القانون العام والمميز

قدرات

عمر احمر ثلاثة اضعاف عمر ابنه اذا علمت ان عمر ابنه سيكون ٣٥ سنه بعد عشرين سنة من الآن
فكم عمر أحمر الآن ؟

٢٥ ٤٥ ٥٥ ٧٠

. . . . . .

فيما سبق:

درستُ حل معادلات تربيعية بإكمال المربع.

(مهارة سابقة)

والآن:

- أحل معادلات تربيعية باستعمال القانون العام.
- أستعمل المميز لأحدد عدد جذور معادلة تربيعية وأنواعها.

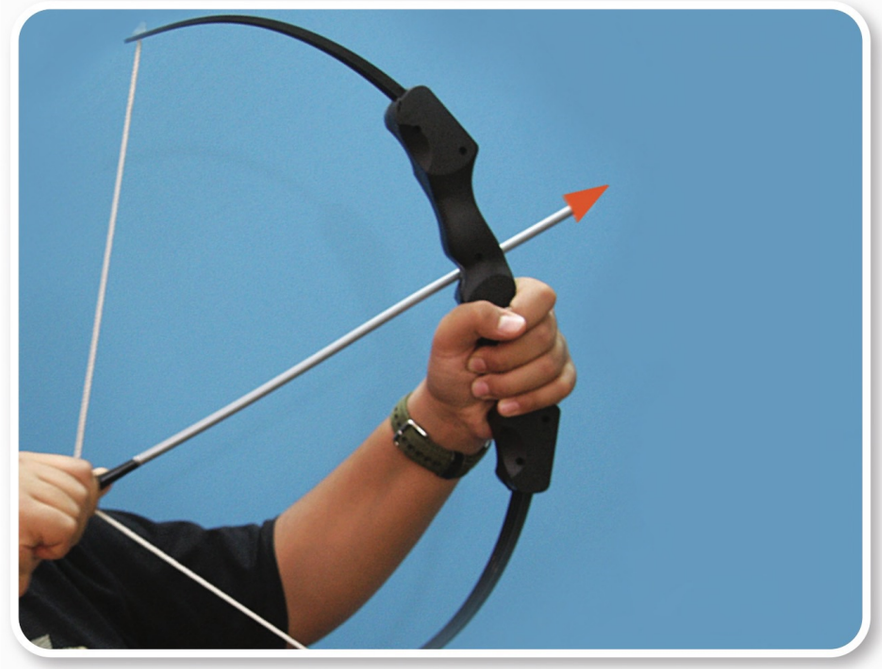
المفردات

القانون العام

Quadratic Formula

المميز

discriminant



لماذا

أُطلق سهم نحو هدف على الأرض، ويمكن التعبير عن ارتفاعه عن الأرض بالدالة التربيعية:

$$h = -4.9t^2 + 117t + 42$$

حيث h ارتفاع السهم بعد t ثانية من إطلاقه، وللتنبؤ بالزمن اللازم لوصول السهم إلى الهدف، نحل المعادلة:

$$-4.9t^2 + 117t + 42 = 0.$$

ومن الصعب حل هذه المعادلة باستعمال التحليل إلى العوامل، أو التمثيل البياني، أو إكمال المربع.

القانون العام: تمكنت سابقًا من حل بعض المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني، أو بالتحليل إلى العوامل، أو باستعمال خاصية الجذر التربيعي، أو بإكمال المربع، أو باستعمال القانون العام؛ وهو قانون يمكن استعماله لحل أية معادلة تربيعية، ويمكن اشتقاق هذا القانون من خلال حل معادلة تربيعية على الصورة القياسية.

الحالة العامة		مثال
$ax^2 + bx + c = 0$	معادلة تربيعية على الصورة القياسية	$2x^2 + 8x + 1 = 0$
$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$	بقسمة كلا الطرفين على a	$x^2 + 4x + \frac{1}{2} = 0$
$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$	بطرح $\frac{c}{a}$ من كلا الطرفين	$x^2 + 4x = -\frac{1}{2}$
$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$	بإكمال المربع	$x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{4}{2}\right)^2$
$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$	بتحليل الطرف الأيسر	$(x + 2)^2 = -\frac{1}{2} + \left(\frac{4}{2}\right)^2$
$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$	بتبسيط الطرف الأيمن	$(x + 2)^2 = \frac{7}{2}$
$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	خاصية الجذر التربيعي	$x + 2 = \pm\sqrt{\frac{7}{2}}$
$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	بطرح $\frac{b}{2a}$ من كلا الطرفين	$x = -2 \pm \sqrt{\frac{7}{2}}$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	بالتبسيط	$x = \frac{-4 \pm \sqrt{14}}{2}$

تعرف المعادلة: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ **بالقانون العام** لحل المعادلات التربيعية.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

التعبير اللفظي: يمكن حل المعادلة التربيعية المكتوبة على الصورة: $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ باستعمال القانون:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال:

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$$

معادلة لها جذران نسبيان

مثال

حل المعادلة: $x^2 - 10x = 11$ باستعمال القانون العام.

. . . . . .

تحقق من فهمك

(1A $x^2 + 6x = 16$

تحقق من فهمك

(1B $2x^2 + 25x + 33 = 0$

عندما يكون ما تحت الجذر في القانون العام صفرًا، فإننا نحصل على جذرٍ نسبيٍّ واحدٍ، ويكون حل المعادلة في هذه الحالة هو هذا الجذر النسبي، ولكنه مكرر مرتين .

معادلة لها جذر نسبي واحد (مكرر مرتين)

مثال

حُلّ المعادلة: $x^2 + 8x + 16 = 0$ باستعمال القانون العام .

تحقق من فهمك

(2A $x^2 - 16x + 64 = 0$

(2B $x^2 + 34x + 289 = 0$

يمكنك التعبير عن الجذور غير النسبية بكتابتها في الصورة الجذرية .

الجذور غير النسبية

مثال

حُلَّ المعادلة: $2x^2 + 6x - 7 = 0$ باستعمال القانون العام.

تحقق من فهمك

(3A $3x^2 + 5x + 1 = 0$

(3B $x^2 - 8x + 9 = 0$

الجذور والمميز: في المعادلة التربيعية لاحظ العلاقة بين قيمة ما تحت الجذر وجذور المعادلة التربيعية في الأمثلة السابقة. تسمى العبارة $b^2 - 4ac$ **المميز**.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \leftarrow \text{المميز}$$

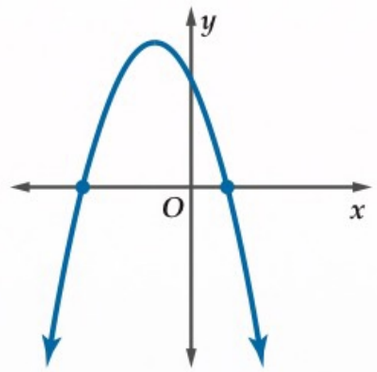
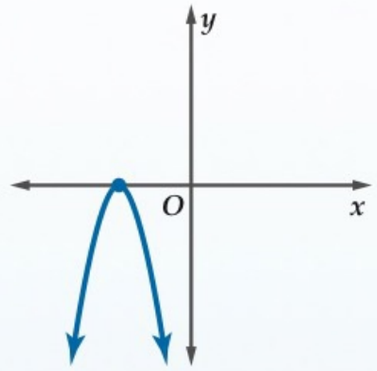
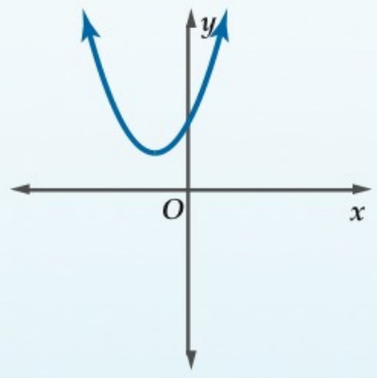
يمكن استعمال المميز لتحديد عدد جذور المعادلة التربيعية، ونوعها، ويلخص الجدول في الصفحة الآتية الأنواع الممكنة للجذور . ويمكن أن يستعمل المميز للتأكد من عدد الحلول وأنواعها بعد حل المعادلة التربيعية.

مفهوم أساسي

المميز

اضف إلى مطويتك

في المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث a, b, c أعداد نسبية، $a \neq 0$.

قيمة المميز	عدد الجذور وأنواعها	مثال على التمثيل البياني للدالة المرتبطة بالمعادلة
$b^2 - 4ac > 0$ ، والعبارة $b^2 - 4ac$ مربع كامل .	جذران حقيقيان نسبيان	
$b^2 - 4ac > 0$ ، والعبارة $b^2 - 4ac$ ليست مربعًا كاملًا.	جذران حقيقيان غير نسبيين	
$b^2 - 4ac = 0$	جذر حقيقي مكرر مرتين	
$b^2 - 4ac < 0$	جذران مركبان مترافقان	

b^2-4ac

وصف الجذور

مثال

أوجد قيمة المميز لكلٍّ من المعادلتين التربيعيتين الآتيتين ، وحدد عدد جذور كلٍّ منهما وأنواعها:

a. $7x^2 - 11x + 5 = 0$

b. $x^2 + 22x + 121 = 0$

تحقق من فهمك

(5A $-5x^2 + 8x - 1 = 0$

(5B $-7x + 15x^2 - 4 = 0$

درست فيما سبق طرائق مختلفة لحل المعادلات التربيعية، والجدول أدناه يلخص تلك الطرائق.

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

حل المعادلات التربيعية

الطريقة	إمكانية استعمالها	حالات استعمالها
التمثيل البياني	أحيانًا	عندما لا يطلب إيجاد الحل الدقيق، وأفضل استعمال لها عند التحقق من معقولية الحلول التي يتم إيجادها بالطرائق الجبرية.
التحليل إلى العوامل	أحيانًا	عندما يساوي الحد الثابت صفرًا مثال: $x^2 - 7x = 0$؛ أو عندما يكون من السهل إيجاد العوامل . مثال: $x^2 - 5x + 6 = 0$
خاصية الجذر التربيعي	أحيانًا	مع المعادلات المكتوبة على صورة مربع كامل يساوي ثابتًا. مثال: $(x - 5)^2 = 18$
إكمال المربع	دائمًا	مع المعادلات المكتوبة على الصورة: $x^2 + bx + c = 0$. مثال: $x^2 + 6x - 14 = 0$
القانون العام	دائمًا	عندما لايمكن استعمال بقية الطرائق أو عندما يكون من الصعب استعمالها. مثال: $2.3x^2 - 1.8x + 9.7 = 0$

تأكد

حُلّ كلّ معادلة مما يأتي باستعمال القانون العام:

1) $x^2 + 12x - 9 = 0$

2) $x^2 + 8x + 5 = 0$

. . . . . .

تأكد

أجب عن الفرعين a،b لكلِّ معادلة تربيعية مما يأتي:

a) أوجد قيمة المميز.

) أوجد عدد الجذور، وحدد أنواعها.

9) $3x^2 + 8x + 2 = 0$

. . . . . .

تدرب

32) اكتشف الخطأ: حددت كلٌّ من هدى وندى عدد حلول للمعادلة $3x^2 - 5x = 7$. فمن منهما إجابتها صحيحة؟ وضِّح إجابتك.

هدى

$3x^2 - 5x = 7$

$3x^2 - 5x - 7 = 0$

$b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(3)(-7)$

$= 109$

وبما أن المميز موجب فللمعادلة حلان حقيقيان.

ندى

$3x^2 - 5x = 7$

$b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(3)(7)$

$= -59$

وبما أن المميز سالب فلا توجد للمعادلة حلول حقيقية.

تدرب

36) أي المعادلات الآتية لها جذر حقيقي مكرر مرتين؟

A $x^2 - 2x + 5 = 0$

B $x^2 - 2x - 5 = 0$

C $x^2 = 19$

D $x^2 - 8x = -16$

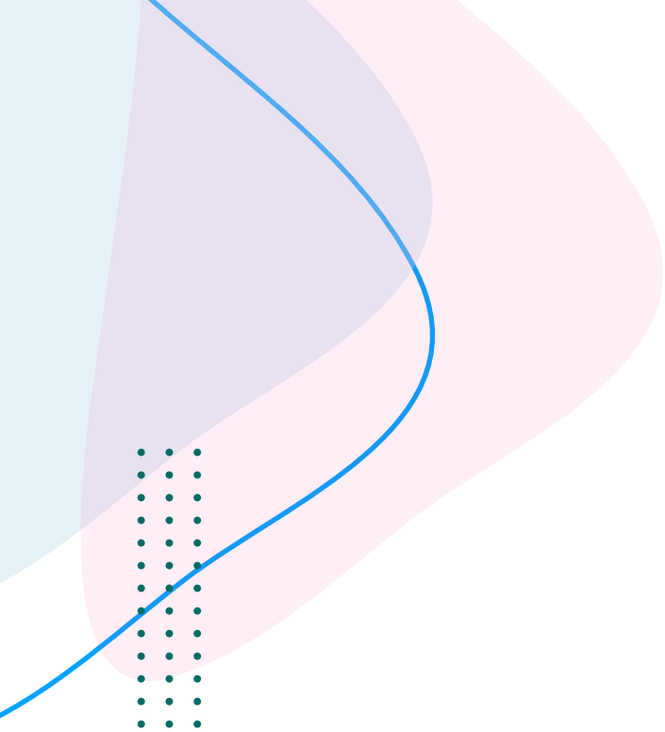
37) قيمة المميز للمعادلة $x^2 - 8x = 0$ هي:

A -64

B -8

C 8

D 64



المعادلة $-x + 4x^2 - 2 = 0$ لها ..

Ⓐ جذران حقيقيان مختلفان

Ⓑ جذران مركبان

Ⓒ جذران حقيقي ومركب

Ⓓ جذر حقيقي مكرر مرتين

. . . . . .

قيمة المميز للمعادلة $x^2 - 3x = 0$ تساوي ..

(A) 5

(B) 6

(C) 8

(D) 9