العمليات على كثيرات الحدود

قدرات

إذا كان الثوب الواحد يحتاج إلى ٣,٨ متر من القماش و لدينا ٣٢ متر
فكم ثوبًا نستطيع عمله؟

٨	٩
١٠	١١

فيما سبق:

درستُ إيجاد قيم القوى.
(مهارة سابقة)

والآن:

- أضرب وحيدات حد وعبارات تتضمن قوى، وأقسمها وأبسّطها.
- أجمع كثيرات حدود، وأطرحها وأضربها.

المفردات:

التبسيط
simplifying

درجة كثيرة الحدود
Degree of a polynomial

يستغرق وصول ضوء الشمس إلى الأرض 8 دقائق تقريبًا؛ إذ يسير الضوء بسرعة كبيرة تصل إلى $3 \times 10^8 \, m/s$ تقريبًا.

ما الوقت الذي سيستغرقه وصول الضوء إلينا من مجرة تبعد مسافة $2.367 \times 10^{21} m$ تقريبًا؟

ضرب وحيدات الحد وقسمتها تذكّر أن وحيدة الحد هي: عدد، أو متغير، أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة، وتتكون من حد واحد فقط. والجدول الآتي يلخص خصائص الأسس التي تساعد على ضرب وقسمة وحيدات الحد وتبسيطها، حيث إن عملية **تبسيط** عبارات تتضمن قوى تعني إعادة كتابتها دون أقواس أو أسس سالبة.

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

خصائص الأسس

لأي عددين حقيقيين x, y وعددين صحيحين a, b:

الخاصية	التعريف	مثال
ضرب القوى	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$ $p^2 \cdot p^9 = p^{2+9} = p^{11}$
قسمة القوى	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$ ، حيث $x \neq 0$	$\frac{9^5}{9^2} = 9^{5-2} = 9^3$ $\frac{b^6}{b^4} = b^{6-4} = b^2$
الأسّ السالب	$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$ ، $\frac{1}{x^{-a}} = x^a$ ، حيث $x \neq 0$	$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$ $\frac{1}{b^{-7}} = b^7$
قوة القوة	$(x^a)^b = x^{ab}$	$(3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6$ $(d^2)^4 = d^{2 \cdot 4} = d^8$
قوة ناتج الضرب	$(xy)^a = x^a y^a$	$(2k)^4 = 2^4 k^4 = 16k^4$ $(ab)^3 = a^3 b^3$
قوة ناتج القسمة	$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}, y \neq 0,$ $\left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \left(\frac{y}{x}\right)^a = \frac{y^a}{x^a}, x \neq 0, y \neq 0$	$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y^2}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5} = \frac{b^5}{a^5}$
القوة الصفرية	$x^0 = 1, x \neq 0$	$7^0 = 1$

عند تبسيط وحيدة الحد، تأكد من أنك قد بسّطتها على نحوٍ كامل.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

تبسيط وحيدات الحد

تكون وحيدة الحد في أبسط صورة عندما:

- **لا تتضمن قوى قوة.**
- **يظهر كل أساس مرة واحدة.**
- **تكون جميع الكسور المتضمنة في أبسط صورة.**
- **لا تتضمن أسسًا سالبة.**

مثال

تبسيط العبارات

بسّط كل عبارة فيما يأتي مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

(a $(2a^{-2})(3a^3b^2)(c^{-2})$

(b $\dfrac{q^2r^4}{q^7r^3}$

. . . . . .

مثال

تبسيط العبارات

c) $\left(\frac{-2a^4}{b^2}\right)^3$

. . . . . .

تحقق من فهمك

(1A $(2x^{-3}y^{3})(-7x^{5}y^{-6})$

(1B $\dfrac{15c^{5}d^{3}}{-3c^{2}d^{7}}$

تحقق من فهمك

(1C $\left(\frac{a}{4}\right)^{-3}$

(1D $(-2x^{3}y^{2})^{5}$

العمليات على كثيرات الحدود: **درجة كثيرة الحدود** المبسّطة هي أكبر درجة لوحيدات الحد المكوِّنة لها.

فمثلًا درجة كثيرة الحدود $x^2 + 4x + 58$ هي 2.

درجة كثيرة الحدود

حدد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإن كانت كذلك فاذكر درجتها:

مثال

a) $\frac{1}{4}x^4y^3 - 8x^5$

b) $\sqrt{x} + x + 4$

c) $x^{-3} + 2x^{-2} + 6$

. . . . . .

تحقق من فهمك

(2A $\frac{x}{y} + 3x^2$

(2B $x^5y + 9x^4y^3 - 2xy$

يمكنك إجراء العمليات المطلوبة على كثيرات الحدود وتبسيطها تمامًا كما تبسّط وحيدة الحد، ثم تجمع الحدود المتشابهة.

جمع كثيرات الحدود وطرحها

مثال

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي، واكتبه في أبسط صورةٍ:

(a $(4x^2 - 5x + 6) - (2x^2 + 3x - 1)$

(b $(6x^2 - 7x + 8) + (-4x^2 + 9x - 5)$

تحقق من فهمك

(3A $(-x^2 - 3x + 4) - (x^2 + 2x + 5)$

(3B $(3x^2 - 6) + (-x + 1)$

. . . . . .

مثال

ضرب وحيدة حدٍّ في كثيرة حدود

أوجد ناتج: $3x(2x^2 - 4x + 6)$، واكتبه في أبسط صورة.

. . . . . .

تحقق من فهمك

(4A $\frac{4}{3}x^2(6x^2 + 9x - 12)$

(4B $-2a(-3a^2 - 11a + 20)$

مثال

ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج: $(n+2)(n^2+4n-6)$، واكتبه في أبسط صورة.

تحقق من فهمك

(5A $(x^2 + 4x + 16)(x - 4)$

(5B $(2x^2 - 4x + 5)(3x - 1)$

مثال

كتابة عبارة كثيرة حدود

قيادة: تتطلب أنظمة إحدى شركات النقل البري أن تكون مدة قيادة سائقي الشاحنات 10 ساعات يوميًّا، تتخللها فترة استراحة، فإذا قاد أحد سائقي الشركة شاحنته في فترة ما قبل الاستراحة بسرعة 90km/h ، وبعد الاستراحة بسرعة 100km/h ، فاكتب كثيرة حدود تمثل المسافة التي قطعها .

. . . . . .

تحقق من فهمك

5) استثمر فيصل مبلغ 90000 ريال في مشروعين أحدهما صناعي نسبة ربحه السنوي 18% ، والآخر مشروع عقاري نسبة ربحه السنوي 42%، فإذا كانت x تمثل المبلغ الذي استثمره فيصل في المشروع العقاري، فاكتب كثيرة حدود تمثل ربحه في المشروعين بعد عام واحد.

. . . . . .

تأكد

بسّط كلًّا مما يأتي مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

1 $(2a^3b^{-2})(-4a^2b^4)$

2 $\dfrac{12x^4y^2}{2xy^5}$

3 $\left(\dfrac{2a^2}{3b}\right)^3$

4 $(6g^5h^{-4})^3$

. . . . . .

تأكد

حدد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإن كانت كذلك فاذكر درجتها:

5) $3x + 4y$ **6)** $\frac{1}{2}x^2 - 7y$ **7)** $x^2 + \sqrt{x}$ **8)** $\frac{ab^3 - 1}{az^4 + 3}$

. . . . . .

تأكد

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي واكتبه في أبسط صورة:

9 $(x^2 - 5x + 2) - (3x^2 + x - 1)$

10 $(3a + 4b) + (6a - 6b)$

تأکد

(11 $3x^2(2xy - 3xy^2 + 4x^2y^3)$

(12 $(n - 9)(n + 7)$

تدرب

46) إجابة قصيرة: بسّط المقدار $\frac{(2x^2)^3}{12x^4}$.

47) أيّ مما يأتي ليس عاملاً لكثيرة الحدود $x^3 - x^2 - 2x$؟

A x

B $x + 1$

C $x - 1$

D $x - 2$