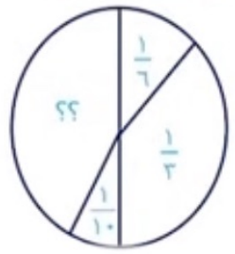
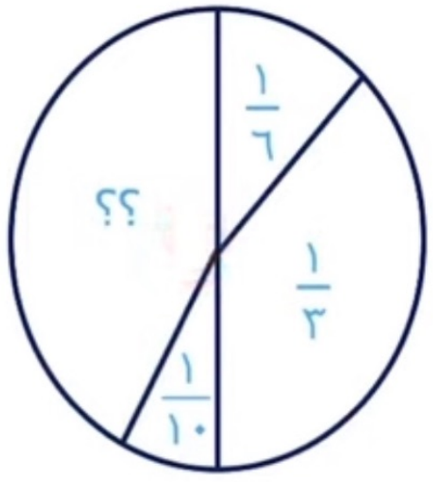
حل معادلات كثيرات الحدود

قدرات

ما قياس زاوية الجزء المجهول؟



١٤٤	٣٦٠
١٥٠	١٨٠



فيما سبق:

درستُ حل معادلات تربيعية بالتحليل إلى العوامل.
(الدرس 2 - 3)

والآن:

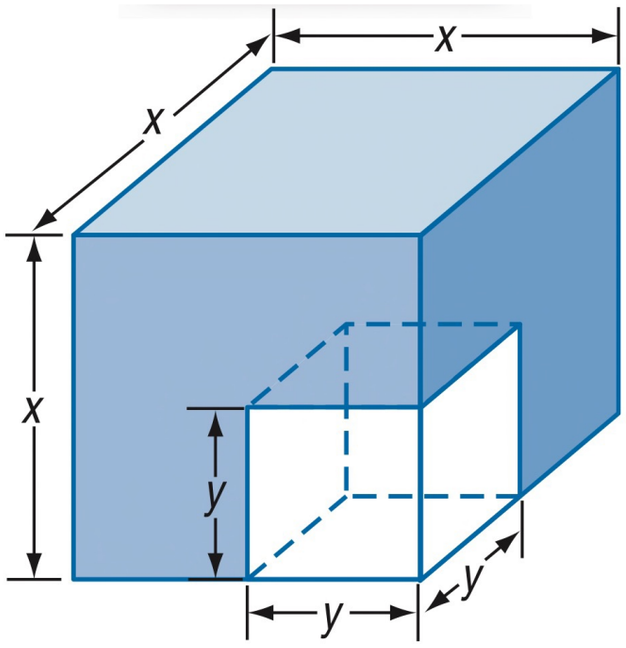
- أحلّل كثيرات الحدود.
- أحلّ معادلات كثيرات الحدود بالتحليل إلى العوامل.

المفردات

كثيرة حدود أولية
prime polynomial

الصورة التربيعية
quadratic form

قُطع مكعب صغير من آخر كبير كما في الشكل المجاور، وأُعطي حجم الجزء المتبقي والعلاقة بين بعدي المكعبين، والمطلوب إيجاد أبعاد المكعبين الصغير والكبير. لاحظ أنه يمكن إيجادها بتحليل كثيرة الحدود التكعيبية x^3-y^3.



تحليل كثيرات الحدود: تعلمت سابقًا أنه يمكنك تحليل كثيرات الحدود

التربيعية تمامًا كما تحلل الأعداد الكلية، ولكن عواملها ستكون كثيرات حدود أخرى، وكما هو الحال في كثيرات الحدود التربيعية يمكنك تحليل بعض كثيرات الحدود التكعيبية بقوانين خاصة.

مفهوم أساسي — **مجموع مكعبين والفرق بينهما**

أضف إلى مطويتك

طريقة التحليل	الحالة العامة
مجموع مكعبين	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
الفرق بين مكعبين	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

تُسمى كثيرة الحدود التي لا يمكن تحليلها إلى كثيرتي حدود درجة كل منهما أقل من درجة كثيرة الحدود المُعطاة **كثيرة حدود أولية**.

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

مجموع مكعبين والفرق بينهما

مثال

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين تحليلًا تامًّا، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية :

(a $16x^4+54xy^3$

(b $8y^3+5x^2$

. . . . . .

تحقق من فهمك

(1A $5y^4 - 320yz^3$

(1B $-54w^4 - 250wz^3$

يلخص الجدول الآتي معظم الطرائق المستعملة لتحليل كثيرات الحدود، وعندما تريد تحليل كثيرة حدود ابحث أولًا عن العامل المشترك الأكبر، ثم حدد ما إذا كانت كثيرة الحدود الناتجة بعد إخراج العامل المشترك الأكبر قابلة للتحليل أم لا مستعملًا واحدة أو أكثر من الطرائق المذكورة في الجدول أدناه:

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

طرائق التحليل

عدد الحدود	طريقة التحليل	نموذج
أي عدد	إخراج العامل المشترك الأكبر	$4a^3b^2 - 8ab = 4ab(a^2b - 2)$
حدّان	الفرق بين مربعين	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
	مجموع مكعبين	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
	الفرق بين مكعبين	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
ثلاثة حدود	ثلاثية حدود المربع الكامل	$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
	ثلاثية الحدود بالصورة العامة	$acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
أربعة حدود أو أكثر	تجميع الحدود	$ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$ $= (a + b)(x + y)$

التحليل بتجميع الحدود

مثال

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين تحليلًا تامًّا، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية :

(a $8ax + 4bx + 4cx + 6ay + 3by + 3cy$

إرشادات للدراسة

التحليل باستعمال الفرق بين مكعبين:

في مثال $3a$، إذا بدأت بالتحليل على اعتبار أن كثيرة الحدود المعطاة فرق بين مكعبين؛ فإنك تحصل على التحليل التالي:

$(x^2-y^2)(x^4-x^2\,y^2+y^4)$

وهو تحليل غير تام ويصعب إتمامه.

التحليل بتجميع الحدود

مثال

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين تحليلًا تامًّا، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية :

(b $20fy - 16fz + 15gy + 8hz - 10hy - 12gz$

. . . . . .

تحقق من فهمك

(2A $30ax - 24bx + 6cx - 5ay^2 + 4by^2 - cy^2$

تحقق من فهمك

(2B $13ax + 18bz - 15by - 14az$

مثال

$x^6 - y^6$ (a

مثال

(b $a^3x^2 - 6a^3x + 9a^3 - b^3x^2 + 6b^3x - 9b^3$

. . . . . .

تحقق من فهمك

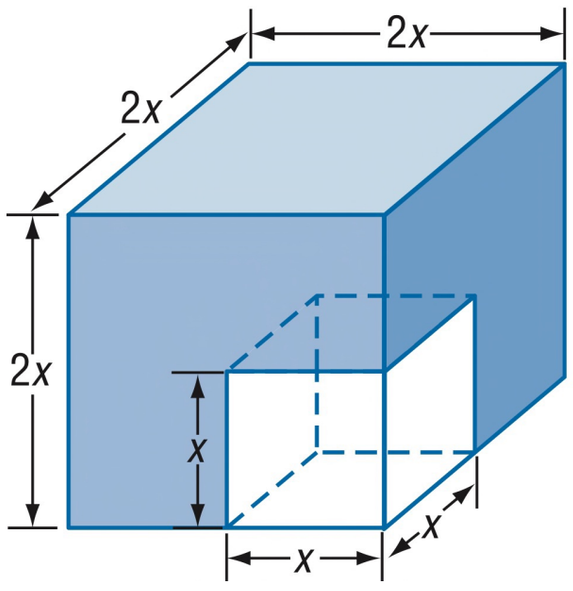
(3A $a^6 + b^6$

(3B $x^5 + 4x^4 + 4x^3 + x^2y^3 + 4xy^3 + 4y^3$

حل معادلات كثيرات الحدود: يمكنك تطبيق طرائق حل المعادلات التربيعية في حل معادلات كثيرات الحدود ذات الدرجات الأعلى من الدرجة الثانية.

مثال

هندسة : ارجع إلى فقرة لماذا في بداية هذا الدرس. إذا كان طول حرف المكعب الصغير يساوي نصف طول ضلع المكعب الكبير، وحجم الجزء المتبقي $7000\ m^3$، فما بُعدا المكعبين؟



تحقق من فهمك

4) إذا كان طول ضلع المكعب الصغير ثلث طول ضلع المكعب الكبير، وحجم الجزء المتبقي $3250cm^3$، فأوجد بُعدي المكعبين.

au^2+bu+c

تستطيع أحيانًا أن تكتب كثيرة حدود فيها المتغير x على الصورة $au^2 + bu + c$ ، فمثلًا بفرض أن $u = x^2$، يمكنك كتابة كثيرة الحدود $x^4 + 12x^2 + 32$ على الصورة $(x^2)^2 + 12(x^2) + 32$ أو $u^2 + 12u + 32$.
وكثيرة الحدود الجديدة هذه تكافئ كثيرة الحدود الأصلية، ولكنها مكتوبة على **الصورة التربيعية**.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الصورة التربيعية

التعبير اللفظي: الصورة التربيعية لكثيرة الحدود هي: au^2+bu+c ، $a\neq0$ ، a,b,c أعداد حقيقية، ويمكن أن نكتب بعض كثيرات الحدود في المتغير x على هذه الصورة، وذلك بعد تعريف u بدلالة x.

مثال: $12x^6 + 8x^3 + 1 = 3(2x^3)^2 + 4(2x^3) + 1$

مثال

كتابة عبارات في الصورة التربيعية

اكتب كلًّا من العبارتين الآتيتين في الصورة التربيعية إن أمكن ذلك:

a) $150n^8 + 40n^4 - 15$

b) $y^8 + 12y^3 + 8$ ✗

تحقق من فهمك

(5A $x^4 + 5x + 6$

(5B $8x^4 + 12x^2 + 18$

مثال

حل معادلات كثيرات الحدود باستعمال الصورة التربيعية

حل المعادلة: $18x^4 - 21x^2 + 3 = 0$.

. . . . . .

تحقق من فهمك

(6A $4x^4 - 8x^2 + 3 = 0$

(6B $8x^4 + 10x^2 - 12 = 0$

تأكد

حلّل كلَّ كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تامًّا. وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية :

1) $3ax + 2ay - az + 3bx$

2) $16g^3 + 2h^3$

3) $12qw^3 - 12q^4$

4) $a^6x^2 - b^6x^2$

5) $x^3y^2 - 8x^3y + 16x^3 + y^5 - 8y^4 + 16y^3$

6) $8c^3 - 125d^3$

تأكد

حل كلًّا من المعادلتين الآتيتين:

10) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

11) $y^4 - 18y^2 + 72 = 0$

. . . . . .

تأكد

اكتب كلًّا من العبارتين الآتيتين على الصورة التربيعية إن كان ذلك ممكنًا:

8) $4x^6 - 2x^3 + 8$

9) $25y^6 - 5y^2 + 20$

. . . . . .

تدرب

69) إجابة قصيرة حل المعادلة: $x^3 + 27 = 0$.

70) إذا كان الفرق الموجب بين العددين $\frac{1}{12}, k$ مساويًا للفرق الموجب بين العددين $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$، فما قيمة k ؟

A $\frac{1}{60}$

B $\frac{1}{20}$

C $\frac{1}{15}$

D $\frac{13}{60}$

واجب

(1 $x^4 = 49$

(2 $x^4 - 6x^2 = -8$

(3 $x^4 - 3x^2 = 54$

(15 $5x^4 + 2x^2 - 8$

(16 $3y^8 - 4y^2 + 3$