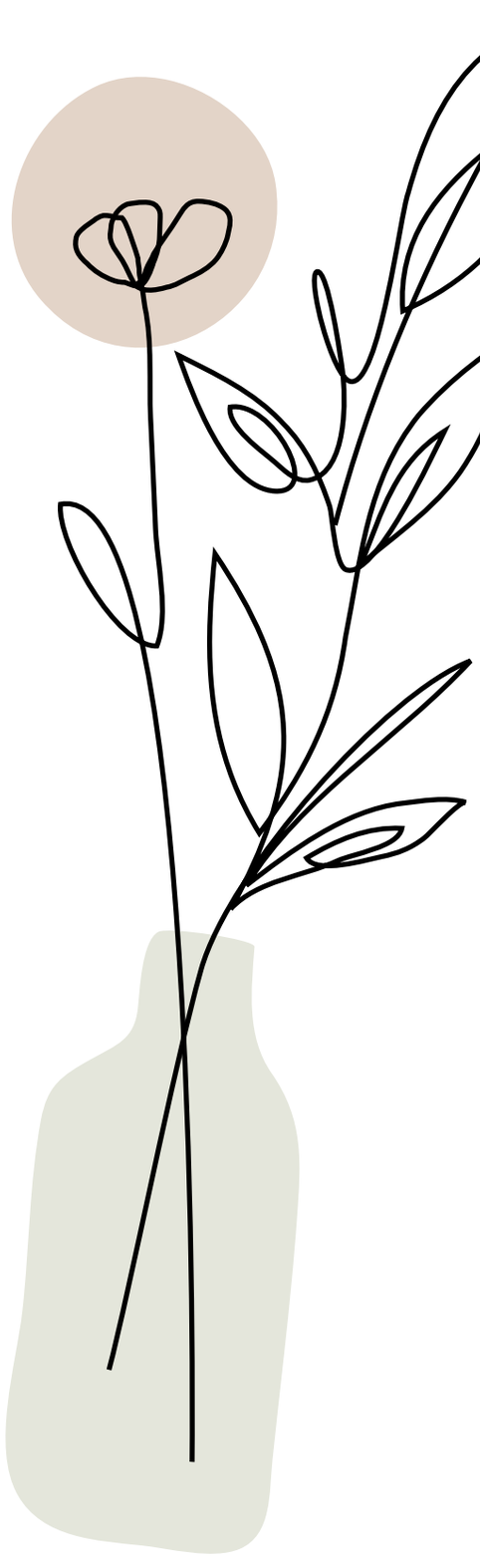
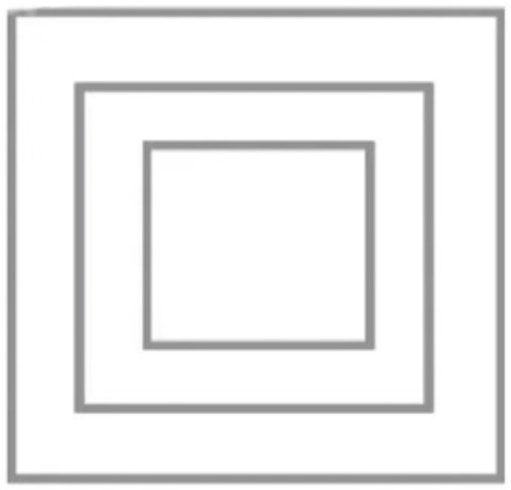


المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

قدرات



٣ مربعات النسب بين مساحتهم ٤: ٣: ٢
لو كانت مساحة الأول ٢٤٠، كم مجموع الاثنين الباقين؟

أ- ٣٠٠ ب- ١٥٠
ج- ١٨٠ د- ١٢٠

فيما سبق:

درستُ إيجاد قيم الدوال المثلثية للزوايا. (مهارة سابقة)

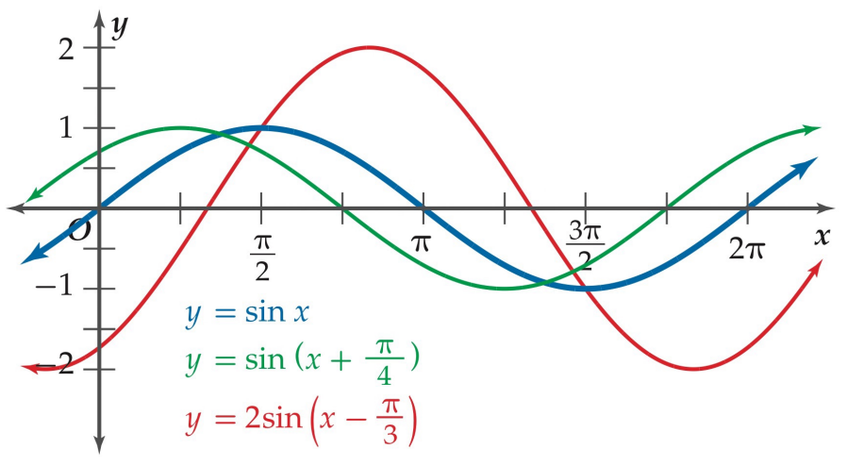
والآن:

- أجد قيم الجيب، وجيب التمام باستعمال المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما.
- أثبت صحة المتطابقات المثلثية باستعمال متطابقات المجموع والفرق.

لماذا

هل اســتعملت مزود الإنترنت اللاسلكي وفقدت الإشارة بينما كنت تستعمله؟

تُسبّب الموجات التي تمر من المكان نفسه، وفي الوقت نفسه تداخلًا.
ويحدث التداخل عندما تتلاقى موجتان فينتج عن ذلك موجة سعتها قد تكون أكبر من سعة كل من الموجتين المكونتين لها أو أصغر منهما.



متطابقات المجموع والفرق: لاحظ أن المعادلة الثانية الموضحة في الشكل أعلاه، تتضمّن جمع الزاويتين x , $\frac{\pi}{4}$. وفي الغالب يكون من المفيد استعمال المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين أو الفرق بينهما في إيجاد القيم المثلثية لزوايا محدّدة. فمثلًا يمكننا إيجاد القيمة الدقيقة لِـ $\sin 15°$ من خلال إيجاد: $\sin (60° - 45°)$.

مفهوم أساسي **متطابقات المجموع والفرق**

متطابقات المجموع

- $\sin (A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
- $\cos (A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\tan (A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

متطابقات الفرق

- $\sin (A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$
- $\cos (A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$
- $\tan (A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

مثال

إيجاد القيم المثلثية

دون استعمال الآلة الحاسبة، أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

a) $\sin 105°$

b) $\cos(-120°)$

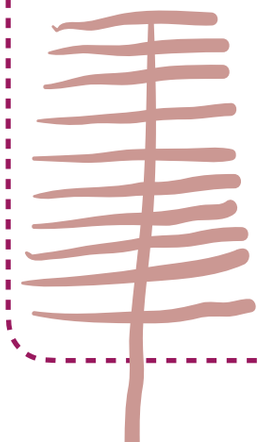
إرشادات للدراسة

كوّن قائمة:
كوّن قائمة بقياسات الزوايا الناتجة عن جمع أو طرح زاويتين من الزوايا الخاصة بين $0°$ ، $360°$، حيث تستطيع إيجاد النسب المثلثية لكثير منها باستعمال متطابقات المجموع والفرق. استعمل هذه القائمة مرجعًا لك.

تحقق من فهمك

1A) $\sin 15^\circ$

1B) $\cos(-15^\circ)$



مثال

استعمال متطابقات المجموع والفرق

كهرباء: يمر تيار كهربائي متردد في إحدى الدوائر الكهربائية، وتُعطى شدة هذا التيار c بالأمبير بعد t ثانية بالصيغة $c = 3 \sin 165t$ ، حيث قياس الزاوية بالدرجات.

a) أعد كتابة الصيغة، باستعمال مجموع زاويتين من الزاويا الخاصة.

b) استعمل المتطابقة المثلثية لمجموع زاويتين ؛ لإيجاد القيمة الدقيقة لشدة التيار بعد ثانية واحدة.

تحقق من فهمك

إذا كانت شدة التيار c تُعطى بالصيغة $c = 2 \sin 285°t$ ، فأجب عما يأتي:

2A) أعد كتابة الصيغة، باستعمال الفرق بين زاويتين.

2B) استعمل المتطابقة المثلثية للفرق بين زاويتين ؛ لإيجاد القيمة الدقيقة لشدة التيار بعد ثانية واحدة.

إثبات صحة المتطابقات المثلثية : تستعمل المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما أيضًا في إثبات صحة المتطابقات.

مثال

إثبات صحة المتطابقات المثلثية

أثبت صحة كلٍّ من المتطابقتين الآتيتين:

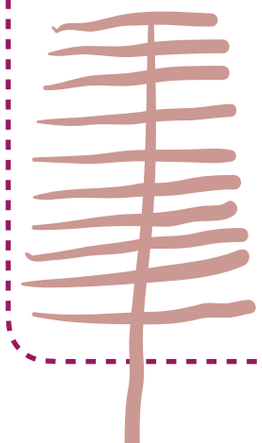
a $\cos(90° - \theta) = \sin\theta$

b $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\theta$

تحقق من فهمك

$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$ (**3A**

$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = \frac{1 + \tan\theta}{1 - \tan\theta}$ (**3B**



تدرب

دون استعمال الآلة الحاسبة، أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

1) $\cos 165^\circ$

2) $\cos 105^\circ$

تدرب

أثبت صحة كلٍّ من المتطابقات الآتية:

10 $\sin(90^\circ + \theta) = \cos\theta$

12 $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\cot\theta$

تدرب

أثبت صحة كلٍّ من المتطابقات الآتية:

(25 $\sin(A + B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{\sec A \sec B}$

43)

ما القيمة الدقيقة للعبارة:

$$\sin(60^\circ + \theta)\cos\theta - \cos(60^\circ + \theta)\sin\theta \text{ ؟}$$

A $\frac{1}{2}$

B $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C $\frac{2}{\sqrt{3}}$

D $\sqrt{3}$

تحصيلي

القيمة الدقيقة لِـ $\sin 15°$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Ⓑ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

Ⓒ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

Ⓓ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{8}$

تحصيلي

القيمة الدقيقة لِـ $\cos(30-\theta)\cos(\theta)-\sin(30-\theta)\sin(\theta)$ تساوي ..

Ⓐ $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

Ⓑ $\frac{-1}{2}$

Ⓒ $\frac{1}{2}$

Ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}$