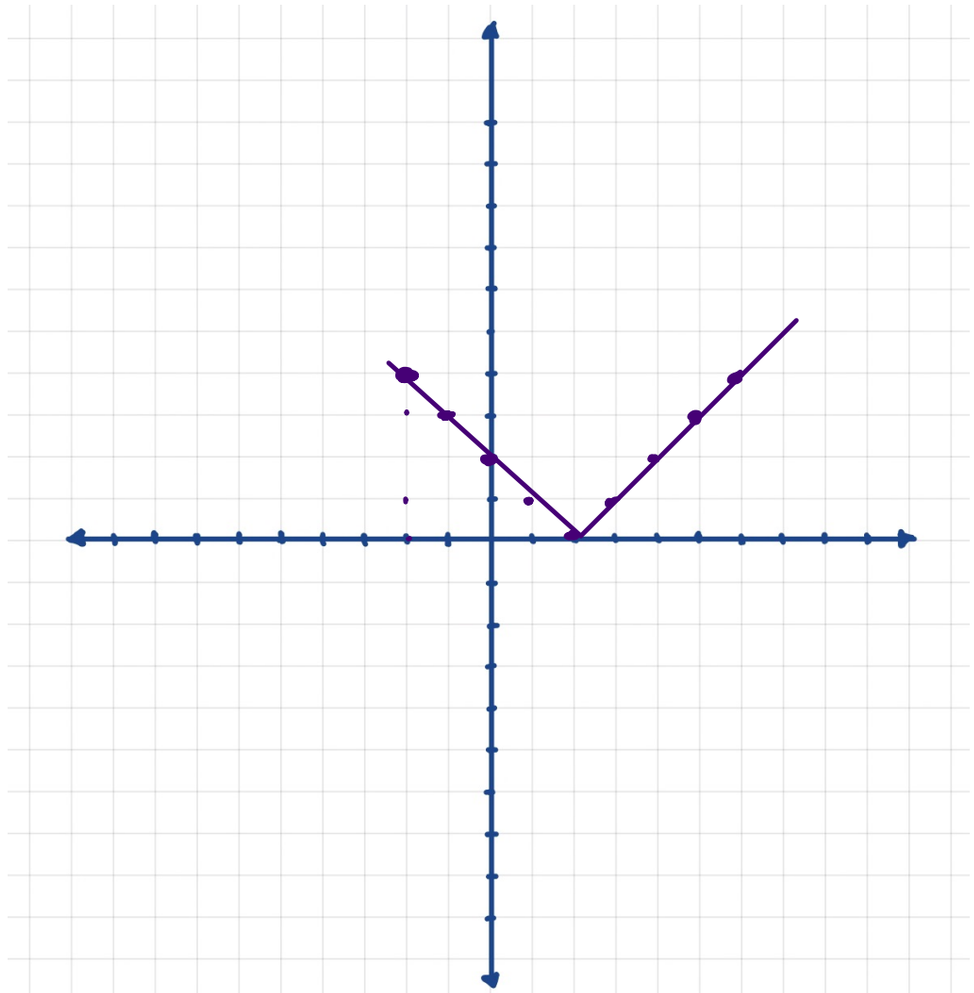
## مثال

# دالة القيمة المطلقة

مثّل الدالة $f(x) = |2x| - 4$ بيانيًّا، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها.

| x | $\|2x\| - 4$ |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |





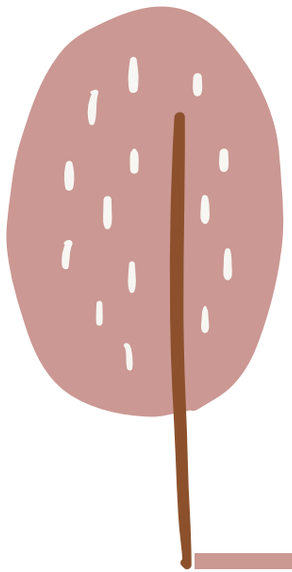
## تحقق من فهمك

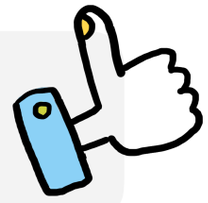
$f(x) = |x - 2|$ **(4A**

| X | |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

## تحقق من فهمك

**(4B** $f(x) = -|x| + 1$

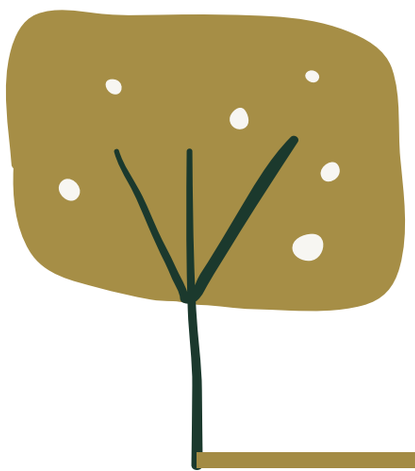


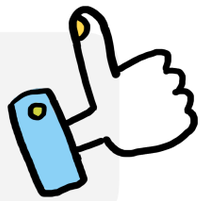


## تأكد

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، ثم حدِّد كلّا من مجالها ومداها:

**1)** $f(x)=\begin{cases} -3 , & x \le -4 \\ x , & -4 < x < 2 \\ -x+6 , & x \ge 2 \end{cases}$

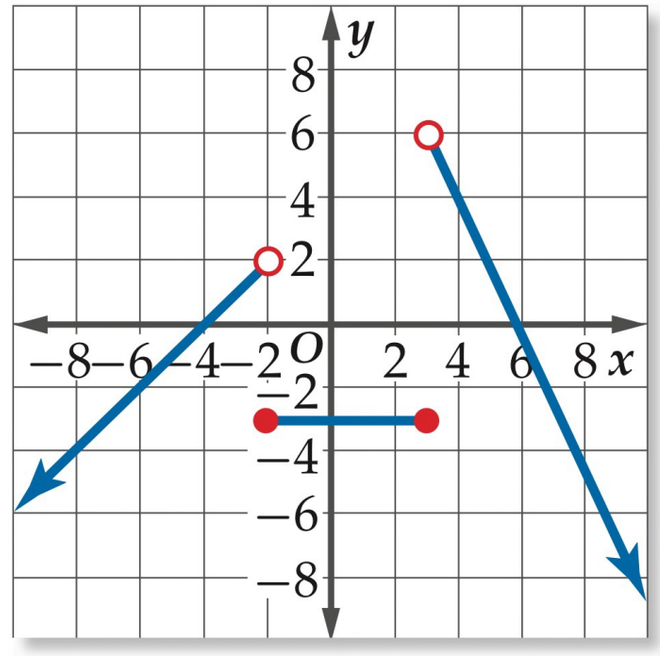


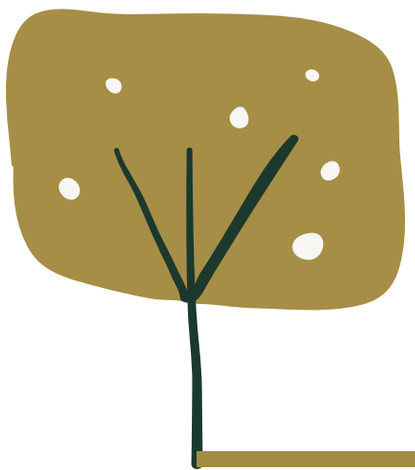


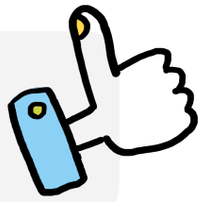
# تأكد

اكتب الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًّا في كلٍّ ممَّا يأتي:

3)



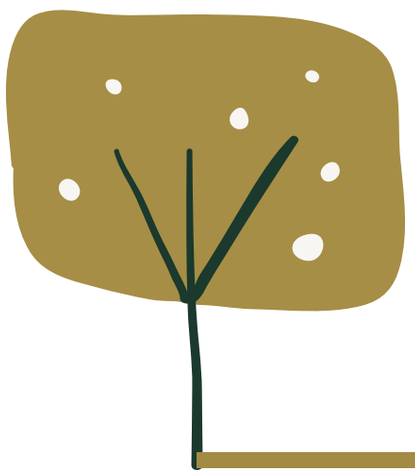





## تأكد

مثّل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا، ثم حدِّد كلًّا من مجالها ومداها:

**6)** $g(x) = -2[x]$



**37)** **إجابة قصيرة:** ما العبارة التي تعطي الحد النوني للنمط في الجدول التالي؟

| 2 | 4 | 6 | 8 | n |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 13 | 19 | 25 | ? |

**38)** أيّ دالة مما يأتي يكون فيها $f\left(-\frac{1}{2}\right) \neq -1$؟

**A** $f(x) = 2x$

**B** $f(x) = |-2x|$

**C** $f(x) = [x]$

**D** $f(x) = [2x]$

# تحصيلي

إذا كانت $f(x) = \begin{cases} 4x & , \quad 0 \le x \le 15 \\ 60 & , \quad 15 < x < 24 \\ -6x + 15 & , \quad 24 \le x \le 40 \end{cases}$ فإن $f(5)$ ..

60 (A)

20 (B)

$-15$ (C)

$-35$ (D)