حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية

فيما سبق:

درستُ إيجاد قيمة عبارات لوغاريتمية. (الدرس 4–2)

والآن:

- أحل معادلات لوغاريتمية.
- أحل متباينات لوغاريتمية.

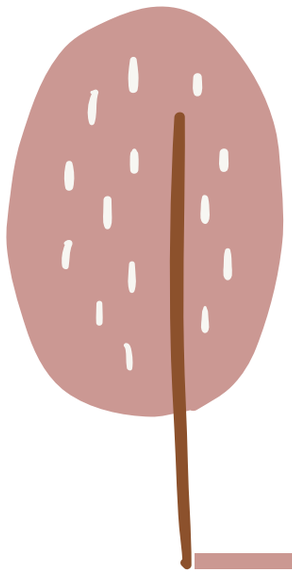
المفردات:

المعادلة اللوغاريتمية

logarithmic equation

المتباينة اللوغاريتمية

logarithmic inequality



قدرات

انطلقت حافلة ركاب بحيث تقف في كل محطة وينزل نصف عدد ركابها إلى ان وصلت للمحطة السادسة وليس بها سوى راكب واحد فقط. فكم كان عدد الركاب عند انطلاقها ؟

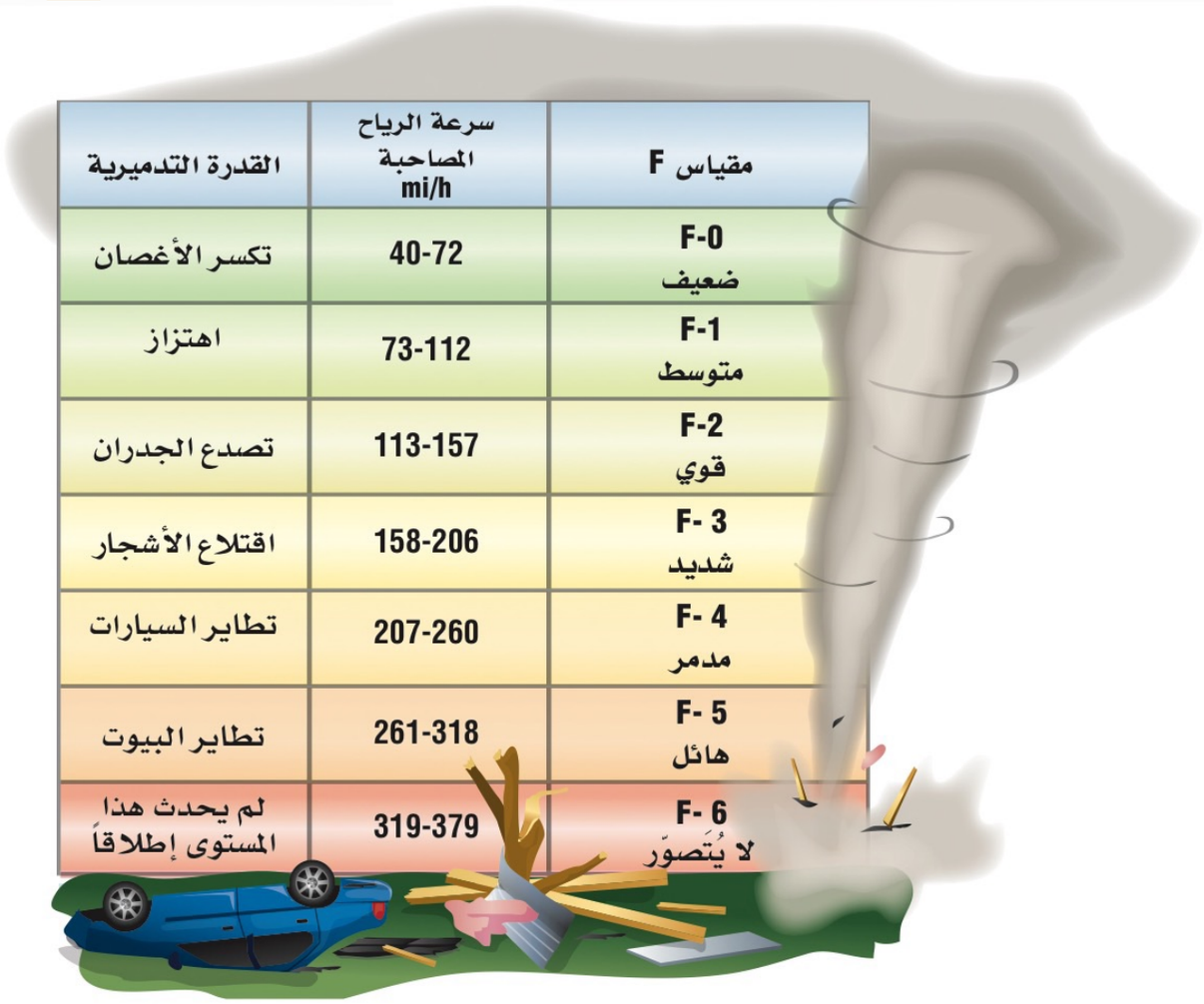
١٢ ١٦ ٢٤ ٣٢

لماذا

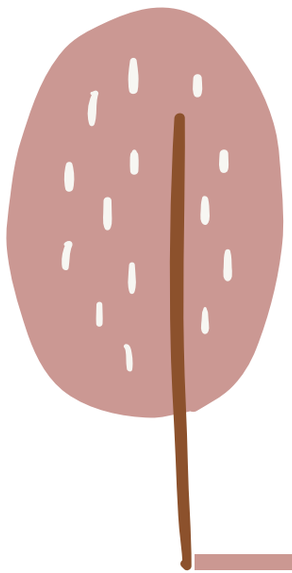
تُقاس شدة الأعاصير بمقياس يُدعى فوجيتا (Fujita)، ويرمز إليه بالرمز F، ويصنِّف هذا المقياس الأعاصير إلى سبع فئات من F–0 إلى F–6 بحسب: سرعة الرياح المصاحبة للإعصار (w) والتي تعطى بالمعادلة $w = 93 \log_{10} d + 65$ حيث تمثل d المسافة التي يقطعها الإعصار بالميل، وبحسب طول مساره، وعرضه، وقدرته التدميرية، والفئة F–6 هي فئة أشد الأعاصير تدميرًا.

إن معرفة المعادلة السابقة تمكنك من إيجاد المسافة التي يقطعها الإعصار بالميل عند أية قيمة لسرعة الرياح المصاحبة معطاة بالميل لكل ساعة.

مقياس F	سرعة الرياح المصاحبة mi/h	القدرة التدميرية
F-0 ضعيف	40-72	تكسر الأغصان
F-1 متوسط	73-112	اهتزاز
F-2 قوي	113-157	تصدع الجدران
F- 3 شديد	158-206	اقتلاع الأشجار
F- 4 مدمر	207-260	تطاير السيارات
F- 5 هائل	261-318	تطاير البيوت
F- 6 لا يُتَصوّر	319-379	لم يحدث هذا المستوى إطلاقاً



حل المعادلات اللوغاريتمية : تحتوي **المعادلات اللوغاريتمية** على لوغاريتم واحد أو أكثر. ويمكنك استعمال تعريف اللوغاريتم للمساعدة على حل معادلات لوغاريتمية.



مثال

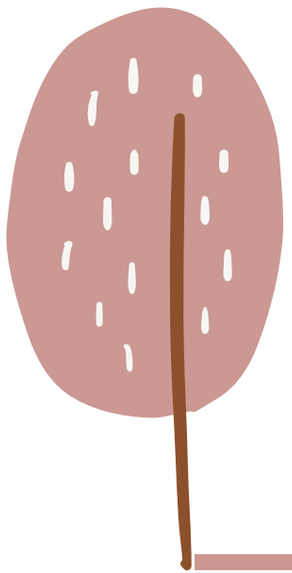
حل معادلات باستعمال تعريف اللوغاريتم

حُلّ المعادلة $\log_{36} x = \frac{3}{2}$ ، ثم تحقق من صحة حلِّك.

تحقق من فهمك

$\log_9 x = \frac{3}{2}$ (**1A**

$\log_{16} x = \frac{5}{2}$ (**1B**



مثال

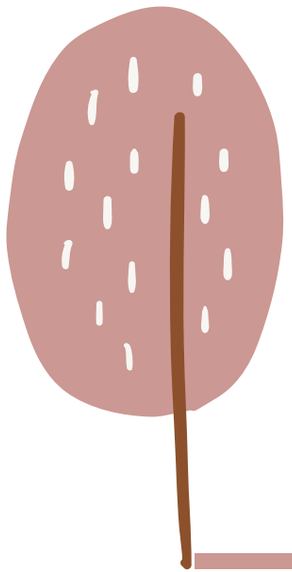
حُلّ المعادلة $\log_2 (x^2 - 4) = \log_2 3x$.

A -2 **B** -1 **C** 2 **D** 4

تحقق من فهمك

2) حُلّ المعادلة $\log_3 (x^2 - 15) = \log_3 2x$.

A -3 **B** -1 **C** 5 **D** 15



مثال

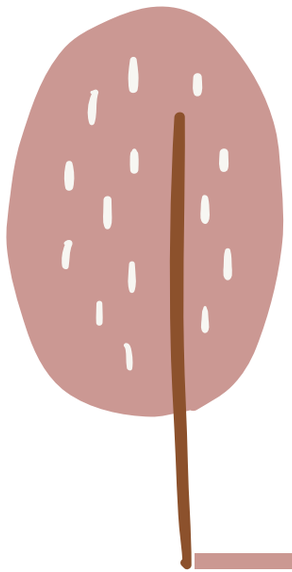
حل معادلات باستعمال خاصية الضرب في اللوغاريتمات

حُلّ المعادلة $\log_6 x + \log_6 (x - 9) = 2$ ، ثم تحقق من صحة حلك.

تحقق من فهمك

$2 \log_7 x = \log_7 27 + \log_7 3$ (**3A**

$\log_6 x + \log_6 (x + 5) = 2$ (**3B**



حل المتباينات اللوغاريتمية : **المتباينة اللوغاريتمية** هي متباينة تتضمن عبارة لوغاريتمية أو أكثر، ويمكن استعمال الخاصية الآتية لحل متباينات لوغاريتمية تتضمن عبارة لوغاريتمية واحدة.

مفهوم أساسي

خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية

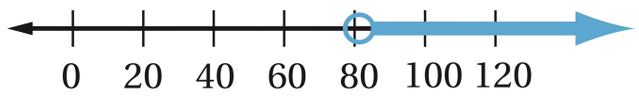
إذا كان $b > 1$, $x > 0$ و $\log_b x > y$ ، فإن $x > b^y$

تتحقق هذه الخاصية أيضًا إذا احتوت المتباينة رمزي التباين $\leq$ ، $\geq$

مثال

حل متباينات تتضمن عبارة لوغاريتمية واحدة

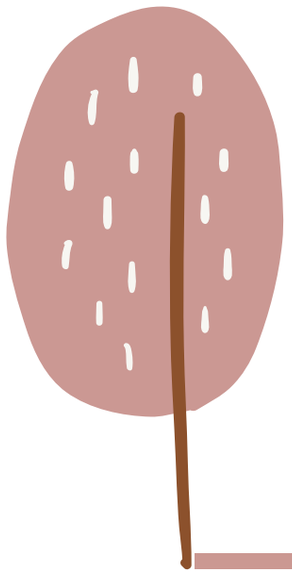
أوجد مجموعة حلّ المتباينة $\log_3 x > 4$ ، ثم تحقق من صحة حلك.



تحقق من فهمك

$\log_4 x \geq 3$ (**4A**

$\log_2 x < 4$ (**4B**



يمكنك استعمال الخاصية الآتية لحل متباينات تتضمن عبارتين لوغاريتميتين لهما الأساس نفسه في كلا الطرفين.
استثن من حلِّك القيم التي ينتج عن تعويضها في المتباينة الأصلية أخذ اللوغاريتم لأعداد أقل من أو تساوي الصفر.

مفهوم أساسي

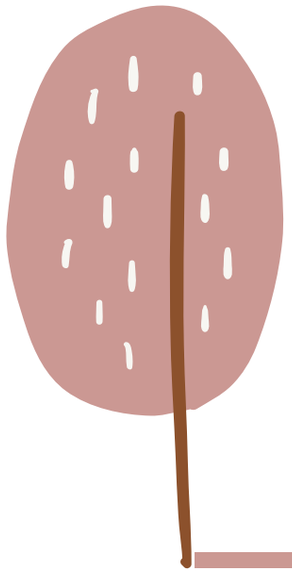
خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية

الرموز: إذا كان $b > 1$ ، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$

$x > 0, y > 0$

مثال: إذا كان $\log_6 x > \log_6 35$ ، فإن $x > 35$.

تتحقق هذه الخاصية أيضًا إذا احتوت المتباينة رمزي التباين $\leq$ ، $\geq$



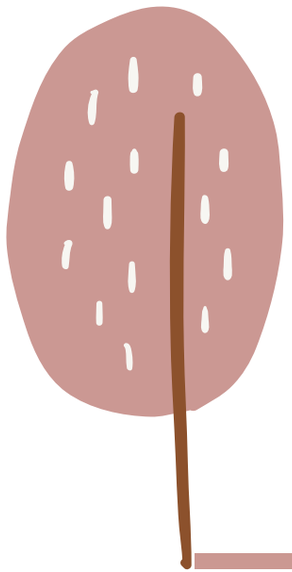
مثال

حل متباينات تتضمن عبارتين لوغاريتميتين لهما الأساس نفسه

أوجد مجموعة حل المتباينة $\log_4 (2x + 1) > \log_4 (x + 3)$، ثم تحقق من صحة حلك.

تحقق من فهمك

5) أوجد مجموعة حل المتباينة $\log_5 (2x + 1) \leq \log_5 (x + 4)$ ، ثم تحقق من صحة حلك.



تدرب

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلِّك:

1) $\log_8 x = \frac{4}{3}$

5) $\log_8 \frac{1}{2} = x$

تدرب

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك:

9) $5 \log_2 x = \log_2 32$

11) $\log_4 48 - \log_4 n = \log_4 6$

تدرب

أوجد مجموعة حلّ كل متباينة مما يأتي ، ثم تحقق من صحة حلِّك: (مثال 4)

17) $\log_5 x > 3$

21) $\log_3 x \geq -4$

تدرب

أوجد مجموعة حلّ كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك:

23) $\log_4 (2x + 5) \leq \log_4 (4x - 3)$

تدرب

32) اكتشف الخطأ: تقوم لينا وريم بحل المتباينة $\log_2 x \geq -2$. أي منهما حلها صحيح؟

لينا

$\log_2 x \geq -2$

$x \leq 2^{-2}$

$0 < x \leq \frac{1}{4}$

ريم

$\log_2 x \geq -2$

$x \geq 2^{-2}$

$x \geq \frac{1}{4}$

تدرب

50) أي الدوال الأسية الآتية يمر تمثيلها البياني بالنقطتين $(0, -10), (4, -160)$؟

A $f(x) = -10(2)^x$

B $f(x) = 10(2)^x$

C $f(x) = -10(4)^x$

D $f(x) = 10(4)^x$

51) أي مما يأتي يمثل حلًّا للمعادلة $\log_4 x - \log_4 (x - 1) = \frac{1}{2}$؟

A $-\frac{1}{2}$

B $\frac{1}{2}$

C -2

D 2

تحصيلي

إذا كانت $f(x) = \log x$ بحيث $1 \leq x \leq 10$ فإن ..

(A) $1 \leq f(x) \leq 10$

(B) $0 \leq f(x) \leq 1$

(C) $0 \leq f(x) \leq 10$

(D) $10 \leq f(x) \leq 100$

تحصيلي

أي مما يلي يمثل حلاً للمعادلة $\log_3 9^{x-2} = 0$ ؟

Ⓐ $-\frac{1}{2}$

Ⓑ $\frac{1}{2}$

Ⓒ -2

Ⓓ 2