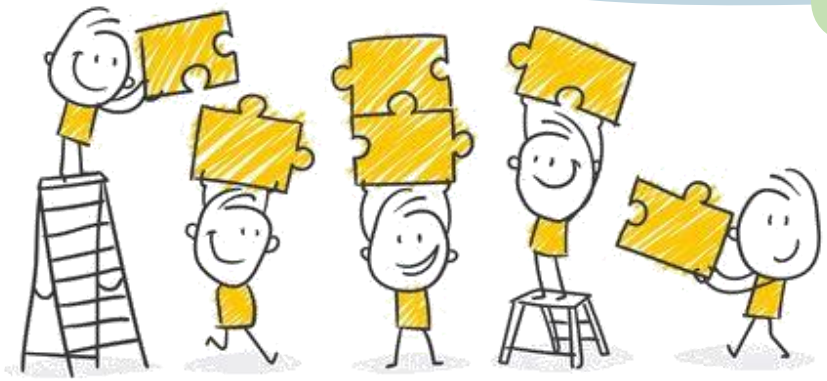
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

1 - 3

الإتصال و النهايات

أ. غادة الفضلي



قدرات

إذا كان $\frac{س \times س \times س}{س + س + س} = ٣$ ، فما قيمة س

أ) ± ٣

ب) ± ٩

ج) $\frac{١}{٣}$

د) ١

@math_ghadah

فيما سبق :

- درست إيجاد مجال الدالة و مداها بإستعمال التمثيل البياني.

و الآن :

- أستعمل النهايات للتحقق من اتصال دالة ، و أطبق نظرية القيمة المتوسطة على الدوال المتصلة .
- أستعمل النهايات لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة .

المفردات :

- الدالة المتصلة .
- النهاية .
- الدالة غير المتصلة .
- عدم الإتصال اللا نهائي
- عدم الإتصال القفزي .
- عدم الإتصال القابل للإزالة .
- عدم الإتصال الغير قابل للإزالة .
- سلوك طرفي التمثيل البياني .

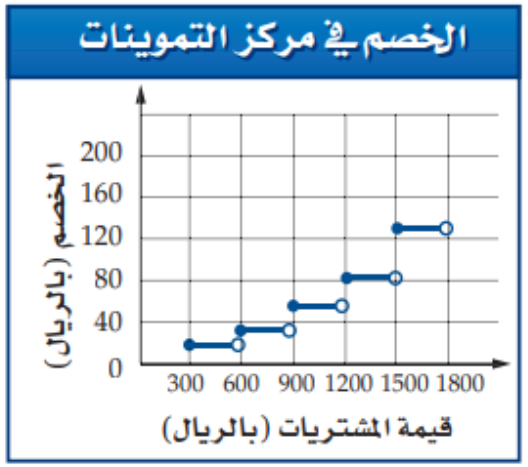
@math_ghadah

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

ماذا !

بمناسبة الإفتتاح ، قدم مركز للتموينات بطاقات خصم للمتسوقين وفقاً لقيمة مشترياتهم كما هو مبين في التمثيل البياني المجاور ، يتضح من التمثيل البياني أن هناك نقاط انقطاع (قفزات) عند بعض القيم كما هو الحال عند

$$x = 600 \ , x = 900$$



أوجد الحد الأدنى للخصم عند الشراء بقيمة ٤٠٠ ريال .

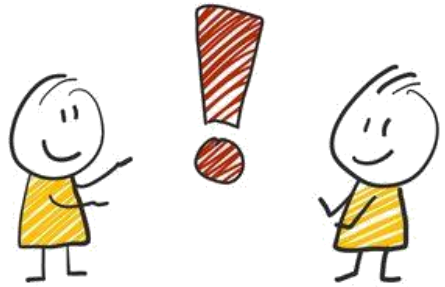
أوجد الحد الأدنى للخصم عند الشراء بقيمة ١٢٠٠ ريال .

ماذا تعني الدوائر الصغيرة المظللة و المفتوحة على التمثيل البياني .

@math_ghadah

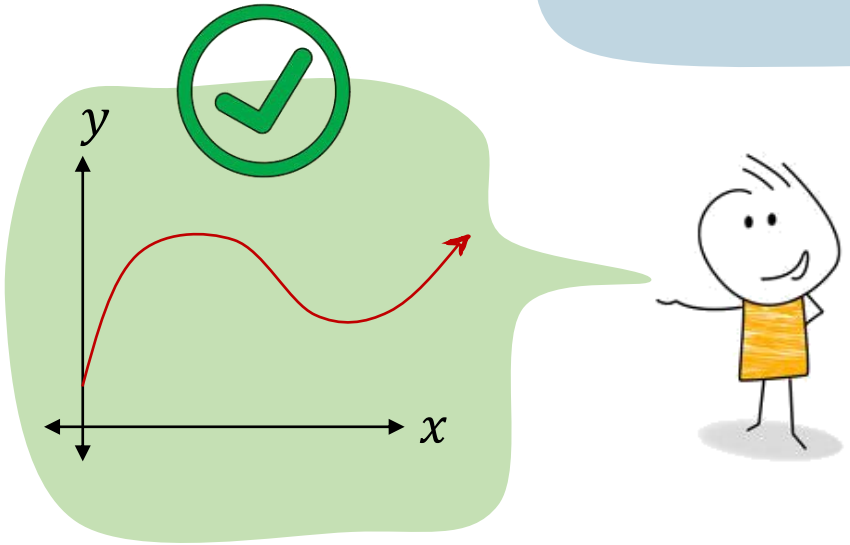
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مفهوم الإتصال ؟



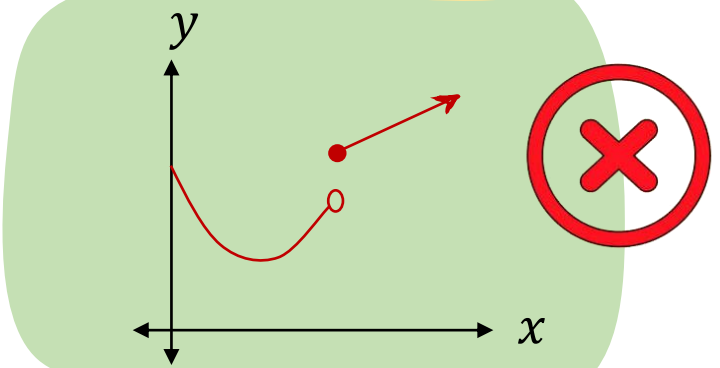
@math_ghadah

متى تكون الدالة متصلة !

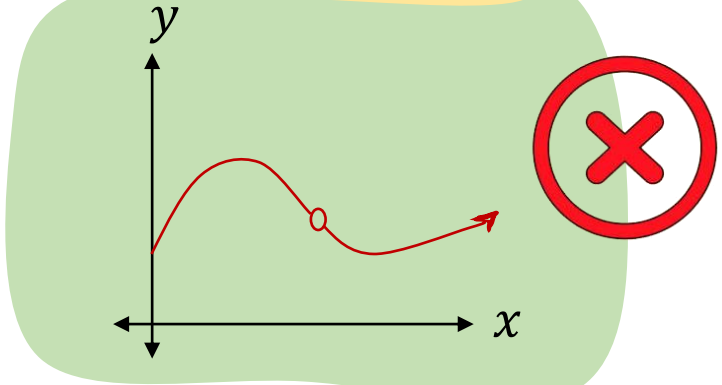


تكون متصلة إذا لم يكن في
تمثيلها أي انقطاع او قفزة .

قفزه

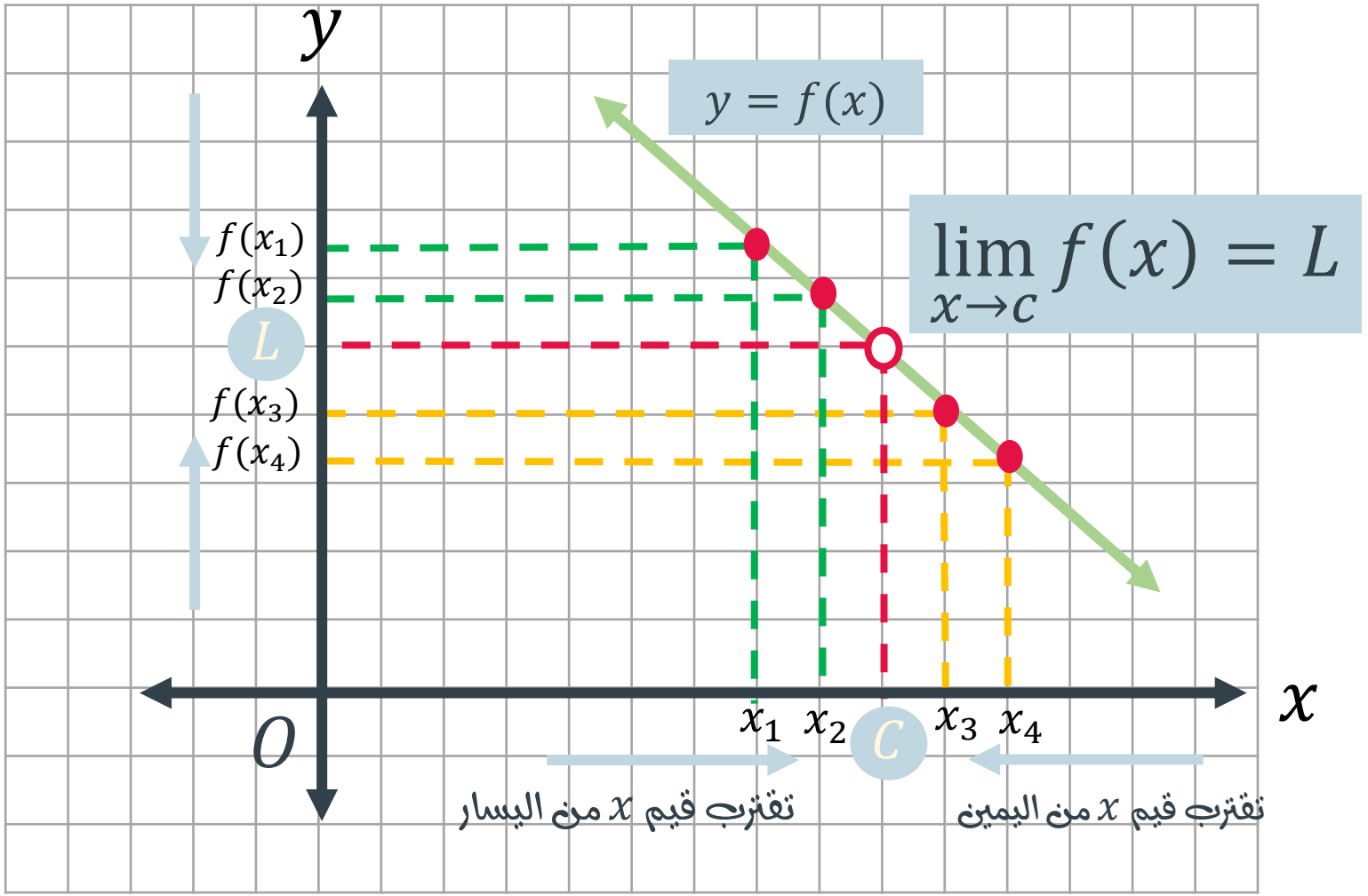


انقطاع



@math_ghadah

مفهوم النهايات



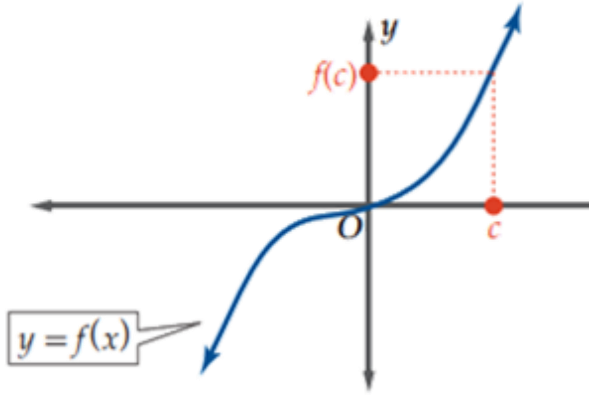
@math_ghadah

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

نقول: إن $\lim_{x \to c} f(x) = L$ ، وتُقرأ نهاية الدالة $f(x)$ عندما تقترب x من c هي L .

@math_ghadah

اختبار الإتصال



يقال إن الدالة $f(x)$ **متصلة** عند $x = c$
إذا حققت الشروط التالية :

- $f(C)$ موجودة
- $\lim_{x \to c} f(x)$ موجودة
- $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$

إرشادات للدراسة

النهايات:
إن وجود قيمة للدالة $f(x)$ عند $x = c$ أو عدم وجودها، لا يؤثر في وجود نهاية للدالة $f(x)$ عندما تقترب x من c.

@math_ghadah

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

التحقق من الإتصال عند نقطه

مثال ١

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كانت كل من الدالتين الآتيتين متصلتين عند $x = 0$. برِّر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال:

(1A $f(x) = x^3$

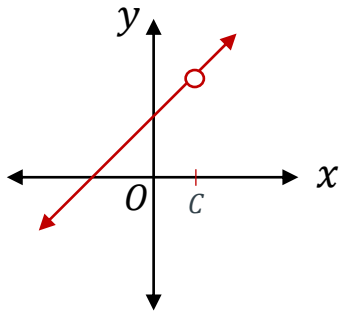
(1B $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \quad x < 0 \\ x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$

@math_ghadah

حالات عدم الإتصال

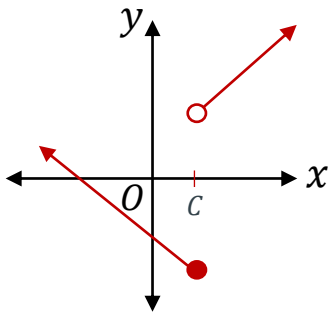
عدم اتصال قابل للإزالة

عدم اتصال نقطي

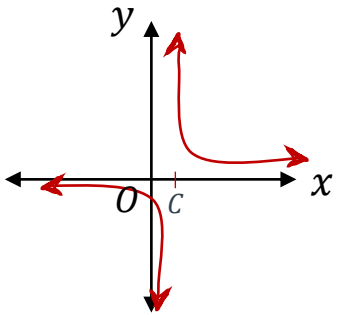


عدم اتصال غير قابل للإزالة

عدم اتصال قفزي



عدم اتصال لا نهائي



@math_ghadah

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحديد نوع عدم الإتصال عند نقطة

مثال ٢

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كانت كل من الدالتين الآتيتين متصلة عند قيم x المعطاة. برر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال، واذا كانت الدالة غير متصلة، فحدّد نوع عدم الاتصال: لانهائي ، قفزي ، قابل للإزالة.

(2A $f(x) = \frac{1}{x^2}$ ، عند $x = 0$.

(2B $f(x) = \begin{cases} 5x + 4 & , \quad x > 2 \\ 2 - x & , \quad x \leq 2 \end{cases}$ ، عند $x = 2$.

@math_ghadah

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب و حل المسائل

حدد ما إذا كانت كل دالة مما يأتي متصلة عند قيمة x المعطاة. وبرر إجابتك باستعمال اختبار الاتصال. وإذا كانت الدالة غير متصلة فحدّد نوع عدم الاتصال: لانهائي، قفزي، قابل للإزالة. (المثالان 1, 2)

1) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ ، عند $x = -5$.

2) $f(x) = \sqrt{x + 5}$ ، عند $x = 8$.

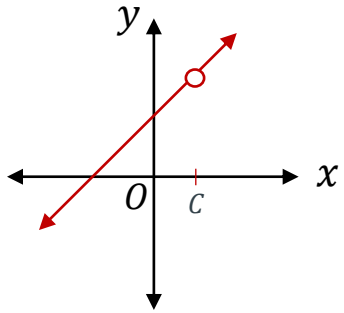
3) $h(x) = \frac{x^2 - 36}{x + 6}$ ، عند $x = -6 , x = 6$.

@math_ghadah

حالات عدم الإتصال

عدم اتصال قابل للإزالة

عدم اتصال نقطي

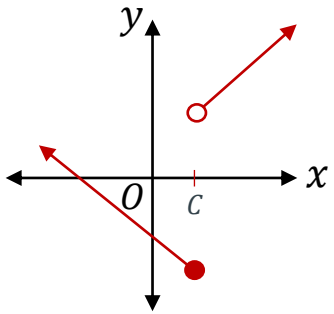


$f(C)$ غير موجودة

$\lim_{x \to c} f(x) \neq f(c)$

عدم اتصال غير قابل للإزالة

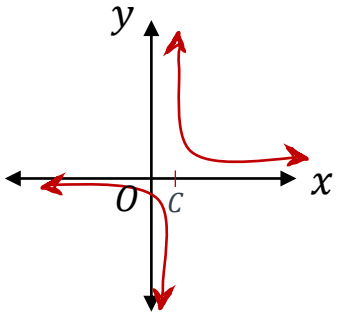
عدم اتصال قفزي



$f(C)$ موجودة

$\lim_{x \to c^-} f(x) \neq \lim_{x \to c^+} f(x)$

عدم اتصال لا نهائي



$f(C)$ غير موجودة

$\lim_{x \to c} f(x) = \pm\infty$

@math_ghadah

إزالة عدم الإتصال

مثال ٣

تحقق من فهمك

3) أعد تعريف الدالة $f(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$ ؛ لتصبح متصلة عند $x=1$.

@math_ghadah

تدرب و حل المسائل

أعد تعريف كل دالة مما يأتي عند قيمة x المعطاة؛ لتصبح الدالة متصلة عندها: (المثال 3)

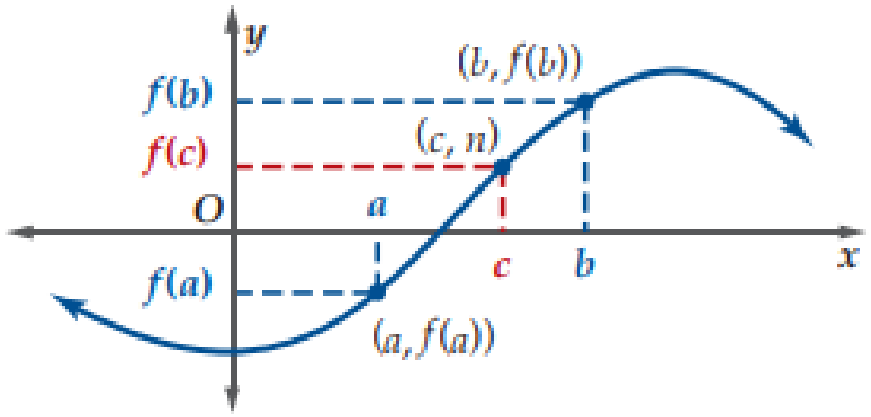
9) $x = -3 \text{ ، } f(x) = \dfrac{x^2 - 9}{x + 3}$

10) $x = 5 \text{ ، } f(x) = \dfrac{x^2 - 25}{x - 5}$

11) $x = \sqrt{2} \text{ ، } f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x - \sqrt{2}}$

@math_ghadah

نظرية القيمة المتوسطة



إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a, b]$، وكانت $a < b$ ووجدت قيمة n بين $f(a)$ و $f(b)$ فإنه يوجد عدد c بين a وَ b، بحيث $f(c) = n$.

نتيجة (موقع صفر الدالة): إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة وكان $f(a)$ و $f(b)$ مختلفين في الإشارة، فإنه يوجد عدد واحد على الأقل c بين a و b، بحيث $f(c) = 0$. أي يوجد صفر للدالة بين a و b.

@math_ghadah

تقريب الأصفار عند تغيير الإشارة

مثال ٤

تحقق من فهمك

(4A $f(x) = x^3 + 2x^2 - 8x + 3$ ، $[-6, 4]$

(4B $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x + 4}$ ، $[-3, 4]$

@math_ghadah

تقريب الأصفار دون تغير الإشارة

مثال ٥

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

إرشاد تقني

قد يُظهر التمثيل البياني للدالة صفرًا واحدًا؛ لذا اختر التدريج المناسب لترى جميع أصفار الدالة بوضوح.

تحقق من فهمك

(5A $f(x) = 8x^3 - 2x^2 - 5x - 1$، $[-5, 5]$

(5B $f(x) = x^3 - 7x^2 + 18x - 14$، $[0, 4]$

@math_ghadah

تدرب و حل المسائل

حدِّد الأعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الأصفار الحقيقية لكل دالة مما يأتي في الفترة المعطاة: (المثالان 4, 5)

12 $f(x) = x^3 - x^2 - 3, [-2, 4]$

13 $g(x) = -x^3 + 6x + 2, [-4, 4]$

14 $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + x^2 - 3, [-3, 3]$

15 $h(x) = \frac{x^2 + 4}{x - 5}, [-2, 4]$

16 $g(x) = \sqrt{x^3 + 1} - 5, [0, 5]$

@math_ghadah

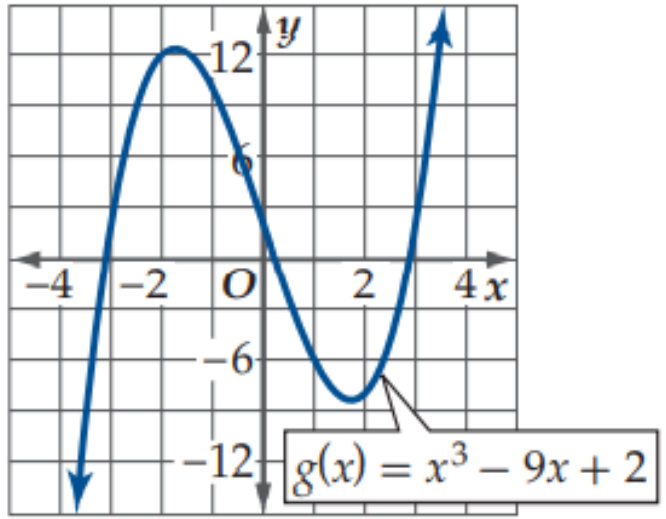
المنحنيات التي تقترب من المالا نهاية

مثال ٦

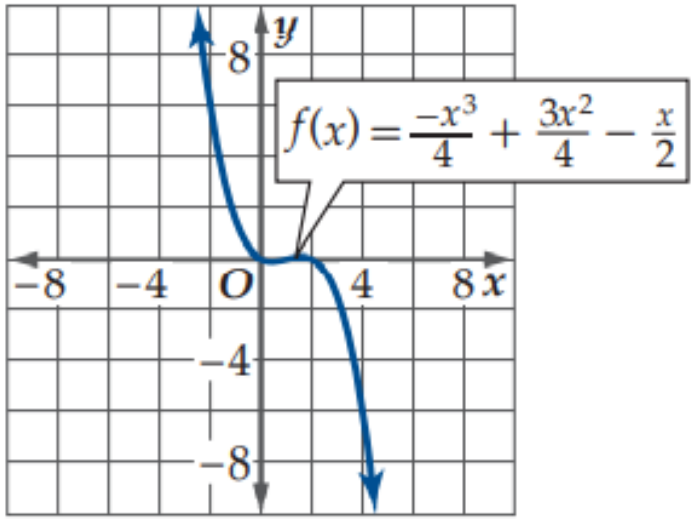
تحقق من فهمك

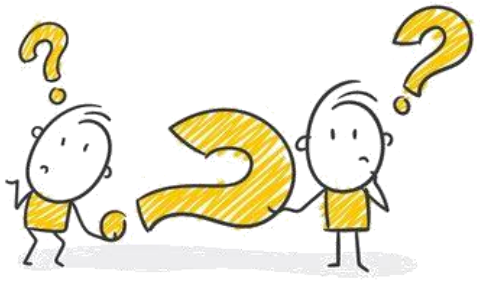
استعمل التمثيل البياني للدالة لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني ثم عزز إجابتك عددياً .

(6A



(6B





@math_ghadah

سلوك طرفي التمثيل البياني

قراءة الرياضيات

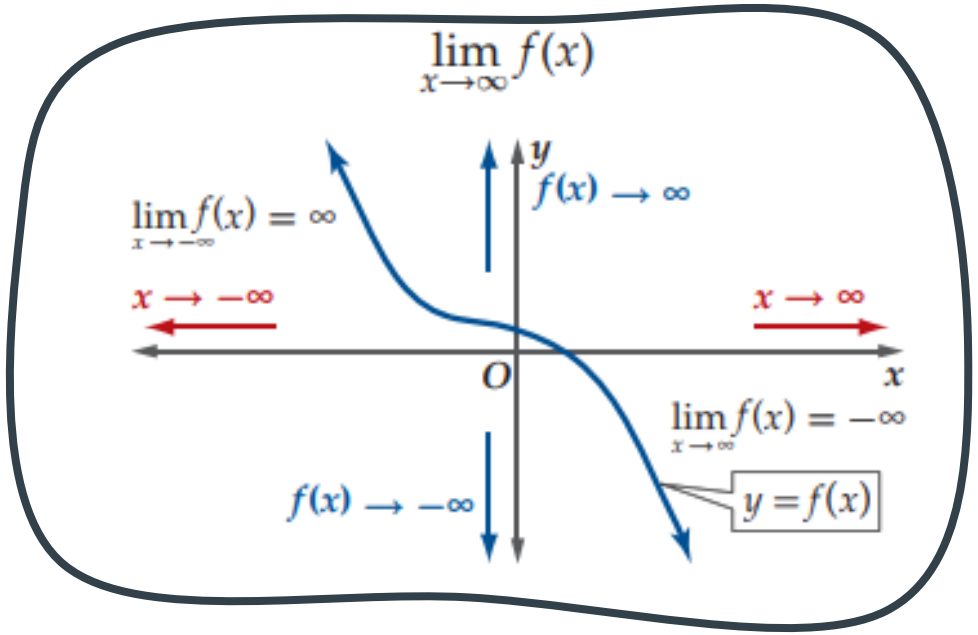
النهايات:
تقرأ العبارة $\lim_{x\to\infty} f(x)$ نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من موجب ما لانهاية. وتقرأ العبارة $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من سالب ما لانهاية.

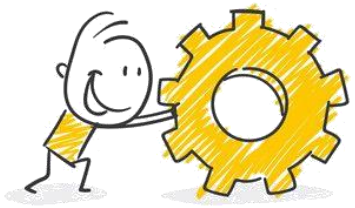
سلوك طرفي التمثيل البياني من اليمين

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)$$

سلوك طرفي التمثيل البياني من اليسار

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)$$





@math_ghadah

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

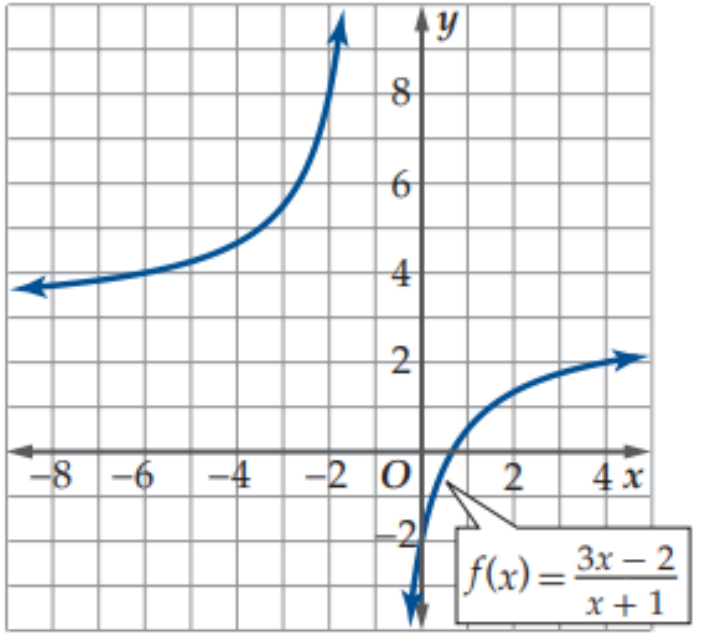
منحنيات دوال تقترب من قيمة محددة

مثال ٧

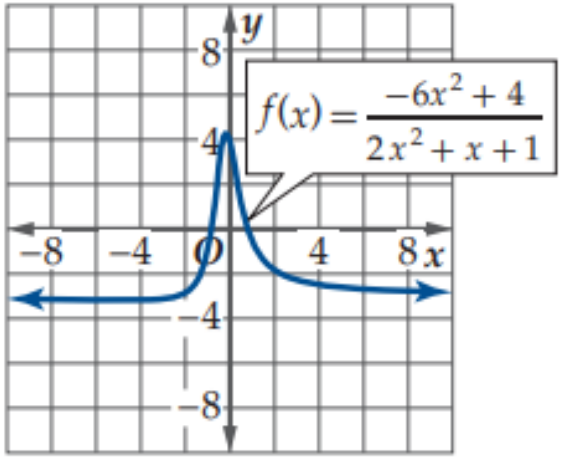
تحقق من فهمك

استعمل التمثيل البياني للدالة لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني ثم عزز إجابتك عددياً .

(7A



(7B

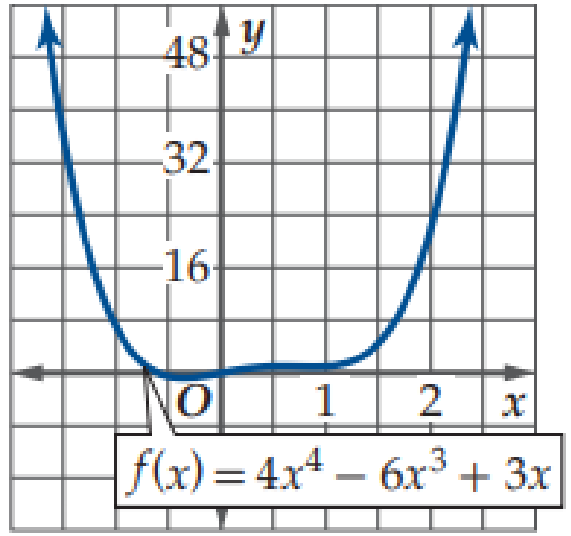


@math_ghadah

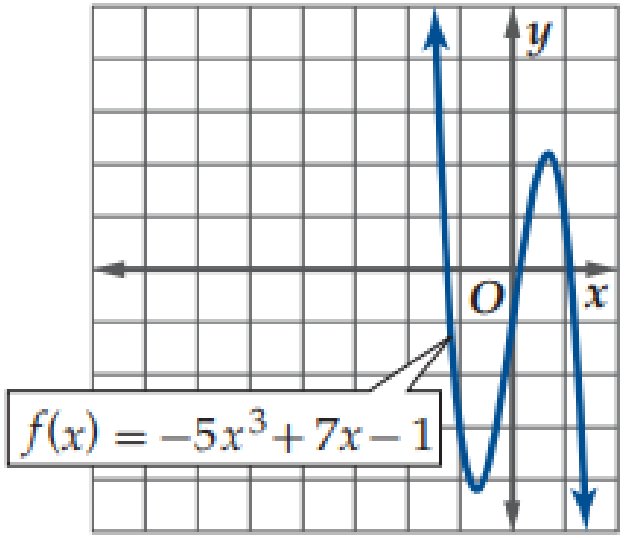
تدرب و حل المسائل

استعمل التمثيل البياني لكلٍّ من الدوال الآتية لوصف سلوك طرفي تمثيلها البياني، ثم عزّز إجابتك عدديًّا. (المثالان 6, 7)

(17



(18



@math_ghadah

تطبيقات سلوك طرفي التمثيل البياني

مثال ٨

تحقق من فهمك

8) **فيزياء:** الضغط الديناميكي هو قياس الضغط الناتج عن حركة جزيئات الغاز ويعطى بالقاعدة $q(v) = \frac{\rho v^2}{2}$، حيث ρ (ويقرأ روه) كثافة الغاز، و v السرعة التي يتحرك بها الجزيء. ماذا يحدث للضغط الديناميكي لجزيئات الغاز عندما تستمر سرعة الجزيئات في التزايد؟

@math_ghadah

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مهارات التفكير العليا

تبرير: بيِّن إذا كان لكل من الدالتين الآتيتين عدم اتصال لانهائي، أم قفزي، أم قابل للإزالة عند $x = 0$. برر إجابتك.

39 $f(x) = \dfrac{x^5 + x^6}{x^5}$

40 $f(x) = \dfrac{x^4}{x^5}$

@math_ghadah

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحصيلي

في أي الفترات التالية يقع صفر الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - 6} - 6$

أ) $[6,7]$

ب) $[7,8]$

ج) $[8,9]$

د) $[9,10]$

@math_ghadah

الواجب

@math_ghadah

مزيد من العروض التقديمية :

https://t.me/GhadahAlfadhly

https://t.me/RAFAH_Secondary5

Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter