

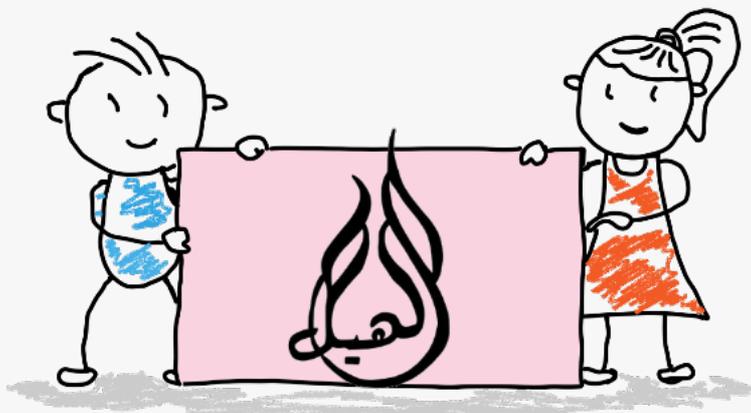
دفتر الرياضيات الصفي ٥

للف الثالث المتوسط

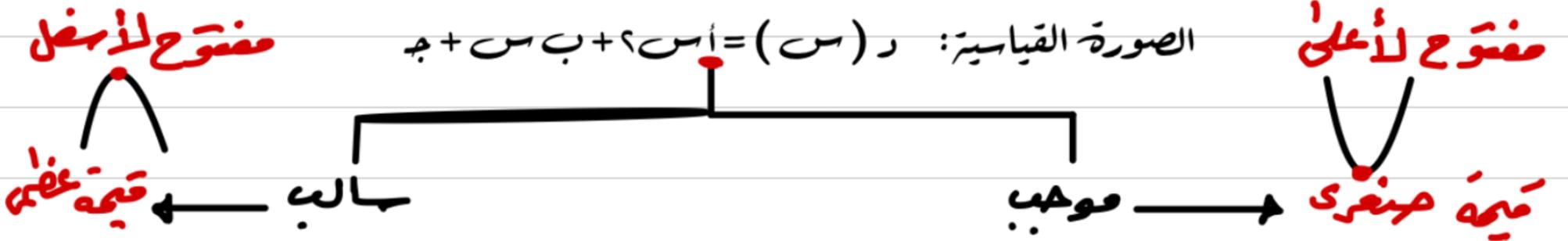
الفصل الدراسي الثالث

الإسم

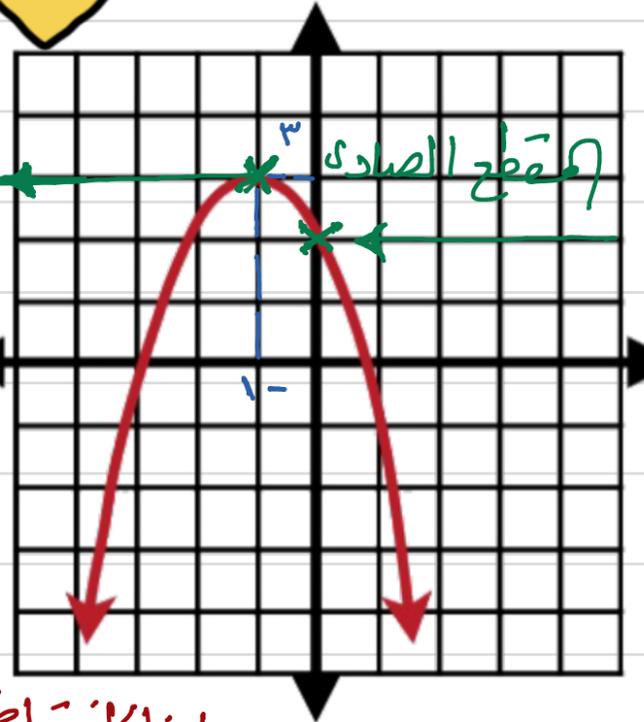
الصف



# تمثيل الدوال التربيعية بيانياً



- \* نوجد محور التماثل  $x = -\frac{b}{2a}$
- \* نعوض عن قيمة  $x$  في الدالة لإيجاد قيمة  $y$
- \* قيمة  $y$  هي:



- 1] الإحداثي الصادي (القيمة العظمى أو الصغرى)
- 2] هي القيمة التي نستخرجها للكتابة لحدى.
- 3] محور التماثل الإحداثي السيني  $x = -1$
- 4] هو أقصى ارتفاع يصل إليه (الصعود، البرح، الكرة... الخ)
- \* القيمة العظمى الإحداثي لصادي = 3
- \* المجال دائماً مجموعة الأعداد الحقيقية
- \* (حدى  $x$  من  $1$  من  $3$   $\geq$  الإحداثي الصادي  $x$   $\leq 3$  من  $1$   $\geq 3$ )

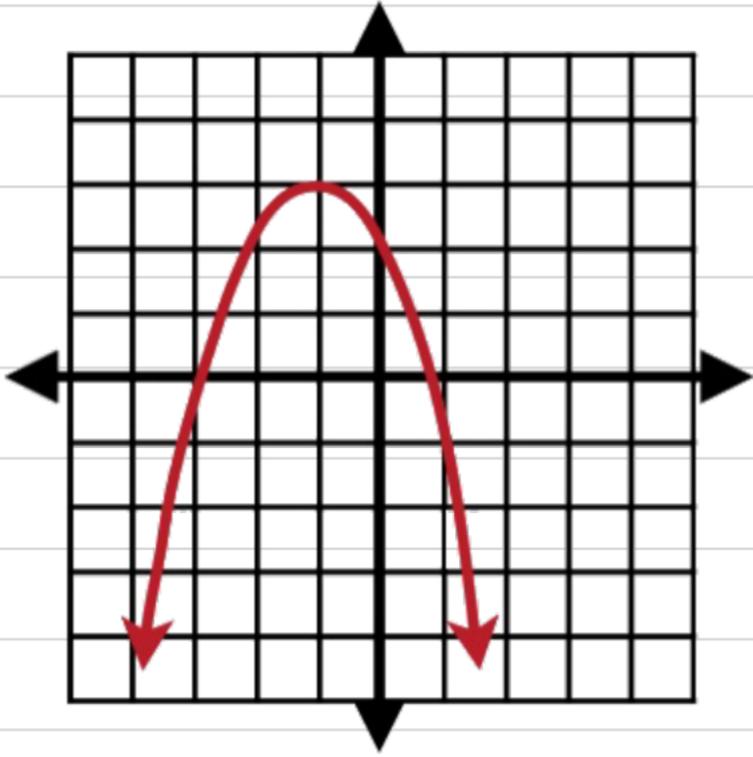
- \* إذا كانت القيمة صغرى نكتب العكس  $\rightarrow$
- $\leq$  أكبر من أو يساوي
- \* إذا كانت القيمة عظمى نكتب  $\geq$  أصغر من أو يساوي.

ملاحظة

لايجاد ارتفاع كمام الطائرة لصعود، البرح، الكرة... الخ هو المقطع الصادي للدالة.



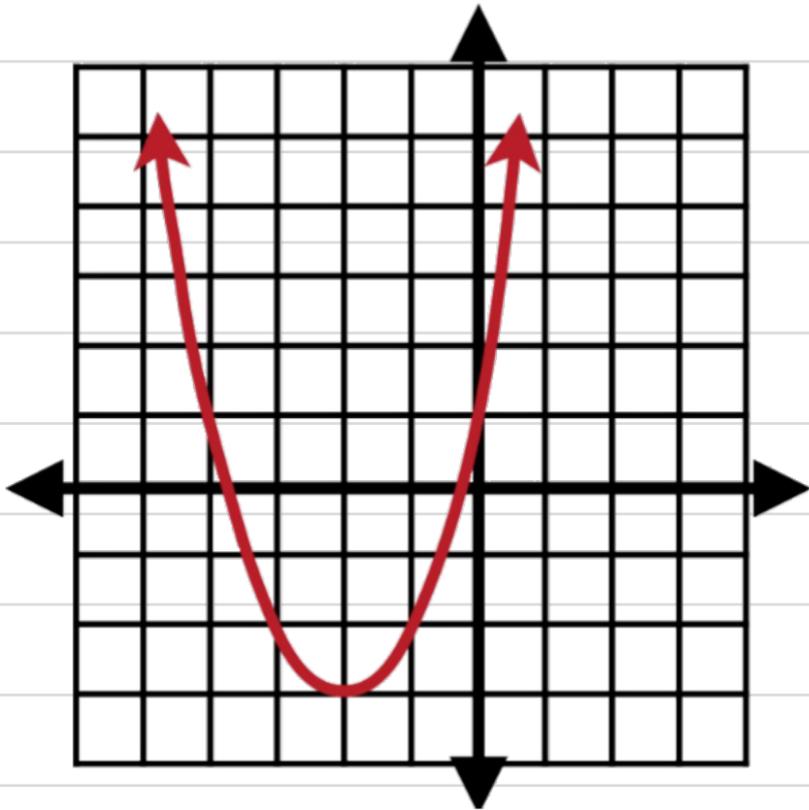
أوجد الرأس ، ومعادلة محور التماثل والمقطع الصاري للتمثيلات التالية :



الرأس :

معادلة محور التماثل :

المقطع الصاري :



الرأس :

معادلة محور التماثل :

المقطع الصاري :

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصاري للدالة  $ص = -س^3 + ٦س - ٥$

معادلة محور التماثل:

الرأس:

المقطع الصاري:

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصاري للدالة  $ص = -س^٢ + ٤س + ١$

معادلة محور التماثل:

الرأس:

المقطع الصاري:

ليكن  $R(s) = s^2 - 4s - 1$

- حدد فيما إذا كان للدالة قيمة عظمى أو صغرى.

- أوجد القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

- حدد مجال الدالة ومداتها.

ليكن  $R(s) = -s^3 + 12s + 4$

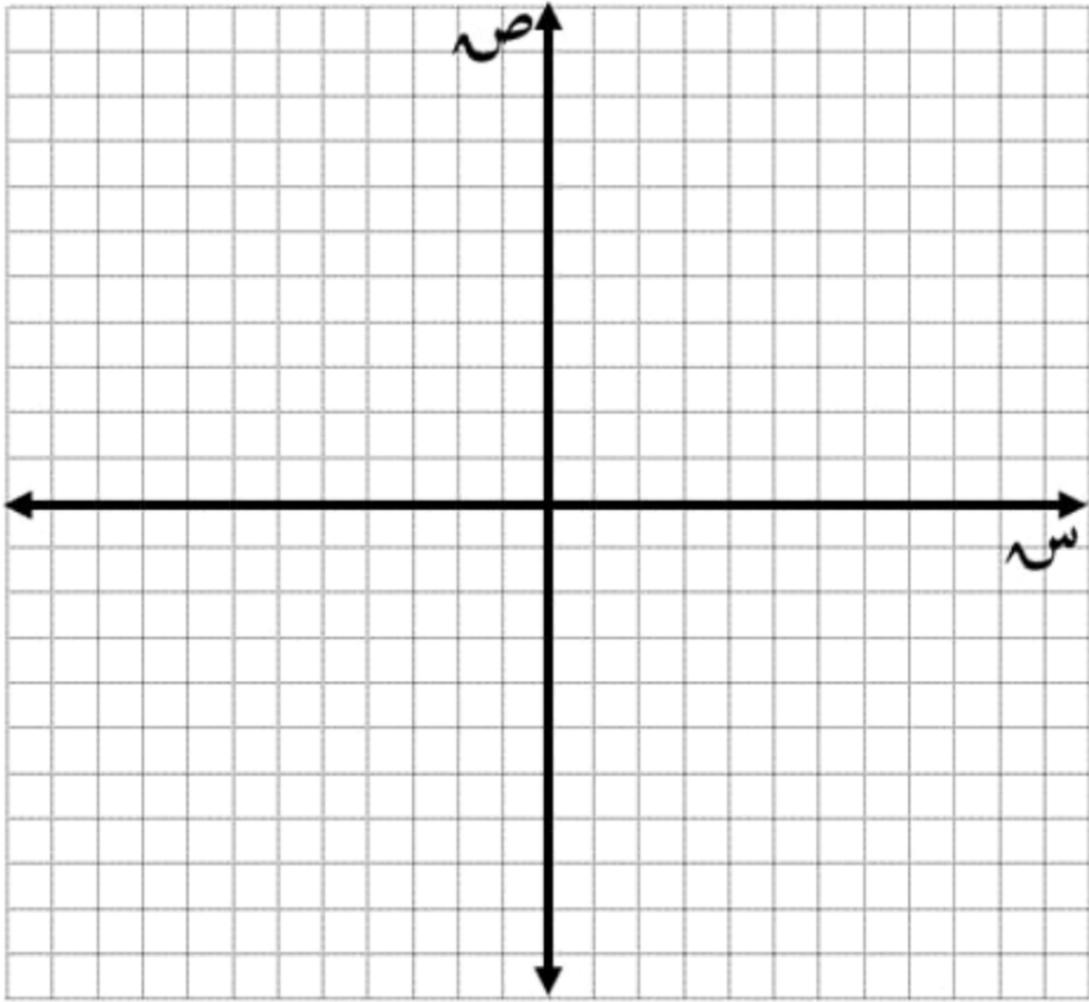
- حدد فيما إذا كان للدالة قيمة عظمى أو صغرى.

- أوجد القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

- حدد مجال الدالة ومداتها.

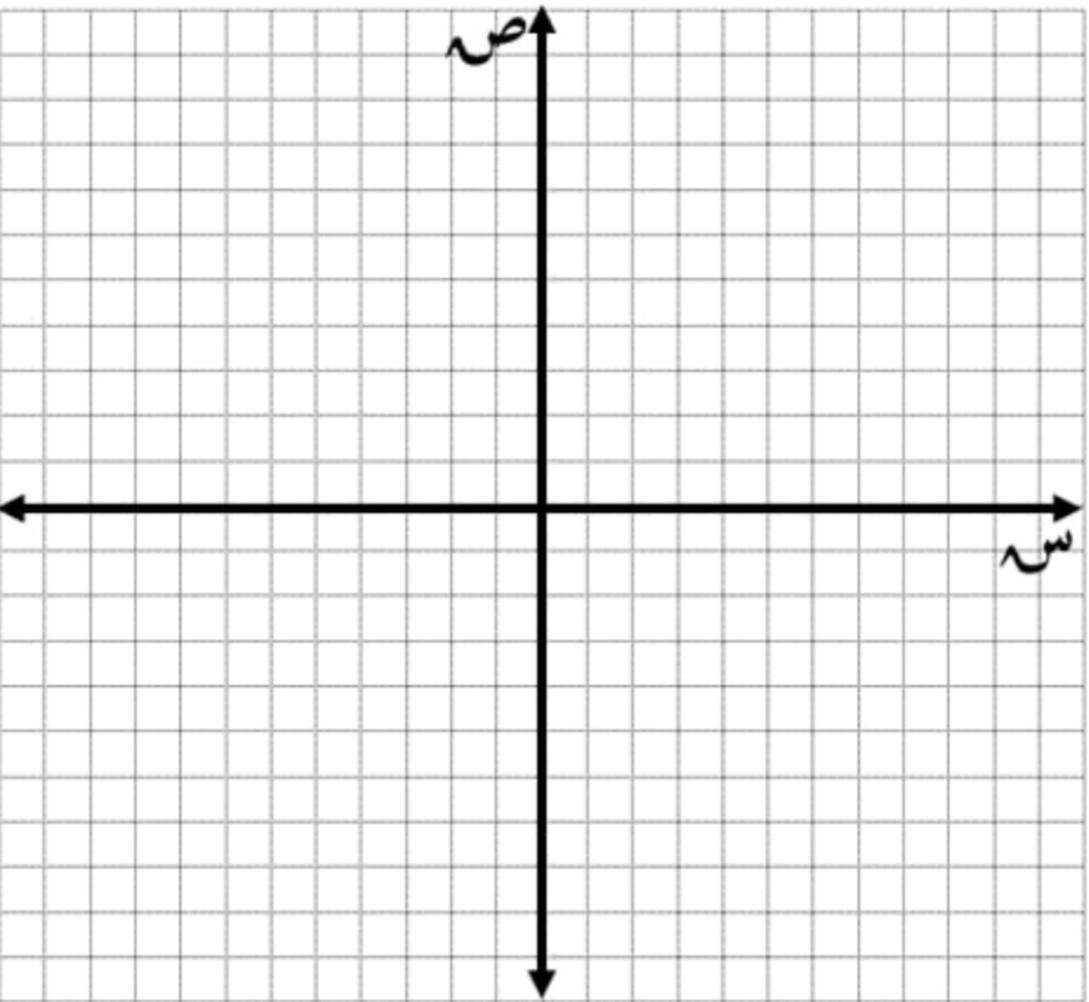
مثّل الدالة

$$ص = ص' - ٤س + ٣$$



مثّل الدالة

$$ص = ص' + ٢س - ١$$



**رمي الرمح:** يشارك علي في مسابقة رمي الرمح، ويمكن تمثيل ارتفاع الرمح (ص) بالأقدام بعد (س) ثانية، بالمعادلة  $ص = -16س^2 + 64س + 6$ .

ما الارتفاع الذي أُطلق منه الرمح؟

ما أقصى ارتفاع يصل إليه الرمح؟

**كرة:** يقذف ياسر كرة في الهواء، وفق المعادلة  $ص = -16س^2 + 16س + 5$  حيث تمثل (ص) ارتفاع الكرة بالأقدام بعد (س) ثانية.

ما الارتفاع الذي قُذِفَت منه الكرة؟

ما أقصى ارتفاع تصله الكرة من سطح الأرض؟

مدى الدالة التربيعية التي رأس أحداثيها ( ٢ , ٣ ) ،  $a > 0$  صفر هو :

- Ⓐ  $\{x | x \geq 3\}$     Ⓑ  $\{x | x \leq 3\}$     Ⓒ  $\{x | x \geq 2\}$     Ⓓ  $\{x | x \leq 2\}$

إذا كانت د(س) =  $4s^2 - 2s + 3$  فإن للدالة .....

- Ⓐ قيمة عظمى    Ⓑ قيمة صغرى    Ⓒ قيمة عظمى وصغرى    Ⓓ جميع ما سبق

إذا كانت د(س) =  $-3s^2 + 4s - 7$  فإن المقطع الصادي للدالة هو .....

- Ⓐ -٣    Ⓑ ٤    Ⓒ ٧    Ⓓ -٧

إذا كانت د(س) =  $-5s^2 + 1s - 6$  فإن معادلة محور التماثل هي :

- Ⓐ -١    Ⓑ ١    Ⓒ -٢    Ⓓ ٢

إذا كانت د(س) =  $-5s^2 + 1s - 6$  فإن القيمة العظمى تساوي :

- Ⓐ -١    Ⓑ ١    Ⓒ -٢    Ⓓ ٢

**كرة قدم:** قذف حارس المرمى الكرة من مستوى سطح الأرض إلى الأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها  $90$  قدمًا في الثانية، والدالة  $-16t^2 + 90t$  تمثل ارتفاع الكرة بعد (ن) ثانية. ما ارتفاع الكرة بعد ثانية واحدة؟

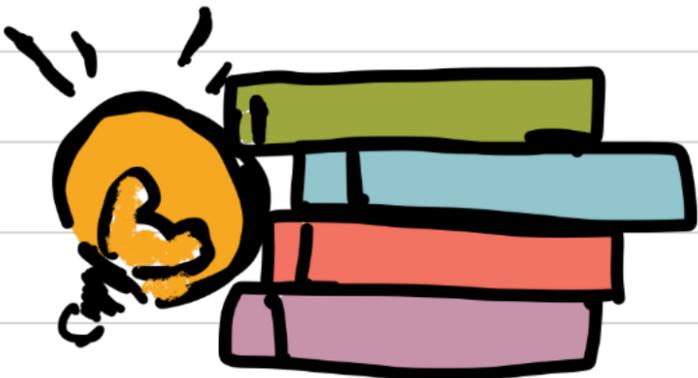
- Ⓐ ٩٠    Ⓑ ١٦    Ⓒ ١.٦    Ⓓ ٧٤



## معامش للمراجعة

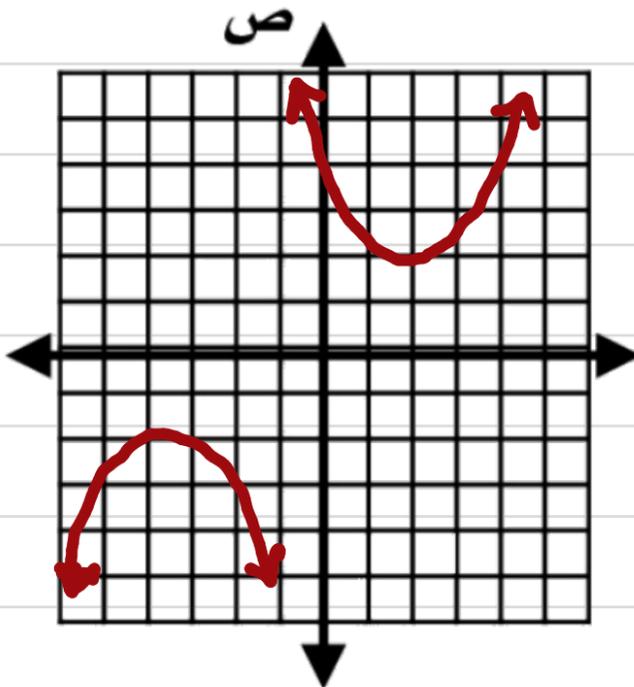


**فواكه:** تحتوي سلة على 6 تفاحات و 5 موزات و 4 برتقالات و 5 درّاقات. إذا اختار ما جد حبة واحدة من الفاكهة عشوائياً وأكلها ثم اختار حبة ثانية. فما احتمال أن يكون قد اختار موزة ثم تفاحة؟

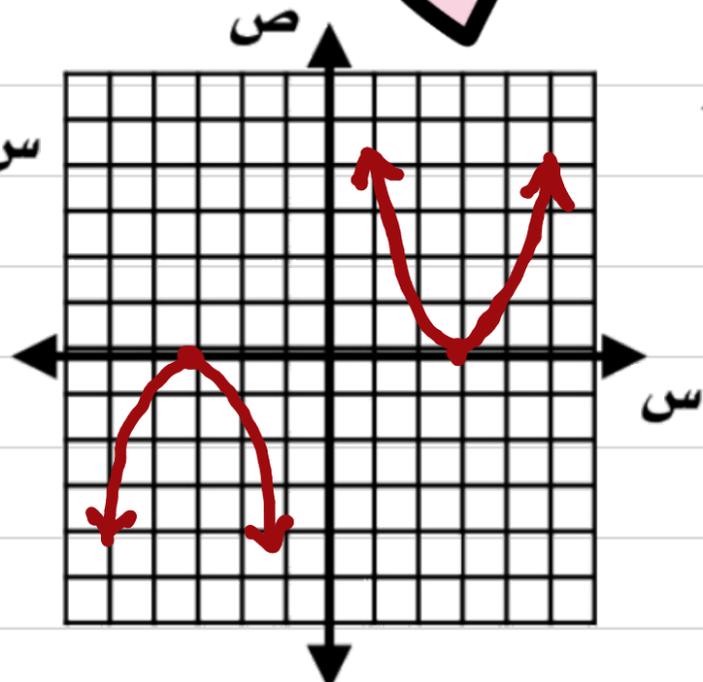


# حل المعادلات التربيعية بيانياً

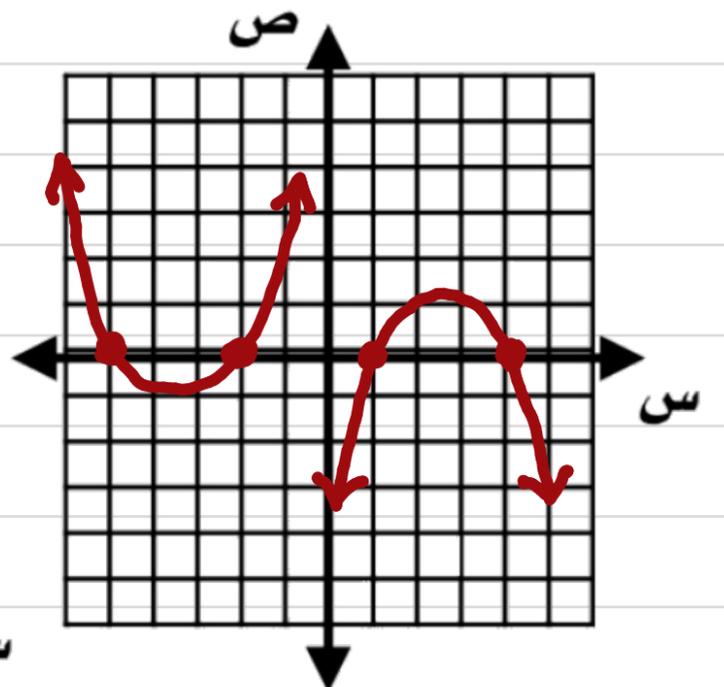
حلول المعادلات  
التربيعية  
...



لا يوجد حلول  
حقيقية



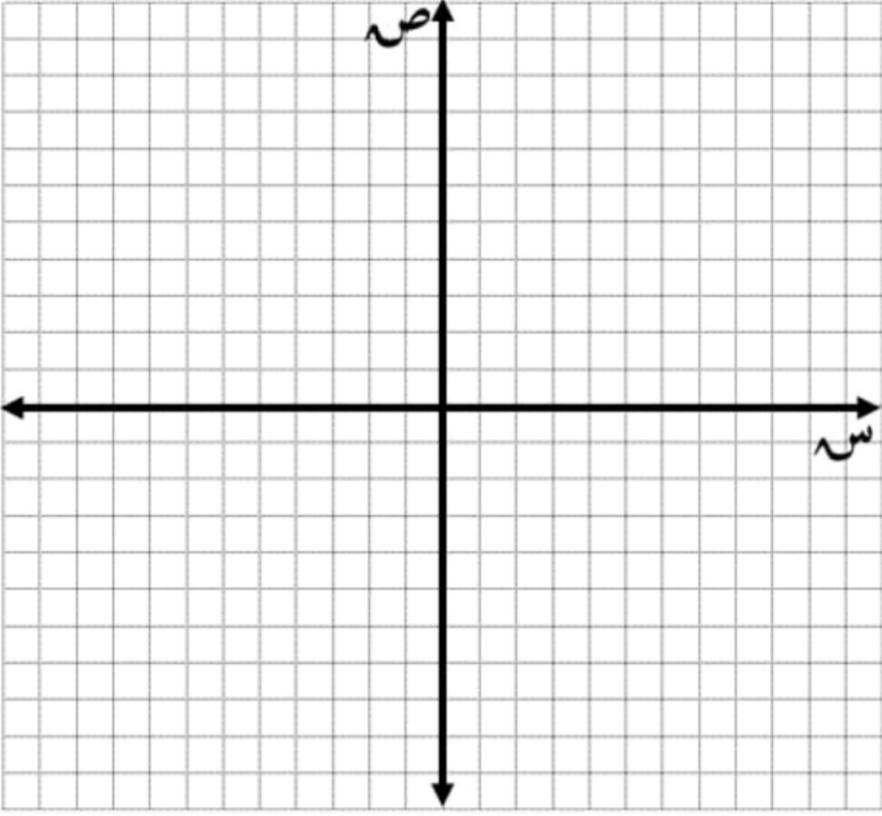
حل حقيقي وحيد



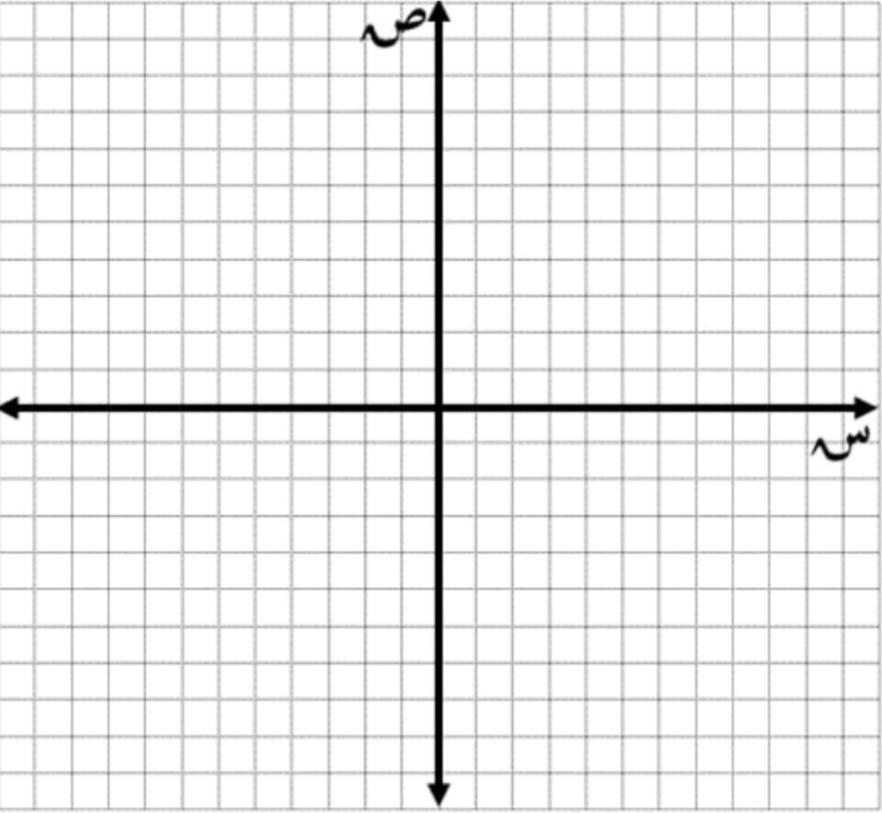
حلان حقيقيان  
مختلفان

جزر حقيقي  
مختلفة

حل المعادلة  $\sin^2 - 2\sin - 1 = 0$ . بياناً

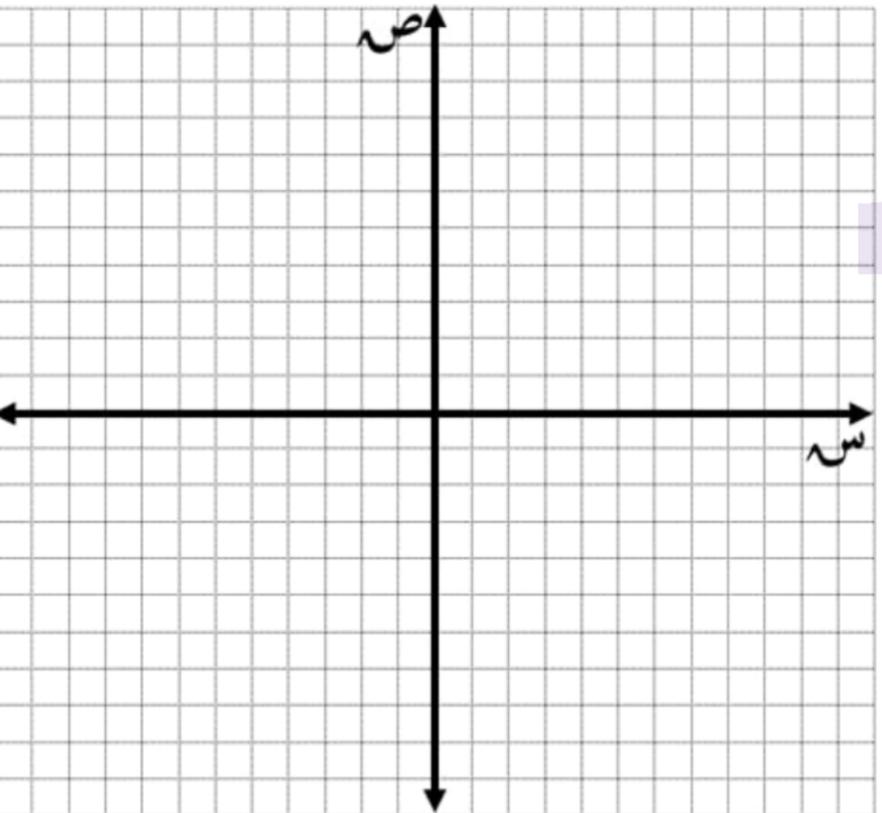


حل المعادلة  $\sin^2 - 4\sin + 3 = 0$ . بياناً



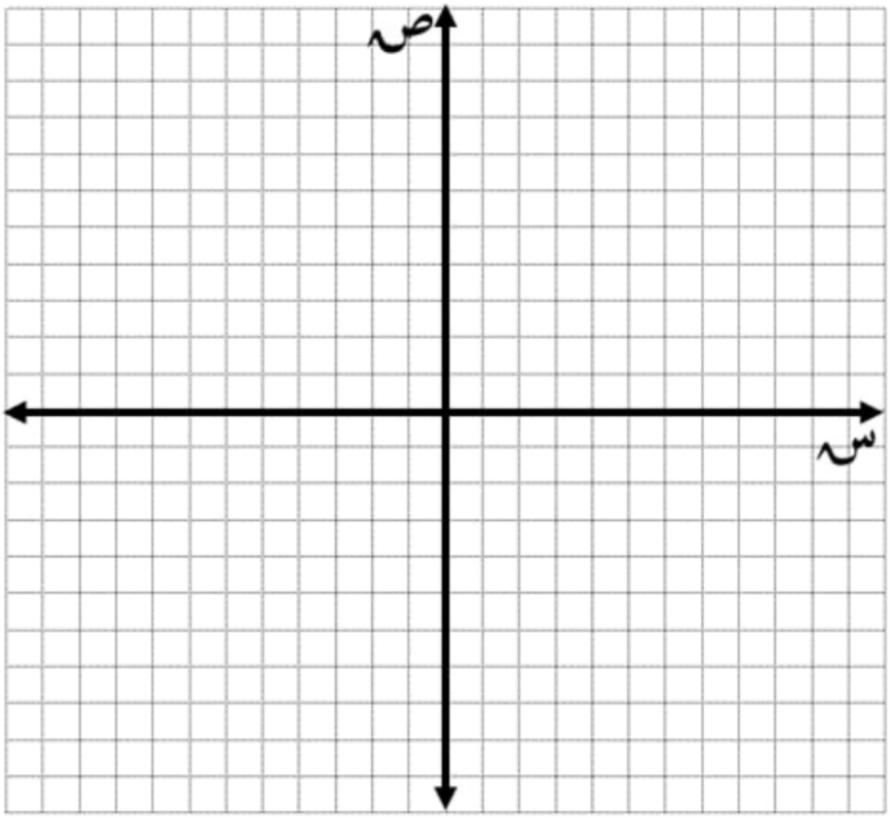
جزر حقيقي  
ووحيد

حل المعادلة  $\sin^2 + 9\sin + 10 = 0$ . بياناً



لا تَوَجِدُ حِزْوَر  
حَقِيقِيَّةً

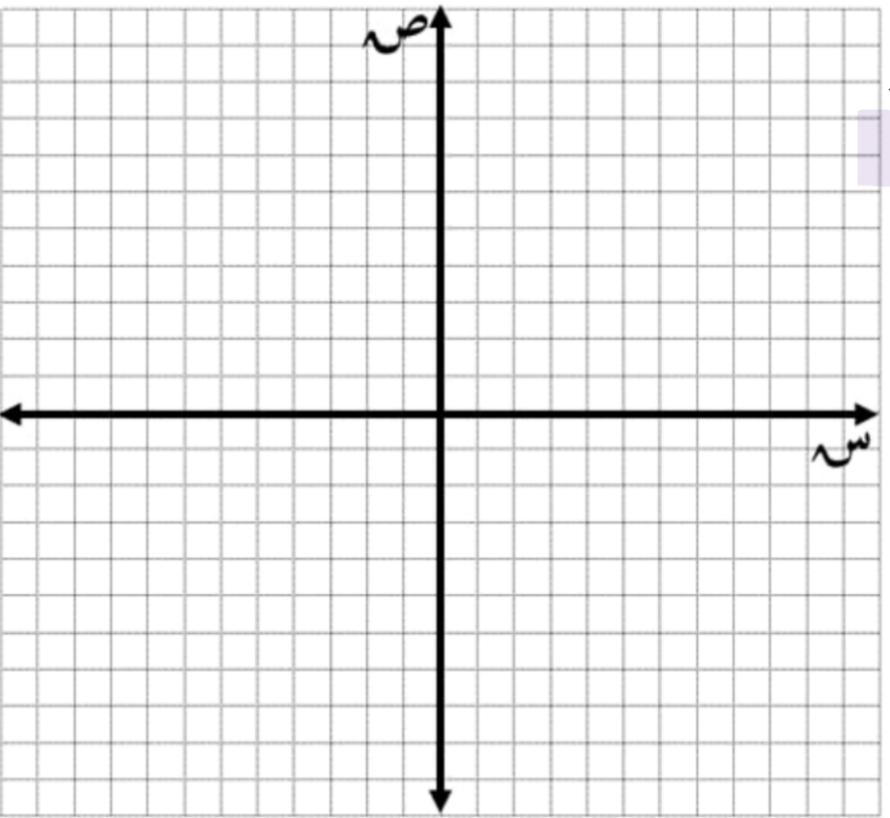
حل المعادلة  $s^2 - 7 = 0$  بيانياً



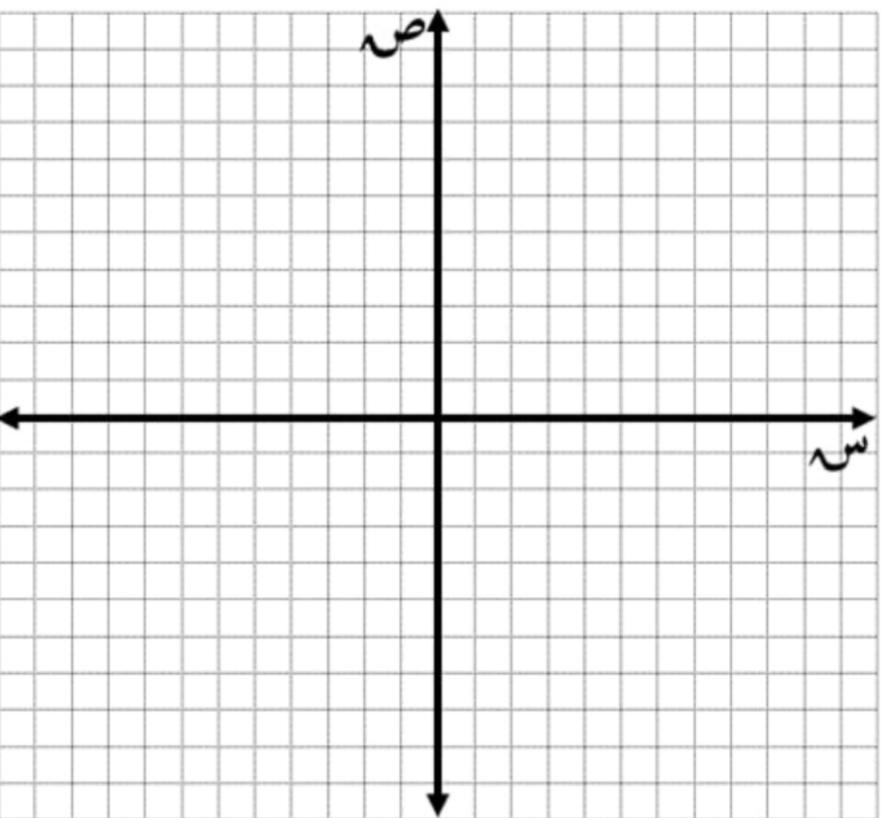
تَحَايِي



حل المعادلة  $s^2 - 2s - 24 = 0$  بيانياً



حل المعادلة  $s^2 - 8s - 16 = 0$  بيانياً



عامش للمراجعة



# حل المعادلات التربيعية بطريقة إكمال المربع

$$س^2 + 6س + 9 = 0$$

↓ انصفه

$$9 = 3 \times 3 = 3^2$$

نرفعه

طريقة إيجاد الجيد المفقود

① لتكون مربعاً كاملاً

$$س^2 + 6س + 9 = 0$$

↓ جذر

$$3 \times 3 = 9$$

↑

$$س^2 + 6س + 9 = 0$$

↓ جذر

$$3 \times 3 = 9$$

$$س^2 + 6س + 9 = 0$$

↓ جذر

$$3 \times 3 = 9$$

↑

$$س^2 + 6س + 9 = 0$$

↓ جذر

$$3 \times 3 = 9$$



خطوات حل معادلة من الدرجة الثانية بطريقة إكمال المربع :

١- نجعل معادلة الدرجة الثانية في مجهول واحد على الصورة :  $س^2 + ب س + ج = 0$

٢- نضيف مربع نصف معامل س للطرفين.

٣- نحلل الطرف الأيمن ( مربع كامل ) , ونبسّط الطرف الأيسر.

٤- نوجد الجذر التربيعي للطرفين ثم نوجد قيمة س .

## ملاحظة

إذا كان معامل  $س^2 \neq 1$  فنقسم على

معامل  $س^2$  حتى تصبح المعادلة على الصورة

$س^2 + ب س + ج = 0$  حيث :  $1 = 1$



# إكمال المربع

## تنبيه !

### المعامل الرئيسي

تذكر أن المعامل الرئيسي  
يجب أن يساوي (1)  
قبل إجراء عملية إكمال  
المربع.

أوجد قيمة  $h$  لتكون العبارات التالية مربعاً كاملاً:

$$s^2 + 9s + h$$

$$h + s^2 + 12s + 9$$

$$s^2 + 8s + h$$

تمرين : حل معادلات الدرجة الثانية التالية بطريقة إكمال المربع :

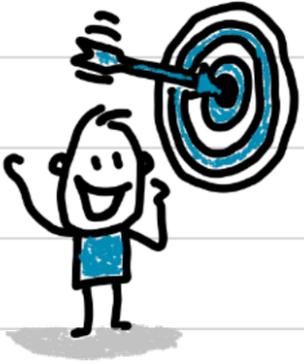
$$2s^2 + 16s + 14 = 0$$

$$s^2 + 4s = 5$$

$$(s + 5)^2 = 9$$

$$(s - 1)^2 = 49$$

حل المعادلة:  $س - ١٢ = ٣ + ٨$  بإكمال المربع



حل المعادلة:  $س - ٢ = ٣٦ + ١٠$  بإكمال المربع

**انشاءات:** يبني إسماعيل صالة مستطيلة الشكل خلف منزل عائلته، مساحتها ١٤٤ متراً مربعاً، وطولها يزيد عن عرضها بمقدار ١٠ أمتار، فما بُعد الصالة؟

أوجد قيمة  $x$  التي تجعل كل ثلاثية مما يلي مربعاً كاملاً

(٢)  $x^2 + 22x + ٢٢$  جـ

(١)  $x^2 - 18x + ١٨$  جـ

(٤)  $x^2 - 7x + ٧$  جـ

(٣)  $x^2 + 9x + ٩$  جـ

**تمرين:** حل المعادلة التالية بطريقة إكمال المربع:

$$x^2 - 2x + 7 = 0$$



عامش للمراجعة



# حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام

حد المعادلة التربيعية  $أس + ب س + ج = ٠$  حيث  $أ \neq ٠$  صفر  
بالمقانون العام

المميز =  $ب^2 - ٤ أ ج$

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ ج}}{٢ أ}$$

لنبدأ في معرفة:



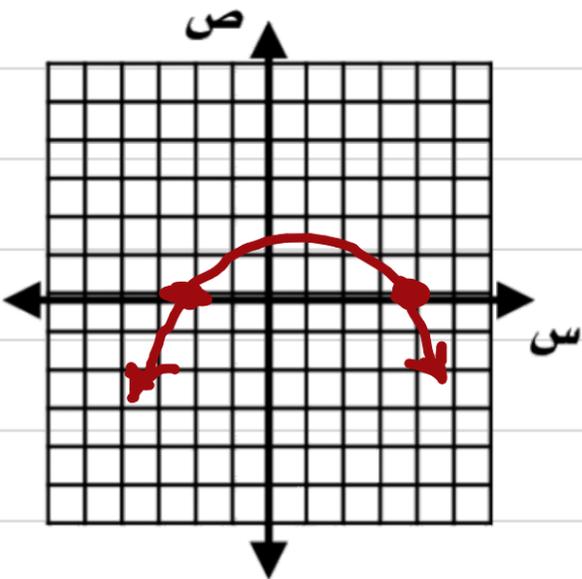
① هل للمعادلة حل أم لا.

② إيجاد عدد حلول المعادلة.

عند حل أي معادلة بطريقة (القانون العام):

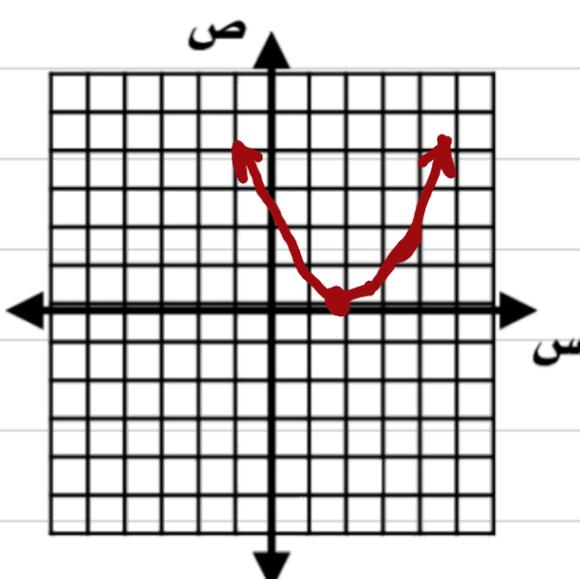
① نوحيد قيمة المميز  $\rightarrow$  موجب  $\rightarrow$  لا عددين حقيقيين  
 $\rightarrow$  سالب  $\rightarrow$  ليس له حلول  
 $\rightarrow$  صفر  $\rightarrow$  للمعادلة حل واحد

② نعوض في القانون العام عند قيمة المميز ونوحيد الحلول إن وجدت.



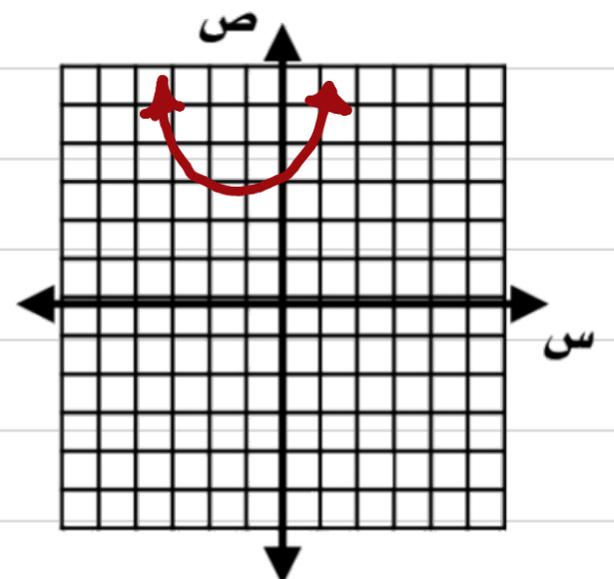
المميز موجب

عدد الحلول = 2



المميز = صفر

عدد الحلول = 1



المميز سالب

عدد الحلول = صفر

أوجد قيمة المميز للمعادلة :  $2x^2 + 11x + 15 = 0$

أوجد قيمة المميز للمعادلة :  $2x^2 - 9x + 21 = 0$

أوجد قيمة المميز للمعادلة :  $2x^2 - 30x + 25 = 0$

أوجد حل المعادلة باستخدام القانون العام  $2x^2 + 9x = 18$

حل المعادلة  $س٢ - س٢ = ٣٥$  بعدة طرق

التحليل

والطرق المبرحة

القانون العام



قيمة ج التي تجعل العبارة :  $س + 8س + ج$  مربعاً كاملاً هي :

١٦ د

٨ ج

٤- ب

٤ ا

عدد حلول المعادلة :  $س + 5س = 6$  هي :

صفر د

١ ج

٢ ب

٣ ا

قيمة المميز في المعادلة :  $٣٦س + ١٢س + ١ = .$  يساوي :

صفر د

١ ج

١٤٤ ب

١٤٤- ا

حل المعادلة :  $س - 5س + 6 = .$  هو :

٣ د

٢ ج

٣- , ٢- ب

٣ , ٢ ا

د

ج

ب

ا



R

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

عامش للراجعة



# تبسيط العبارات الجذرية

مفاتيح الدرس

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a}$$

باعداد الجربعة

1	= 1x1
4	= 2x2
9	= 3x3
16	= 4x4
25	= 5x5
36	= 6x6

مثال

نتائج حاصل ضرب لعدد بنفسه

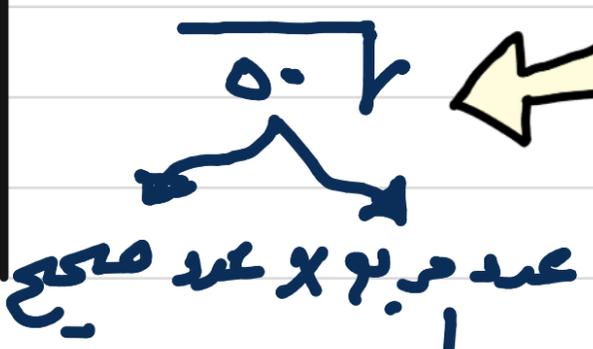
مثال

$$5 \times 5 = 5^2$$

$$5^2 \times 5^2 = 5^4$$

$$5^3 \times 5^2 = 5^5$$

نتائج حاصل ضرب لمتغير بنفسه

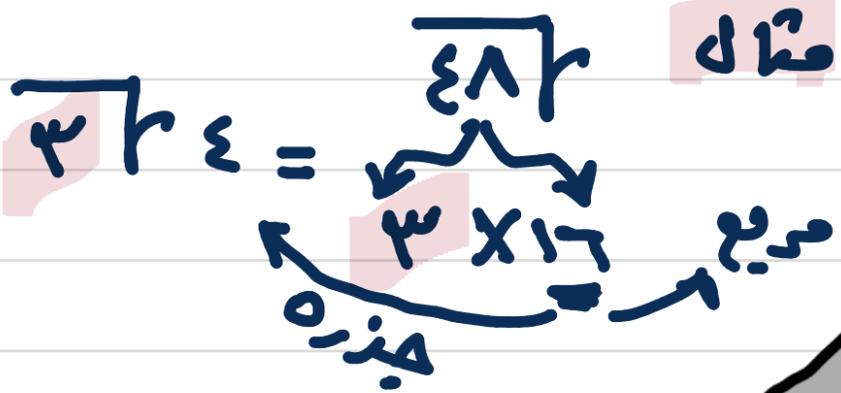


عدد حربي x عدد صحيح

جذرها

$$\sqrt{50} = \sqrt{2 \times 5 \times 5}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{2} \times 5$$



مثال مربع جذره

$$\sqrt{48} = \sqrt{2^4 \times 3} = 2^2 \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

مثال

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

## نظام المقام

المقام كتيوي على عبارة

$$\frac{3 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \times \frac{3 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{2}}$$

المقام كتيوي على جذر عقل

$$\frac{\sqrt{2}}{5} = \frac{\sqrt{2}}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{5\sqrt{2}}$$

مراجعة المقدم

$$\frac{2}{5\sqrt{2}} = \frac{2}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{5 \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{5}$$

ملاحظة

مثال:

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

مثال:  $\sqrt{80}$

بسّط كل عبارة فيما يأتي

$$\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$\sqrt{1} = 1$$

مثال:  $\sqrt{144} \times \sqrt{16}$

بسّط كل عبارة فيما يأتي

$$= \sqrt{144} \times \sqrt{16}$$

$$= 12 \times 4$$

مثال:  $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[4]{64}$

بسّط كل عبارة فيما يأتي

$$\sqrt[3]{27} \times \sqrt[4]{64}$$

$$= 3 \times 2 = 6$$



بسّط كل عبارة فيما يأتي

مثال :  $\sqrt{\frac{45}{15}}$

1  $\sqrt{\frac{45}{15}}$

2  $\sqrt{\frac{45}{15}}$



بسّط كل عبارة فيما يأتي

مثال :  $\frac{3}{c+5}$

1  $\frac{3}{c+5}$

2  $\frac{3}{\sqrt{c}-5}$

3  $\frac{3}{\sqrt{c}-5}$

عامش للهراجة





# العمليات على العبارات الجذرية

الضرب

الجمع وال طرح الجذور متشابهة

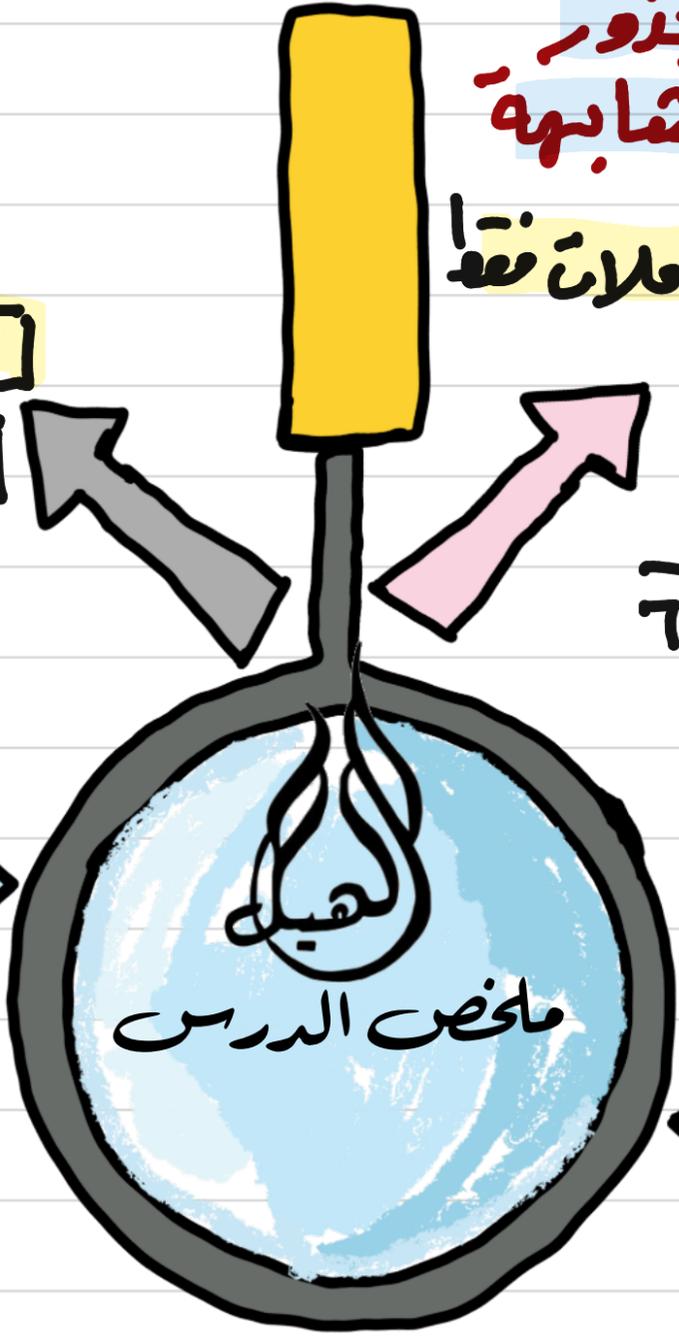
نجمع أو نطرح (كعاملات فقط)

- 1 نضرب (عاملات ببعضها)
- 2 نضرب ما تحت الجذور ببعضها

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a-b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$



الجمع وال طرح

الجذور غير متشابهة

خاصية التوزيع

1 نبسط (جذور)

$$\sqrt{a} (\sqrt{b} - \sqrt{c}) = \sqrt{a} \sqrt{b} - \sqrt{a} \sqrt{c}$$

2 نجمع أو نطرح الجذور المتشابهة

$$\sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

مثال:  $\sqrt{12} + \sqrt{18}$



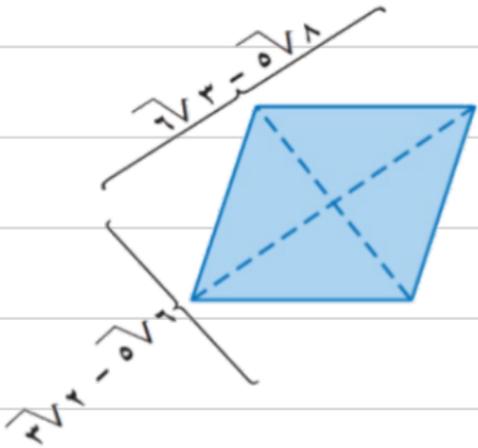
$$\sqrt{12} = \sqrt{3 \times 4} = \sqrt{3} \times \sqrt{4} = 2\sqrt{3}$$



## بسّط كل عبارة فيما يأتي

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{5}$$

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})\sqrt{3}$$



تارين

**هندسة** : يمكن إيجاد مساحة معين باستعمال المعادلة  $M = \frac{1}{2} \times q_1 \times q_2$  ، حيث  $q_1$  ،  $q_2$  طولا قطري المعين  
ما مساحة المعين في الشكل المجاور ؟

عامش للراجعة



# المعادلات الجذرية



خطوات حل - (معادلة جذرية)

1. جعل الجذر بأحد طرفيها

2. نقل ما خارج الجذر للطرف الآخر

إذا كان لطرفي المعادلة في طرفي المتغيرة

تذكر

3. توزيع الضربيه.

4. نوجد قيمة المتغير.

$(س + ص) = س + ص + ص + ص$   
 $(س - ص) = س - ص - ص - ص$

- 1. توزيع طرفي المعادلة
- 2. نستخدم إحدى لقاعدتيه
- 3. نساوي المعادلة بالصفر
- 4. نحال الطرف الأيمن.
- 5. نوجد قيمة المتغير.

مثال:  $\sqrt{س + ٤} = ٥ - ٧$

1.  $\sqrt{س + ٤} = ٥ + ٧ = ١٢$

2.  $س + ٤ = ١٤٤$

3.  $س = ١٤٤ - ٤ = ١٤٠$

مثال:  $\sqrt{٥ - ٣س} = ٥ - ٣س$

تذكر

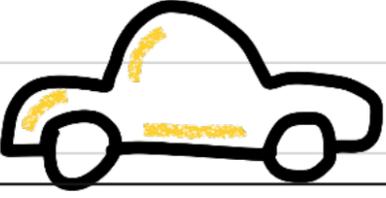
حلد غير قابل

لا يحق المعادلة أو  $س = ١٠$

$س - ٣س = ٥ - ٣س$   
 $س - ٣س = ٥ - ٣س$   
 $س - ٣س + ٣س = ٥ - ٣س + ٣س$   
 $س = ٥$

# من واقع الحياة

**قيادة:** تمثل المعادلة  $\sqrt{x+3} = 21$  نق السرعة القصوى بالكيلو متر / ساعة التي يمكن أن تسير بها سيارة بأمان على طريق منحن غير محدد الجانبين ، حيث ( نق ) نصف قطر المنحنى بالأمتار فإذا صمم الطريق لسرعة قصوى مقدارها ١٠٥ كلم / ساعة ، فما طول نصف قطر المنحنى ؟



حل كل معادلة فيما يأتي



$$\sqrt{x+4} + 1 = 14$$

$$\sqrt{3-2} - 4 = 2$$

$$\sqrt{5+t} = 3+t$$

$$\sqrt{3-s} = 1-s$$

## اختر الجواب الصحيحة

تبسيط المقدار  $\frac{7}{2}$  يساوي

٣ (أ)

٦ (ب)

٢٦ (ج)

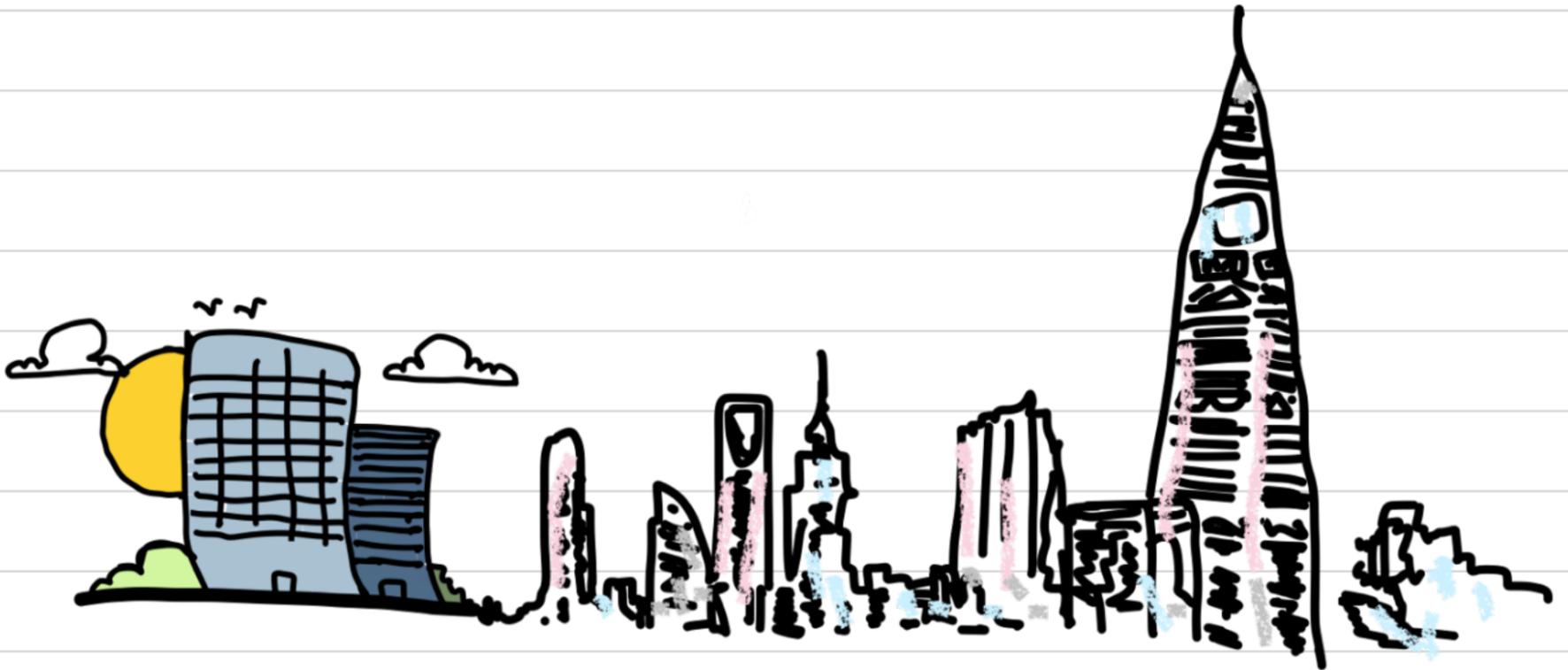
٢٦ ٣ (د)

## أحب بعبارة أول

المقدار المرافق للعبارة  $3 + 2\sqrt{3}$  هو  $3 - 2\sqrt{3}$

$$6\sqrt{13} = \sqrt{12} + \sqrt{54}$$

المعادلتان  $3 = 1 + \sqrt{2}$  ,  $3 = 1 + \sqrt{2}$  هما الحل نفسه .



عامش للمراجعة



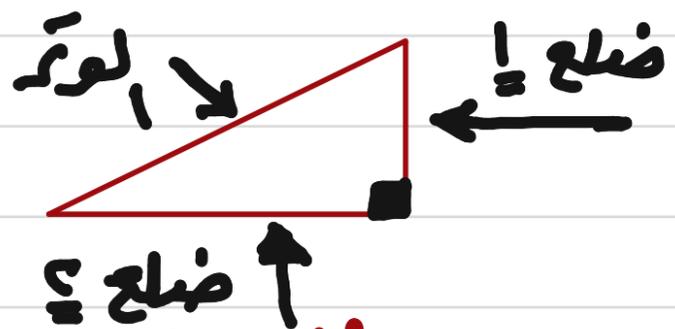
# نظريّة فيثاغورس

عكس النظرية

تختص فقط بالمثلثات القائمة الزاوية



كيف نعرف أن مثلثًا قائم الزاوية أم لا؟



الوتر أطول أضلاع مثلث القائمة الزاوية.

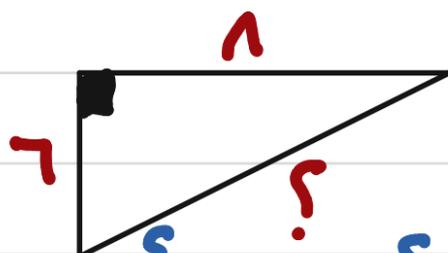
$(\text{الوتر}) = (\text{ضلع ب}) + (\text{ضلع ج})$   
 $(\text{ضلع ب}) = (\text{الوتر}) - (\text{ضلع ج})$

1. نربع أطوال أضلاع المثلث.

2. نجمع الأصغرنا حجم.

3. إذا تساوى مع مربع الضلع الثالث فإن المثلث قائم الزاوية.

مثال:



$(\text{الوتر}) = (6) + (8)$

$(\text{الوتر}) = 36 + 64 = 100$

$\text{الوتر} = \sqrt{100} = 10$

مثال: هل الأطوال التالية

3 4 5 6 7 تمثل أطوال مثلث قائم الزاوية؟

1. نربع الأطوال الثلاثة:

$9 = 3 \times 3$

$16 = 4 \times 4$

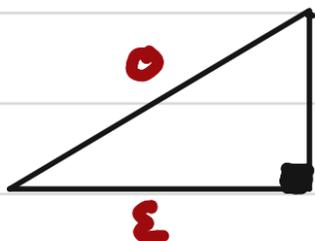
$49 = 7 \times 7$

2. نجمع الأصغرنا حجم

$9 + 16 = 25$

$49 \neq 25$

∴ المثلث غير قائم الزاوية.



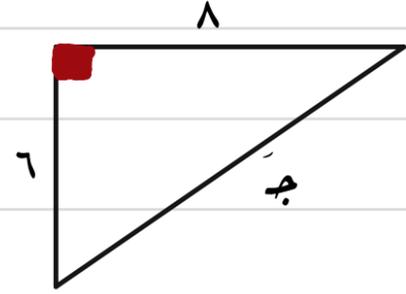
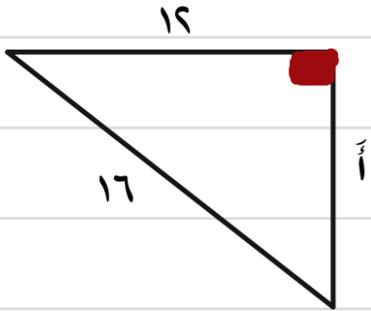
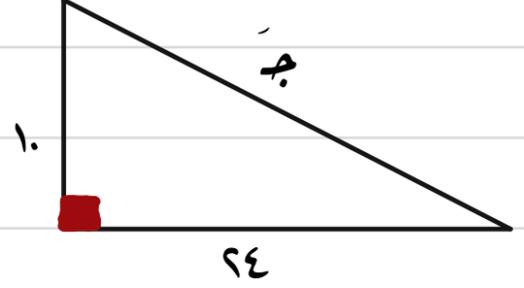
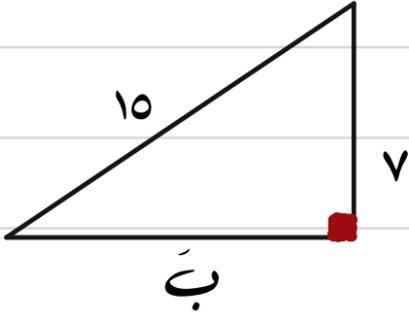
$(\text{ضلع ب}) = (\text{الوتر}) - (\text{ضلع ج})$

$(5) - (3) =$

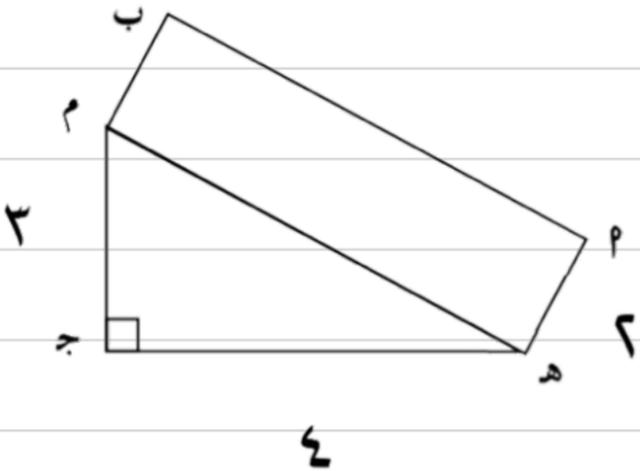
$9 = 16 - 7 =$

$\text{ضلع ب} = \sqrt{9} = 3$

أوجد طول الضلع المجهول في كل مما يأتي:



احسب مساحة المستطيل  $٢$  ب  $٥$  م.



**إبحار:** يكون شراع الزورق النهري على صورة مثلث قائم الزاوية كما في الشكل المجاور، أوجد ارتفاع هذا الشراع.



هل الأطوال التالية تمثل أطوال مثلث قائم الزاوية؟

١٢ سم، ٩ سم، ٦ سم

أثبت أن أطوال المثلث التالية تمثل مثلثاً غير قائم الزاوية.

١٢ سم، ٩ سم، ٦ سم

مزرعة طولها ٤ متراً وعرضها ٣ متراً، أوجد طول قطرها.



عامش للراجعة



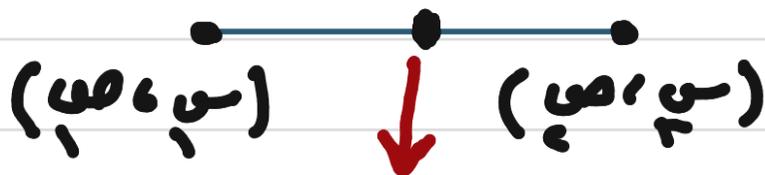
# المسافة بين نقطتين

القانون

المسافة =  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$



إحداثي منتصف القطعة



$$\left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

مثال: إحداثي منتصف القطعة التي طرفيها (3, 6) و (7, 2) هي:  $\left( \frac{3+7}{2}, \frac{6+2}{2} \right)$

$$= \left( \frac{10}{2}, \frac{8}{2} \right) = (5, 4)$$

مثال: أوجد المسافة بين النقطتين (3, 6) و (7, 2)  

$$d = \sqrt{(7-3)^2 + (2-6)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 16}$$

$$= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

مثال: أوجد قيمة ب إذا كانت المسافة بين النقطتين (1, 6) و (6, 4) تساوي 5

$$\sqrt{(6-1)^2 + (4-6)^2} = 5$$

$$5^2 = (6-1)^2 + (4-6)^2$$

$$25 = 25 + 4 - 12 + 6 + 4$$

$$25 = 25 + 4 - 12 + 6 + 4$$

$$0 = 4 - 12 + 6 + 4$$

$$0 = (4-6)^2 + (6-1)^2 - 25$$

إما  $b=4$  أو  $b=6$



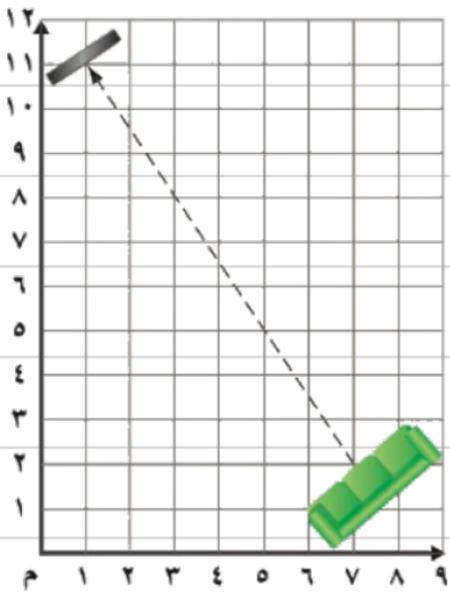
أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

$(1-، 3-)$ ،  $(2، 4)$

$(2-، 1)$ ،  $(3، 5)$

$(.، 5)$ ، نقطة الأصل

$(8-، 5-)$ ،  $(2-، 7-)$



**ترفيه:** يمتلك صالح مسرحًا منزليًا. ويوضع التلفاز والمقاعد عادة في ركنين متقابلين من الغرفة؛ حيث يوصي صانعو التلفاز المشاهدين بالجلوس بعيدًا عنه مسافة لا تقل عن 13 قدمًا من أجل السلامة. فإذا كان طول كل مربع في المستوى المجاور 1 قدم، فهل غرفة صالح مناسبة لوضع التلفاز بداخلها؟

يوصي صانعو مكبرات الصوت (الميكروفونات) بوضعها على مسافة لا تقل عن 8 أقدام من مكان الجلوس. فإذا وضع ميكروفون في النقطة  $(9، 0)$ ، فهل غرفة صالح مناسبة لوضع الجهاز؟ فسّر ذلك.

## إيجاد الإحداثي المجهول

أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ) إذا كانت المسافة بين النقطتين  $(7, 4)$ ،  $(3, 1)$  تساوي 5 وحدات.

أوجد القيم الممكنة للمتغير (أ) إذا كانت المسافة بين النقطتين  $(1, 2)$ ،  $(-6, 2)$  تساوي 10 وحدات.

أوجد إحداثي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين كل نقطتين فيما يأتي:

إيجاد إحداثي نقطة المنتصف

$(8, 6)$ ،  $(4, 3)$

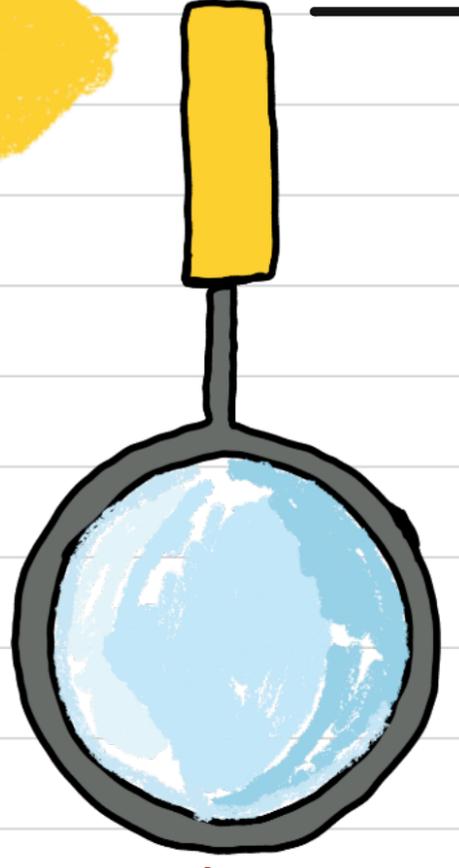
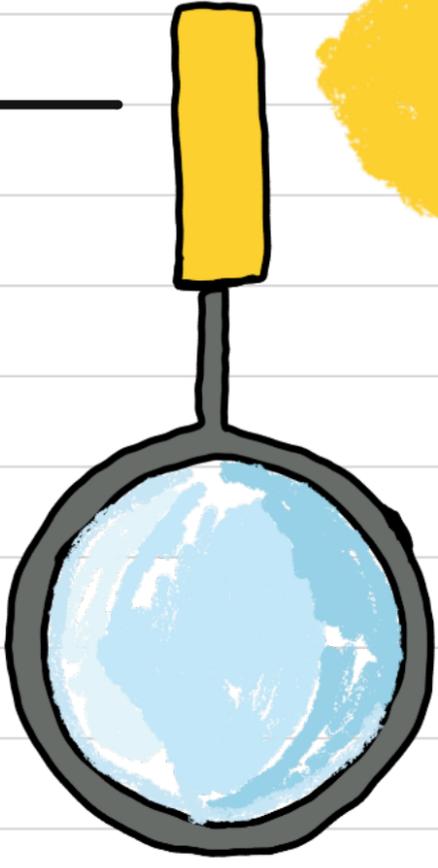
$(3, 12)$ ،  $(-8, 3)$

$(-1, -2)$ ،  $(3, -4)$

عامش للمراجعة



## المثلثات المتشابهة



مخض الدررر



\* تيساب قتلان اذا كان:

\* المثلثات المتشابهة هي مثلثات لها القياس نفسه

\* اذا تساوت زواياها لثلاثة

\* ليس من الضروري يكون لها

\* اذا تناسب قياس اضلاعها  
المثلثات لثلاثة

اطوال الاضلاع نفسها .

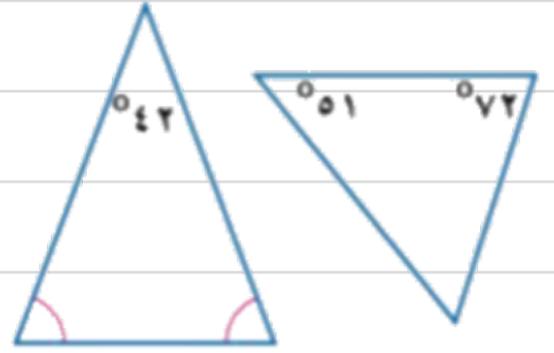
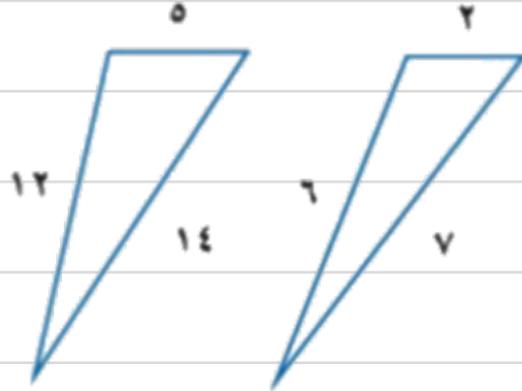
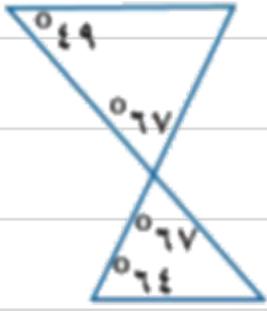
\* الرمز يشير الى ان (مليحة)

متشابهة .

تذكر: مجموع قياس زوايا المثلث = 180°

## تحديد المثلثين المتشابهين

حدّد ما إذا كان كل زوج من المثلثات في الأسئلة الآتية متشابهين أم لا، وبرّر إجابتك:

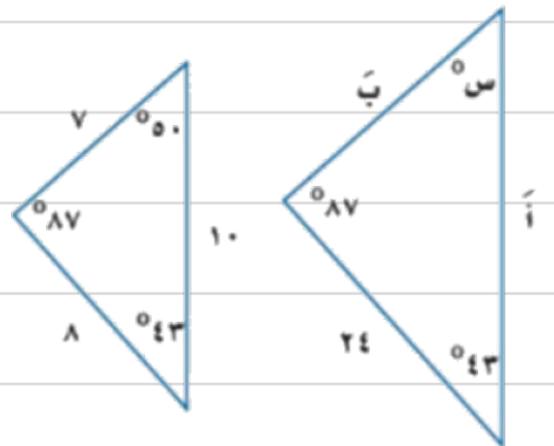
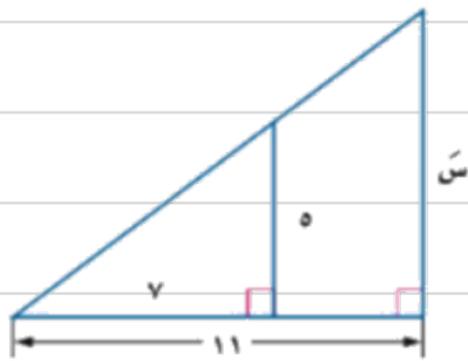


## إيجاد قياس العناصر المجهولة

أوجد قياسات العناصر المجهولة في المثلثين المتشابهين الآتيين:

### المثلثات المتداخلة

في المثلثين المتداخلين يمكنك رسم كل منهما على حدة، مع التأكد من كون العناصر المتناظرة في الموقع نفسه، وضع إشارات لتوضيح الزوايا والأضلاع المتناظرة.



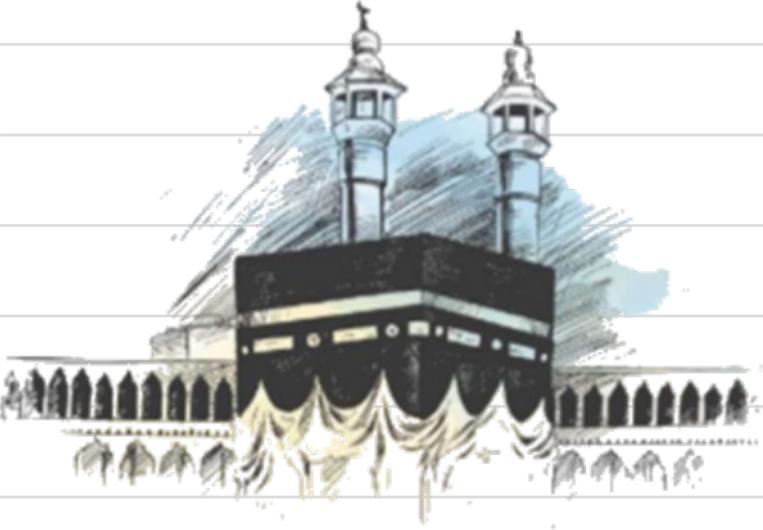
## القياسات غير المباشرة

إذا كان طول أحمد ١,٨ م وطول ظله ١,٢ ، إذا وقف بجوار مئذنة طول ظلها ٦ م فاحسب طول ارتفاع المئذنة .



خطّط معلم التاريخ لعمل نموذج للكعبة المشرفة على مقياس رسم ٥ سم : ٦ م .

فإذا كان الارتفاع الفعلي للكعبة المشرفة ١٤ م، فكم سيكون ارتفاع النموذج؟



عامش للراجعة



# النسب المثلثية

## النسبة المثلثية:



هي النسبة التي تعارّف  
بها طول ضلعين  
أضلاع (مثلث) قائم.

جاء: جيب الزاوية

جتا: جيب تمام الزاوية

ظا: ظل الزاوية

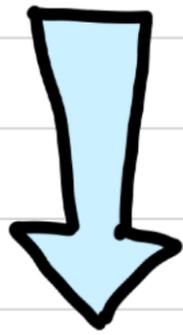
## حساب المثلثات:



هو دراسة العلاقة بين  
المثلث وأضلاعه.

## حل المثلث:

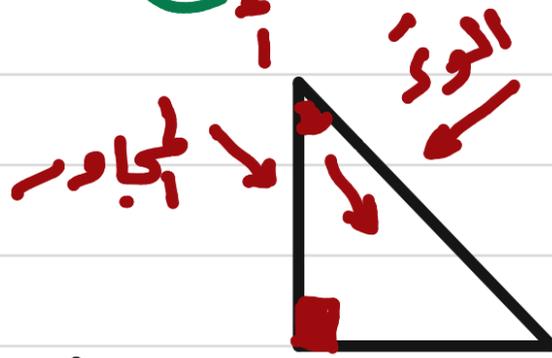
هو إيجاد القيمات المجهولة  
لأضلاع المثلث وزواياه.



غير عكسية → **النسب المثلثية** ← عكسية

تستخدم لإيجاد قياس الزوايا  
بمضلوع: **جاء جتا ظا**

تستخدم لإيجاد طول الأضلاع



جاء =  $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

جتا =  $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

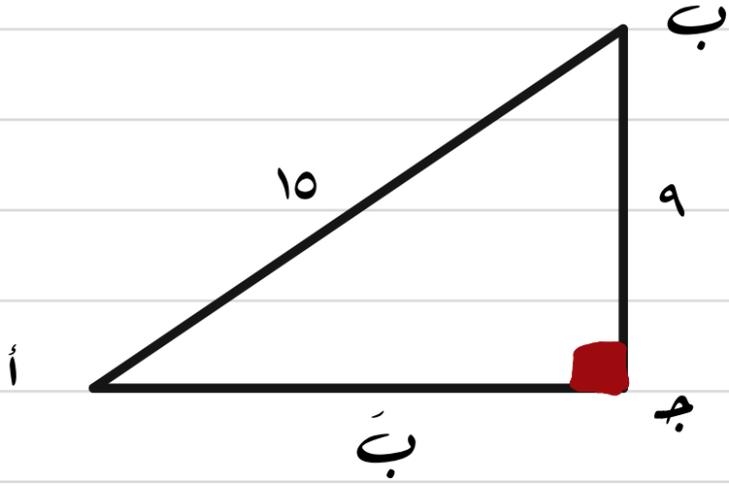
ظا =  $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

طريقة استخدام الآلة الحاسبة

مثال: جتا =  $\frac{8}{19}$

Trig → Cos → 8 ÷ 19 → Enter → 65.09

أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب

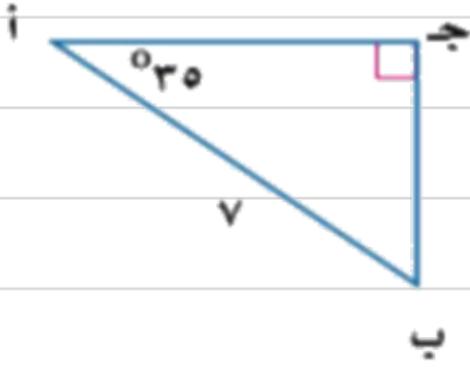


جنا  $55^\circ$

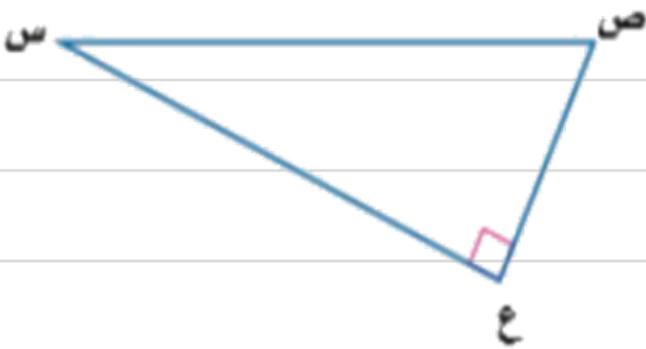
ظا  $76^\circ$

جا  $31^\circ$

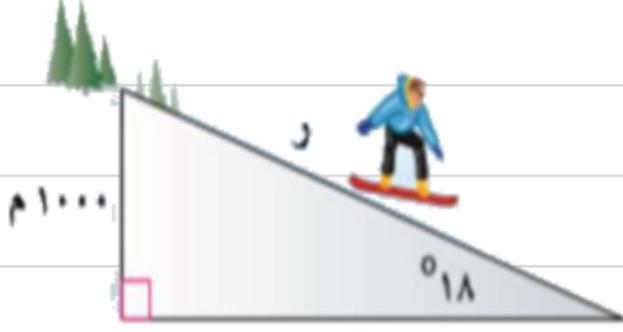
حلّ المثلث القائم الزاوية مقربًا طول كل ضلع إلى أقرب جزء من عشرة.



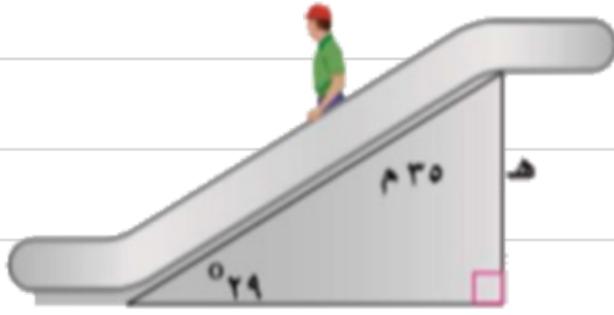
أوجد ق  $\Delta$  س مقربًا إلى أقرب درجة إذا كان س ص = 14، ص ع = 5.



## من واقع الحياة



**تزلج على الجليد،** في موقع للتزلج على أحد التلال،  
كان ارتفاع التلة الرأسى ١٠٠٠ م، وزاوية ميلها عن مستوى  
الأرض ١٨°، قدر طول (ر).



**سلم كهربائي،** يبلغ طول السلم الكهربائي في أحد الأسواق  
الكبيرة ٣٥ مترًا، وقياس الزاوية التي يكونها مع الأرض ٢٩°،  
أوجد ارتفاع السلم.



عامش للمراجعة



# تصميم دراسة مسحية

تُعدّ العينة جزءًا من مجموعة أكبر تُسمى المجتمع.



إذا كان لكل فرد منها الاحتمال نفسه في الاختيار وتكون العينة غير متحيزة

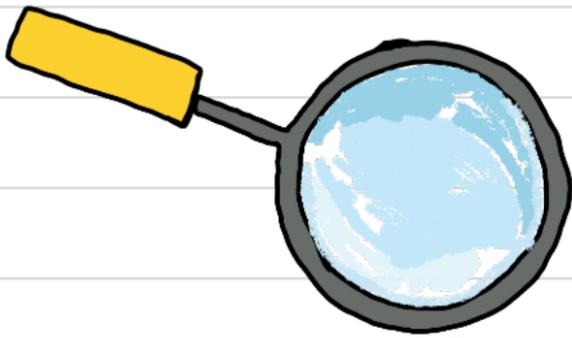
**عينة عشوائية**

سُئل كل عاشر طالب يدخل المدرسة عن المادة الدراسية المفضلة لديه.

طريقة اختيار العينة تعطي تفضيلاً لمجموعة معينة على مجموعة أخرى

**عينة متحيزة**

يريد مدير مطعم أن يتحقق من أن العاملين يخدمون الزبائن بأسلوب جيد فراقب أحد العاملين مدة ساعة في اليوم.



**العينات العشوائية**

**العينة العشوائية المنتظمة**

يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة

**العينة العشوائية الطبقية**

يتم اختيار طبيب من كل قسم عشوائياً ليقدم نبذة عن الخدمات التي يوفرها المستشفى في قسمه.

**العينة العشوائية البسيطة**

تلصق نجمة في أحد الاحتفالات أسفل ثلاثة أطباق وتقدم هدايا للضيوف الذين تكون هذه الأطباق من نصيبهم.

## تصنيف أليب جمع البيانات

**تبرع:** ترغب جمعية خيرية في تعرّف رغبة الناس في تقديم التبرعات للجمعيات الخيرية. فوزّعت ١٠٠٠ استبانة على سكان أحد الأحياء.

(أ) حدّد العينة والمجتمع الذي اختيرت منه.

(ب) صنّف أسلوب جمع البيانات الذي استعملته هذه الجمعية.

حدّد العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنّف أسلوب جمع البيانات المستعمل في كلٍّ مما يلي:



المجموعة ٢  
طعام بلا سكر



المجموعة ١  
طعام فيه سكر

(أ) **بحوث:** قامت مؤسسة للبحوث العلمية بتحليل ردود أفعال مجموعتين من الفئران تجاه السكر.

(ب) **إعادة التدوير:** يرغب مجلس بلدي في أن يبدأ بمشروع إعادة تدوير، فأرسل لمجموعة من السكان اختيروا عشوائياً ١٠٠٠ استبانة تضمنت سؤالاً حول المواد التي يرغبون في إعادة تدويرها.

## تحديد تحيز العينة

حدّد في كل مما يأتي إن كانت العينة متحيزة أم غير متحيزة، وفسّر إجابتك:

(أ) **فضائيات:** سُئل كل خامس شخص يدخل إلى متجر عن القناة الفضائية التي يفضلها.

(ب) **هوايات:** سُئل كل خامس شخص يدخل مكتبة عن هوايته المفضلة.

(أ٢) **مدرسة:** سُئل كل عاشر طالب يدخل المدرسة عن المادة الدراسية المفضلة لديه.

(ب٢) **مطاعم:** يريد مدير مطعم أن يتحقق من أن العاملين يخدمون الزبائن بأسلوب جيد، فراقب أحد العاملين مدة ساعة في اليوم.

**هوايات:** يقف عدد من الطلاب عند مدخل المدرسة ويسألون كل عاشر طالب يدخلها عن هوايته المفضلة.

**تسوق:** سُئل كل خامس عشر متسوق في متجر ملابس عن نوع الهدية التي يودّ أن تُقدم له.

## تصنيف العينات العشوائية



افتتح مستشفى الدمام المركزي عام ١٣٨٣هـ بسعة ٥٠ سريراً، واستمر في التطور وزيادة الأقسام والعيادات حتى أصبح مجمعاً طبياً متكاملًا باسم مجمع الدمام الطبي، يقدم خدماته إلى سكان مدينة الدمام والمنطقة الشرقية من المملكة.

حدّد في كل مما يأتي العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنّف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة، وفسّر إجابتك:

(١٣) **مستشفى:** اعتمادًا على المعلومات المبينة إلى اليمين، وفي ندوة تعريفية، يتم اختيار طبيب من كل قسم عشوائيًا ليقدم نبذة عن الخدمات التي يوفرها المستشفى في قسمه.

(٣ب) **طعام:** يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة بدءًا بوقت يُحدّد عشوائيًا.

(٣ج) **احتفالات:** تلتصق نجمة في أحد الاحتفالات أسفل ثلاثة أطباق، وتقدم هدايا للضيوف الذين تكون هذه الأطباق من نصيبهم.

عامش للراجعة



# تحليل نتائج الدراسة المسحية



معايير الترتيب المركزية:

1. متوسط الحسابي:

طريقة حسابه = مجموع القيم / عددها

مثال

$$7 = \frac{5 + 11 + 2 + 7 + 3}{5}$$

يستخدم عندما لا توجد قيم متطرفة في البيانات.

2. الوسيط:

هو العدد الأوسط أو متوسط لعدد من الأوساط في البيانات المرتبة.

يستخدم عندما: \* توجد قيم متطرفة في البيانات \* لا توجد قيم كثيرة في وسط البيانات

مثال

① ترتيب 5 6 11 6 2 7 3

11 6 7 6 5 6 2 3

↓ الوسيط

3. المنوال:

هو العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة بيانات يستخدم عندما توجد أعداد متكررة في مجموعة بيانات

مثال

1 6 3 6 5 6 2 7 3

المنوال = 6

\* بيانات الكمية: التي تعطي بصيرة قيم عددية

العمر، الدخل، الطول، عدد أفراد الأسرة

\* بيانات النوعية: التي لا تعطي بصيرة قيم عددية

الجنس، النسبة المئوية، الطولية

## اختيار طريقة تخيص البيانات

أي مقياس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات في كل مما يأتي؟ برّر إجابتك، ثم احسب قيمة ذلك المقياس:

النسبة المئوية	الاستجابة
٨	٣ سنوات على الأقل
١٥	سنة إلى أقل من ٣ سنوات
٤٥	٦ شهور إلى أقل من سنة
٣٢	أقل من ٦ شهور

**عمرة:** أجرت وكالة سفريات دراسة مسحية على ١٠٠٠ شخص حول الزمن الذي مضى على آخر عمرة لكل منهم والنتائج يوضحها الجدول المجاور.

عدد الزبائن			
٨٦	٧١	٧٩	٨٦
٧٩	٣٢	٨٨	٨٦
٨٢	٦٩	٧١	٧٠
٨٦	٨١	٨٥	٨٦

**تسوق:** سجّل أحد محال بيع الأجهزة الإلكترونية عدد الزبائن في كل ساعة عمل في أحد الأيام كما هو موضح في الجدول المجاور.

**كتب:** في دراسة مسحية لمصادر أبحاث عدد من طلاب الصف الثالث المتوسط في إحدى المناطق التعليمية كانت الاستجابات على النحو الآتي: من المعلم: ٤٢٠؛ من مكتبة المدرسة: ١٣٢٠؛ من المكتبة العامة: ١٠٢٠؛ من متاجر الكتب: ١٠٢٠؛ من المكتبة المنزلية: ٧٢٠؛ من الإنترنت: ٥٤٠؛ من الأصدقاء: ٥٤٠.

**كتاب الجامعة السنوي:** إذا أُعطيت الجزء الآتي من تقرير دراسة مسحية، فحدّد صحة المعلومات والاستنتاجات.

النتائج	
الاختيار	الاستجابة
إلكترونيًا فقط	٪٦٧
ورقيًا فقط	٪٢٢
إلكترونيًا وورقيًا	٪٩
لا تفضل	٪٢

السؤال: هل يجب أن تعدّ الجامعة كتابها السنوي إلكترونيًا هذا العام؟

العينة: وضعت استبانة على مقاعد الطلاب بصورة عشوائية.

الاستنتاج: يجب أن تعدّ الجامعة هذا العام الكتاب السنوي إلكترونيًا فقط.

حدّد صحة المعلومات والاستنتاجات لتقرير الدراسة المسحية فيما يأتي:

النتائج	
الاختبار	الاستجابة
معقولة جدا	٥٦
معقولة	١٨٥
معقولة نوعا ما	١٣٢
غير معقولة	٦٩
غير معقولة أبدا	٥٨

**مدينة ألعاب:** طلب من كل عاشر زائر من بين ٥٠٠٠ زائر لمدينة

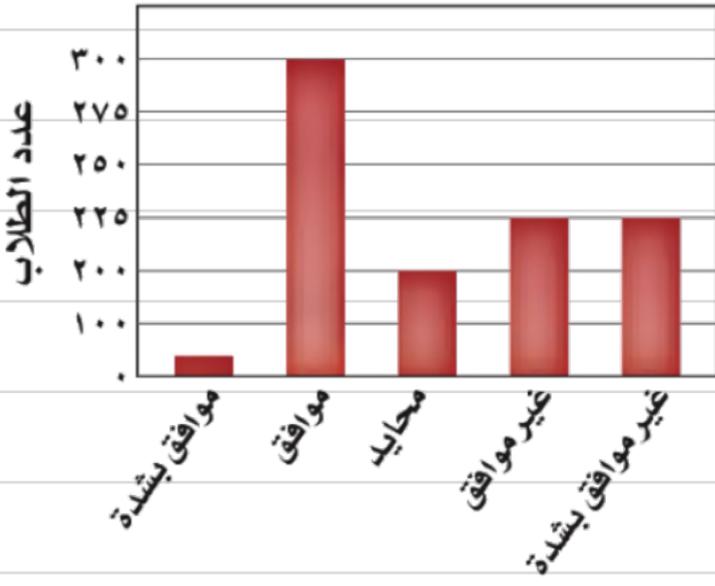
ألعاب في أحد الأيام أن يجيب عن سؤال الاستبانة الآتي:

السؤال: هل ترى أن أسعار بطاقات الدخول لمدينة الألعاب معقولة؟

الاستنتاج: أسعار التذاكر معقولة، ويجب أن تبقى كما هي.

# نتائج مظلة

النظام الجديد لتوزيع الطلاب على جمعيات النشاط



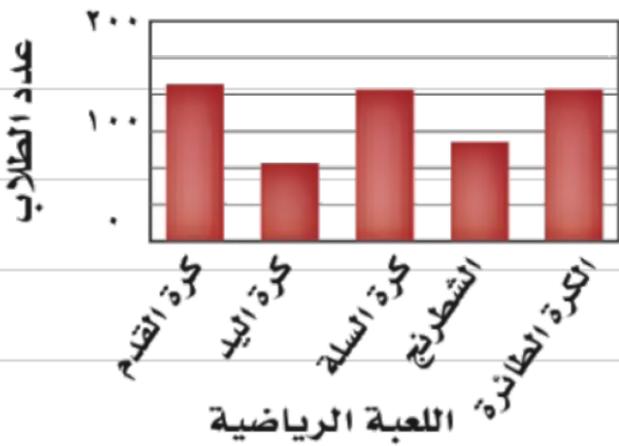
**جمعيات النشاط:** يفكر مدير مدرسة ثانوية كبيرة في تطبيق نظام جديد لتوزيع الطلاب على جمعيات النشاط، فوزع استبانة على الطلاب يسألهم عن رأيهم في النظام الجديد.

السؤال: ما رأيك في تطبيق النظام الجديد لتوزيع الطلاب على جمعيات النشاط؟

الاستنتاج: لن ينزعج الطلاب من تطبيق نظام توزيع الطلاب على جمعيات النشاط.

حدّد، إذا كان التمثيل بالأعمدة يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الدراسة المسحية.

اللعبة الرياضية المفضلة لدى طلاب المدرسة



يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج استطلاع أجراه مدرس التربية الرياضية لمعرفة اللعبة الرياضية التي يفضلها طلاب المدرسة.

السؤال: ما اللعبة الرياضية التي تفضلها؟

الاستنتاج: كرة اليد هي اللعبة الأقل شيوعاً بين الألعاب الرياضية المفضلة.

حدّد ما إذا كان التمثيل بالأعمدة يقدم صورة صادقة أم لا لنتائج الدراسة المسحية. وفسّر إجابتك.

عامش للمراجعة



# إحصائيات العينة ومعالم المجتمع

إحصائيات العينة ومعالم المجتمع،



الإحصاء الاستدلالي تُستعمل في هذا الموقف

إحصائيات العينة للتوصل إلى استنتاجات حول المجتمع كاملاً.

الإحصائي: مقياس يصف إحدى خصائص العينة.

المعلّمة فهي مقياس يصف إحدى خصائص المجتمع.



مقاييس التشتت

الذي الربيعي

الربيعيات

الذي

هو الفرق بين  
الربيع الأعلى  
والأدنى .

القيم التي تقسم مجموعة  
البيانات إلى أربعة  
أجزاء متساوية .

الفرق بين أكبر قيمة  
وأصغر قيمة في مجموعة  
البيانات .



الانحراف المعياري =  $\sigma$  التباين  
التباين = ( الانحراف المعياري )<sup>2</sup>

## مفهوم أساسي الانحراف المتوسط

الخطوة ١: أوجد المتوسط الحسابي.

الخطوة ٢: أوجد مجموع القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي.

الخطوة ٣: اقسّم هذا المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات.

## ملخص المفهوم التباين والانحراف المعياري

الخطوة ١: أوجد المتوسط الحسابي  $\bar{x}$ .

الخطوة ٢: أوجد مربع الفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي، ثم اجمع هذه المربعات، واقسم المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات لتحصل على التباين.

الخطوة ٣: أوجد الانحراف المعياري بإيجاد الجذر التربيعي للتباين.



## تعيين امصائيات العينة ومعالم المجتمع

عين العينة والمجتمع في كل من المواقف الآتية، ثم صف إحصائي العينة ومعلمة المجتمع.

(أ) اختيرت عينة عشوائية من إحدى الجامعات مكونة من ٤٠ من طالبي المنح الدراسية، ثم حسب متوسط درجاتهم.

العينة :

المجتمع :

إحصائي العينة :

معلمة المجتمع :

(ب) اختيرت عينة عشوائية طبقية من الممرضين العاملين في جميع مستشفيات المناطق الشرقية والغربية والوسطى، ثم حسب وسيط رواتب هؤلاء الممرضين.

العينة :

المجتمع :

إحصائي العينة :

معلمة المجتمع :

**أغذية:** يتم اختيار عبوة عشوائياً من خط إنتاج أحد الأغذية المحفوظة، ثم يؤخذ بدءاً من تلك العبوة، العبوات التي أرقامها من مضاعفات ٥٠، وتوزن ويحسب المنوال لعينة أوزان الإنتاج اليومي.

العينة :

المجتمع :

إحصائي العينة :

معلمة المجتمع :





## الانحراف المتوسط

**قراءة:** سأل معلم طلابه عن عدد الكتب التي يقرؤونها أسبوعيًا. وقد تلقى الإجابات الآتية: ٢، ٢، ٣، ٤، ٤، ١٤. أوجد الانحراف المتوسط لهذه البيانات مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

**الخطوة ١:** المتوسط الحسابي لهذه البيانات يساوي

**الخطوة ٢:** أوجد مجموع القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي.

**الخطوة ٣:** اقسّم المجموع على عدد القيم:

**تسويق:** رصد موزع عدد صناديق العصير اليومية التي بيعت فكانت: ١٢، ٣٢، ٣٦، ٤١، ٢٢، ٤٧، ٥١، ٣٣، ٣٧، ٤٩. أوجد الانحراف المتوسط لهذه البيانات.



رصد محل تجاري عدد القطع التي يشتريها التسوقون في يوم معين فكانت

( ١٠ ، ٣ ، ٢٠ ، ٧ )

أوجد الانحراف المتوسط لهذه البيانات .

الحل :

أوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية :

٨ ، ١١ ، ١٥ ، ١٠ ، ٦



## إيجاد التباين والانحراف المعياري

أوجد المتوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة لكلٍّ من مجموعتي البيانات الآتيتين:

١٠٠، ٨٣، ٧١، ٨٤، ٩٢

٨، ١١، ١٥، ١٠، ٦



عامش للمراجعة



# التباديل والتوافيق

## التباديل

**التباديل:** يُسمى عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر لترتيبها أهمية **التبديل**

طريقة استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد الضرب والتباديل والتوافيق



$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

الضرب:

مثال: اوجد

$${}^4 P_2 = 4 \times 3 = 12$$

أوجد قيمة كلِّ مما يأتي:

التباديل:

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = 7 \times 6 = 42$$

مثال: اوجد

$$= 42$$

$${}^5 P_2 = 5 \times 4 = 20$$

## التوافيق

**التوافيق:** يُسمى عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية **التوافيق**.



$${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

التوافيق:

مثال: اوجد

أوجد قيمة كلِّ مما يأتي:

$${}^5 C_2 = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{1 \times 2 \times 3 \times 1 \times 2} = 10$$

$$= 10$$

## التباريل

**محاضرات:** دخل ناصر وخمسة من أصدقائه قاعة محاضرات. فبكم طريقة مختلفة يمكنهم أن يجلسوا جميعاً على ٦ مقاعد خالية في صف واحد؟



يريد سعيد أن يزرع ٣ أنواع مختلفة من بين ٨ أنواع مختلفة من الأزهار على جانب ممر في حديقته. بكم طريقة يمكنه زراعة هذه الأزهار؟

عدد الطرق التي يستطيع أمين مكتبة أن يعرض ٣ كتب من بين ٥ كتب مختلفة تساوي : .....

## التوافيق

اجراءات قضائية، يرغب المجلس الأعلى للقضاء في اختيار ٣ قضاة من بين ٨ قضاة للنظر في قضايا جنائية. وكان خمسة من القضاة يحملون درجة الدكتوراه في القانون، و٣ يحملون درجة الماجستير في القانون. بكم طريقة يمكن اختيار القضاة الثلاثة؟



**اختبار:** تقدم سعيد لاختبار في التاريخ، طلب فيه الإجابة عن ١٠ أسئلة من بين ١٢ سؤالاً. بكم طريقة يمكن أن يختار الأسئلة؟



**مثلجات:** يعرض أحد مصانع المثلجات ٥ أنواع مختلفة بطعم الشوكولاتة، و ٤ أنواع مختلفة بطعم الفراولة و ٦ أنواع بطعم التوت. بكم طريقة يمكن أن يختار أحد الزبائن ٣ أنواع مختلفة من المثلجات؟



**نقود:** مع فيصل كيس يحتوي على ١٠ أوراق نقدية من فئة الريال، و ٦ أوراق من فئة ٥ ريالات، و ٤ أوراق من فئة ١٠ ريالات، وورقتان من فئة ٥٠ ريالاً. بكم طريقة يمكن أن يسحب ٤ أوراق نقد من الكيس؟



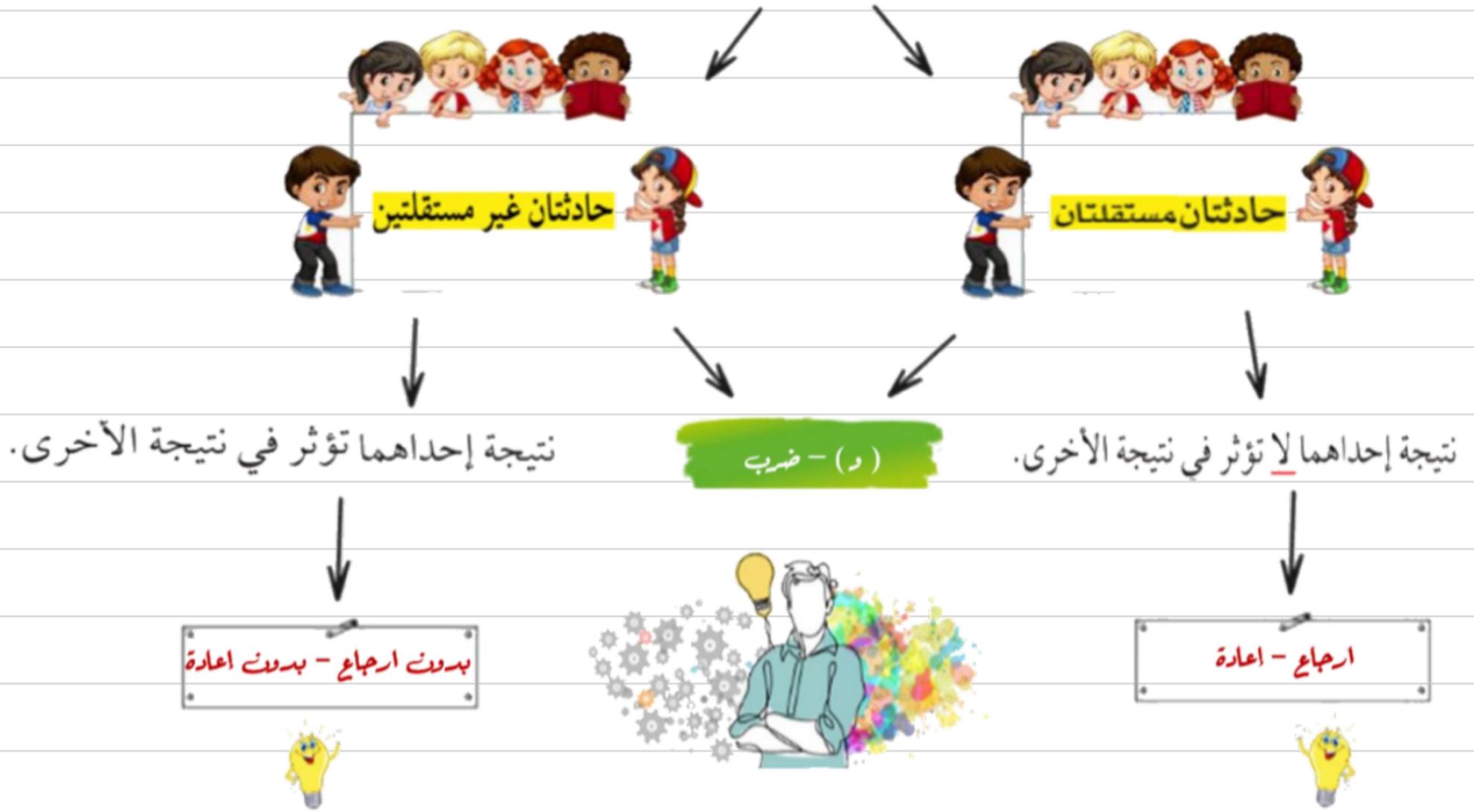
عامش للراجعة



# اهتمالات الحوار المركبة

الحادثة المركبة

تتكون من حادثتين بسيطتين أو أكثر.



**كرات زجاجية:** يحتوي كيس 6 كرات سوداء و 9 زرقاء و 4 صفراء وكرتين خضراوين. فإذا سحبت منه كرة عشوائياً ثم أعيدت وسحبت كرة ثانية، فأوجد

(ب) ح ( زرقاء وخضراء )

(أ) ح ( زرقاء وخضراء )

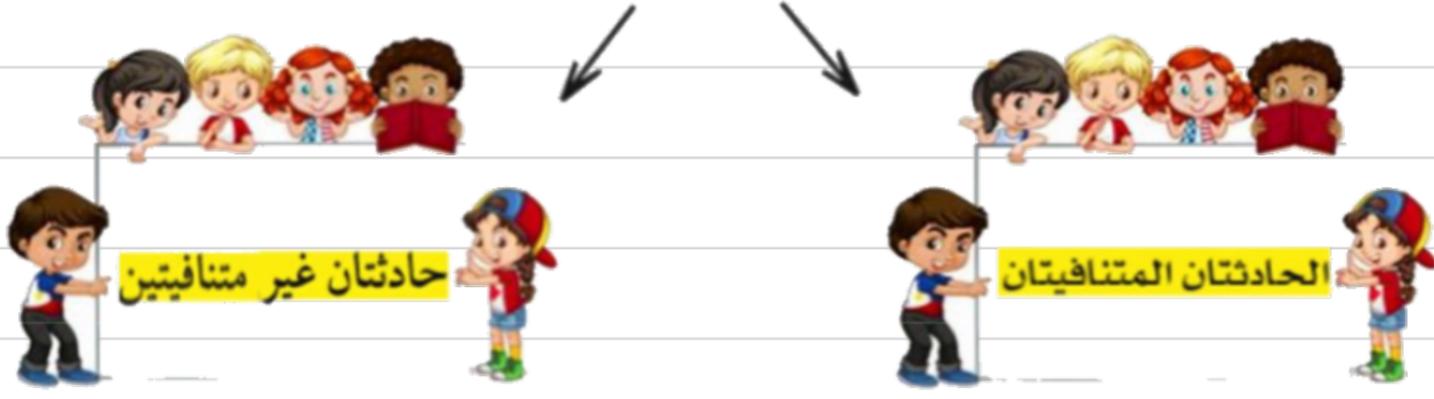
**بطاقات:** يوجد في صندوق 10 بطاقات حمراء و 10 صفراء و 10 زرقاء و 10 بيضاء. وبطاقات كل مجموعة مرقمة بالأرقام من 1 إلى 10. فإذا سحب عبد الكريم ثلاث بطاقات عشوائياً من الصندوق واحدة تلو الأخرى دون إرجاع. فأوجد احتمال أن تكون البطاقات المسحوبة بالترتيب المعطى في كل مما يأتي

(ب) ح ( حمراء، ليست حمراء، حمراء )

(أ) ح ( اثنان، خمسة، ليس خمسة )

## الحادثة المركبة

تتكون من حادثتين بسيطتين أو أكثر.



الحادثتان اللتان يمكن وقوعهما معاً

(أر) - جمع

الحادثتان اللتان لا يمكن وقوعهما معاً

يوجد بينهما عناصر  
مشتركة



لا يوجد بينهما عناصر  
مشتركة



مثال

عند رمي مكعب أرقام، ما احتمال ظهور عدد فردي أو أولي؟

مثال

أوجد كلاً من الاحتمالات الآتية عند رمي مكعب أرقام:

ح (أقل من ٣) =

ح (عدد زوجي) =

يحتوي صندوق على ٨ كرات حمراء و ٨ سوداء و ٨ بيضاء و ٨ زرقاء، وقد رُقمت كرات كل لون بالأرقام من ١ إلى ٨، ثم سُحبت كرة واحدة عشوائياً من الصندوق. حددي هل الحادثتان في كل مما يأتي متنافيتان أم غير متنافيتين، ثم أوجد الاحتمال:

ح (زوجي أو سوداء)

ح (٢ أو ٨)

عامش للراجعة

