

سلسلة رفعة الرياضيات



حلول تحقق من فهمك

1-2

رياضيات

المؤلفين

أ. زينب حسين العلي

أ. مريم ابراهيم العامر

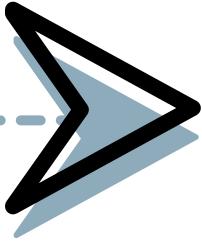
المراجعين

أ. نوال جزاع الجبل

تطوير - إنتاج - توثيق

تصميم الكتاب :

أ. غادة الفضلي



ردمك



تطوير - إنتاج - توثيق

مقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه

أجمعين

أما بعد :

نبذة عن مجموعة رفعة

هي مجموعة تدار من قبل معلمين و معلمات الرياضيات من جميع
أنحاء المملكة و هي قائمة على التطوير المهني للمعلمين والمعلمات و
ابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام و بهدف التيسير و التسهيل مادة
الرياضيات و نشر العلم

نقدم لكم حلول لتحقيق من فهمك لكتاب رياضيات 2-1

نسأل الله أن يجعله خالصاً لوجهه و أن تجدوا فيه الفائدة



3

الفصل الثالث - امثلاثات امطابقة

4

الفصل الرابع - العلاقات في مثلث

5

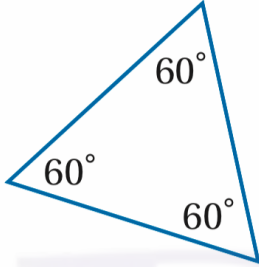
الفصل الخامس - الأشكال الرباعية

2	تصنيف المثلثات
5	زوايا المثلثات
9	المثلثات المتطابقة
13	إثبات تطابق المثلثات SAS , SSS
18	إثبات تطابق المثلثات ASA , AAS
21	المثلث المتطابق الضلعين والمثلث المتطابق الأضلاع
25	المثلث والبرهان الاحدائي

تصنيف المثلثات وفقاً لزواياها

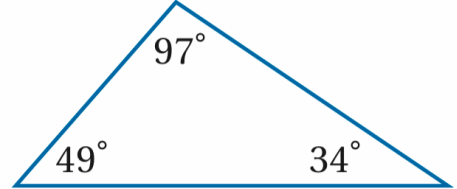
13

صنف كلاً من المثلثين الآتيين وفقاً لزواياه:



(1B)

حاد الزوايا

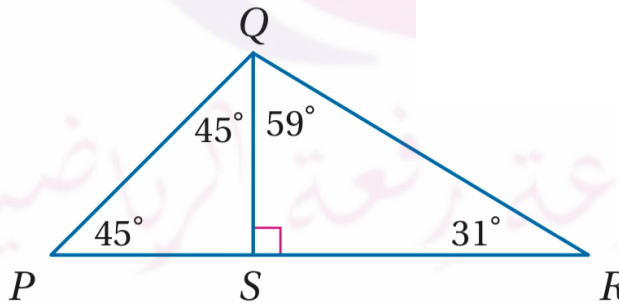


(1A)

منفرج الزاوية

تصنيف المثلثات ضمن أشكال مختلفة وفقاً لزواياها

13



(2) استعمل الشكل أعلاه لتصنيف $\triangle PQS$ إلى : حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية .

$$m\angle PSQ = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \quad \text{نظرية الزاويتان المتكاملتان}$$

$\triangle PQS$ قائم الزاوية

13

تصنيف المثلثات وفقاً لأضلاعها

(3) صنف شكل زر ضوء الخطر المجاور وفقاً لأضلاعه:

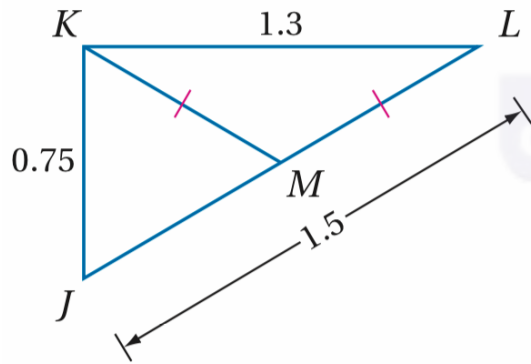


متطابق الأضلاع

14

تصنيف المثلثات ضمن أشكال مختلفة وفقاً لأضلاعها

(4) صنف $\triangle KML$ إلى : متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع.



$$ML = 1.5 \div 2 = 0.75$$

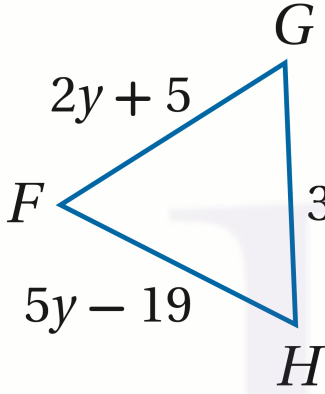
$$KM = 0.75$$

$$KL = 1.3$$

$\triangle KML$ متطابق الضلعين

14 إيجاد قيم مجهولة

(5) أوجد قياسات أضلاع المثلث المتطابق الأضلاع FGH .



معطى $FG = GH = HF$

$$FG = GH$$

بالتعويض $2y + 5 = 3y - 3$

ب طرح $2y$ من الطرفين $5 = y - 3$

بإضافة 3 للطرفين $8 = y$

نعوض لإيجاد طول كل ضلع

$$FG = 2y + 5$$

$$FG = 2(8) + 5$$

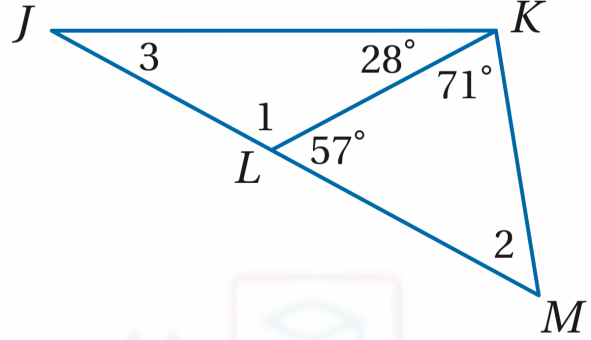
$$FG = 16 + 5 = 21$$

$$FG = GH = HF = 21$$

تطوير - إنتاج - توثيق

21 استعمال نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

أوجد قياسات الزوايا المرقمة فيما يأتي: (1A)



نظرية الزاويتان المتكاملتان

$$m\angle 1 + 57^\circ = 180^\circ$$

بطرف 57 من الطرفين

$$m\angle 1 = 123^\circ$$

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$$m\angle 2 + 57^\circ + 71^\circ = 180^\circ$$

بالتبسيط

$$m\angle 2 + 128^\circ = 180^\circ$$

بطرف 128 من الطرفين

$$m\angle 2 = 52^\circ$$

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$$m\angle 3 + m\angle 1 + 28^\circ = 180^\circ$$

بالتعويض

$$m\angle 3 + 123^\circ + 28^\circ = 180^\circ$$

بالتبسيط

$$m\angle 3 + 151^\circ = 180^\circ$$

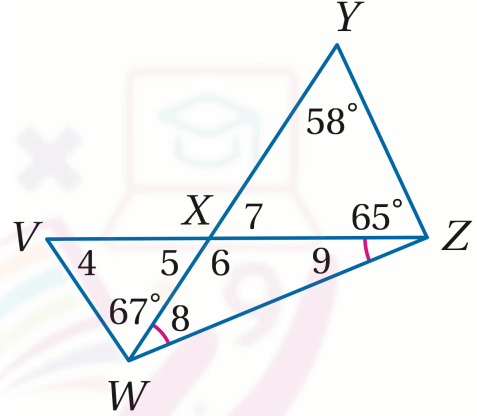
بطرف 151 من الطرفين

$$m\angle 3 = 29^\circ$$

21

استعمال نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

أوجد قياسات الزوايا المرقمة فيما يأتي:
(1B)



نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث $m\angle 7 + 58^\circ + 65^\circ = 180^\circ$

بالتبسيط $m\angle 7 + 123^\circ = 180^\circ$

بطرف 123 من الطرفين $m\angle 7 = 57^\circ$

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس $m\angle 5 = m\angle 7$

بالتعويض $m\angle 5 = 57^\circ$

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث $m\angle 4 + m\angle 5 + 67^\circ = 180^\circ$

بالتعويض $m\angle 4 + 57^\circ + 67^\circ = 180^\circ$

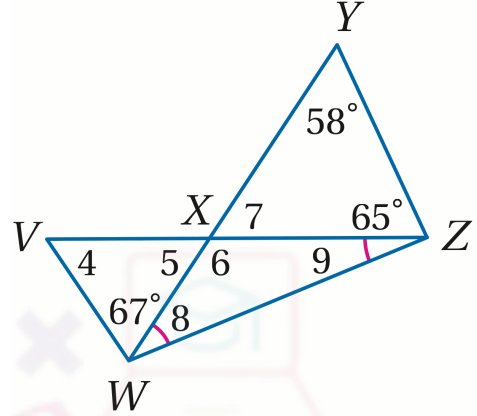
بالتبسيط $m\angle 4 + 124^\circ = 180^\circ$

بطرف 124 من الطرفين $m\angle 4 = 56^\circ$

21

استعمال نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

أوجد قياسات الزوايا المرقمة فيما يأتي: (1B)



نظرية الزاويتان المتكاملتان $m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ$

بالتعويض $m\angle 6 + 57^\circ = 180^\circ$

بطرف 57 من الطرفين $m\angle 6 = 123^\circ$

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث $m\angle 6 + m\angle 8 + m\angle 9 = 180^\circ$

بالتعويض $123^\circ + m\angle 8 + m\angle 9 = 180^\circ$

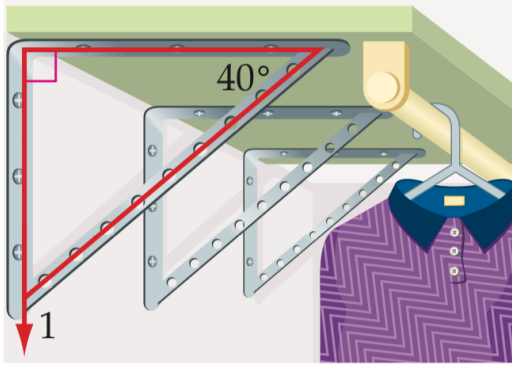
بالتعويض $123^\circ + m\angle 8 + m\angle 8 = 180^\circ$

بالتبسيط $2m\angle 8 = 57^\circ$

بالقسمة $m\angle 8 = 28.5^\circ$

$m\angle 9 = m\angle 8 = 28.5^\circ$

23 استعمال نظرية الزاوية الخارجية



(2) تنظيم خزانة الملابس:

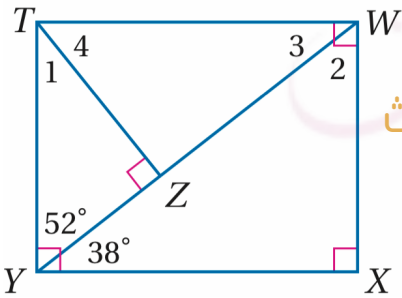
تُثبت لطيفة جسور الرفوف على جدار خزانة. ما قياس $\angle 1$ التي يصنعها الجسر مع جدار الخزانة؟

نظرية الزاوية الخارجية $m\angle 1 = 90^\circ + 40^\circ$

بالتبسيط $m\angle 1 = 130^\circ$

23 إيجاد قياسات الزوايا في مثلثات قائمة الزاوية

(3) أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة في الشكل المجاور.



$m\angle 1 = 180^\circ - (52^\circ + 90^\circ)$

من مجموع قياسات زوايا المثلث $m\angle 1 = 38^\circ$

زاويتان حادتان في مثلث قائم $m\angle 2 + 38^\circ = 90^\circ$

بطرف 38 من الطرفين $m\angle 2 = 52^\circ$

نظرية الزاويتان المتتامتان $m\angle 3 + m\angle 2 = 90^\circ$

بالتعويض $m\angle 3 + 52^\circ = 90^\circ$

بطرف 52 من الطرفين $m\angle 3 = 38^\circ$

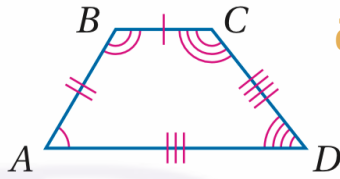
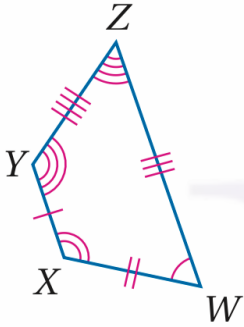
زاويتان حادتان في مثلث قائم $m\angle 3 + m\angle 4 = 90^\circ$

بالتعويض $38^\circ + m\angle 4 = 90^\circ$

بطرف 38 من الطرفين $m\angle 4 = 52^\circ$

29 تعرف العناصر المتناظرة المتطابقة

بين أن المضلعين متطابقين بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة . ثم اكتب عبارة التطابق .



1A الزوايا المتناظرة الأضلاع المتناظرة

$$\overline{AB} \cong \overline{WX} \quad \angle A \cong \angle W$$

$$\overline{BC} \cong \overline{XY} \quad \angle B \cong \angle X$$

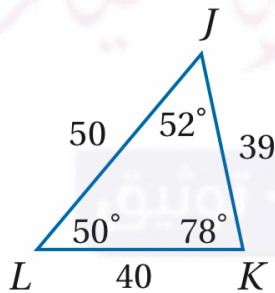
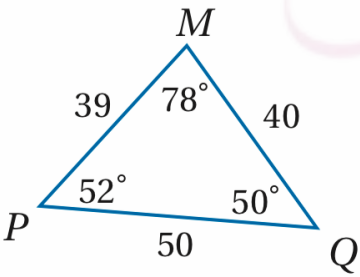
$$\overline{CD} \cong \overline{YZ} \quad \angle C \cong \angle Y$$

$$\overline{AD} \cong \overline{WZ} \quad \angle D \cong \angle Z$$

عبارة التطابق

$$ABCD \cong WXYZ$$

1B الزوايا المتناظرة الأضلاع المتناظرة



$$\overline{LJ} \cong \overline{QP} \quad \angle L \cong \angle Q$$

$$\overline{JK} \cong \overline{PM} \quad \angle J \cong \angle P$$

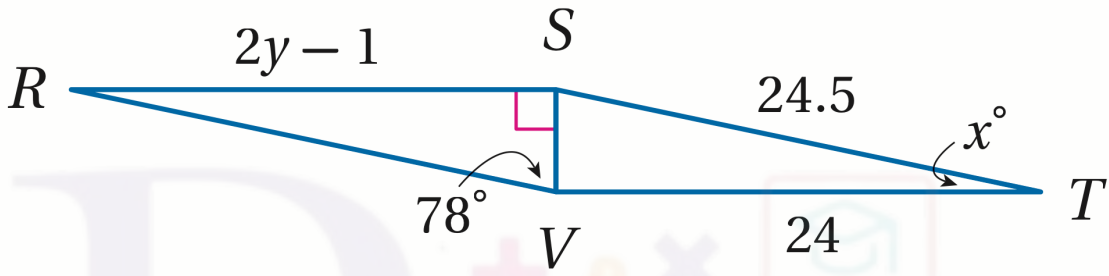
$$\overline{KL} \cong \overline{MQ} \quad \angle K \cong \angle M$$

عبارة التطابق

$$\triangle LJK \cong \triangle QPM$$

29 تعيين العناصر المتناظرة المتطابقة

(2) في الشكل إذا كان $\triangle RSV \cong \triangle TVS$ فأوجد قيمة كل من x, y ؟



قيمة x

$$m\angle T = m\angle R$$

زاويتان حادتان في مثلث قائم $m\angle R = 90^\circ - 78^\circ = 12^\circ$

$$x = m\angle R$$

بالتعويض $x = 12^\circ$

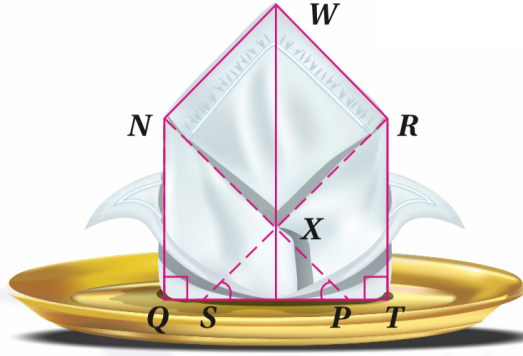
قيمة y

$$RS = TV$$

بالتعويض $2y - 1 = 24$

بالجمع $2y = 25$

بالقسمة $y = 12,5$



في الشكل أعلاه إذا كان $\angle WNX \cong \angle WRX$ وكان $\overline{WX}$ منصفاً لـ $\angle NXR$ وكان $m\angle NXW = 49^\circ$ و $m\angle WNX = 88^\circ$ فأوجد $m\angle NWR$. وفسر إجابتك .

الحل

$$\angle WNX \cong \angle WRX$$

$$\angle NXW \cong \angle RXW$$

$$\text{نظرية الزاوية الثالثة} \quad \angle NWX \cong \angle XWR$$

$$\text{نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث} \quad m\angle NWX + m\angle WNX + m\angle NXW = 180^\circ$$

$$\text{بالتعويض} \quad m\angle NWX + 88^\circ + 49^\circ = 180^\circ$$

$$\text{بالتعويض} \quad m\angle NWX + 137^\circ = 180^\circ$$

$$\text{ب طرح 137 من الطرفين} \quad m\angle NWX = 43^\circ$$

$$m\angle NWR = m\angle NWX + m\angle RWX$$

$$m\angle NWR = 2(43^\circ) = 86^\circ$$

31

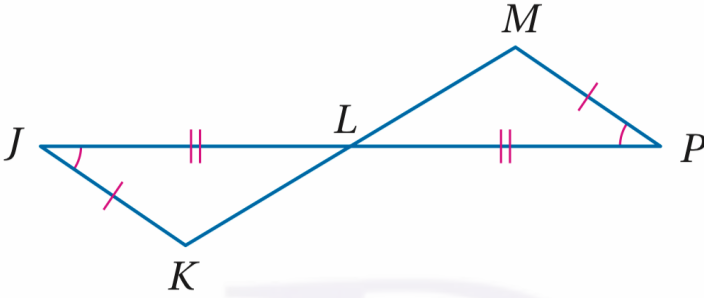
إثبات تطابق مثلثين

4) اكتب برهان ذو عمودين.

المعطيات: $\angle J \cong \angle P$, $\overline{JK} \cong \overline{PM}$

$\overline{KM}$ تنصف L , $\overline{JL} \cong \overline{PL}$

المطلوب: $\triangle JLK \cong \triangle PLM$



الحل

المبررات	العبارات
معطيات	$\angle J \cong \angle P$, $\overline{JK} \cong \overline{PM}$ $\overline{KM}$ تنصف L , $\overline{JL} \cong \overline{PL}$
زاويتان متقابلتان بالرأس متطابقتان	$\angle JLK \cong \angle PLM$
تعريف نقطة المنتصف	$\overline{KL} \cong \overline{LM}$
نظرية الزاوية الثالثة	$\angle K \cong \angle M$
تعريف تطابق مضلعين	$\triangle JLK \cong \triangle PLM$



إثبات تطابق المثلثات

SSS , SAS

3-4

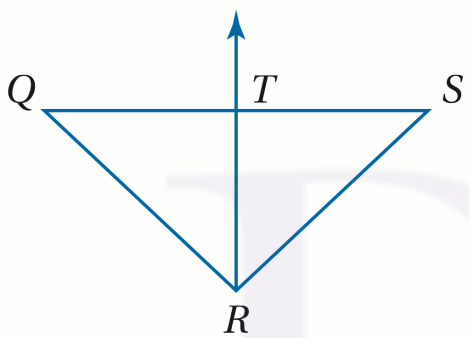
36 استعمال المسلمة SSS لإثبات تطابق مثلثين

1) اكتب برهان تسلسلياً.

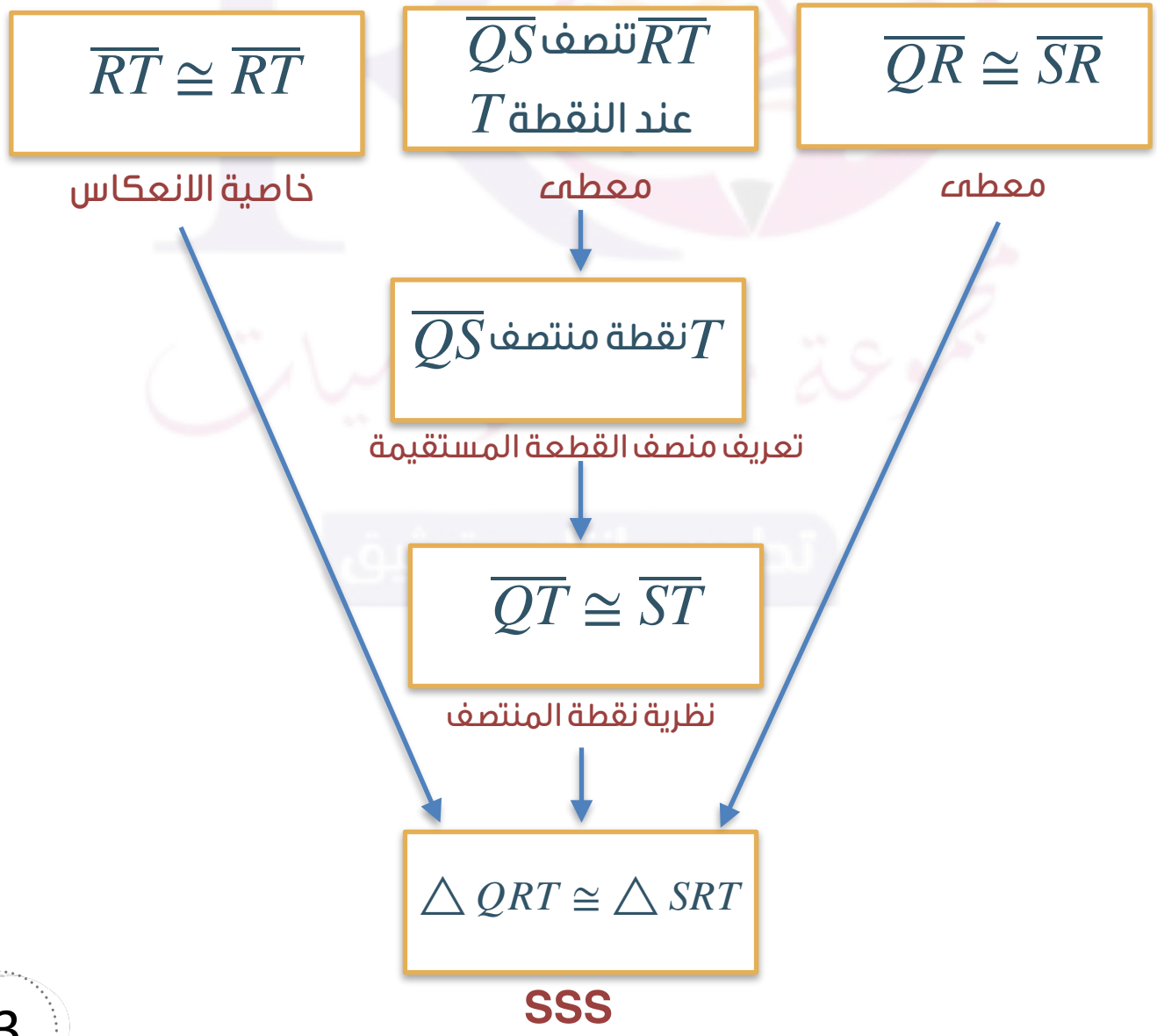
المعطيات: $\triangle QRS$ متطابق الضلعين، فيه، $\overline{QR} \cong \overline{SR}$.

$\overline{RT}$ تنصف $\overline{QS}$ عند النقطة T .

المطلوب: إثبات أن $\triangle QRT \cong \triangle SRT$



الحل



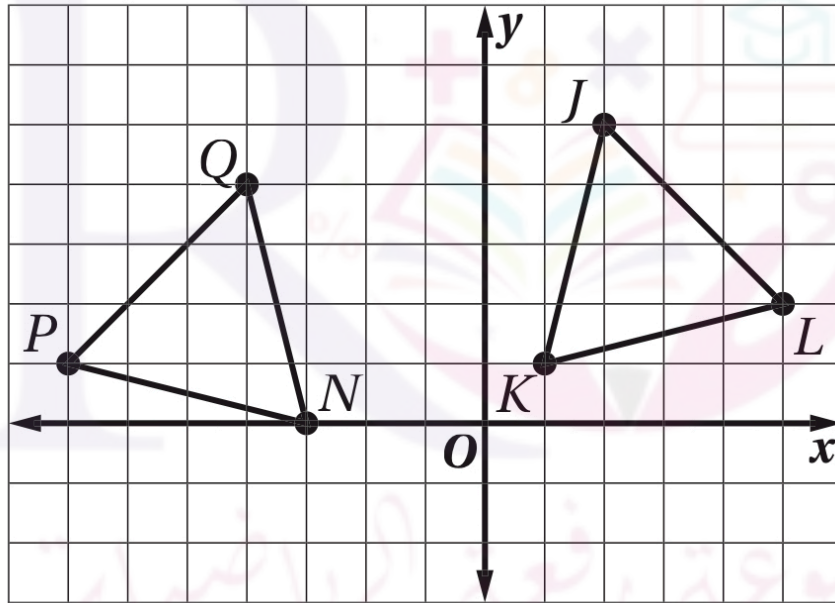
إثبات تطابق المثلثات SSS , SAS

3-4

37 استعمال المسلمة SSS لإثبات تطابق مثلثين

(2) احداثيات رؤوس المثلث JKL هي $J(2,5)$, $K(1,1)$, $L(5,2)$ ورؤوس المثلث NPQ هي $N(-3,0)$, $P(-7,1)$, $Q(-4,4)$

(2A) مثل كلا المثلثين في مستوى إحداثي واحد.



(2B) استعمل هذا التمثيل ؛ لتخمين ما إذا كان المثلثين متطابقين أم لا. وفسر إجابتك.

يبدو من الشكل أن للمثلثين الشكل نفسه والقياس نفسه؛ لذا
يمكن أن نضمن أن المثلثين متطابقين.



إثبات تطابق المثلثات

SSS , SAS

3-4

37 استعمال المسلمة SSS لإثبات تطابق مثلثين

2C) اكتب برهاناً منطقياً باستعمال الهندسة الاحداثية لتدعم تخمينك في الجزء B .

$$QP = \sqrt{(-4 - (-7))^2 + (4 - 1)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18}$$

$$JL = \sqrt{(2 - 5)^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18}$$

$$PN = \sqrt{(-7 - (-3))^2 + (1 - 0)^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

$$LK = \sqrt{(5 - 1)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

$$NQ = \sqrt{(-4 - (-3))^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

$$KJ = \sqrt{(2 - 1)^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

نلاحظ أن $JL = QP, LK = PN, KJ = NQ$ ومن تعريف

تطابق القطع المستقيمة نستنتج أن القطع المتناظرة جميعها متطابقة وعليه فإن $\triangle JKL \cong \triangle NPQ$ بحسب مسلمة SSS



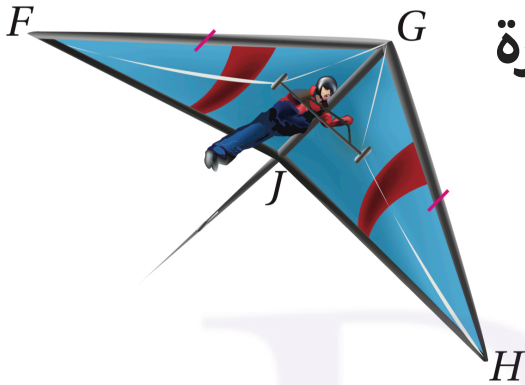
إثبات تطابق المثلثات

SSS , SAS

3-4

39

استعمال المسلمة SAS لإثبات تطابق مثلثين



(3) في الصورة المجاورة يبدو جناحا الطائرة الشراعية أنهما مثلثان متطابقان. فإذا كانت $\overline{FG} \cong \overline{GH}$ و $\overline{JG}$ تنصف $\angle FGH$ فأثبت أن $\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$.

الحل

المبررات	العبارات
معطيات	$\overline{FG} \cong \overline{GH}$ $\overline{JG}$ تنصف $\angle FGH$
تعريف منصف الزاوية	$\angle FGJ \cong \angle HGJ$
خاصية الانعكاس للتطابق	$\overline{JG} \cong \overline{JG}$
SAS	$\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$

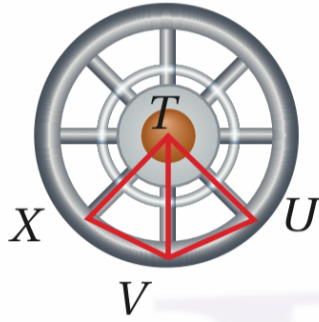
إثبات تطابق المثلثات

SSS , SAS

3-4

39

استعمال المسلمة SAS لإثبات تطابق مثلثين



(4) قضبان الإطار الداخلية تقسمه إلى ثمان أجزاء. إذا كان :

$$\angle XTV \cong \angle UTV \text{ و } \overline{TU} \cong \overline{TX}$$

فبين أن $\triangle XTV \cong \triangle UTV$

الحل

المبررات	العبارات
معطيات	$\overline{TU} \cong \overline{TX}$ $\angle XTV \cong \angle UTV$
خاصية الانعكاس	$\overline{TV} \cong \overline{TV}$
SAS	$\triangle XTV \cong \triangle UTV$



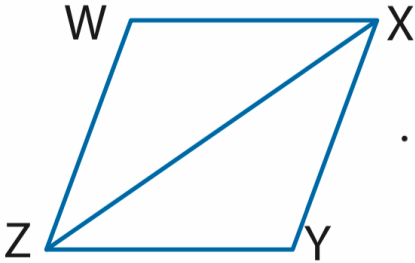
إثبات تطابق المثلثات ASA , AAS

3-5

46

استعمال AAS لإثبات تطابق مثلثين

1) اكتب برهاناً حرّاً :



المعطيات: $\overline{ZX}$ تنصف $\angle WZY$ ، $\overline{XZ}$ تنصف $\angle YXW$.

المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle YXZ$

الحل

بما أن $\overline{ZX}$ تنصف $\angle WZY$ ، إذاً $\angle WZX \cong \angle YZX$ من تعريف

منصف الزاوية. وكذلك $\overline{ZX}$ تنصف $\angle YXW$ ، إذاً $\angle WXZ \cong \angle YXZ$

من تعريف منصف الزاوية. وبما أن $\overline{ZX} \cong \overline{ZX}$ من خاصية الانعكاس للتطابق

فإن $\triangle WXZ \cong \triangle YXZ$ بحسب مسطرة ASA

تطوير - إنتاج - توثيق

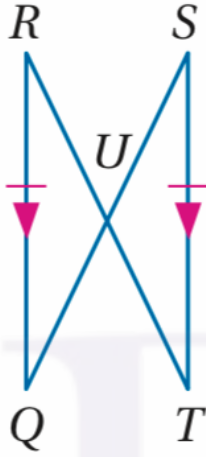
إثبات تطابق المثلثات

ASA , AAS

3-5

46

استعمال AAS لإثبات تطابق مثلثين



(2) اكتب برهاناً تسلسلياً :

المعطيات: $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$, $\overline{RQ} \parallel \overline{ST}$

المطلوب: $\triangle RUQ \cong \triangle TUS$

الحل

$$\angle RUQ \cong \angle TUS$$

زاويتان متقابلتان بالرأس

$$\overline{RQ} \parallel \overline{ST}$$

معطى

$$\overline{RQ} \cong \overline{ST}$$

معطى

$$\angle Q \cong \angle S$$

زاويتان متبادلتان داخلياً

$$\triangle RUQ \cong \triangle TUS$$

AAS



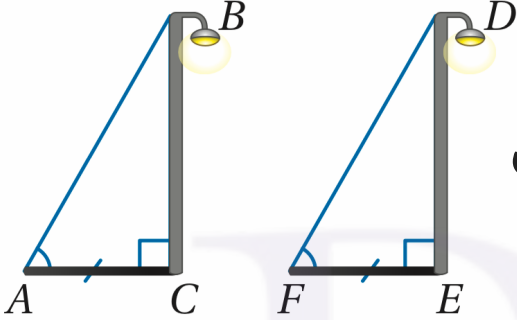
إثبات تطابق المثلثات

ASA, AAS

3-5

48

استعمال AAS لإثبات تطابق مثلثين



(3) استعمال الشكل المجاور الذي يمثل عمودَي كهرباء و ظليهما لكتابة برهان حر يبين أن : $\overline{BC} \cong \overline{DE}$

الحل

من المعطيات نعلم أن : $\overline{BC} \perp \overline{AC}$, $\angle BAC \cong \angle DFA$, $\overline{DE} \perp \overline{FE}$,
 $\overline{AC} \cong \overline{FE}$

بما أن $\overline{BC} \perp \overline{AC}$, $\overline{DE} \perp \overline{FE}$ ، إذاً كل من $\angle BCA$, $\angle DEF$ قائمتان

$\angle BCA \cong \angle DEF$ لأن جميع الزوايا القائمة متطابقة، وبحسب المسلمة

ASA فإن $\triangle BAC \cong \triangle DFE$.

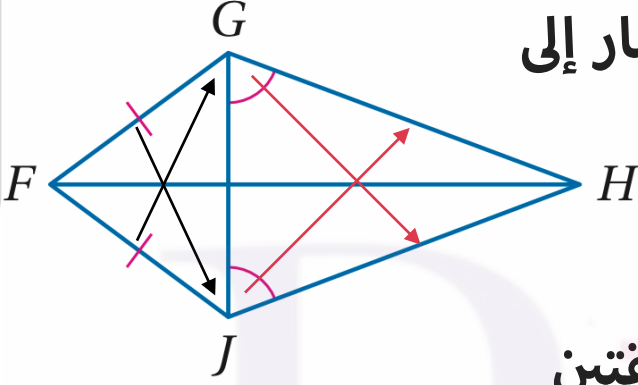
لذا $\overline{BC} \cong \overline{DE}$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

3-5

55

القطع المستقيمة المتطابقة والزوايا المتطابقة



(1A) سَمِّ زاويتين متطابقتين غير مشار إلى تطابقهما في الشكل.

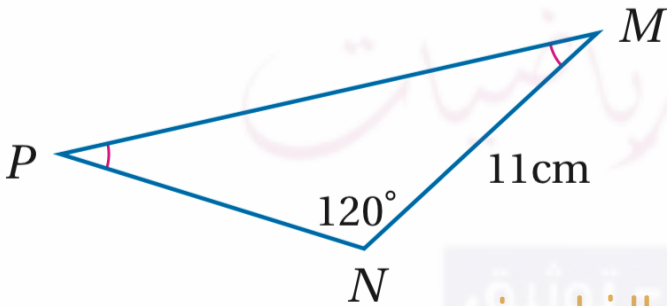
$$\angle FJG \cong \angle FGJ$$

(1B) سَمِّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين غير مشار إلى تطابقهما في الشكل.

$$\overline{JH} \cong \overline{GH}$$

56

القطع المستقيمة المتطابقة والزوايا المتطابقة



أوجد كل قياس من القياسات الآتية :

$$m\angle M \text{ (2A)}$$

$$\angle P \cong \angle M \text{ نظرية المثلث المتطابق الضلعين}$$

$$m\angle M + m\angle P + 120^\circ = 180^\circ \text{ نظرية مجموعات قياسات زوايا المثلث}$$

$$m\angle M + m\angle M + 120^\circ = 180^\circ \text{ بالتعويض}$$

$$2m\angle M + 120^\circ = 180^\circ \text{ بالتبسيط}$$

$$2m\angle M = 180^\circ - 120^\circ \text{ بالطرح}$$

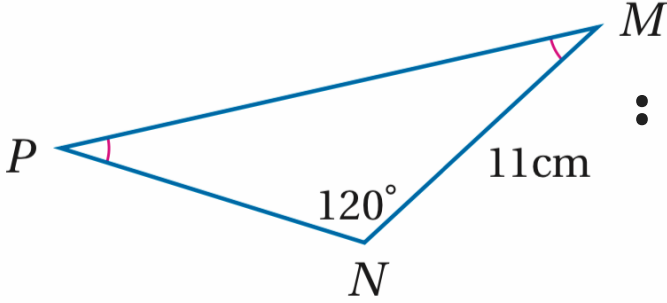
$$2m\angle M = 60^\circ \text{ بالتبسيط}$$

$$m\angle M = 30^\circ \text{ بالقسمة}$$

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

3-5

إيجاد القياسات المجهولة 56



أوجد كل قياس من القياسات الآتية :

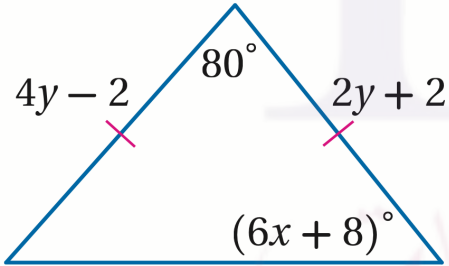
PN (2B)

نظرية المثلث المتطابق الضلعين $\overline{PN} \cong \overline{MN}$

تعريف تطابق القطع المستقيمة $PN = MN$

بالتعويض $PN = 11$

إيجاد القيم المجهولة 56



(3) أوجد قيمة كل من المتغيرين في الشكل المجاور :

قيمة x

$$\text{زاوية القاعدة} = \frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

$$\text{بالتعويض} \quad 6x + 8 = 50$$

$$\text{بالطرح} \quad 6x = 42$$

$$\text{بالقسمة} \quad x = 7$$

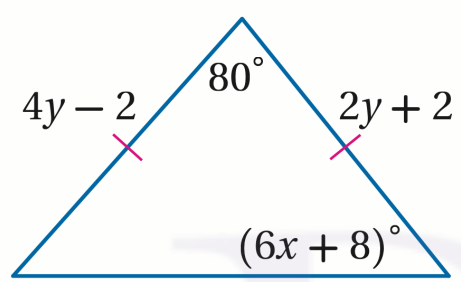


المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

3-5



56 إيجاد القيم المجهولة



(3) أوجد قيمة كل من المتغيرين في الشكل المجاور :

قيمة y

مثلث متطابق الضلعين

$$4y - 2 = 2y + 2$$

بالتبسيط

$$4y - 2y = 2 + 2$$

بالتبسيط

$$2y = 4$$

بالقسمة

$$y = 2$$

تطوير - إنتاج - توثيق

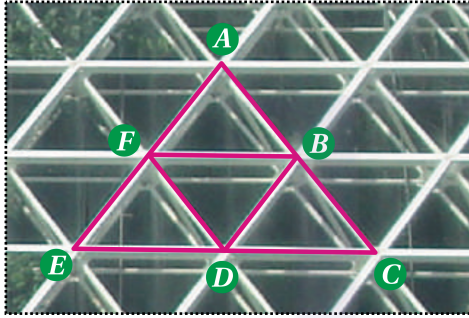


المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

3-5

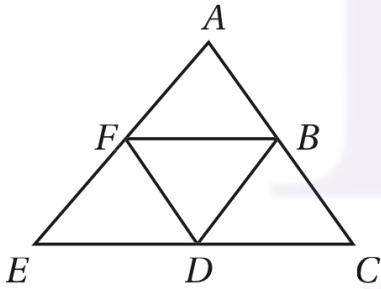
تطبيق تطابق المثلثات

57



(4) في الصورة أعلاه إذا علمت أن $\triangle ACE$ متطابق الأضلاع ، فيه $\overline{FD} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{BD} \parallel \overline{EF}$ و D نقطة منتصف $\overline{EC}$.
فأثبت أن $\triangle FED \cong \triangle BDC$

الحل



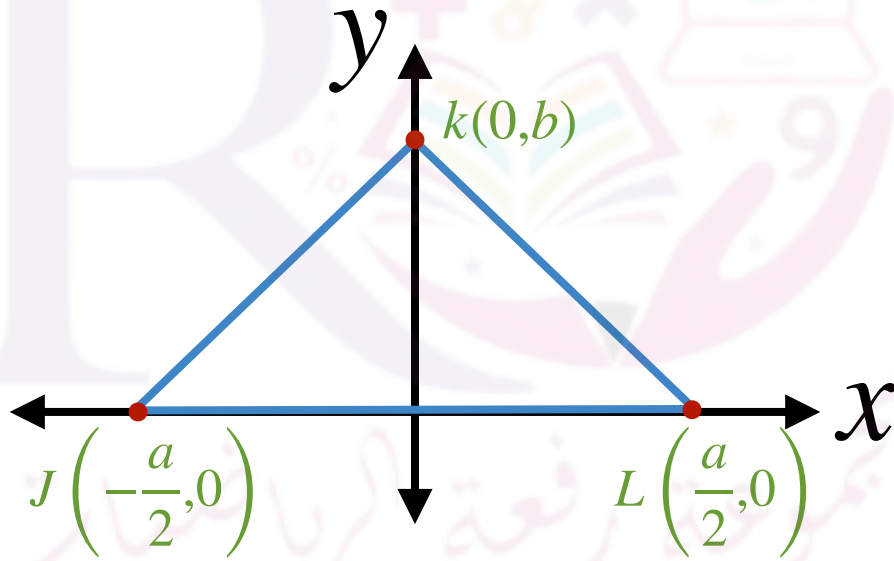
المبررات	العبارات
معطيات	$\triangle ACE$ متطابق الأضلاع ، فيه $\overline{FD} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{BD} \parallel \overline{EF}$ و D نقطة منتصف $\overline{EC}$.
قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع يساوي 60°	$m\angle E = 60^\circ, m\angle C = 60^\circ$
خاصية التعدي	$m\angle E = m\angle C$
تعريف تطابق الزوايا	$\angle E \cong \angle C$
نظرية نقطة المنتصف	$\overline{ED} \cong \overline{DC}$
نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً	$\angle CBD \cong \angle BDF, \angle BDF \cong \angle EFD$
خاصية التعدي للتطابق	$\angle CBF \cong \angle EFD$
AAS	$\triangle FED \cong \triangle BDC$



62

تحديد موقع المثلث وتسميته

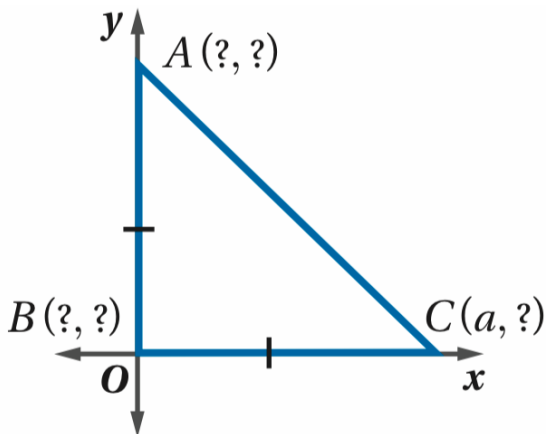
(1) ارسم المثلث JKL المتطابق الضلعين في المستوى الاحداثي. وسم رؤوسه على أن يكون طول قاعدته $\overline{JL}$ يساوي a وحدة، ويكون ارتفاعه b وحدة والرأس K يقع على المحور y .



63

تحديد موقع المثلث وتسميته

(2) أوجد الاحداثيات المجهولة في المثلث $\triangle ABC$ المتطابق الضلعين والقائم الزاوية.

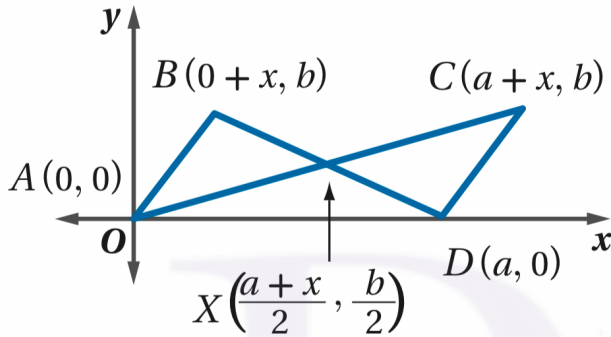


$$B(0, a)$$

$$C(a, 0)$$

$$A(a, a)$$

كتابة البرهان الاحدائي 64



(3) اكتب برهاناً احداثياً لإثبات أن
 $\triangle ABX \cong \triangle CDX$

البرهان

● نقطة منتصف $\overline{AC}$ هي

$$\left(\frac{0 + a + x}{2}, \frac{0 + b}{2} \right) = \left(\frac{a + x}{2}, \frac{b}{2} \right)$$

● نقطة منتصف $\overline{BD}$ هي

$$\left(\frac{0 + x + a}{2}, \frac{b + 0}{2} \right) = \left(\frac{a + x}{2}, \frac{b}{2} \right)$$

● احداثي نقطة منتصف $\overline{AC}$ = احداثي نقطة منتصف $\overline{BD}$ = احداثي النقطة X

لذا $\overline{AC}$ تنصف $\overline{BD}$ و $\overline{BD}$ تنصف $\overline{AC}$ وذلك بتعريف نقطة المنتصف.

وهذا يعني أن النقطة X هي منتصف كل من $\overline{BD}$ و $\overline{AC}$ أي أن:

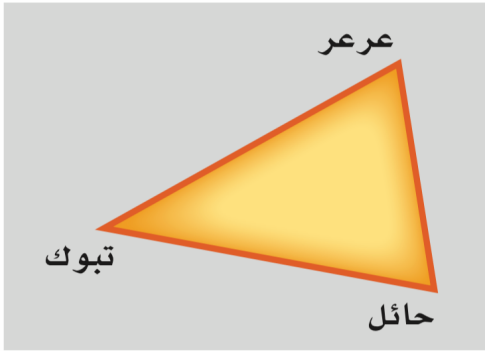
$\overline{AX} \cong \overline{XC}$ و $\overline{BX} \cong \overline{XD}$ وذلك بتعريف نقطة المنتصف

$$CD = \sqrt{((a + x) - a)^2 + (b - 0)^2} = \sqrt{x^2 + b^2}$$

$$AB = \sqrt{((0 + x) - 0)^2 + (b - 0)^2} = \sqrt{x^2 + b^2}$$

إذاً $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

بحسب مسالة SSS $\triangle ABX \cong \triangle CDX$



4) يضم مجمع كشفي ثلاث فرق من ثلاث مدن تمثل مثلثاً.

إذا كانت الاحداثيات التقريبية لمواقع هذه المدن الثلاث هي:

تبوك $28.37^{\circ}\text{N}36.6^{\circ}\text{E}$ ، عرعر $30.9^{\circ}\text{N}41.13^{\circ}\text{E}$ ، حائل $27.43^{\circ}\text{N}41.68^{\circ}\text{E}$ ،
فاكتب برهاناً احداثيات لإثبات أن المثلث الذي رؤوسه هذه المدن
الثلاث متطابق الضلعين تقريباً

الحل

نفترض أن T ترمز لمدينة تبوك ، و A ترمز لمدينة عرعر ، و H ترمز لمدينة حائل.

$$AT = \sqrt{(28.37 - 30.9)^2 + (36.6 - 41.13)^2} \approx 5.19$$

$$HT = \sqrt{(28.37 - 27.43)^2 + (36.6 - 41.68)^2} \approx 5.17$$

$$AH = \sqrt{(30.9 - 27.43)^2 + (41.13 - 41.68)^2} \approx 3.51$$

وبما أن $AT \approx HT$ إذاً $\triangle ATH$ متطابق الضلعين تقريباً .

29 المنصفات في المثلث

34 القطع المتوسطة و الارتفاعات في المثلث

38 المتباينات في المثلث

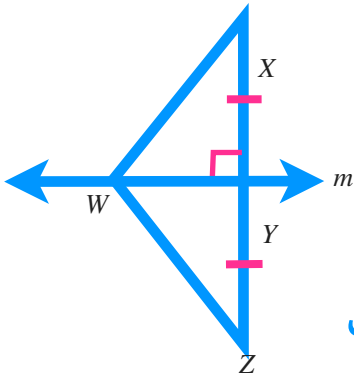
41 البرهان غير المباشر

46 متباينة المثلث

48 المتباينات في مثلثين

82

استعمال نظريات العمود المنصف



(1A) إذا كان $WZ = 25.3$ ، $YZ = 22.3$

أوجد طول XY .

معطيات

$$WY = WZ , \overrightarrow{WY} \perp \overrightarrow{XZ}$$

$\overrightarrow{WY}$ عموداً منصفاً لـ $\overrightarrow{XZ}$

عكس نظرية العمود المنصف

تعريف منصف قطعة مستقيمة

$$XY = YZ$$

عوض

$$XY = 22.3$$

(1B) إذا كان m عموداً منصفاً لـ $\overrightarrow{XZ}$ ، $WZ = 14.9$

أوجد طول WX .

معطيات

m عموداً منصفاً لـ $\overrightarrow{XZ}$

نظرية العمود المنصف

$$WX = WZ$$

عوض

$$WX = 14.9$$

(1C) إذا كان m عموداً منصفاً لـ $\overrightarrow{XZ}$ ، $WZ = a + 12$

أوجد طول WX $WX = 4a - 15$

m عموداً منصفاً لـ $\overrightarrow{XZ}$

نظرية العمود المنصف

$$WX = WZ$$

عوضنا

$$a + 12 = 4a - 15$$

طرحنا a من الطرفين

$$12 = 3a - 15$$

نضيف 15 إلى الطرفين

$$27 = 3a$$

اقسم الطرفين على 3

$$9 = a$$

بما أن :

$$WX = 4a - 15$$

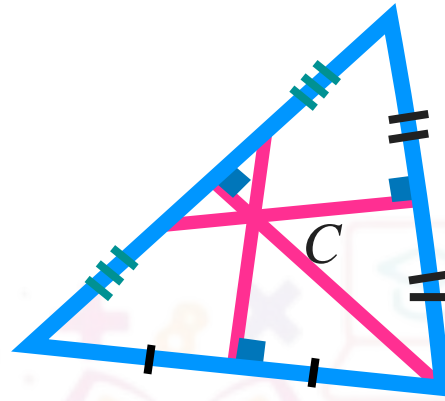
عوضنا

$$= 4(9) - 15 = 21$$

83

استعمال نظرية مركز الدائرة الخارجية للمثلث

(2) يريد علي أن يضع مرشه الماء على أبعاد متساوية من رؤوس حديقة المثلثة الشكل. فأين يتعين عليه وضع المرشه؟

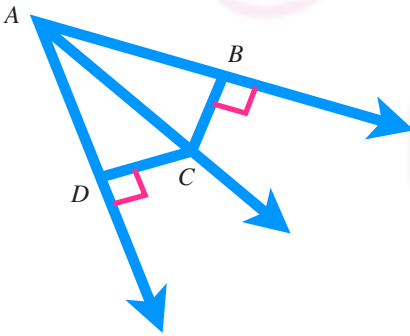


يتعين على علي وضع المرش عند مركز الدائرة الخارجية للمثلث الى يمثل شكل الحديقة عند النقطة

83

استعمال نظريتي منصفات الزوايا

(3A) إذا كان $DC = 5$ ، $BC = 5$ ، $m\angle BAC = 38^\circ$ أوجد $m\angle DAC$



$$DC = BC$$

$$\overrightarrow{DC} \perp \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{AC}$$

بما أن

$\overrightarrow{AC}$ ينصف $\angle BAD$ عكس نظرية منصف الزاوية

$$m\angle DAC = m\angle BAC \quad \text{تعريف منصف الزاوية}$$

$$m\angle DAC = 38^\circ \quad \text{عوض}$$



83

استعمال نظريتي منصفات الزوايا

(3B) إذا كان $m\angle DAC = 40^\circ$ ، $m\angle BAC = 40^\circ$ ، $DC = 10$ أوجد BC .

بما أن

$$m\angle BAC = m\angle DAC$$

نظرية منصف الزاوية

$$BC = DC$$

عوضنا

$$BC = 10$$

(3C)

إذا كان $\overrightarrow{AD}$ ينصف $\angle DAB$ ، $DC = 9x - 7$ ، $BC = 4x + 8$ أوجد BC .

نظرية منصف الزاوية

$$DC = BC$$

عوض

$$9x - 7 = 4x + 8$$

اطرح $4x$ من الطرفين

$$5x - 7 = 8$$

$$5x = 15$$

اجمع 7 من الطرفين

اقسم الطرفين على 5

$$x = 3$$

إذن

$$BC = 4x + 8$$

$$= 4(3) + 8$$

$$= 20$$

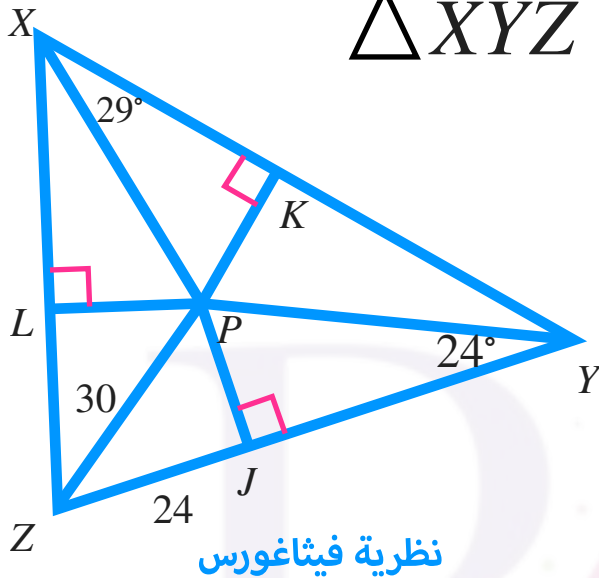


85

استعمال نظرية مركز الدائرة الداخلية

إذا كان P مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle XYZ$ أوجد القياسين الآتيين:

PK (4A)



$$PK = PJ$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$PJ^2 + 24^2 = 30^2$$

$$PJ^2 + 576 = 900$$

$$PJ^2 = 324$$

$$PJ = \pm 18$$

$$PJ = -18 \quad PJ = 18$$

$$PK = PJ \quad \text{بما أن}$$

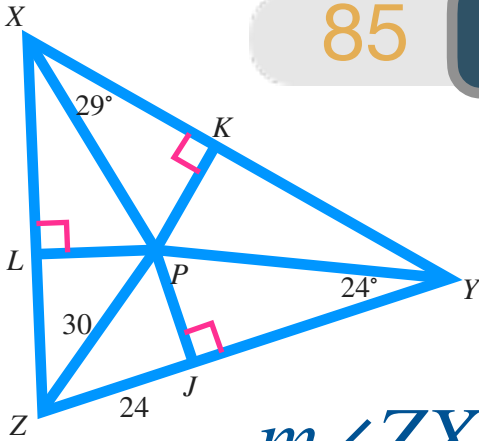
$$PK = 18 \quad \text{فإن}$$

عوض

اطرح 567 من الطرفين

خذ الجذر التربيعي للطرفين





85

استعمال نظرية مركز الدائرة الداخلية

$m\angle LZP$ (4B)

بما أن $\overrightarrow{XP}$ ينصف $\angle ZXY$

$$m\angle ZXY = 2m\angle P XK$$

$$m\angle ZXY = 2(29^\circ) = 58^\circ$$

$$m\angle XYZ = 2(24^\circ) = 48^\circ$$

$$m\angle XYZ = 2m\angle KYJ \quad \text{بما أن}$$

$$m\angle ZXY + m\angle XYZ + m\angle YZX = 180^\circ$$

$$58^\circ + 48^\circ + m\angle YZX = 180^\circ$$

$$106^\circ + m\angle YZX = 180^\circ$$

$$m\angle YZX = 74^\circ$$

بما أن $\overrightarrow{ZP}$ ينصف $\angle YZX$ - إنتاج - توثيق

$$2m\angle L Z P = m\angle Y Z X$$

$$m\angle L Z P = \frac{1}{2}m\angle Y Z X$$

$$m\angle L Z P = \frac{1}{2}(74^\circ) = 37^\circ$$



القطع المتوسطة الارتفاعات في المثلث

4-2

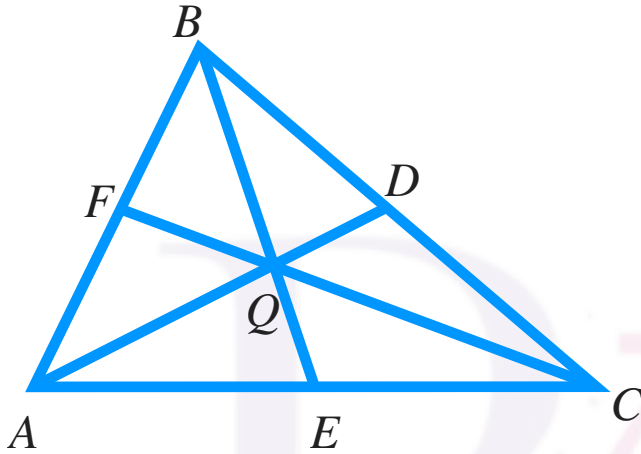
91

استعمال نظرية مركز المثلث

في $\triangle ABC$ ، إذا كان $FC = 15$ ،
فأوجد طولي القطعتين الآتيتين :

FQ (1A)

الحل



$$FQ = \frac{1}{3} FC$$

$$= \frac{1}{3} (15)$$

$$FQ = 5$$

QC (1B)

الحل

نظرية مركز المثلث

$$QC = \frac{2}{3} FC$$

$$= \frac{2}{3} (15)$$

$$FC = 15$$

$$QC = 10$$



القطع المتوسطة الارتفاعات في المثلث

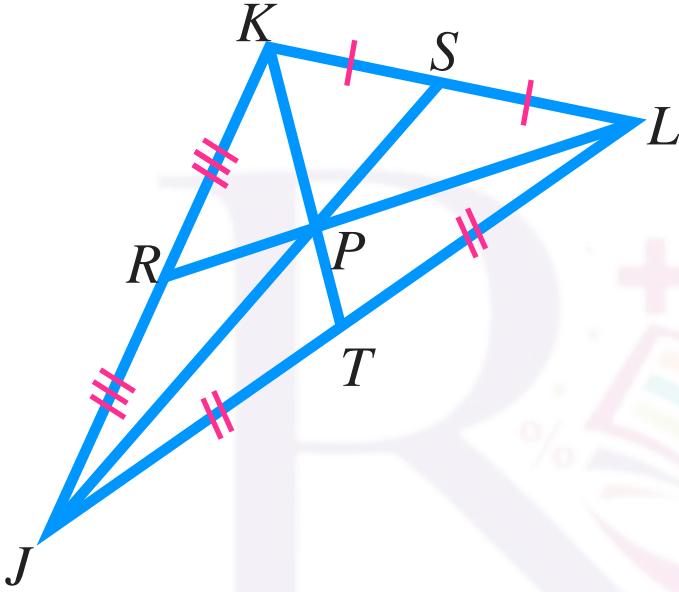
4-2

92

استعمال نظرية مركز المثلث

في $\triangle JKL$ ، إذا كان $JP = 9$ ، $RP = 3.5$ فأوجد طولي القطعتين الآتيتين :

PL (1A)
الحل



$$PL = 2 PR$$

$$= 2(3.5)$$

$$PL = 7$$

PS (1B)
الحل

$$PS = \frac{1}{2} JP$$

$$= \frac{1}{2}(9)$$

$$PS = 4.5$$

القطع المتوسطة الارتفاعات في المثلث

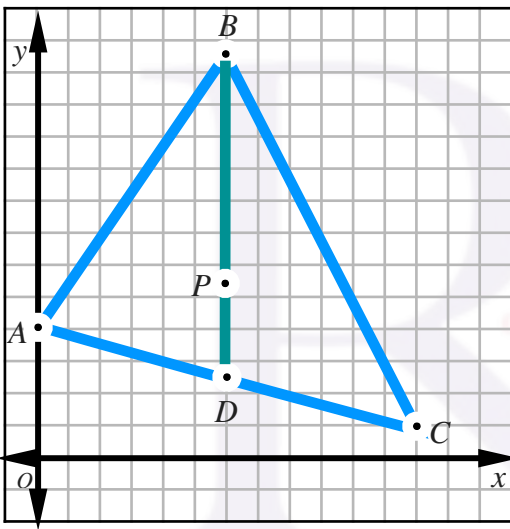
4-2

93

إيجاد المركز في المستوى الاحداثي

(3) تقع رؤوس مثلث آخر عند النقاط $(0,4)$, $(6,11.5)$, $(12,1)$ فأوجد إحداثيات النقطة التي يتزن عندها هذا المثلث

الحل



إيجاد نقطة المنتصف D للضلع AC الذي طرفاه $A(0, 4)$, $C(12, 1)$

$$D \left(\frac{0 + 12}{2}, \frac{4 + 1}{2} \right) = D(6, 2.5)$$

المسافة الرأسية من $B(6, 11.5)$ إلى $D(6, 2.5)$ تساوي 9 وحدات

بما أن P هي مركز $\triangle ABC$

$$PB = \frac{2}{3} (9) = 6$$

P تبعد 6 وحدات أسفل B

إذن: إحداثيات نقطة مركز المثلث $P(6, 5.5)$

حل آخر:

$$P \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right) = P \left(\frac{0 + 6 + 12}{3}, \frac{4 + 11.5 + 1}{3} \right) = P(6, 5.5)$$

القطع المتوسطة الارتفاعات في المثلث

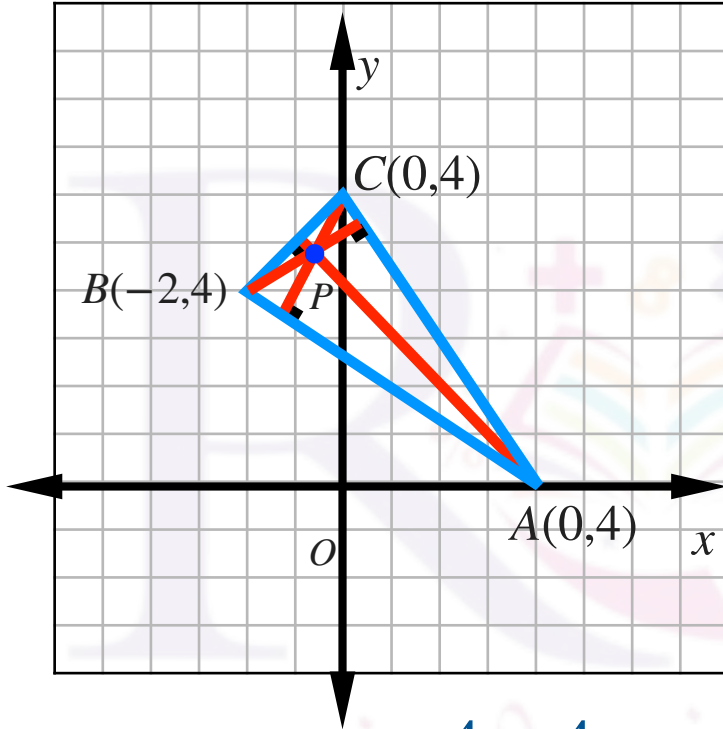
4-2

95

إيجاد ملتقى الارتفاعات في المستوى الاحداثي

4) فأوجد إحداثيات ملتقى ارتفاعات $\triangle ABC$ في الشكل المجاور.

الحل



استعمل ركن الورقة
لرسم ارتفاعات المثلث.

إحداثيات ملتقى ارتفاعات هي $P(-\frac{4}{5}, \frac{4}{5})$

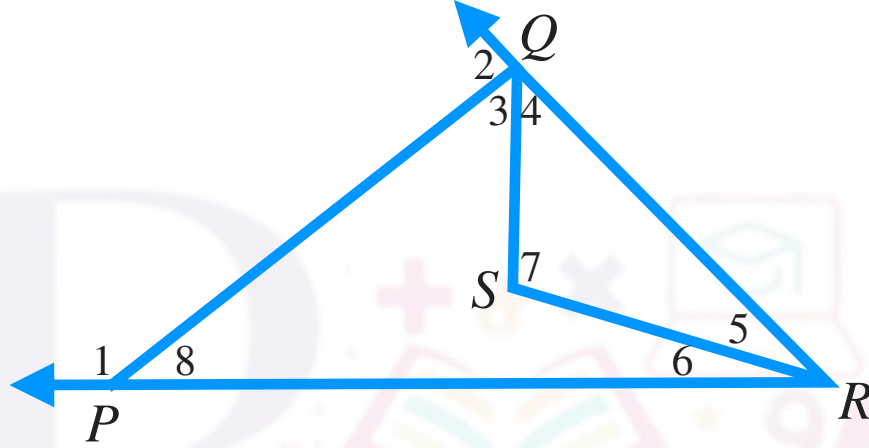
تطوير - إنتاج - توثيق



100

استعمال نظرية متباينة الزاوية الخارجية

استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجية ، لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المعطى في كل مما يأتي :



1A) قياسها أقل من $m\angle 1$

الحل

الزوايا التي قياسها أقل من $m\angle 1$

$\angle 3$ ، $\angle 4$ ، $\angle 5$ ، $\angle 6$ لأنها زوايا داخلية بعيدة

1B) قياسها أكبر من $m\angle 8$

الحل

الزوايا التي قياسها أكبر من $m\angle 8$

$\angle 2$ لأنها زاوية خارجية

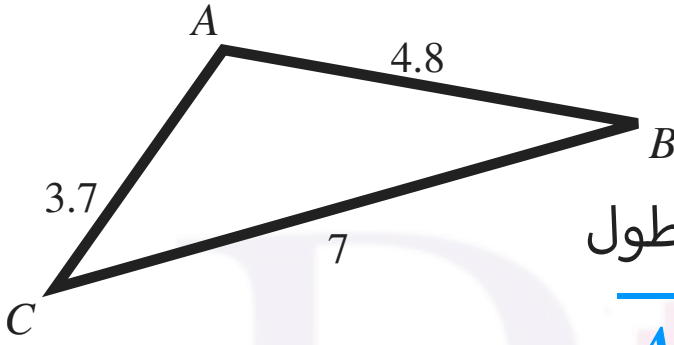


101

ترتيب زوايا المثلث وفقاً لقياسها

(2) اكتب زوايا، $\triangle ABC$ مرتبة من الأصغر إلى الأكبر.

الحل



الأضلاع مرتبة من الأقصر إلى الأطول

$\overline{AC}$ ، $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$

الزوايا مرتبة من الأصغر إلى الأكبر

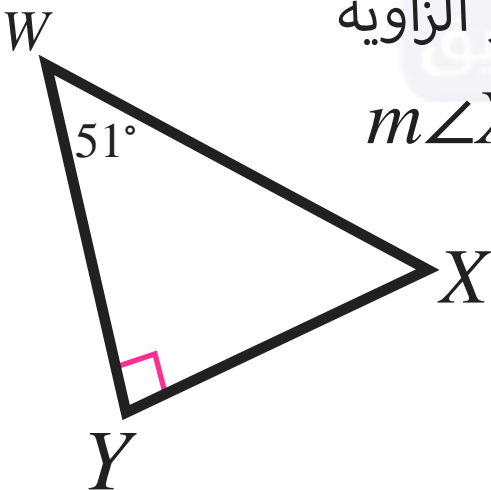
$\angle B$ ، $\angle C$ ، $\angle A$

102

ترتيب أضلاع المثلث وفقاً لأطوالها

(3) اكتب زوايا، $\triangle WXY$ و أضلاعه مرتبة من الأصغر إلى الأكبر.

الحل



أوجد قياس الزاوية المجهولة في مثلث قائم الزاوية

$$m\angle X = 90^\circ - 51^\circ = 39^\circ$$

الزوايا مرتبة من الأصغر إلى الأكبر

$\angle X$ ، $\angle W$ ، $\angle Y$

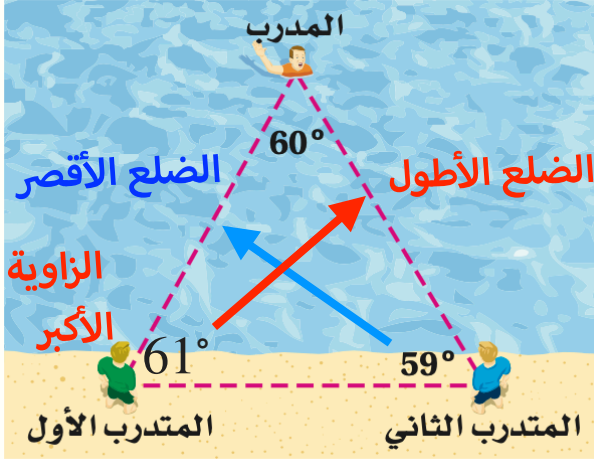
الأضلاع مرتبة من الأقصر إلى الأطول

$\overline{WY}$ ، $\overline{XY}$ ، $\overline{WX}$

102

العلاقات بين الزوايا و الأضلاع

(2) سبّاحو الإنقاذ:



في أثناء التدريب يُمثّل المدرّب دور شخص في خطر ليتمكّن المتدربان من تطبيق مهارات الإنقاذ، إذا كان المدرّب و المتدربان الأول و الثاني في المواقع المبينة في الشكل، فأَي المتدربين أقرب إلى المدرّب؟

الحل

أوجد قياس الزاوية المجهولة باستعمال نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث.

$$180^\circ - (59^\circ + 60^\circ) = 61^\circ$$

$$61^\circ > 59^\circ$$

بما أن :

المتدرب الأول أقرب إلى المدرّب

إذن:



107

صيغة افتراض للبدء في برهان غير مباشر

اكتب الافتراض الضروري الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

(1A) $x > 5$

الافتراض هو $x \leq 5$

(1B) النقاط J, K, L تقع على استقامة واحدة

الافتراض هو: النقاط J, K, L ليست تقع على استقامة واحدة

(1C) $\triangle XYZ$ متطابق الأضلاع

الافتراض هو $\triangle XYZ$ ليس متطابق الأضلاع

108

كتابة برهان جبري غير مباشر

(2A) اكتب برهاناً غير مباشر لتبين أنه، إذا كان $7x > 56$ فإن $x > 8$

المطلوب: $x > 8$

المعطيات: $7x > 56$

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افترض أن $x \leq 8$ صحيحة

الخطوة ٢:

$x \leq 8$ افترض

$7x \leq 56$ اضرب الطرفين بـ 7

$7x > 56$ معطى

لكن:

تناقض

الخطوة ٣:

الافتراض خطأ، وأن النتيجة الأصلية $x > 8$ الصحيحة

108

كتابة برهان جبري غير مباشر

(2B) اذا كان $-c$ موجباً، فإن c سالب

المعطيات: $-c$ موجباً أي أن $-c > 0$

المطلوب: c سالب أي أن $c < 0$

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افترض أن $c \geq 0$ صحيحة

الخطوة ٢: $c > 0$ افترض

اضرب الطرفين ب -1

$$c = 0$$

$$-c = 0$$

لكن: $-c > 0$ تناقض

لكن: $-c > 0$ تناقض

الخطوة ٣:

الافتراض خطأ، وأن النتيجة الأصلية صحيحة

108

استعمال البرهان الجبري الغير المباشر

(3) رحلة: قطع رياض أكثر من 360 كيلومترات في رحلة، و توقف في أثناء

سفره مرتين فقط. استعمال البرهان الغير مباشر لإثبات أن

رياضاً قطع أكثر من 120 كيلومتراً في إحدى مراحل رحلته

الثلاث على الأقل.

افترض أن x هي المسافة المقطوعة في المرحل؛ الأولى من رحلته،

y هي المسافة المقطوعة في المرحل الثانية،

z هي المسافة المقطوعة في المرحل الثالثة.



المعطيات :

قطع رياض أكثر من 360 كيلومترات في رحلة، و توقف في أثناء سفره مرتين فقط

$$x + y + z > 360 \text{ أي أن}$$

المطلوب:

رياض قطع أكثر من 120 كيلومتراً في إحدى مراحل رحلته الثلاث على الأقل.

$$\text{أي أن } z > 120 \text{ أو } y > 120 \text{ أو } x > 120$$

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افترض أن: $x \leq 120$ ، $y \leq 120$ ، $z \leq 120$ صحيحة

الخطوة ٢: $x \leq 120$ ، $y \leq 120$ ، $z \leq 120$ افترض

$$\text{بالجمع } x + y + z \leq 120 + 120 + 120$$

$$\text{بسط } x + y + z \leq 360$$

$$\text{معطى } x + y + z > 360$$

تناقض

الخطوة ٣:

الافتراض خطأ، أي أن $z > 120$ أو $y > 120$ أو $x > 120$ صحيحة

أي أنه قطع أكثر من 120 كيلومتر في مرحلة واحدة من رحلته على الأقل

(4) اكتب برهاناً غير مباشر لتبين أنه ،
 " إذا كان مربع عدد صحيح فردياً، فإنّ العدد الصحيح فرديّ".
 المعطيات: x^2 عدد صحيح فردي

المطلوب:

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افترض أنّ: x عدد صحيح زوجي، $x = 2k$ حيث k عدد صحيح.

الخطوة ٢: x عدد صحيح زوجي افتراض

عوض $x^2 = (2k)^2$

التربيع $= 4k^2$

التحليل $= (2.2)k^2$

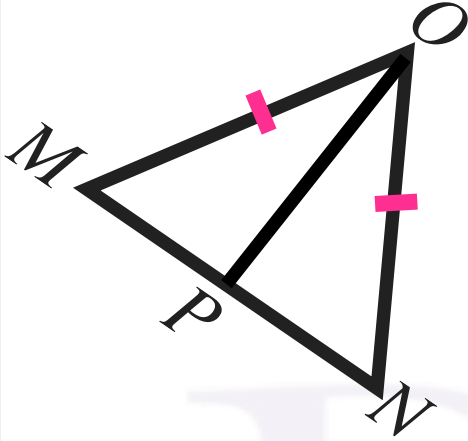
خاصية الابدال $= 2(2k^2)$

عوض $m = 2k$ إذن: $x^2 = 2(m)$

$x^2 = 2(m)$ عدد زوجي تناقض مع المعطى x^2 عدد صحيح فردي

الخطوة ٣:

الافتراض خطأ، أي أن x عدد صحيح فردي صحيحة



(5) اكتب برهاناً غير مباشر .

المعطيات: $\overline{MO} \cong \overline{ON}$, $\overline{MP} \cong \overline{NP}$

المطلوب: $\angle MOP \not\cong \angle NOP$

برهان غير مباشر:

الخطوة ١:

افترض أن: $\angle MOP \cong \angle NOP$

الخطوة ٢:

بما أن $\overline{MO} \cong \overline{ON}$

معطى

$\overline{OP} \cong \overline{OP}$

خاصية الانعكاس

الافتراض

$\angle MOP \cong \angle NOP$

مسلمة SAS

$\triangle MOP \cong \triangle NOP$

إذن:

تعريف تطابق المثلثات

$\overline{MP} \cong \overline{NP}$

تناقض مع المعطى

$\overline{MP} \not\cong \overline{NP}$

الخطوة ٣:

الافتراض خطأ، أي أن $\angle MOP \not\cong \angle NOP$ صحيحة

115

تعيين الأطوال التي تكون مثلثاً

حدد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال مثلث في كلٍّ من السؤالين الآتيين، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فوضح السبب:

1A) 15 cm, 16 cm, 30 cm

تحقق من صحة كل متباينة:

$$15 + 30 > 16$$

$$45 > 16$$



$$16 + 30 > 15$$

$$46 > 15$$



$$16 + 15 > 30$$

$$31 > 30$$



بما أن مجموع طولي أيّ قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإنّ القطع المستقيمة التي أطوالها 15, 16, 30 تكون مثلثاً.

1B) 2 ft, 8 ft, 11 ft

$$2 + 8 > 11$$

$$10 > 11$$



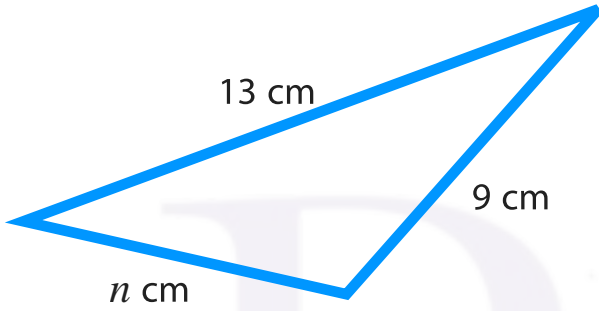
بما أن مجموع طولي أيّ قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإنّ القطع المستقيمة التي أطوالها 2, 8, 11 لا تكون مثلثاً.



116

مدى القيم للضلع الثالث

(2) في الشكل المجاور، أيُّ الأعداد الآتية لا يمكن أن يكون قيمة لـ n ؟



10

C

7

A



22

D

13

B

$$13 - 9 < n < 13 + 9$$

$$4 < n < 22$$

الحل

117

استعمال نظرية متباينة المثلث في البرهان

(3) اكتب برهاناً ذا عمودين.

$$GL = LK$$

المعطيات :

$$JH + GH > JK$$

المطلوب :

البرهان :

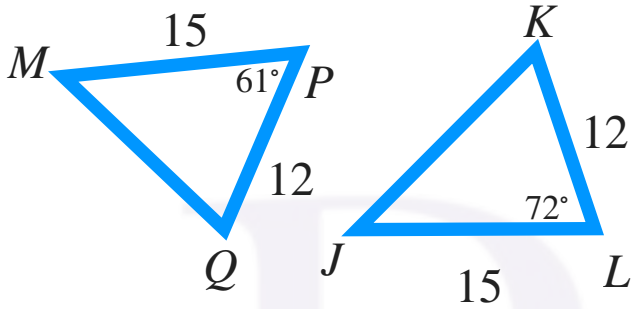
المبررات	العبارات
معطى	$GL = LK$
نظرية متباينة المثلث	$JH + GH > GJ$
مسلمة جمع القطع المستقيمة	$GJ = GL + LJ$
بالتعويض	$JH + GH > GJ + LJ$
بالتعويض	$JH + GH > LK + LJ$
نظرية متباينة المثلث	$LK + LJ > JK$
خاصية التعدي	$JH + GH > JK$

122

استعمال متباينة SAS و عكسها

قارن بين القياسين المحددين في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(1A)



في المثلثين JKL, MQP

$$m\angle JLK > m\angle MPQ$$

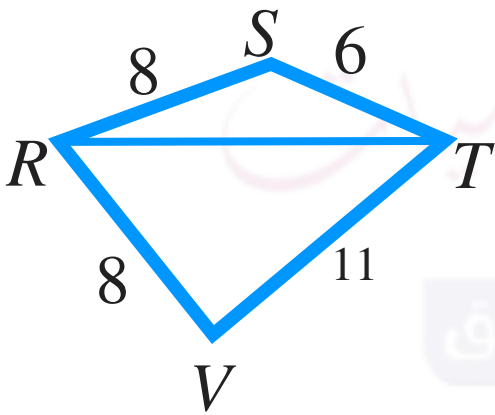
$$\overline{JL} \cong \overline{MP}$$

$$\overline{KL} \cong \overline{PQ}$$

بحسب متباينة SAS فإن :

$$JK > MQ$$

(1B)



في المثلثين RST, RVT

$$\overline{RT} \cong \overline{RT}$$

$$\overline{RV} \cong \overline{RS}$$

$$VT > ST$$

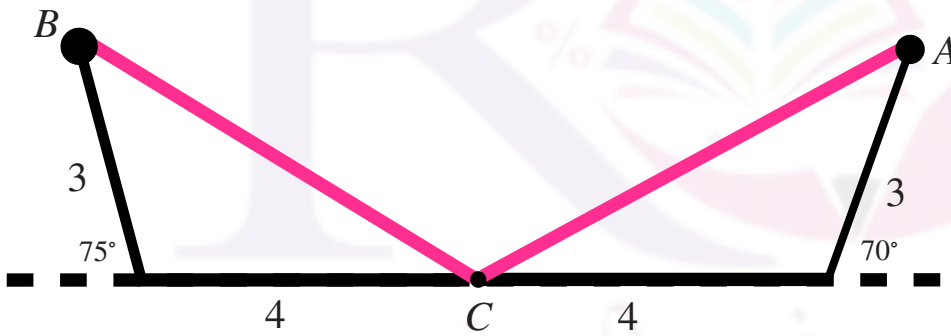
بحسب عكس متباينة SAS فإن :

$$m\angle VRT > m\angle SRT$$



(2) التزلج على الجليد

انطلقت مجموعتان من المتزلجين من المكان نفسه، فقطعت المجموعة A مسافة 4mi في اتجاه الشرق، ثم انحرفت 70° في اتجاه الشمال الشرقي قاطعة مسافة 3mi، و قطعت المجموعة B مسافة 4mi في اتجاه الغرب، ثم انحرفت 75° في اتجاه الشمال الغربي قاطعة 3mi أي مجموعة كانت الأبعد عن مكان الانطلاق عند هذه اللحظة؟ وضح إجابتك.



حساب الزاوية المحصورة للمجموعة A

$$180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

حساب الزاوية المحصورة للمجموعة B

$$180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

$$110^\circ > 105^\circ$$

بما أن :

بحسب متباينة SAS فإن :

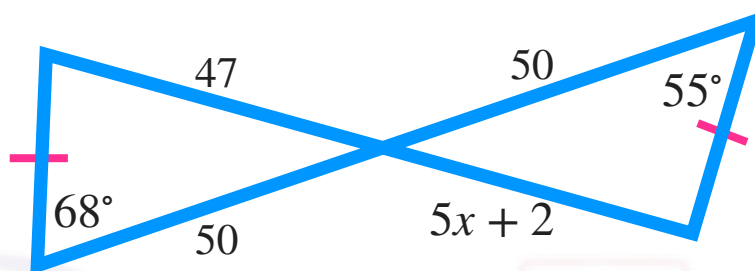
$$AC > BC$$

أي أن المجموعة A كانت أبعد عن مكان الانطلاق من المجموعة B

استعمال الجبر في العلاقات بين مثلثين

124

(3) أوجد متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لـ x



بحسب عكس متباينة SAS فإن:

$$47 > 5x + 2$$

$$9 > x$$

أن طول أي ضلع في المثلث أكبر من 0

$$0 < 5x + 2$$

$$-\frac{2}{5} < x$$

اكتب المتباينين في صورة متباينة مركبة

$$-\frac{2}{5} < x < 9$$

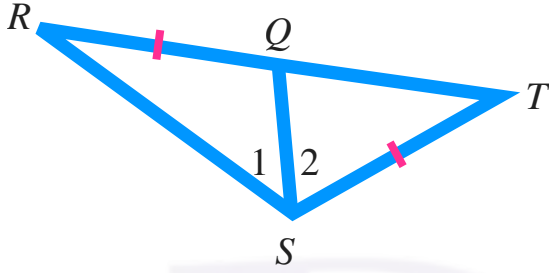


4) اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$

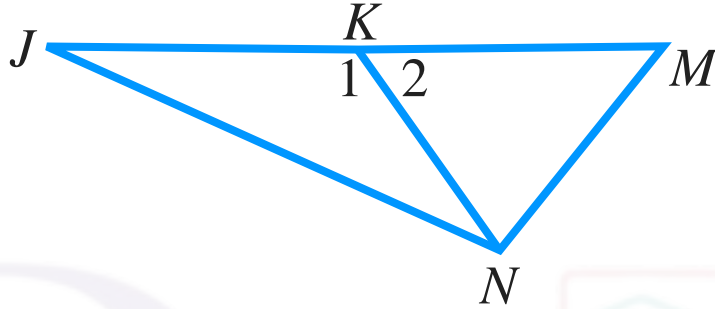
المطلوب: $RS > TQ$

البرهان:



المبررات	العبارات
معطى	$\overline{RQ} \cong \overline{ST}$
خاصية الانعكاس	$\overline{QS} \cong \overline{QS}$
تعريف الزاوية الخارجية	$\angle 1$ زاوية خارجية بالنسبة للمثلث QST
قياس الزاوية الخارجية أكبر من قياس أي من الزاويتين	$m\angle 1 > m\angle 2$
متباينة SAS	$RS > TQ$

(5) اكتب برهاناً ذا عمودين.



المعطيات: $\overline{NK}$ قطعة متوسطة في $\triangle JMN$

$$JN > NM$$

المطلوب: $m\angle 1 > m\angle 2$

البرهان:

المبررات	العبارات
معطى	$\overline{NK}$ قطعة متوسطة في $\triangle JMN$
تعريف نقطة المتوسطة	K نقطة منتصف $\overline{JM}$
نظرية نقطة المنتصف	$\overline{JK} \cong \overline{KM}$
خاصية الانعكاس	$\overline{KN} \cong \overline{KN}$
معطى	$JN > NM$
عكس متباينة SAS	$m\angle 1 > m\angle 2$



الفصل الخامس

5

54 زوايا المضلع

60 متوازي الأضلاع

65 تمييز موازي الأضلاع

72 المستطيل

76 المعين و المربع

80 شبه المنحرف و شكل الطائرة
الورقية

141

إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع

1A) أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للثماني المحدب.

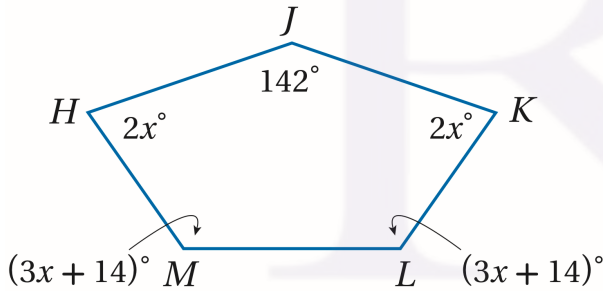
من نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب :

$$n = 8 \rightarrow (n - 2) \cdot 180^\circ =$$

بالتعويض

$$(8 - 2) \cdot 180^\circ = 1080^\circ$$

1B) أوجد قياس جميع الزوايا للخماسي المجاور



نوجد قيمة x

بما إن الشكل خماسي فإن مجموع قياس زوايا الداخلية :

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = (5 - 2) \cdot 180^\circ = 540^\circ$$

$$m\angle K + m\angle L + m\angle M + m\angle H + m\angle J = 540^\circ$$

$$2x + (3x + 14) + 2x + (3x + 14) + 142^\circ = 540^\circ$$

$$10x + 170^\circ = 540^\circ$$

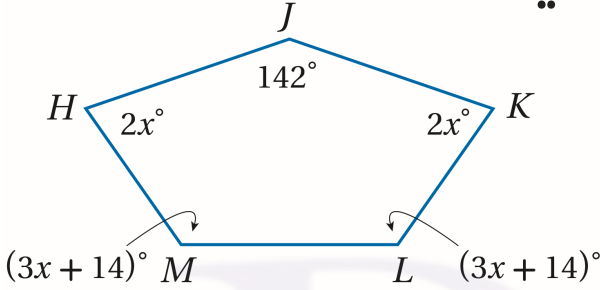
$$10x = 370^\circ$$

$$x = 37^\circ$$

141

إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع

(1B) أوجد قياس جميع الزوايا للخماسي المجاور



استعمل قيمة x لإيجاد قياس كل زاوية

بالتعويض $x = 37$

$$m\angle K = 2x = 2(37^\circ) = 74^\circ$$

$$m\angle H = 2x = 2(37^\circ) = 74^\circ$$

$$m\angle L = 3x + 14 = 3(37^\circ) + 14 = 125^\circ$$

$$m\angle M = 3x + 14 = 3(37^\circ) + 14 = 125^\circ$$

142

قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم

2A) أوجد قياس الزاوية الداخلية لسجادة على شكل ثماني منتظم

● نوجد مجموع قياس الزوايا الداخلية للثماني

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ =$$

$$= (8 - 2) \cdot 180^\circ = 1080^\circ$$

● نوجد قياس كل زاوية الداخلية

$$\frac{\text{مجموع قياس الزوايا الداخلية}}{\text{عدد الزوايا الداخلية}} = \frac{1080^\circ}{8} = 135^\circ$$

● إذا قياس كل زاوية داخلية للسجادة 135°

أطوار - إيتاد - أوزبك

142

قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم

(2B) تزين النوافير الأماكن العامة، ويقام بعضها على شكل مضلعات منتظمة. أوجد قياس الزاوية الداخلية لنافورة على شكل تساعي منتظم.

● نوجد مجموع قياس الزوايا الداخلية للتساعي

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ =$$

$$= (9 - 2) \cdot 180^\circ = 1260^\circ$$

● نوجد قياس كل زاوية الداخلية

$$\frac{\text{مجموع قياس الزوايا الداخلية}}{\text{عدد الزوايا الداخلية}} = \frac{1260^\circ}{9} = 140^\circ$$

● إذا قياس كل زاوية داخلية لنافورة 140°

143 إيجاد عدد الأضلاع إذا علم قياس زاوية داخلية

(3) إذا كان قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم يساوي 144° ، فأوجد عدد أضلاعه.

● نفترض أن عدد أضلاع المضلع n

وبذلك يكون مجموع قياسات الزوايا الداخلية $144n$

لأن جميع الزوايا الداخلية للمضلع متطابقة

ويمكن التعبير عن مجموع قياس الزوايا الداخلية بالعلاقة $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$

كتابة المعادلة

$$144^\circ n = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

بالتوزيع

$$144^\circ n = 180^\circ n - 360^\circ$$

بالطرح

$$-36^\circ n = -360^\circ$$

بالقسمة

$$n = 10$$

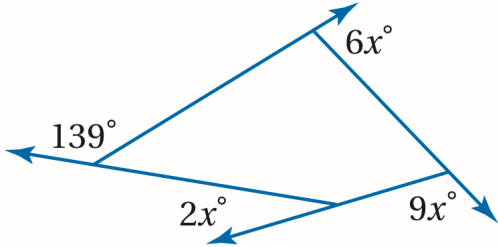
● إذا للمضلع 10 أضلاع

تطوير - إنتاج - توثيق

144

إيجاد قياسات الزوايا الخارجية لمضلع

(4A) أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



● مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع 360°

$$6x + 9x + 2x + 139^\circ = 360^\circ$$

بالتبسيط

$$17x + 139^\circ = 360^\circ$$

بالطرح

$$17x = 221^\circ$$

بالقسمة

$$x = 13^\circ$$

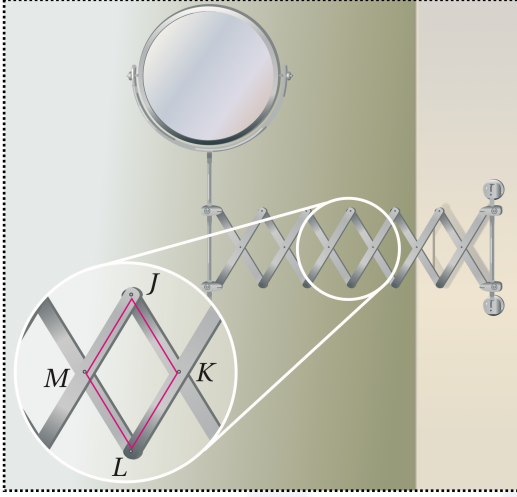
(4B) أوجد قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم ذي 12 ضلعاً.

$$\frac{\text{مجموع قياسات الزوايا الخارجية}}{\text{عدد الزوايا الخارجية}} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

إذاً قياس الزاوية الخارجية 30°

150

استعمال خصائص متوازي الأضلاع



1) تستعمل في مرآة الحائط المبينة جانباً متوازيات أضلاع يتغير شكلها

كلما مد الذراع في $\square JKLM$

إذا كان $MJ = 8\text{cm}$ ، $m\angle J = 47^\circ$ فأوجد كل مما يأتي:

(A) LK

كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقين $LK = MJ$

$$LK = 8\text{cm}$$

(B) $m\angle L$

كل زاويتين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقتين $m\angle L = m\angle J$

$$m\angle L = 47^\circ$$

(C) إذا مد الذراع حتى أصبح $m\angle J = 90^\circ$ ، فكم سيصبح قياس

كل من $\angle K, \angle L, \angle M$ ؟ برر إجابتك.

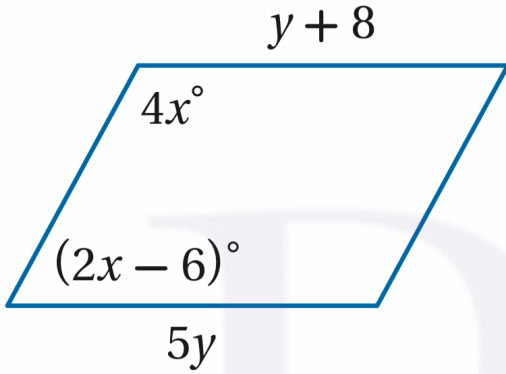
يصبح قياس كل من الزوايا الأخرى 90° .

لأن في متوازي الأضلاع إذا كانت إحدى زواياه قائمة فإن زواياه الأربعة قوائم

151

استعمال خصائص متوازي الأضلاع

(2A) أوجد قيمة المتغير في كل من متوازي الأضلاع الآتين:

● قيمة x

كل زاويتين متحالفتين في متوازي الأضلاع متكاملتين

$$4x + (2x - 6) = 180^\circ$$

$$6x - 6 = 180^\circ$$

بالجمع

$$6x = 186^\circ$$

بالقسمة

$$x = 31^\circ$$

● قيمة y

كل ضلعين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقين

$$5y = y + 8$$

بالطرح

$$4y = 8$$

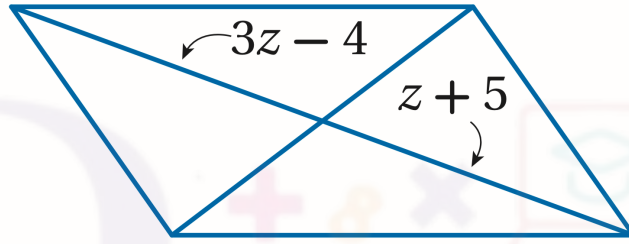
بالقسمة

$$y = 2$$

151

استعمال خصائص متوازي الأضلاع

(2B) أوجد قيمة المتغير في كل من متوازي الأضلاع الآتين:

● قيمة z

قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر

$$3z - 4 = z + 5$$

بالطرح

$$2z - 4 = 5$$

بالجمع

$$2z = 9$$

بالقسمة

$$z = 4.5$$

تطوير - إنتاج - توثيق

152 متوازي الأضلاع والهندسة الاحداثية

(3) أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطري $\square RSTU$ الذي رؤوسه $R(-8, -2), S(-6, 7), T(6, 7), U(4, -2)$.

بما أن قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر ، فإن نقطة تقاطعهما هي

نقطة منتصف كل من $\overline{RT}, \overline{SU}$

● نقطة منتصف $\overline{RT}$

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{-8 + 6}{2}, \frac{-2 + 7}{2} \right)$$

$$= (-1, 2.5)$$

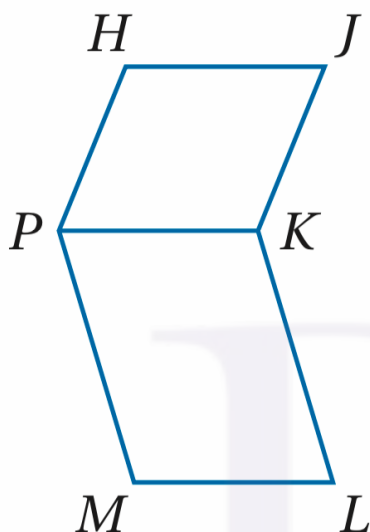
إذا احداثيا نقطة تقاطع قطري $\square RSTU$ هما $(-1, 2.5)$

● تحقق:

نقطة منتصف $\overline{SU}$

$$\left(\frac{-6 + 4}{2}, \frac{7 + (-2)}{2} \right) = (-1, 2.5) \quad \checkmark$$

152 استعمال خصائص متوازي الأضلاع لكتابة برهان



4) اكتب برهان ذا عمودين:

المعطيات: $\square HJKP$, $\square PKLM$

المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

البرهان

المبررات	العبارات
معطيات	$HJKP, PKLM$ متوازي أضلاع
الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة	$\overline{HJ} \cong \overline{PK}, \overline{PK} \cong \overline{ML}$
خاصية التبعدي	$\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

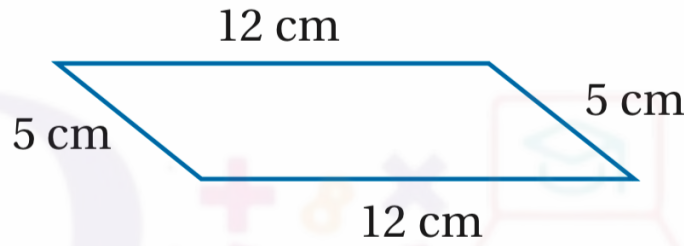


158

تحديد متوازي الأضلاع

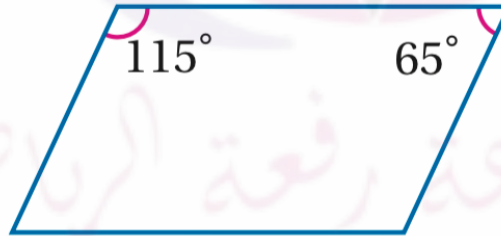
حدد ما إذا كانت المعطيات على الشكل الرباعي المجاور كافية ليكون متوازي أضلاع أم لا. برر إجابتك.

(1A)



نعم؛ لأن كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين

(1B)



لا؛ المعطيات غير كافية لمعرفة هل هو متوازي أضلاع أم لا.

حيث تشير قياسات الزاويتين المتحالفتين إلى أن الضلعين متوازيين

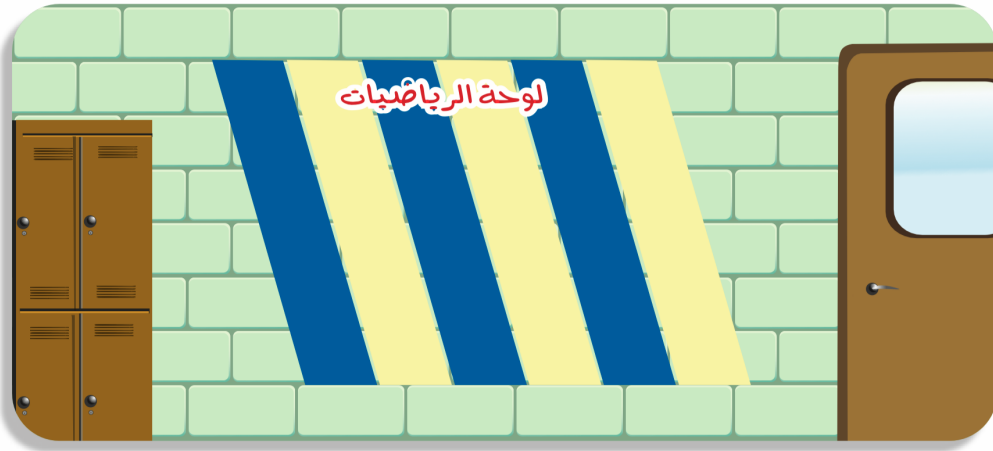
، لكن لا يوجد ما يدل على أنهما متطابقين



استعمال متوازي الأضلاع لإثبات علاقات

158

(2) **لوحات:** عُد إلى فقرة (لماذا؟) بداية الدرس، وضح لماذا يكون خطي القص أعلى وأسفل كل شريحة متوازيين.



بما أن $AD = BC$ فإن $\overline{AD} \cong \overline{BC}$. وحيث أن أضلاع

الشريط متوازية، لذلك تكون $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.

وبما أن في الشكل الرباعي ضلعان متطابقان ومتوازيان يكون الشكل متوازي أضلاع.

ولأن الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متوازية فإن

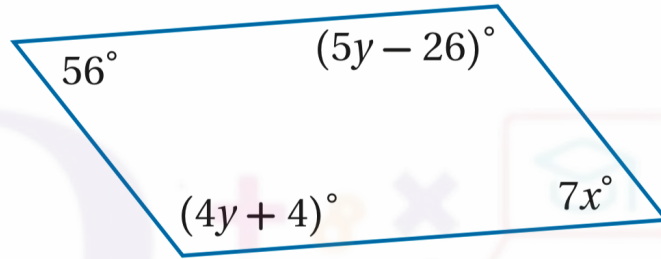
$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

استعمال متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة

159

أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(3A)



إذا كانت كل زاويتان متقابلتان في الشكل الرباعي متطابقتان فإن
الشكل الرباعي متوازي أضلاع

● قيمة x

$$7x = 56^\circ$$

$$x = 8 \text{ بالقسمة}$$

● قيمة y

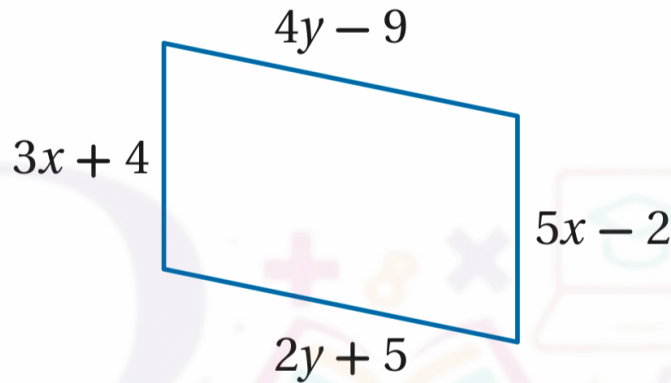
$$5y - 26 = 4y + 4$$

$$y - 26 = 4 \text{ بالطرح}$$

$$y = 30 \text{ بالجمع}$$

159 استعمال متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة

أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



(3B)

إذا كانت كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي متطابقين فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع

● قيمة x

$$5x - 2 = 3x + 4$$

بالطرح

$$2x - 2 = 4$$

بالجمع

$$2x = 6$$

بالقسمة

$$x = 3$$

● قيمة y

$$4y - 9 = 2y + 5$$

بالطرح

$$2y - 9 = 5$$

بالجمع

$$2y = 14$$

بالقسمة

$$y = 7$$



160

متوازي الأضلاع والهندسة الاحداثية

مثّل في المستوى الاحداثي الشكل الرباعي الذي أعطيت إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برر إجابتك بالطريقة المحددة بالسؤال:

(4A) $A(3, 3)$, $B(8, 2)$, $C(6, -1)$, $D(1, 0)$ ، صيغة المسافة.

إذا كانت كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي متطابقين فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع

صيغة المسافة

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(8 - 3)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$DC = \sqrt{(1 - 6)^2 + (0 + 1)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$\overline{AB} \cong \overline{DC} \text{ وبالتالي } AB = DC$$

$$AD = \sqrt{(1 - 3)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

$$BC = \sqrt{(6 - 8)^2 + (-1 - 2)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

$$\overline{AD} \cong \overline{BC} \text{ وبالتالي } AD = BC$$

الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع لأن كل ضلعين متقابلين متطابقين



160

متوازي الأضلاع والهندسة الاحداثية

مثّل في المستوى الاحداثي الشكل الرباعي الذي أعطيت إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برر إجابتك بالطريقة المحددة بالسؤال:

(4B) $F(-2, 4), G(4, 2), H(4, -2), J(-2, -1)$ ، صيغة نقطة المنتصف.

إذا كان قطرا الشكل الرباعي ينصف كل منهما الآخر فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع

صيغة نقطة المنتصف

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

ينصف قطرا الشكل الرباعي كل منهما الآخر إذا كانت

نقطتا منتصفهما متطابقتان

نقطة منتصف القطر $\overline{FH}$

$$\left(\frac{-2 + 4}{2}, \frac{4 - 2}{2} \right) = (1, 1)$$

نقطة منتصف القطر $\overline{GJ}$

$$\left(\frac{4 - 2}{2}, \frac{2 - 1}{2} \right) = (1, 0.5)$$

الشكل الرباعي $FGHJ$ ليس متوازي أضلاع لأن القطرين لا ينصف كل منهما الآخر



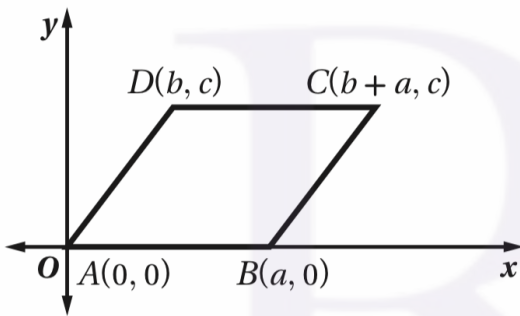
161

متوازي الأضلاع والبرهان الاحدائي

5) اكتب برهاناً احداثياً للعبارة الآتية:

إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع فإن أضلاعه المتقابلة متطابقة

الحل



المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع.

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{DC}$, $\overline{AD} \cong \overline{BC}$

البرهان الاحدائي

$$AB = \sqrt{(a - 0)^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{a^2} = a$$

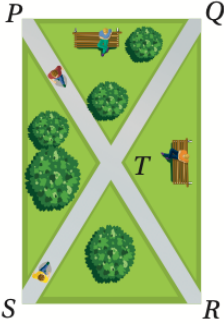
$$DC = \sqrt{(b + a - b)^2 + (c - c)^2} = \sqrt{a^2} = a$$

$$AD = \sqrt{(c - 0)^2 + (b - 0)^2} = \sqrt{c^2 + b^2}$$

$$BC = \sqrt{(a - (b + a))^2 + (c - 0)^2} = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{c^2 + b^2}$$

بما أن $AB = DC$, $AD = BC$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$





استعن بالشكل المجاور.

(1A) إذا كان $TS = 120$ ، فأوجد PR

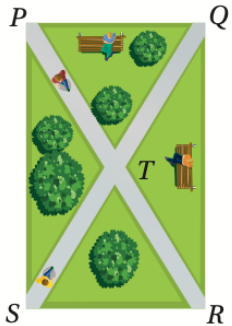
معطى $TS = 120$

القطرين ينصف كل منهما الآخر $SQ = 2(120) = 240$

القطران متطابقان $\overline{PR} \cong \overline{SQ}$

تعريف تطابق القطع المستقيمة $PR = SQ$

بالتعويض $PR = 240$



(1B) إذا كان $m\angle PRS = 64^\circ$ ، فأوجد $m\angle SQR$

جمع قياسات الزوايا $m\angle R = m\angle PRS + m\angle QRP$

زوايا المستطيل قائمة $m\angle QRP = 90^\circ - 64^\circ$

التبسيط $m\angle QRP = 26^\circ$

نصفا القطران متطابقان فإن زوايا القاعدة متطابقة $\angle SQR \cong \angle QRP$

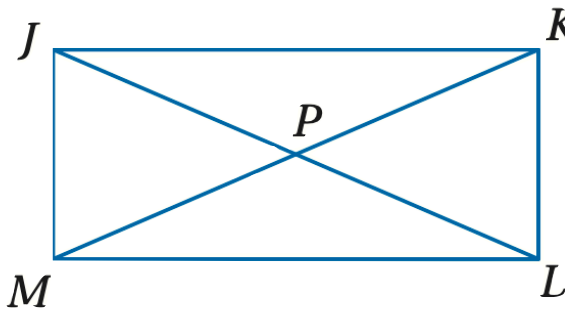
تعريف تطابق الزوايا $m\angle SQR = m\angle QRP$

بالتعويض $m\angle SQR = 26^\circ$

167

استعمال خصائص المستطيل و الجبر

(2) استعن بالشكل المجاور.

إذا كان $MK = 5y + 1$ ، $JP = 3y - 5$ فأوجد قيمة y

القطران متطابقان

$$\overline{MK} \cong \overline{JL}$$

تعريف تطابق القطع المستقيمة

$$MK = JL$$

القطرين ينصف كل منهما الآخر

$$JL = 2JP$$

بالتعويض

$$5y + 1 = 2(3y - 5)$$

خاصية التوزيع

$$5y + 1 = 6y - 10$$

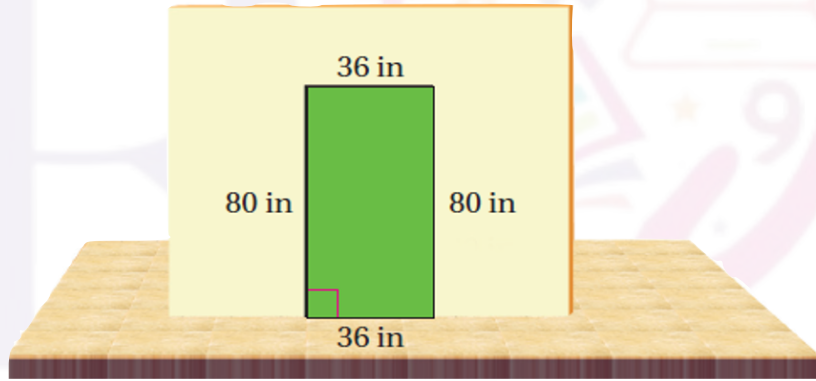
$$6y - 5y = 1 + 10$$

التبسيط

$$y = 11$$

(3)

تصميم: بالرجوع إلى فقرة "لماذا" بداية الدرس. قاس أحمد أبعاد المنطقة التي قام بطلائها كما في الشكل أدناه. وباستعمال زاوية النجارين تحقق من أن الزاوية عند الركن الأيسر السفلي قائمة. فهل يمكنه استنتاج أن المنطقة مستطيلة الشكل؟ وضح إجابتك.



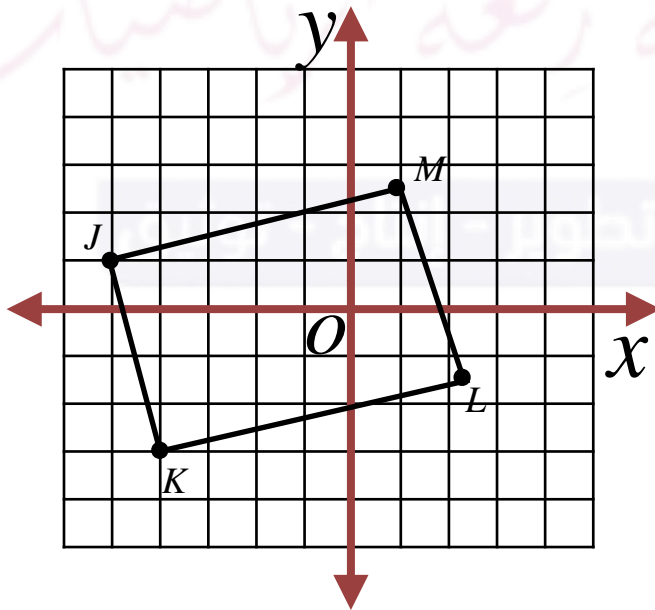
نعم؛ بما أن الأضلاع المتقابلة متطابقة، فإن المنطقة التي قام بطلائها تشكل متوازي أضلاع. وإذا كانت إحدى زوايا متوازي أضلاع قائمة فإن جميع الزوايا قائمة. وبما أن الزاوية السفلى إلى اليسار قائمة فإن جميع الزوايا قائمة، لذلك وحسب التعريف، يكون المدخل مستطيلاً.

3) إذا كانت إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي JKLM هي
 $J (-10,2), K (-8,-6), L (5,-3), M (2,5)$
 فهل JKLM مستطيل؟ استعمل صيغة الميل.

$$\text{ميل } \overline{JK} = \frac{-6 - (2)}{-8 - (-10)} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$\text{ميل } \overline{ML} = \frac{5 - (-3)}{2 - 5} = \frac{8}{-3} = -\frac{8}{3}$$

بما أن ميل $\overline{JK}$ لا يساوي ميل $\overline{ML}$ أي أنهما غير متوازيان إذن JKLM ليس مستطيل



173

استعمال خصائص المعين

استعن بالشكل المجاور.

(1A) إذا كان $FG = 13$ ، $FK = 5$ فأوجد KJ

بما أن القطران متعامدان فإن المثلث FKG قائم الزاوية

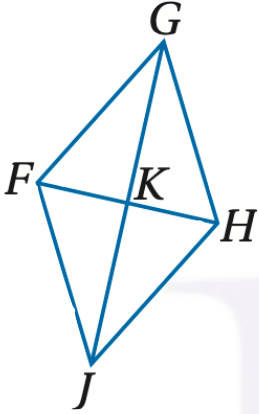
نظرية فيثاغورس $FG^2 = FK^2 + KG^2$

بالتعويض $13^2 = 5^2 + KG^2$

خاصية الطرح للمساواة $KG^2 = 169 - 25$

التبسيط $KG^2 = 144$

أخذ الجذر و استبعاد الجذر السالب $KG = 12$



(1B) إذا كان $m\angle KFG = (9y - 5)^\circ$ ، $m\angle JFK = (6y + 7)^\circ$ فأوجد y

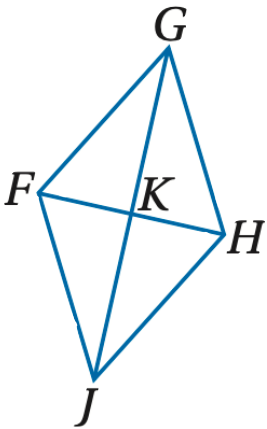
$m\angle JFK = m\angle KFG$

$6y + 7 = 9y - 5$

$7 + 5 = 9y - 6y$

$3y = 12$

$y = 4$



استعمال خصائص المعين و المربع في البراهين 174

(2) اكتبوا برهاناً حرّاً.

المعطيات : $\overline{QS}$ عمود منصف لـ $\overline{PR}$

$\overline{PR}$ عمود منصف لـ $\overline{SQ}$

$\triangle RMS$ متطابق الضلعين

المطلوب: $PQRS$ مربع.

البرهان

بما أن $\overline{SQ}$ عمود منصف لـ $\overline{PR}$ فإن $\overline{SQ} \perp \overline{PR}$ و $\overline{MP} \cong \overline{MR}$

بما أن $\overline{PR}$ عمود منصف لـ $\overline{SQ}$ فإن $\overline{MS} \cong \overline{QM}$

بما أن القطرين ينصف كل منهما الآخر فالشكل $PQRS$ متوازي أضلاع
وحيث القطرين متعامدان، يكون الشكل معيناً. و بما أن $\triangle RMS$

متطابق الضلعين، فإن $\overline{MS} \cong \overline{MR}$ بالتعويض $\overline{MS} \cong \overline{MP}$

$MS = MP = MS = MR$ حسب التعريف و خاصية التعدي

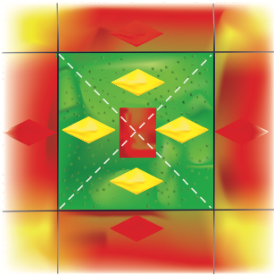
$MS + MQ = SQ$ و $MS + MQ = SQ$ مسلمة جمع القطع المستقيمة

بالتعويض $MS + MS = PR, MS + MS = SQ$

إذن $SQ = PR$ فإن $\overline{SQ} \cong \overline{PR}$ تعريف التطابق، و لأن القطرين فإن
 $PQRS$ مستطيل. $PQRS$ مستطيل و معين فإنه مربع.

175

استعمال المعين و المربع



(3) خاطت كوثر غطاء طاولة باستعمال قطع ملونة من القماش كما في الرسم المجاور

(A) رسمت كوثر قطري كل من القطع الصفراء فوجدت أنهما متعامدان، هل يمكنها استنتاج أن كل قطعة صفراء معين؟
وضح إجابتك

لا، لا يمكن التوصل لهذا الاستنتاج إلا إذا علمت أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(B) إذا كانت الزوايا الأربع للقطعة الخضراء متساوية القياس، و الضلعان الأيسر و السفلي متساويي الطول، فهل يمكنها استنتاج أن القطعة الخضراء مربع؟ وضح إجابتك.
نعم، إذا كانت الزوايا الأربع متطابقة، فسيكون قياس كل واحدة منها $360^\circ \div 4$ أو 90° ، و عليه تكون الزوايا المتقابلة متطابقة، و تكون القطعة الخضراء متوازي أضلاع.

167

تصنيف الأشكال الرباعية باستعمال الهندسة الاحداثية

(4) حدّد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(5, 0)$, $K(8, -11)$, $L(-3, -14)$, $M(-6, -3)$ معيّنًا أو مستطيلًا أو مربعًا؟ اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضح إجابتك.

أولاً: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي القطرين:

$$KM = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$KM = \sqrt{(-6 - 8)^2 + (-3 - (-11))^2}$$

$$KM = \sqrt{(-14)^2 + (8)^2}$$

$$KM = \sqrt{260}$$

$$JL = \sqrt{(-3 - 5)^2 + (-14 - 0)^2}$$

$$JL = \sqrt{(-8)^2 + (-14)^2}$$

$$JL = \sqrt{260}$$

القطران متطابقان إذن الشكل مستطيل

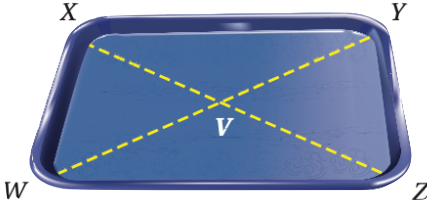
ثانياً: استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدان:

$$-\frac{8}{14} = \frac{-3 - (-11)}{-6 - 8} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \overline{KM} \text{ ميل}$$

$$\frac{14}{8} = \frac{-14 - 0}{-3 - 5} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \overline{JL} \text{ ميل}$$

$$\text{بما أن } -\frac{8}{14} \times \frac{14}{8} = -1 \text{ فإن القطران متعامدان إذن الشكل معين}$$

الشكل مستطيل و معين فإنه مربع.



(1) مطاعم : لاستغلال مساحة الطاولات المربعة، تستعمل في مطعم أطباق على شكل شبه منحرف كما في الشكل المجاور. إذا كان $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين، و كان $WV = 15cm$ ، $m\angle YZW = 85^\circ$ فأوجد ما يلي :

(A) $m\angle XWZ$

بما أن $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين فإن زاويتا القاعدة متطابقة $m\angle XWZ = 85^\circ$

(B) $m\angle WXY$

بما أن $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين فإن $\overline{XY} \parallel \overline{WZ}$ نظرية الزاويتين المتحالفتين $m\angle WXY + m\angle XWZ = 180^\circ$

التعويض

$$m\angle WXY + 85^\circ = 180^\circ$$

خاصية الطرح للمساواة

$$m\angle WXY = 180^\circ - 85^\circ$$

التبسيط

$$m\angle WXY = 95^\circ$$

(C) XZ

بما أن $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين فإن قطراه متطابقان

$$XZ = WY$$

$$XZ = WV + VY$$

$$XZ = 15 + 10 = 25cm$$

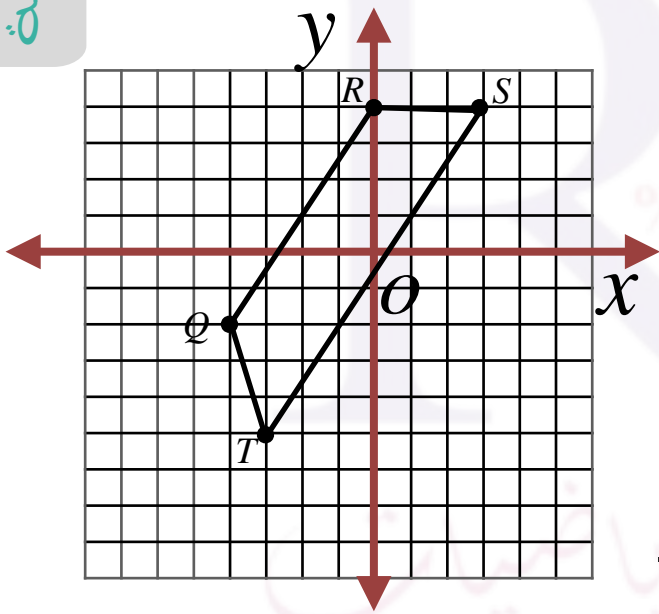


(2) رؤوس الشكل الرباعي $QRST$ هي

$Q(-8, -4)$, $R(0, 8)$, $S(6, 8)$, $T(-6, -10)$ بين أن $QRST$

شبه منحرف، و حدد ما إذا كان متطابق الساقين. ووضح إجابتك.

أولاً: استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كان الضلعان المتقابلان متوازيان



$$\text{ميل } \overline{QR} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - (-4)}{0 - (-8)} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\text{ميل } \overline{ST} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(-10) - 8}{(-6) - 6} = \frac{-18}{-12} = \frac{3}{2}$$

بما أن الميلين متساويان فإن $\overline{QT} \parallel \overline{ST}$

$$\text{ميل } \overline{QT} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(-10) - (-4)}{(-6) - (-8)} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$\text{ميل } \overline{RS} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 8}{6 - 0} = \frac{0}{6} = 0$$

بما أن الميلين غير متساويين فإن $\overline{QT} \nparallel \overline{ST}$

بما أن $QRST$ فيه ضلعان فقط متوازيان، فإنه شبه منحرف

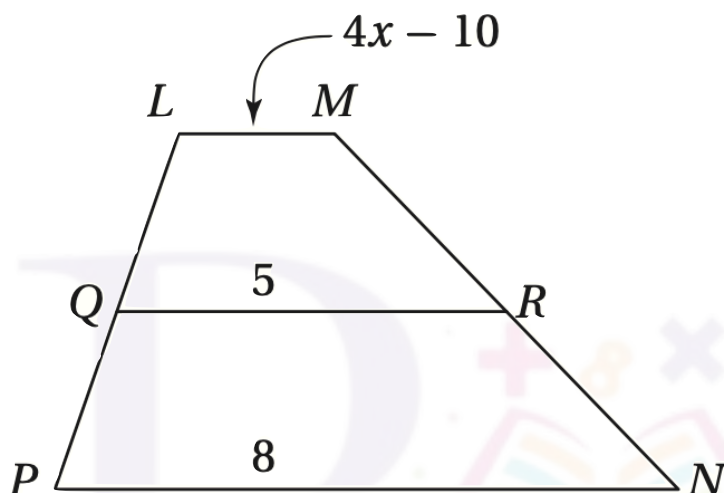
ثانياً: استعمل صيغة المسافة بالمقارنة بين طولي الساقين

$$QT = \sqrt{(-6 - (-8))^2 + (-10 - (-4))^2} = \sqrt{(2)^2 + (-6)^2} = \sqrt{40}$$

$$RS = \sqrt{(-6 - 0)^2 + (8 - 8)^2} = \sqrt{(6)^2 + (0)^2} = \sqrt{36} = 6$$

بما أن $QT \neq RS$ فيه ضلعان فقط متوازيان، فإن شبه المنحرف $QRST$ ليس متطابق الساقين

(3) في الشكل أدناه، $\overline{QR}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $LMNP$. ما قيمة x ؟



نظرية القطعة المتوسطة لشبه المنحرف $QR = \frac{1}{2}(LM + PN)$

بالتعويض $5 = \frac{1}{2}(4x - 10 + 8)$

الضرب في 2 للطرفين $10 = 4x - 10 + 8$

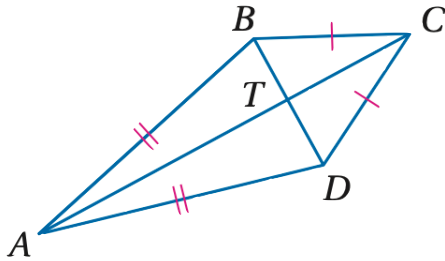
التبسيط $10 = 4x - 2$

القسمة على 4 للطرفين $4x = 12$

التبسيط $x = 3$

184

استعمال خصائص شكل الطائرة الورقية



(4A) إذا كان $ABCD$ طائرة ورقية فيه :
 $m\angle BAD = 38^\circ$, $m\angle BCD = 50^\circ$
 فأوجد $m\angle ADC$

مجموع زوايا الداخلية للطائرة الورقية يساوي 360°

$$m\angle ADC = m\angle ABC$$

$$m\angle ADC = \frac{360 - (50 + 38)}{2}$$

$$m\angle ADC = \frac{360 - 88}{2}$$

$$m\angle ADC = 136^\circ$$

(4B) إذا كان $BT = 5$, $TC = 8$ فأوجد CD
 بما أن القطران متعامدان فإن المثلث CTD قائم الزاوية

نظرية فيثاغورس $BC^2 = TC^2 + BT^2$

بالتعويض $BC^2 = 8^2 + 5^2$

التبسيط $BC^2 = 89$

أخذ الجذر و استبعاد الجذر السالب $BC = \sqrt{89}$

$$BC = CD$$



المراجع

● رياضيات ١-٢ التعليم الثانوي (نظام المسارات) نظام المسارات ، السنة الأولى المشتركة ، فريق من المختصين ، ١٤٤٣ هـ

● الرياضيات للصف الأول ثانوي ، الفصل الدراسي الأول ، دليل المعلم ، فريق من المختصين ، ١٤٣٥ هـ

● الرياضيات للصف الأول ثانوي ، الفصل الدراسي الثاني ، دليل المعلم ، فريق من المختصين ، ١٤٣٥ هـ

تطوير - إنتاج - توثيق