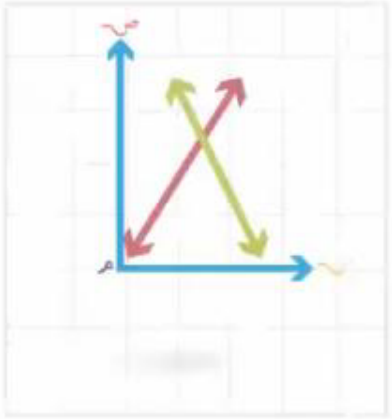
حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًا

رابط الدرس الرقمي



أهداف الدرس

- تعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين
- حل نظام مكون من معادلتين خطيتين

المعرفة السابقة

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ

ص = م س + ب

م: المَيْلُ

ب: المقطعُ الصاديُّ

نقطةُ المقطعِ الصاديّ:

هيَ النقطةُ التي تكونُ فيها قيمةُ (س) تُساوي صفرًا

سنتعلم اليوم:

عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين.

حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانيا.

حل أمثلة من واقع الحياة

استعمل التمثيل البياني لتحديد نوع النظام.

ماجد الحربي

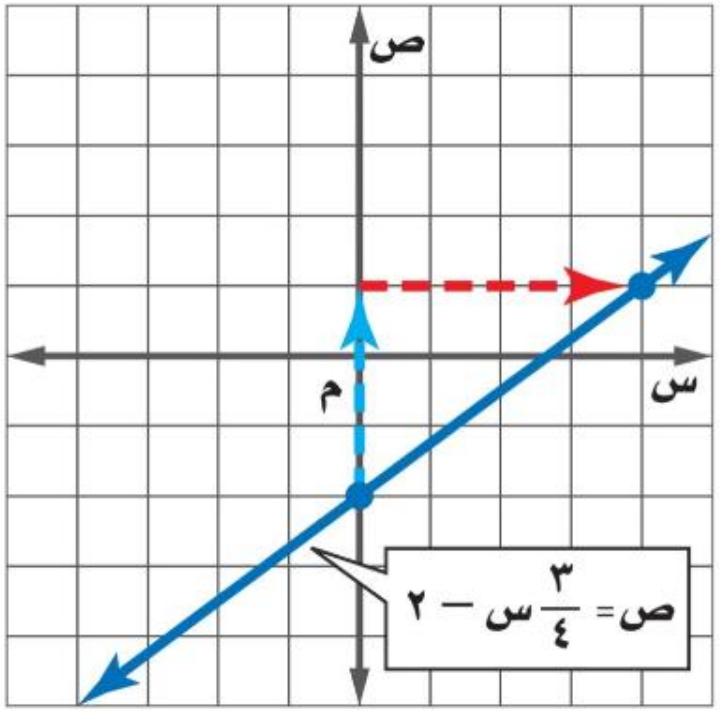
مهارة

تمثيل

ص = م س + ب صيغة الميل والمقطع

ص = $\frac{٣}{٤}$ س + (−٢) عوّض عن م بِـ $\frac{٣}{٤}$، وعن ب بِـ (−٢)

ص = $\frac{٣}{٤}$ س − ٢ بسّط



الخطوة ١: عيّن النقطة (٠، −٢) التي تمثّل المقطع الصادي

الخطوة ٢: الميل = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{٣}{٤}$، تحرّك من النقطة (٠، −٢) بمقدار ٣ وحدات إلى الأعلى، و٤ وحدات إلى اليمين وعيّن النقطة الجديدة.

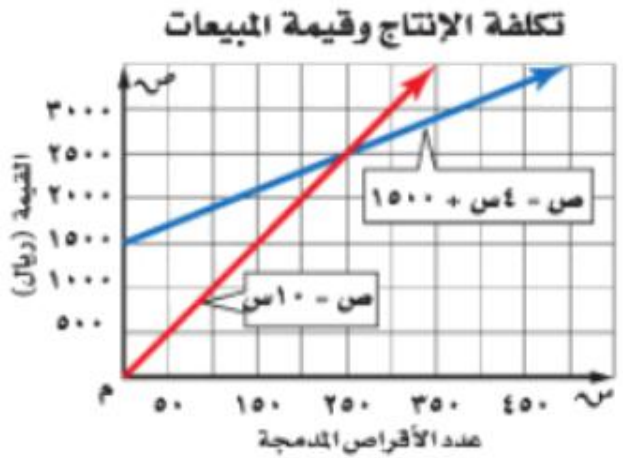
الخطوة ٣: ارسم خطًّا مستقيمًا يمر بهاتين النقطتين.

تمهيد

بلغت تكاليف إعداد مادة أقراص مدمجة علمية ١٥٠٠ ريال، وكان تسجيل القرص الواحد يكلف ٤ ريالاتٍ ويباع بـ ١٠ ريالاتٍ، ويرغب مدير الإنتاج في معرفة عدد الأقراص المدمجة التي عليه بيعها حتى يحقق ربحًا.

إن التمثيل البياني لنظام المعادلات يساعد على معرفة الوضع الذي يحقق ربحًا، ويمكن التعبير عن تكاليف الإنتاج الكلية بالمعادلة ص = ٤س+١٥٠٠؛ حيث ص تمثل تكلفة الإنتاج، س عدد الأقراص المدمجة المنتجة.

يمكن تمثيل القيمة الكلية للمبيعات بالمعادلة ص = ١٠س، حيث تمثل ص القيمة الكلية للمبيعات، س عدد الأقراص المدمجة المبيعة.



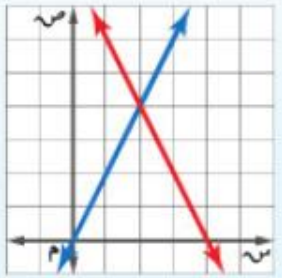
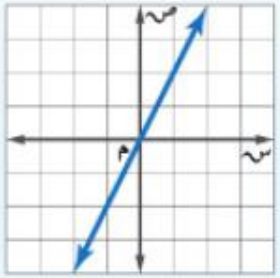
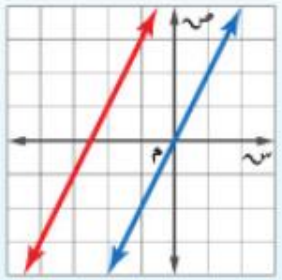
يمكننا تمثيل هاتين المعادلتين بيانيًّا من معرفة متى يبدأ تحقيق الربح. وذلك بتحديد النقطة التي يتقاطع فيها المستقيمان، وهو ما يحدث عند بيع ٢٥٠ قرصًا مدمجًا؛ أيْ أن تحقيق الربح يبدأ عند بيع أكثر من ٢٥٠ قرصًا مدمجًا.

عدد الحلول الممكنة: تشكّل المعادلتان ص = ٤س+١٥٠٠، ص = ١٠ س **نظامًا من معادلتين**، ويُسمى الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا لكلتا المعادلتين حلًّا للنظام.

- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يسمى **نظامًا متسقًا**، وتتقاطع تمثيلاته البيانية في نقطة واحدة، أو تشكّل مستقيمًا واحدًا.
- إذا كان للنظام حل واحد فقط، يسمى **نظامًا مستقلا**، وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول يسمى **نظامًا غير مستقل**؛ وهذا يعني وجود عدد غير محدود من الحلول تحقق كلتا المعادلتين.
- إذا لم يكن للنظام أي حل، يسمى **نظامًا غير متسق**، وتشكل تمثيلاته البيانية مستقيمات متوازية.

مفهوم أساسي — الحلول الممكنة

أضف إلى مطويتك

عدد الحلول	واحد فقط	عدد لا نهائي	لا يوجد حل
المصطلح	متسق ومستقل	متسق وغير مستقل	غير متسق
التمثيل البياني			

إرشادات للدراسة

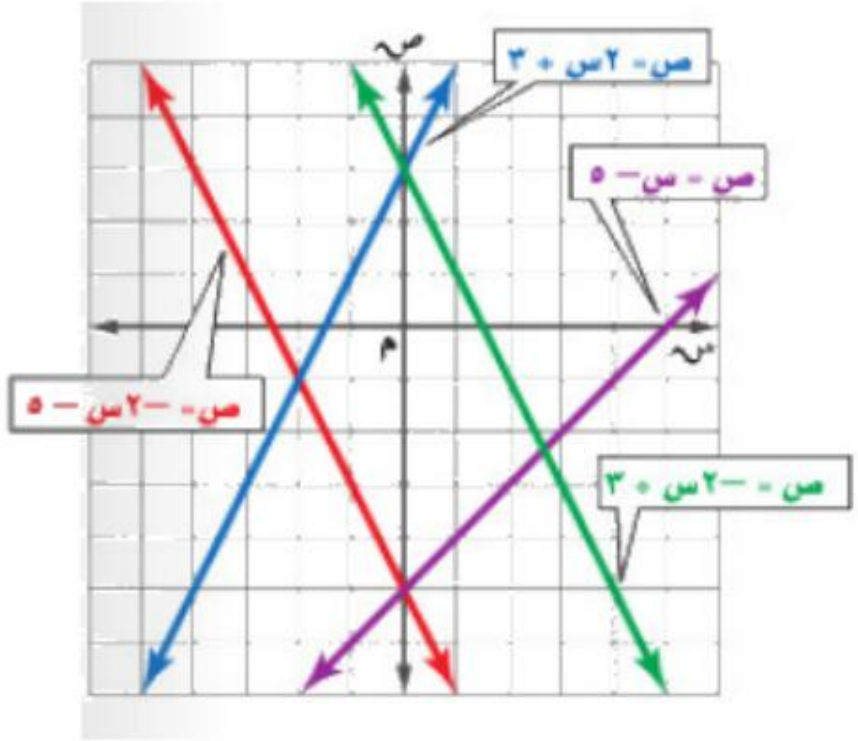
عدد الحلول

عندما تُكتب كل من المعادلتين على الصيغة ص= م س+ب، فإن قيم م، ب تحدد عدد الحلول.

المقارنة بين قيم م، ب	عدد الحلول
قيمتا م مختلفتان	١
قيمتا م متساويتان، وقيمتا ب مختلفتان.	لا يوجد
قيمتا م متساويتان، وقيمتا ب متساويتان.	لانهائي

مثال

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان النظام الآتي متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل.



أ) ص = −٢س + ٣

ص = س − ٥

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة، فهناك حل واحد للنظام، ويكون النظام متسقًا ومستقلًّا.

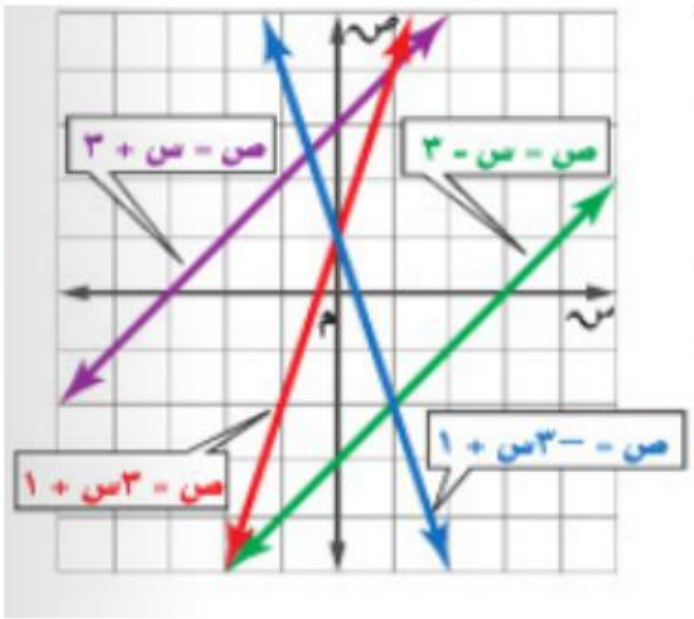
ب) ص = −٢س − ٥

ص = −٢س + ٣

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام، ويكون النظام غير متسق.

تقويم

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل:



١) ص = -٣س + ١

ص = ٣س + ١

٣) ص = س - ٣

ص = س + ٣

٤) ص = س + ٣

س - ص = -٣

الحل بالتمثيل البياني

الحل بالتمثيل البياني: من الطرائق المستعملة في حل نظام من معادلتين تمثيلهما بيانيًّا في المستوى البياني نفسه، وإيجاد النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان التي تمثل حل النظام.

مثال

مثِّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

أ) ص = −٣س + ١٠

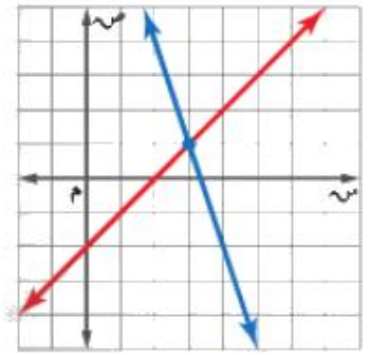
ص = س − ٢

مراجعة المفردات

المستقيمات المتوازية

لا تتقاطع أبدًا، ولها الميل نفسه.

يظهر من التمثيل البياني أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة (٣، ١)، ويمكن التحقق من ذلك بالتعويض عن س بـ ٣، وعن ص بـ ١.



تحقق ص = −٣س + ١٠ المعادلة الأصلية

١ ≟ −٣(٣) + ١٠ عوض

١ ≟ −٩ + ١٠ اضرب

١ = ١ ✓

ص = س − ٢ المعادلة الأصلية

١ ≟ ٣ − ٢ عوض

١ = ١ ✓ اضرب

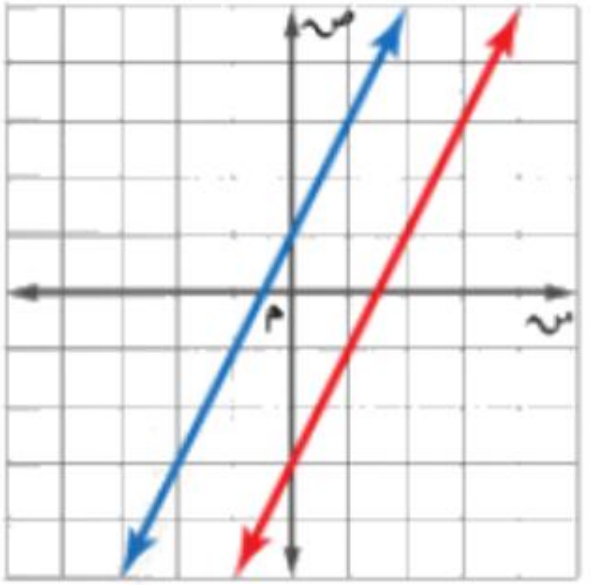
إذن للنظام حل واحد، هو (٣، ١).

مثال

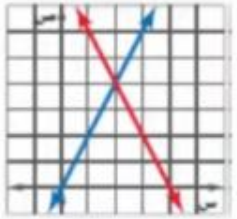
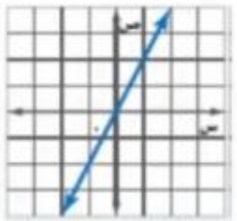
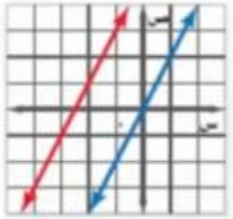
ب) ٢س – ص = –١

٤س – ٢ص = ٦

بما أن للمعادلتين الميل نفسه، ومقطعاهما الصاديان مختلفان، فالمستقيمان الممثلان للمعادلتين متوازيان، وبما أنهما لا يتقاطعان في أي نقطة فلا يوجد حلّ لهذا النظام.

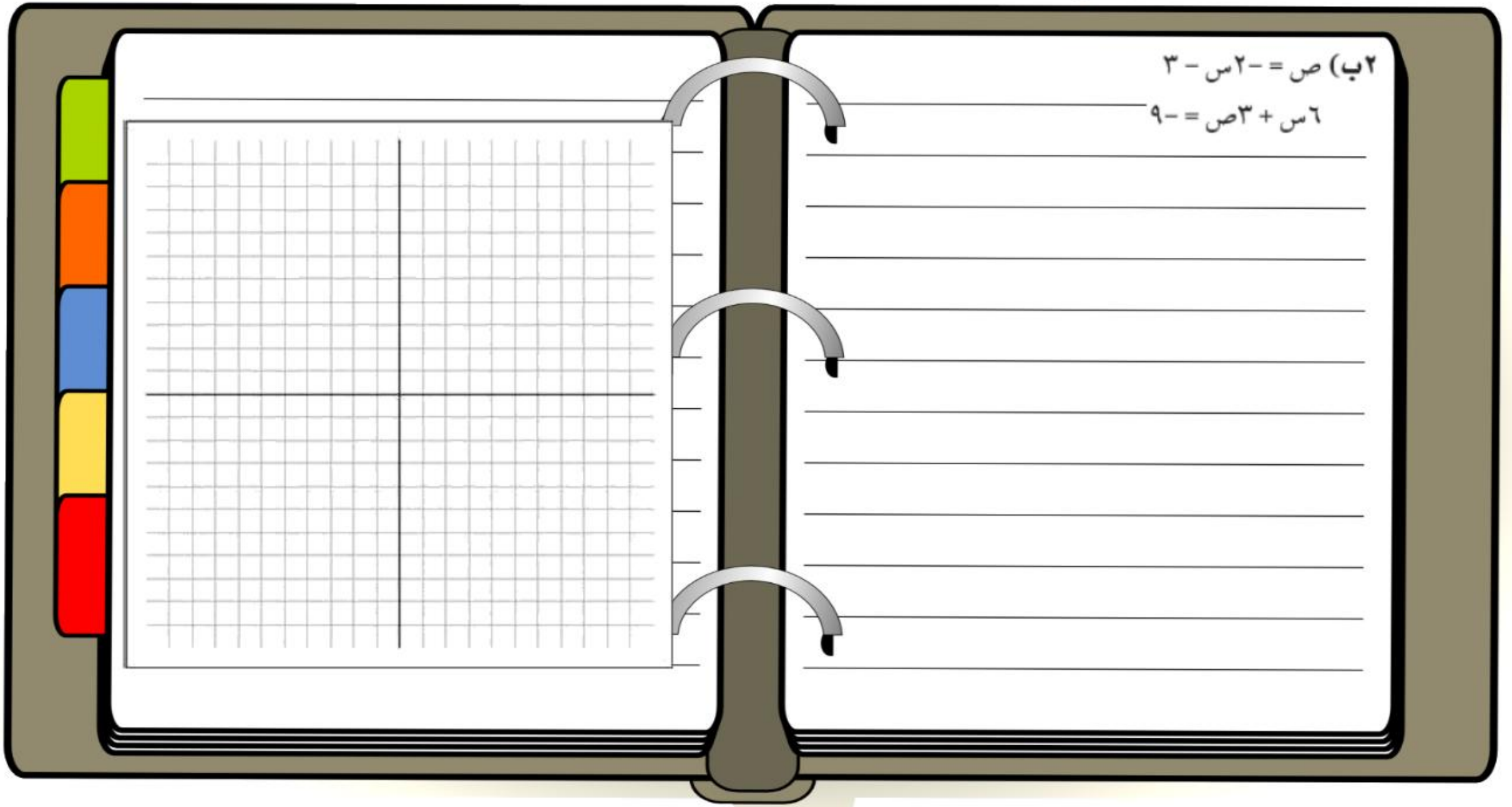


تذكر Remember

عدد الحلول	حل واحد	عدد لا نهائي	لا يوجد حل
المصطلح	متسق مستقل	متسق غير مستقل	غير متسق
التمثيل البياني			
	المستقيمان متقاطعان	المستقيمان متطابقان	المستقيمان متوازيان

تقويم

مثِّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:



كتابة نظام من معادلتين وحلّه

يمكننا استعمال أنظمة المعادلات لحل مسائل متنوعة من واقع الحياة تتضمن متغيرين أو أكثر.

تُمور: يزداد إنتاج مزرعتي نخيل من التمور بانتظام تقريبًا عبر عدد من السنين. استعمل المعلومات الواردة في الجدول أدناه للتنبؤ بالسنة التي يصبح فيها إنتاج المزرعتين متساويًا على اعتبار أن معدل الزيادة يبقى ثابتًا خلال السنوات القادمة في كلتا المزرعتين.

المزرعة	كمية الإنتاج عام ١٤٢٩هـ (طن)	معدل الزيادة السنوية (طن)
الأولى	٣٠٩	٨
الثانية	٤١٨	٣

التعبير اللفظي

كمية الإنتاج الكلية = معدل الزيادة × عدد السنوات بعد ١٤٢٩هـ + كمية الإنتاج عام ١٤٢٩هـ

المتغيرات

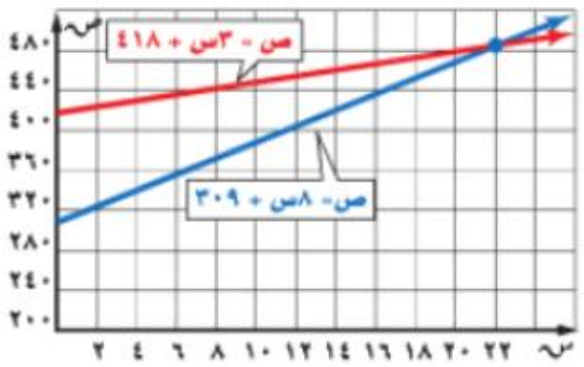
لتكن ص = كمية الإنتاج الكلية ، س = عدد السنوات بعد ١٤٢٩هـ .

المعادلات

المزرعة الأولى: ص = ٨ × س + ٣٠٩

المزرعة الثانية: ص = ٣ × س + ٤١٨

بتمثيل الدالتين: ص = ٨س + ٣٠٩ ، ص = ٣ س + ٤١٨ بيانيًّا نجد أن المستقيمين يتقاطعان في النقطة (٢٢ ، ٤٨٥) تقريبًا.



تحقق استعمل التعويض للتحقق من صحة الإجابة.

ص = ٨س + ٣٠٩ ص = ٣س + ٤١٨

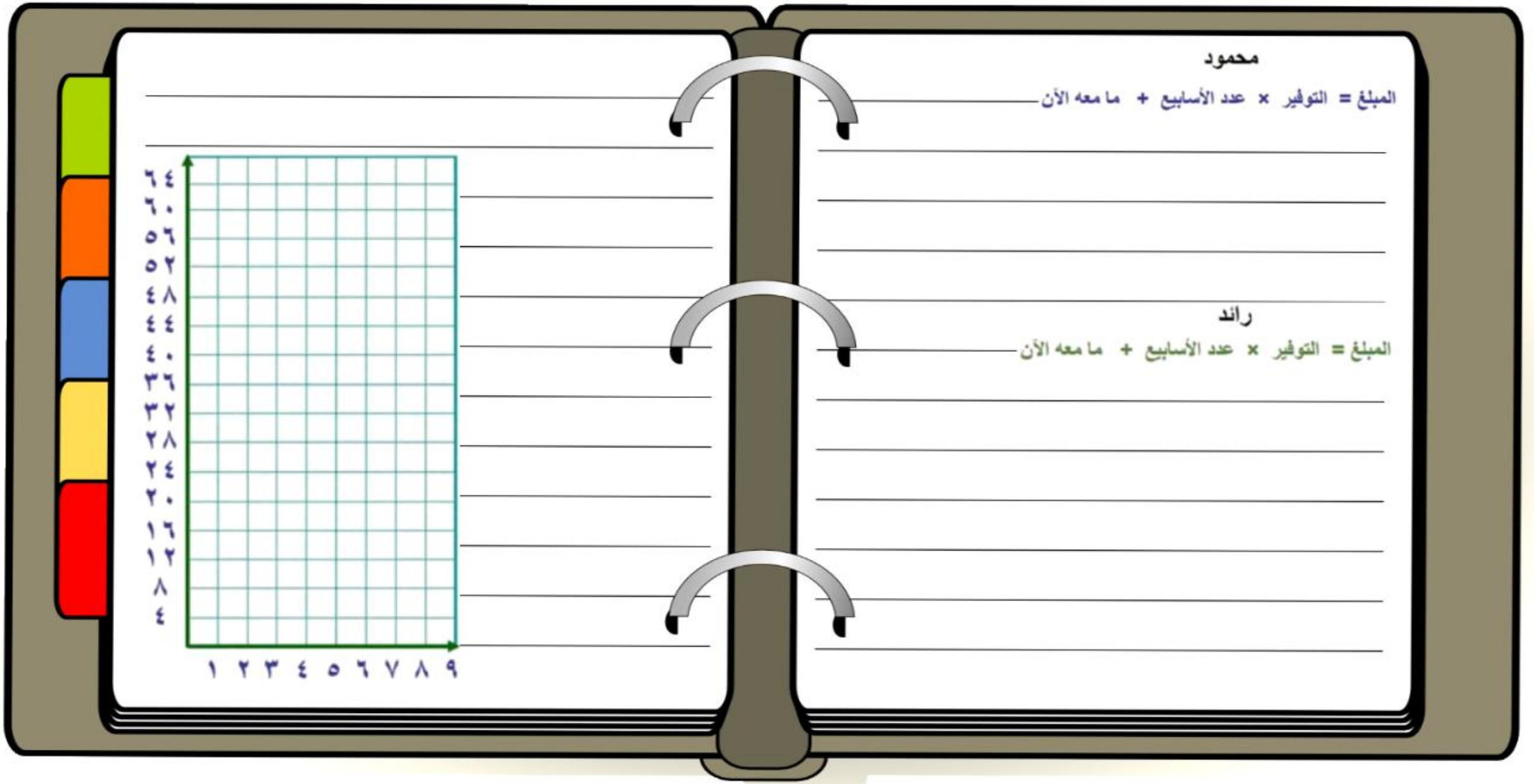
٤٨٥ ≟ ٨(٢٢) + ٣٠٩ ٤٨٥ ≟ ٣(٢٢) + ٤١٨

٤٨٥ = ٤٨٥ ✓ ٤٨٥ ≈ ٤٨٤ ✓

إذن سيكون إنتاج المزرعتين متساويًا بعد ٢٢ سنة من عام ١٤٢٩هـ؛ أيْ في عام ١٤٥١هـ ، إذا بقي معدل الزيادة ثابتًا في كلتا المزرعتين.

تقويم

٣) **ساعات:** يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية، فإذا كان مع محمود ١٤ ريالًا، ويوفر ١٠ ريالات في الأسبوع، ومع رائد ٢٦ ريالًا ويوفر ٧ ريالات في الأسبوع، فبعد كم أسبوعًا يصبح معهما المبلغ نفسه؟



تقويم

٣٢) **تبرير:** بيّن هل النظام الذي يتكون من معادلتين وتشكّل كل من النقطتين (٠، ٠)، (٢، ٢) حلًّا له، تكون له حلول أخرى أحيانًا أم دائمًا أم ليس له أي حلول أخرى.

ملخص مفهوم

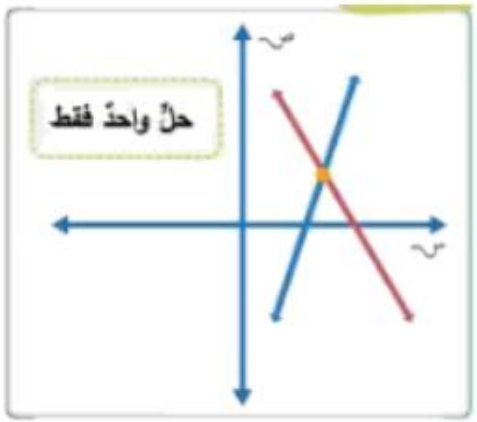
نظام من معادلتين خطيتين

نظامٌ مُتَّسقٌ

لهُ حلٌّ واحدٌ على الأقلّ

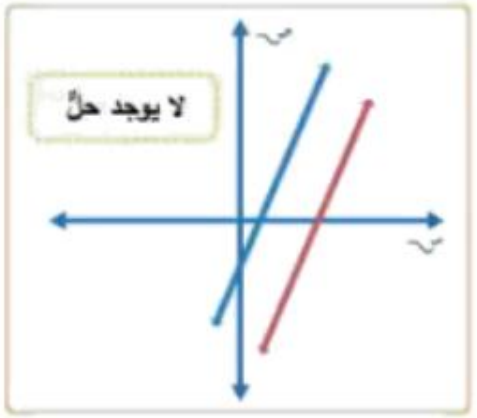
لهُ حلٌّ واحدٌ فقط

نظامٌ مُستقلٌّ



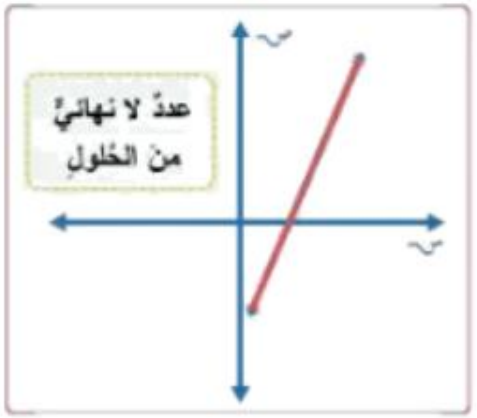
لا يُوجَدُ حلٌّ

نظامٌ غيرُ مُتَّسقٍ



لهُ عددٌ لا نهائيٌّ منَ الحُلولِ

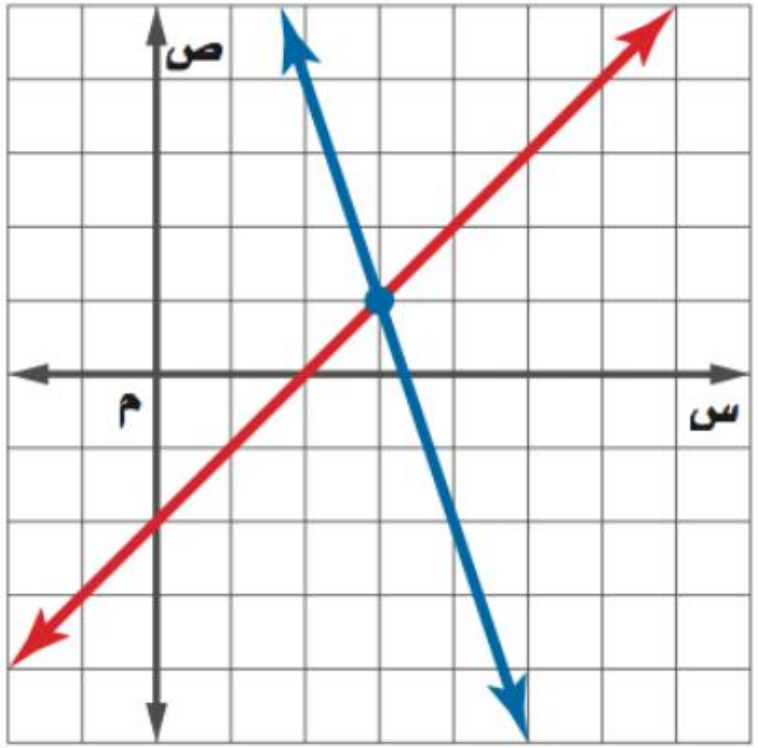
نظامٌ غيرُ مُستقلٌّ



قيم نفسك

اختر الإجابات الصحيحة (هناك أكثر من إجابة صحيحة)

اختر من العبارات التالية ما يناسب لوصف النظام الممثل في الشكل المقابل:



- [ ] أ) متسق
- [ ] ب) غير متسق
- [ ] ج) مستقل
- [ ] د) غير مستقل
- [ ] هـ) لايوجد له حل
- [ ] و) له عدد لانهائي من الحلول
- [ ] ز) له حل واحد فقط