دوال كثيرات الحدود

قدرات

قارن بين

القيمة الأولى	مجموع الزوايا الداخلية × ٢
القيمة الثانية	مجموع الزوايا الخارجية

- القيمة الأولى أكبر
- القيمة الثانية أكبر
- القيمتان متساويتان
- المعطيات غير كافية

الإجابة الصحيحة هي : القيمتان متساويتان
مجموع الزوايا الخارجية لأي مضلع = ٣٦٠
مجموع الزوايا الداخلية للمثلث = ١٨٠
القيمة الأولى = ١٨٠ × ٢ = ٣٦٠
القيمة الثانية = ٣٦٠

فيما سبق:

درست تحليل التمثيل البياني للدوال التربيعية.
(مهارة سابقة)

والآن:

- أجد قيم دوال كثيرات الحدود.
- أتعرف الأشكال العامة للتمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود، وأحدد عدد أصفارها الحقيقية.

المفردات:

كثيرة حدود بمتغير واحد
polynomial in one variable

المعامل الرئيس
leading coefficient

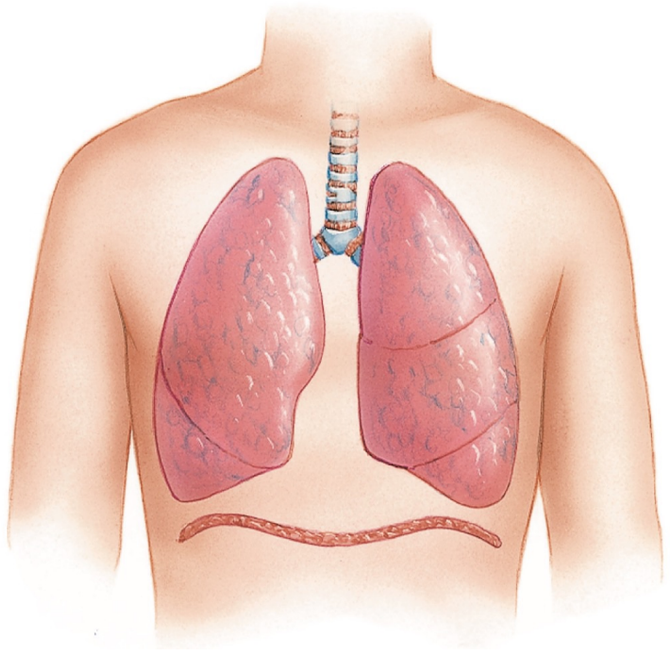
دالة كثيرة الحدود
polynomial function

دالة القوة
power function

سلوك طرفي التمثيل البياني
end behavior

صفر الدالة
zero of a function

يمكن تمثيل حجم الهواء في رئتي الإنسان خلال دورة تنفس مدتها t ثانية بالدالة: $v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$، حيث v الحجم باللترات، t الزمن بالثواني. وهذه الدالة مثال على دالة كثيرة حدود.



دوال كثيرات الحدود: **كثيرة الحدود بمتغير واحد** هي عبارة جبرية على الصورة:

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ، حيث $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1, a_0$ أعداد حقيقية ، $a_n \neq 0$ ، n عدد صحيح غير سالب. وتكون كثيرة الحدود مكتوبة بالصيغة القياسية إذا كانت أسس المتغير في حدودها مرتبة ترتيبًا تنازليًّا، ودرجة كثيرة الحدود هي أسّ المتغير ذي أكبر أسّ فيها، ويُسمى معامل الحد الأول في كثيرة الحدود المكتوبة بالصيغة القياسية **المعامل الرئيس**.

كثيرة الحدود	مثال	الدرجة	المعامل الرئيس
الثابتة	12	0	12
الخطية	$4x - 9$	1	4
التربيعية	$5x^2 - 6x - 9$	2	5
التكعيبية	$8x^3 + 12x^2 - 3x + 1$	3	8
الصيغة العامة	$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$	n	a_n

درجة كثيرة الحدود ومعاملها الرئيس

مثال

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد، فاذكر السبب:

a) $8x^5 - 4x^3 + 2x^2 - x - 3$

b) $12x^2 - 3xy + 8x$

c) $3x^4 + 6x^3 - 4x^8 + 2x$

تحقق من فهمك

(1A $5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x}$

(1B $5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14$

(1C $8x^4 - 2x^3 - x^6 + 3$

. . . . . .

دالة كثيرة الحدود هي دالة متصلة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة حدود بمتغير واحد، فمثلًا $f(x) = 3x^3 - 4x + 6$ دالة كثيرة حدود تكعيبية. وتكتب أبسط دوال كثيرات الحدود على الصورة $f(x) = ax^b$، حيث a عدد حقيقي، b عدد صحيح غير سالب، وتُسمى عندئذٍ **دوال القوة**.

إذا علمت عنصرًا في مجال دالة كثيرة حدود، تستطيع معرفة القيمة المقابلة له في المدى.

مثال

إيجاد قيمة دالة كثيرة حدود

يمكن تمثيل حجم الهواء في رئتي الإنسان خلال دورة تنفس مدتها t ثانية بالدالة: $v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$، حيث v الحجم باللترات، t الزمن بالثواني. وهذه الدالة مثال على دالة كثيرة حدود.

التنفس: **ارجع إلى الفقرة في بداية الدرس، وأوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها ثانيتان.**

تحقق من فهمك

2) **تنفس:** أوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها 4 ثوانٍ.

. . . . . .

قيمة دالة كثيرة الحدود عند متغير

مثال

إذا كانت $f(x) = x^2 + 2x - 3$، فأوجد: $f(3c - 4) - 5f(c)$.

. . . . . .

تحقق من فهمك

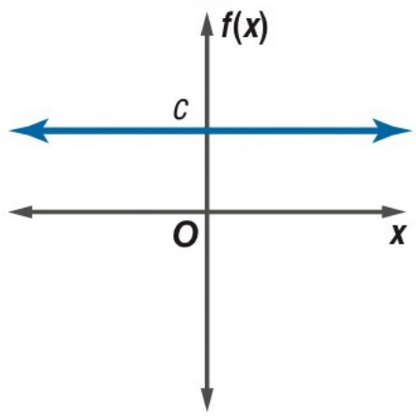
3A) إذا كانت $g(x) = x^2 - 5x + 8$، فأوجد $g(5a - 2) + 3g(2a)$

تحقق من فهمك

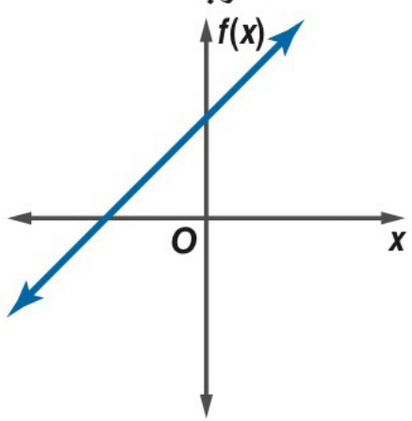
3B) إذا كانت $h(x) = 2x^2 + 5x + 3$، فأوجد $h(-4d + 3) - 0.5h(d)$

التمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود: إن التمثيل البياني لدالة كثيرة حدود يظهر عدد المرات التي قد يقطع فيها هذا التمثيل المحور x ، وهذا العدد يمثل درجة كثيرة الحدود.

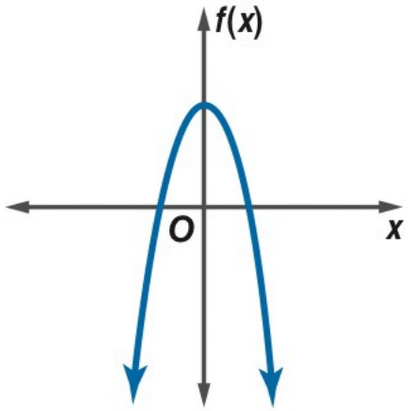
الدالة الثابتة
الدرجة 0



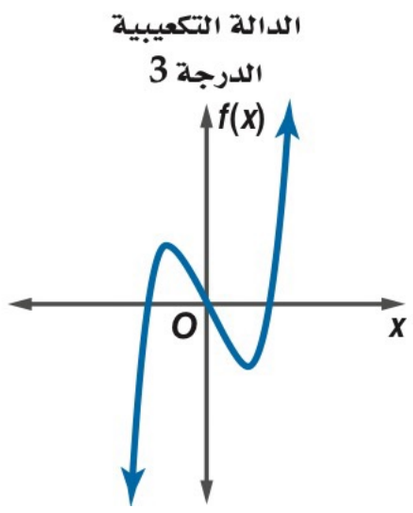
الدالة الخطية
الدرجة 1



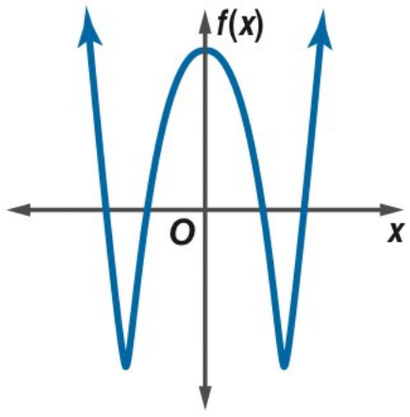
الدالة التربيعية
الدرجة 2



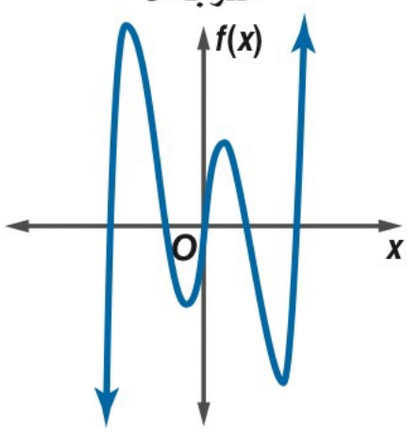
الدالة التكعيبية
الدرجة 3



دالة من الدرجة الرابعة
الدرجة 4



دالة من الدرجة الخامسة
الدرجة 5



قراءة الرياضيات

الرمزان $+\infty$, $-\infty$ نعبر عن التزايد غير المحدود لقيم المتغير x، باستعمال الرمز $+\infty$ ويُقرأ ما لا نهاية ويُكتب $x \to +\infty$، كما نعبر عن التناقص غير المحدود لقيم المتغير x، باستعمال الرمز $-\infty$ ويُقرأ سالب ما لا نهاية ويُكتب $x \to -\infty$.

مجال دالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية ويُحدد **سلوك طرفي التمثيل البياني** للدالة $f(x)$ عندما تقترب x من المالانهاية $(x \to +\infty)$، أو سالب المالانهاية $(x \to -\infty)$ بكل من: درجة دالة كثيرة الحدود والمعامل الرئيس لها.

مفهوم أساسي

سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود

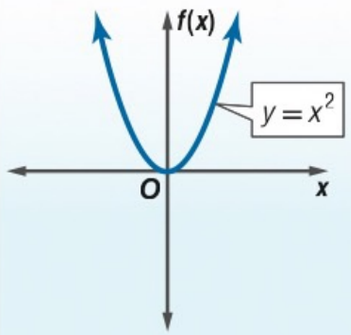
أضف إلى مطويتك

الدرجة: زوجية

المعامل الرئيس: موجب

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو التي تساوي القيمة الصغرى .



سلوك طرفي التمثيل البياني:

$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$

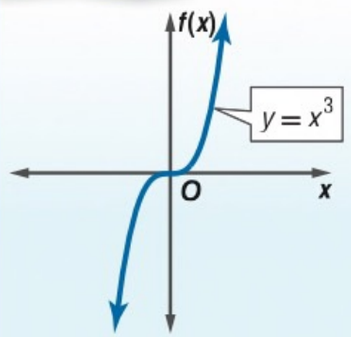
$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$

الدرجة: فردية

المعامل الرئيس: موجب

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية



سلوك طرفي التمثيل البياني:

$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

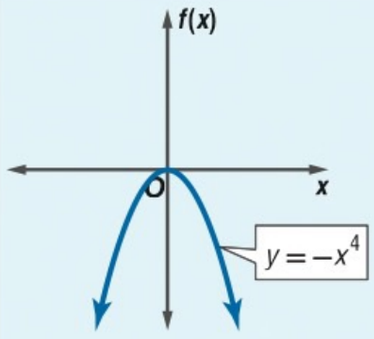
$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$

الدرجة: زوجية

المعامل الرئيس: سالب

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية الأقل من أو التي تساوي القيمة العظمى



سلوك طرفي التمثيل البياني:

$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

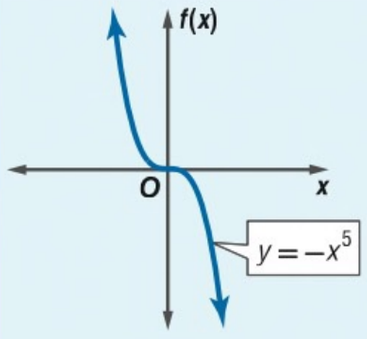
$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

الدرجة: فردية

المعامل الرئيس: سالب

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية



سلوك طرفي التمثيل البياني:

$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$

$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

صفر الدالة هو الإحداثي x لنقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة مع المحور x، لذا فإنه يمكن تحديد عدد الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية لمعادلة كثيرة الحدود من التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود المرتبطة بها. تذكّر أن مقاطع x تحدد هذه الأصفار؛ ولذا فإن عدد مرات تقاطع التمثيل البياني مع محور x يساوي عدد هذه الأصفار.

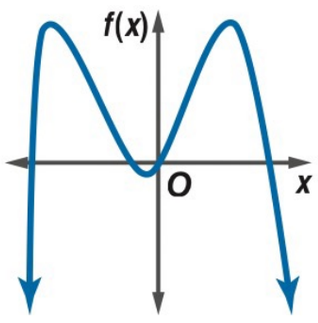
مفهوم أساسي

أصفار الدوال الفردية الدرجة والزوجية الدرجة

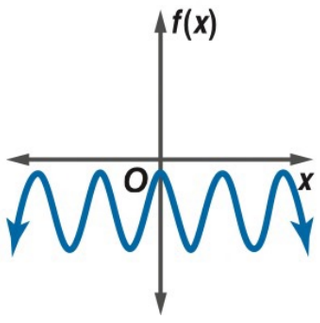
أضف إلى مطويتك

يكون للدوال الفردية الدرجة عدد فردي من الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية، ويكون للدوال الزوجية الدرجة عدد زوجي من الأصفار أو لا يكون لها أصفار تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية.

كثيرتا حدود زوجيتا الدرجة

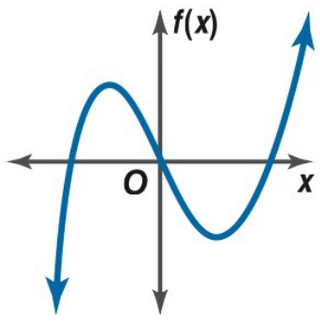


لها 4 أصفار حقيقية

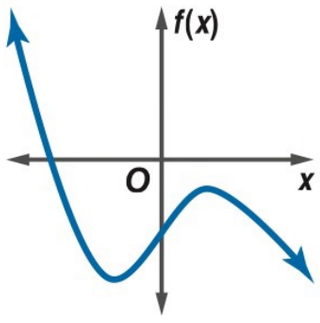


ليس لها أصفار حقيقية

كثيرتا حدود فرديتا الدرجة



لها 3 أصفار حقيقية



لها صفر واحد حقيقي

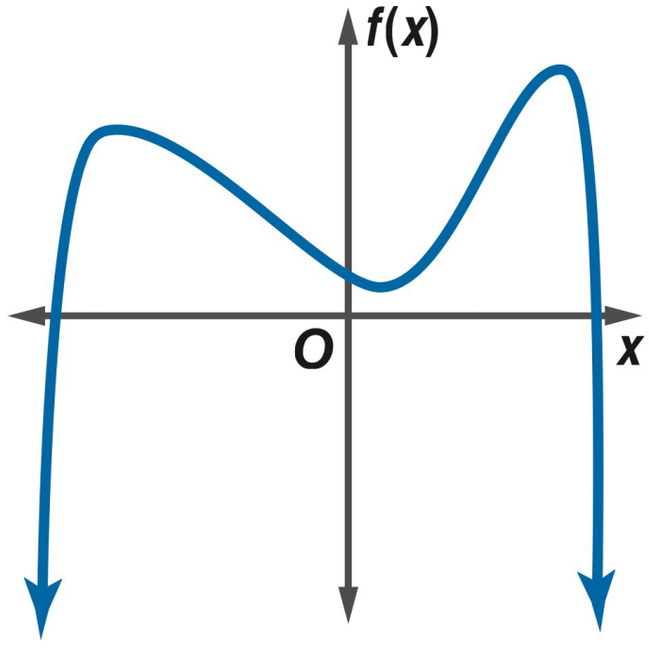
التمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود

مثال

أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
- حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
- اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

(a



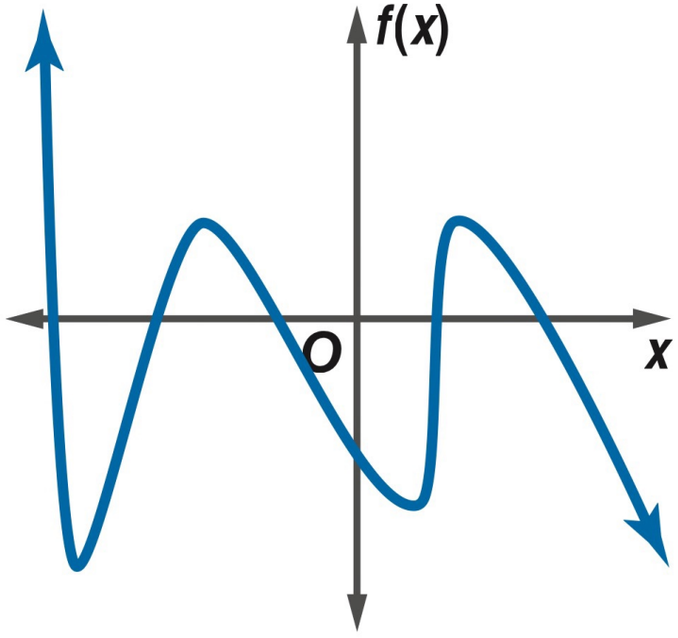
التمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود

مثال

أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
- حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
- اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

(b

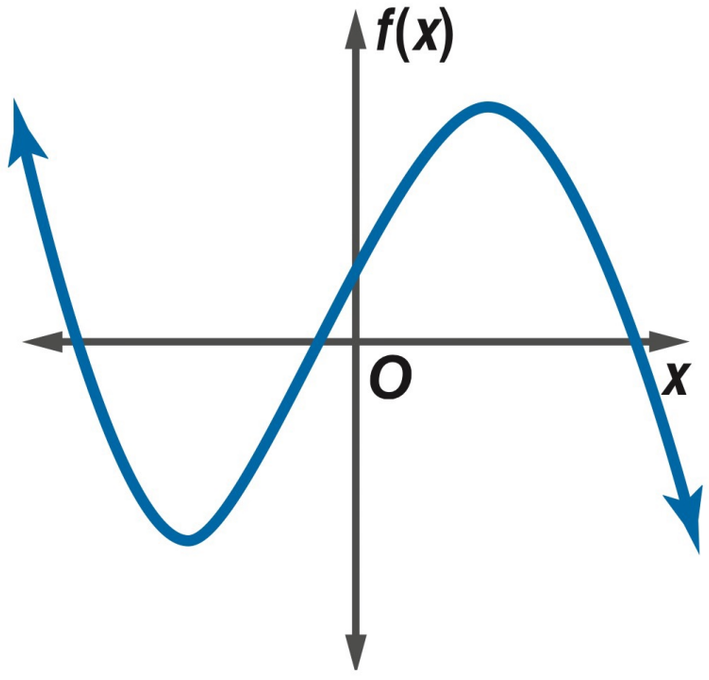


تحقق من فهمك

أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
- حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
- اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

(4A

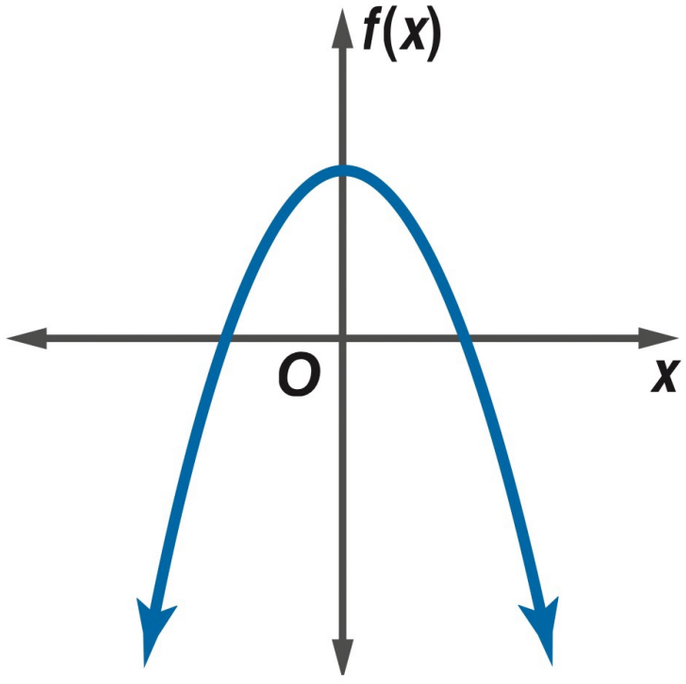


تحقق من فهمك

أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
- حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
- اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

(4B



تأكد

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكلِّ كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد فاذكر السبب:

1) $11x^6 - 5x^5 + 4x^2$

2) $-10x^7 - 5x^3 + 4x - 22$

. . . . . .

تأكد

أوجد $w(-4), w(5)$ لكلٍّ من الدالتين الآتيتين:

5 $w(x) = -2x^3 + 3x - 12$

6 $w(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + 8$

تأكد

إذا كانت $c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2,\ d(x) = 3x^2 + 6x - 10$، فأوجد كلًّا مما يأتي:

7) $c(y^3)$

8) $-4[d(3z)]$

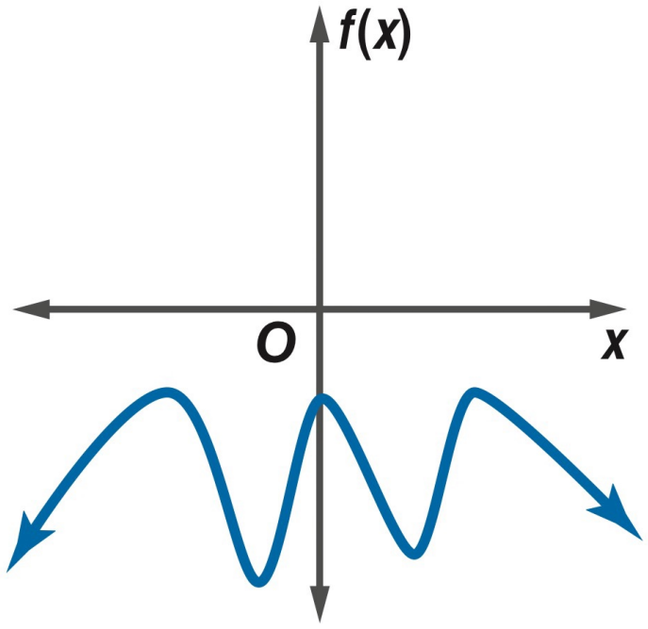
. . . . . .

تأكد

أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

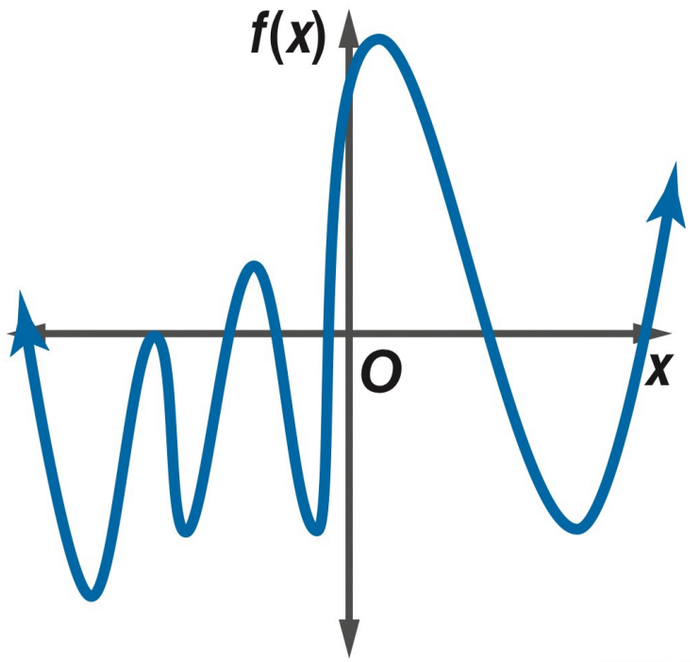
- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
- حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
- اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

(12



تدرب

52) اكتشف الخطأ: حدّد كل من ماجد وبدر عدد أصفار التمثيل البياني المجاور. فأيُّهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.



ماجد

يوجد 8 أصفار؛ لأن التمثيل البياني يقطع المحور x 7 مرات، وأحد الجذور مكرر مرتين.

بدر

يوجد 7 أصفار؛ لأن التمثيل البياني يقطع المحور x سبع مرات.

تدرب

56) ما باقي قسمة: $x^3 - 7x + 5$ على $x + 3$ ؟

A -11
B 1
C -1
D 11

57) إذا كان $i = \sqrt{-1}$ ، فإن $5i(7i)$ يساوي :

A 70
B 35
C -35
D -70

أيّ كثيرات الحدود التالية كثيرة حدود أولية؟

Ⓐ $2x + 4$

Ⓑ $x^2 - y^2$

Ⓒ $3x - 7$

Ⓓ $3x^2 - 7x$

تحصيلي

أيّ كثيرات الحدود التالية درجته 3 ؟

Ⓐ $x^3 + x^2 - 4x^4$

Ⓑ $-2x^2 - 3x + 4$

Ⓒ $x^2 + x + 12^3$

Ⓓ $1 + x + x^3$

العبارة $5x^2 + 2y - 3x - 2y$ في أبسط صورة ..

(A) 0

(B) $4y$

(C) $10x^2 + 4y$

(D) $5x^2 - 3x$

واجب

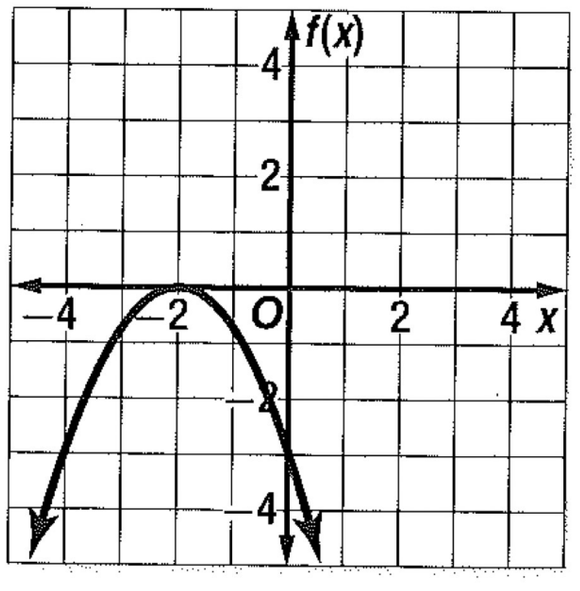
اذكر الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد، فاذكر السبب.

1) $3x^4 + 6x^3 - x^2 + 12$

أوجد $f(2)$ و $f(-5)$

7) $f(x) = x^2 - 9$

2)



أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
- حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
- اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.