حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

رابط الدرس الرقمي

- حل نظام مكون من معادلتين بالتعويض
- حل مسائل من واقع الحياة (تتضمن نظاما من معادلتين) باستعمال التعويض

أهداف الدرس

المعرفة السابقة

المعادلات ذات الخطوتين

أوجد مجموعة حل ٣س - ٩ = -٦

معادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد

٣س - ٩ = -٦

+٩ +٩

$\frac{٣س}{٣} = \frac{٣}{٣}$

س = ١

سنتعلم اليوم:

استعمال التعويض لحل نظام من معادلتين خطيتين

نظام من معادلتين خطيتين مستحيل الحل

نظام من معادلتين خطيتين له عدد لا نهائي من الحلول

ماجد الحربي

مهارة

المعادلاتُ المتعددةُ الخطواتِ

هي المُعادلاتُ التي تتطلَّبُ أكثرَ مِنْ خطوةٍ لحلِّها.

لحلِّ المُعادلاتِ مُتعدِّدةِ الخطواتِ يجبُ إلغاءُ عملِ كُلِّ عمليةٍ بالحلِّ عكسيًّا.

$٣جـ - ١ = ٧$

$٣جـ - ١ + ١ = ٧ + ١$

$٣جـ = ٨$

$\frac{\cancel{٣}^{١}}{\cancel{٣}_{١}} جـ = \frac{٨}{٣}$

$جـ = \frac{٨}{٣} = ٢\frac{٢}{٣}$

تذكر Remember

صيغةُ المَيلِ والمقطعِ

$ص = م س + ب$

تمهيد

في إحدى السنوات أنتجت مزرعة ناصر ١٦ طنًّا من التمور، بينما أنتجت مزرعة محمد ٢٠ طنًّا. ثم بدأ إنتاج المزرعتين يتناقص سنويًّا، فبلغ في السنة التالية ١٣ طنًّا لمزرعة ناصر و١٦ طنًّا لمزرعة محمد.

ما معدلات تناقص إنتاج كل من مزرعتي ناصر ومحمد ؟

مزرعة ناصر : ٣ أطنان في السنة مزرعة محمد : ٤ أطنان في السنة

اكتب معادلتين تمثلان إنتاج المزرعتين؟

مزرعة ناصر : ص = ـ ٣ س + ١٦ مزرعة محمد : ص = ـ ٤ س + ٢٠

لماذا يكون حل نظام من معادلتين بالتعويض أفضل من التمثيل البياني ؟

١) يعطي الإجابة بسرعة وبأقل عدد من الخطوات . ٢) يعطي إجابة دقيقة .

مفهوم أساسي

الحل بالتعويض

مطويتك

الخطوة ١ : حل إحدى المعادلتين على الأقل باستعمال أحد المتغيرين إذا كان ذلك ضروريًا.

الخطوة ٢ : عوِّض المقدار الناتج من الخطوة (١) في المعادلة الثانية، ثم حلها.

الخطوة ٣ : عوِّض القيمة الناتجة من الخطوة (٢) في أي من المعادلتين وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، واكتب الحل في صورة زوج مرتب.

استعمل التعويض لحل النظام :

س + ص = ١٠

س ـ ص = ٤

الخطوات	الخطوة الأولى	الخطوة الثانية	الخطوة الثالثة
الشرح	اكتب احدى المعادلتين على الصورة ص = أ س + جـ أو س = ب ص + جـ	عوض بالمقدار الناتج في الخطوة (١) في المعادلة الأخرى ثم حلها .	عوض بالقيمة الناتجة في الخطوة (٢) في أي من المعادلتين وحلها واكتب الحل
خطوات الحل	س ـ ص = ٤ س = ص + ٤	(ص + ٤) + ص = ١٠ ٢ ص + ٤ = ١٠ ٢ ص = ٦ ص = ٣	س + ص = ١٠ س + ٣ = ١٠ س = ٧ الحل هو (٧ ، ٣)

حل نظام من معادلتين بالتعويض

مثال

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

ص = ٢س + ١

٣س + ص = −٩

ص = ٢س + ١ ← **الخطوة ١:** إحدى المعادلتين مكتوبة أساسًا بالنسبة إلى ص.

٣س + ص = −٩

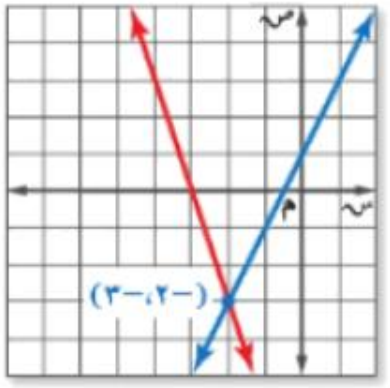
الخطوة ٢: عوض ٢س + ١ بدلًا من ص في المعادلة الثانية.

٣س + ص = −٩	المعادلة الثانية
٣س + ٢س + ١ = −٩	عوض عن ص بـ ٢س + ١
٥س + ١ = −٩	اجمع الحدود المتشابهة
٥س = −١٠	اطرح (١) من كلا الطرفين
س = −٢	اقسم كلا الطرفين على ٥

الخطوة ٣: عوض −٢ بدلًا من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص.

ص = ٢س + ١	المعادلة الأولى
= ٢ (−٢) + ١	عوض عن س بـ (−٢)
= −٣	بسّط

إذن الحل هو: (−٢، −٣).



إرشادات للدراسة

تحقق من صحة حلك

بعد إيجاد قيم المتغيرين، عوض بهما في كلتا المعادلتين لتتحقق من صحة الحل.

تقويم

حل كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

أ١) ص = ٤س − ٦

٥س + ٣ص = −١

٥) ص = ٤س + ٥

٢س + ص = ١٧

الحل ثم التعويض

وإذا لم يكن أحد المتغيرين مكتوبًا وحده في طرف إحدى المعادلتين في النظام، فحل إحدى المعادلتين أولًا بالنسبة لهذا المتغير، ثم عوّض لحل النظام.

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

س + ٢ص = ٦

٣س − ٤ص = ٢٨

الخطوة ١: حُلَّ المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير س لأن معامل س= ١ .

س + ٢ص = ٦	المعادلة الأولى
س + ٢ص − ٢ص = ٦ − ٢ص	اطرح ٢ص من كلا الطرفين.
س = ٦ − ٢ص	بسّط

الخطوة ٢: عوّض عن س بـ (٦−٢ص) في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة ص.

٣ (٦ − ٢ص) − ٤ص= ٢٨	عوض عن س بـ (٦−٢ص)
١٨ − ٦ص − ٤ص = ٢٨	خاصية التوزيع
١٨ − ١٠ص = ٢٨	اجمع الحدود المتشابهة
١٨ − ١٠ص − ١٨ = ٢٨ − ١٨	اطرح ١٨ من كلا الطرفين
−١٠ص = ١٠	بسّط
ص = −١	اقسم كلا الطرفين على −١٠

الخطوة ٣: أوجد قيمة س بالتعويض في المعادلة الأولى.

س + ٢ص = ٦	المعادلة الأولى
س + ٢ (−١) = ٦	عوض عن ص بـ (−١)
س − ٢ = ٦	بسّط
س = ٨	أضف ٢ إلى كلا الطرفين

الحل هو (٨، −١)

إرشادات للدراسة

صيغة الميل والمقطع

إذا كُتبت كل من المعادلتين بصيغة الميل والمقطع (ص= م س+ب)، فيمكن مساواتهما معًا، ثم إيجاد قيمة س، وتعويضها لإيجاد قيمة ص.

تقويم

حل كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

٩) ٣س + ٤ص = −٣

س + ٢ص = −١

١٢أ) ٤س + ٥ص = ١١

ص − ٣س = −١٣

عدد لا نهائي من الحلول، أو لا يوجد للنظام حل

وبصورة عامة، إذا كانت نتيجة حل نظام من معادلتين جملة خطأ مثل ٣= −٢، فلا يوجد حل للنظام في هذه الحالة، أما إذا كانت النتيجة متطابقة مثل ٣=٣ فهناك عدد لا نهائيّ من الحلول.

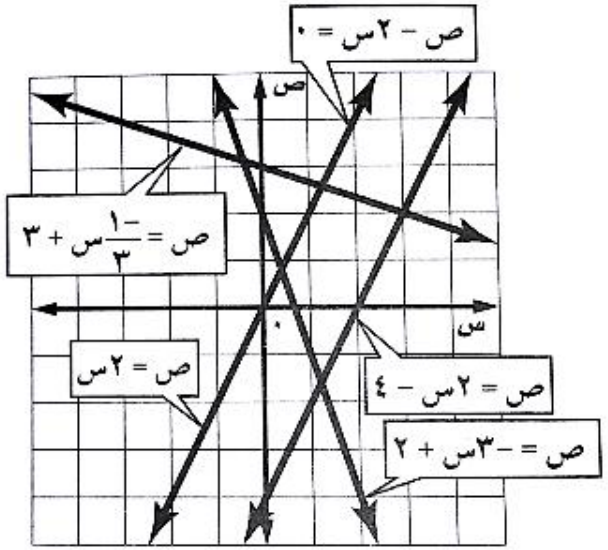
مثال

حل النظام الآتي مستعملًا التعويض:

ص = ٢س − ٤

−٦س + ٣ص = −١٢

كتشف



ص = ٢س − ٤

−٦س + ٣ص = −١٢

عوض عن ص بـ (٢س−٤) في المعادلة الثانية.

−٦س + ٣ص = −١٢	المعادلة الثانية
−٦س + ٣ (٢س − ٤) = −١٢	عوض عن ص بـِ (٢س−٤)
−٦س + ٦س − ١٢ = −١٢	خاصية التوزيع
−١٢ = −١٢	اجمع الحدود المتشابهة

بما أن الجملة الناتجة تشكل متطابقة، لذا يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

إرشادات للدراسة

النظام غير المستقل

هناك عدد لا نهائي من الحلول للنظام في المثال ٣؛ لأنه عند كتابة المعادلتين بصيغة الميل والمقطع تكونان متكافئتين، ولهما التمثيل البياني نفسه.

تقويم

حل كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

٣ب) ٤س − ٣ص = ١

٦ص − ٨س = −٢

١٦) −٥س + ٤ص = ٢٠

١٠س − ٨ص = −٤٠

كتابة نظام من معادلتين وحله

حل مسائل من واقع الحياة: يمكنك استعمال التعويض لحل مسألة من واقع الحياة تتضمن نظامًا من معادلتين.

مثال من واقع الحياة

أجهزة: باع متجر أجهزة تسجيل وسماعات عددها ١٢٥ جهازًا، بسعر ١٠٤,٩٥ ريالات لجهاز التسجيل الواحد، و ١٨,٩٥ ريالًا للسمّاعة الواحدة، فإذا كان ثمن مبيعاته من هذه الأجهزة ٦٩٢٦,٧٥ ريالًا، فكم جهازًا باع من كل نوع؟

لتكن جـ= عدد أجهزة التسجيل، ت= عدد السماعات.

عدد الوحدات المبيعة	جـ	ت	١٢٥
السعر	١٠٤,٩٥جـ	١٨,٩٥ت	٦٩٢٦,٧٥

فتكون المعادلتان هما: جـ + ت = ١٢٥ ، ١٠٤,٩٥جـ + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥.

الخطوة ١: حل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير جـ.

جـ + ت = ١٢٥ — المعادلة الأولى

جـ + ت − ت = ١٢٥ − ت — اطرح ت من كلا الطرفين

جـ = ١٢٥ − ت — بسّط

الخطوة ٢: عوض عن جـ بـ (١٢٥ − ت) في المعادلة الثانية.

١٠٤,٩٥جـ + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥ — المعادلة الثانية

١٠٤,٩٥ (١٢٥ − ت) + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥ — عوض عن جـ بـ (١٢٥ − ت)

١٣١١٨,٧٥ − ١٠٤,٩٥ت + ١٨,٩٥ت = ٦٩٢٦,٧٥ — خاصية التوزيع

١٣١١٨,٧٥ − ٨٦ت = ٦٩٢٦,٧٥ — اجمع الحدود المتشابهة

−٨٦ت = −٦١٩٢ — اطرح ١٣١١٨,٧٥ من كلا الطرفين

ت = ٧٢ — اقسم كلا الطرفين على −٨٦

الخطوة ٣: عوض عن ت بـ (٧٢) في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة جـ.

جـ + ت = ١٢٥ — المعادلة الأولى

جـ + ٧٢ = ١٢٥ — عوض عن ت بـ (٧٢)

جـ = ٥٣ — اطرح ٧٢ من كلا الطرفين

إذن باع المتجر ٥٣ جهاز تسجيل، ٧٢ سمّاعة.

تقويم

٤) **هندسة:** إذا كان مجموع قياسي الزاويتين س، ص يساوي ١٨٠°، وقياس الزاوية س يزيد بمقدار ٢٤° على قياس الزاوية ص، فأجب عما يأتي:

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

ب) أوجد قياس كل زاوية.

تقويم

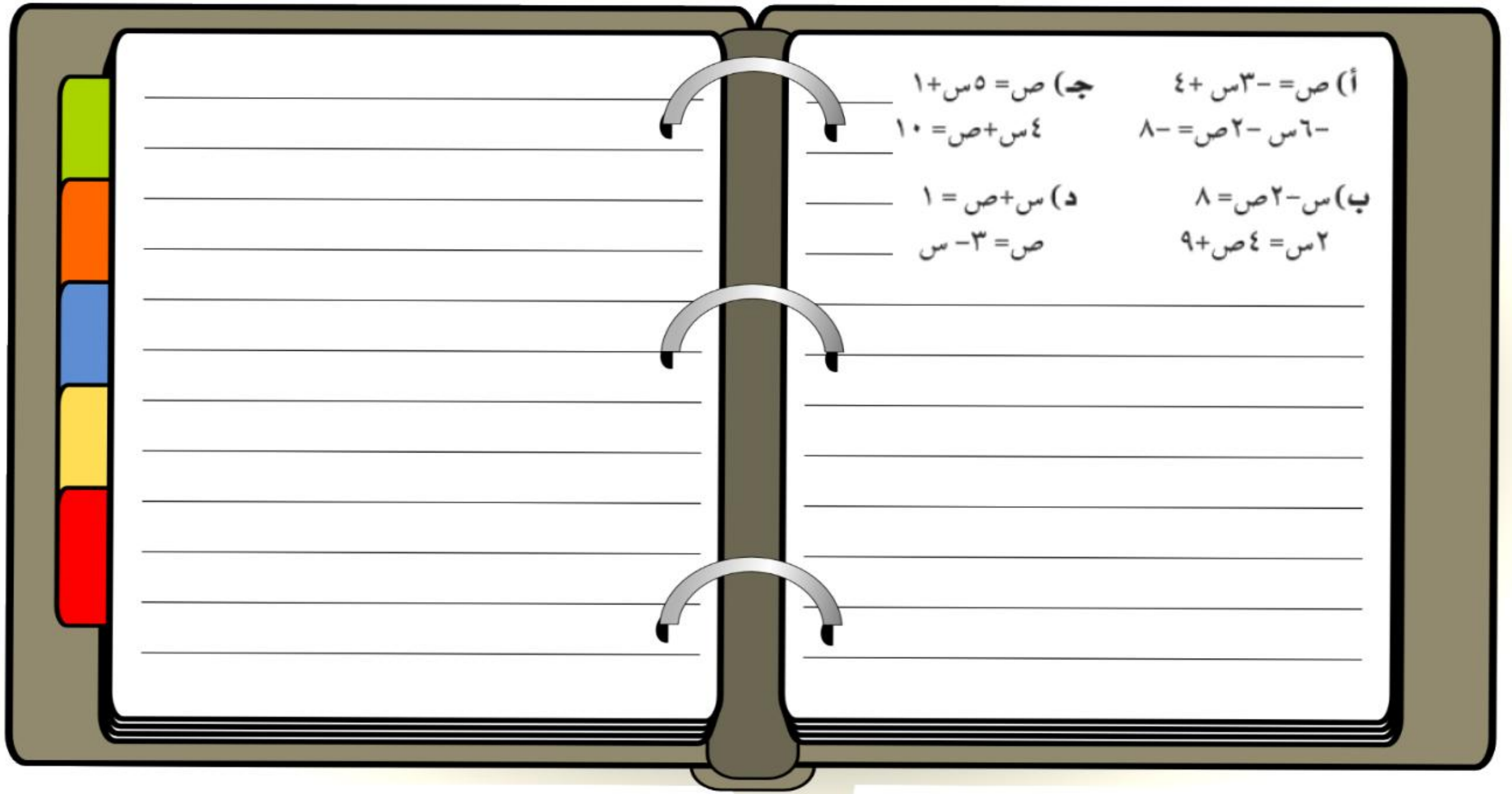
٢٣) أي الأنظمة الآتية له حل واحد؟

أ) ص= -٣س +٤
-٦س -٢ص= -٨

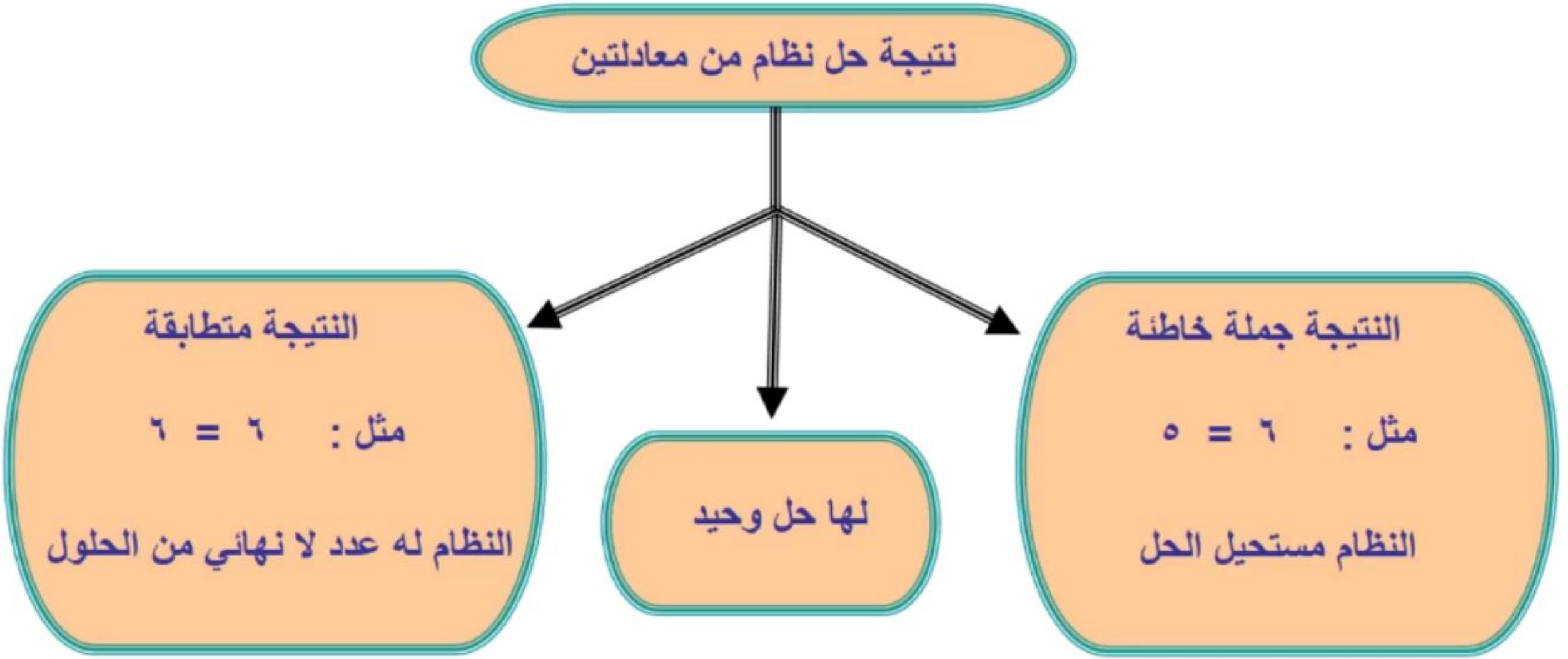
ب) س-٢ص= ٨
٢س= ٤ص+٩

جـ) ص= ٥س+١
٤س+ص= ١٠

د) س+ص = ١
ص= ٣- س



ملخص مفهوم


نتيجة حل نظام من معادلتين
النتيجة جملة خاطئة
مثل : ٦ = ٥
النظام مستحيل الحل
لها حل وحيد
النتيجة متطابقة
مثل : ٦ = ٦
النظام له عدد لا نهائي من الحلول

قيم نفسك

اختر الاجابة الصحيحة

حل النظام التالي باستعمل التعويض هو :

ص=-٤س+١٢

٢س+ص=٢

(٠،٥-٨)

(٢،٠)

(٠ ،٣-)

(٥، ٢١)