1-5

الدوال الرئيسة (الأم) و التحويلات الهندسية

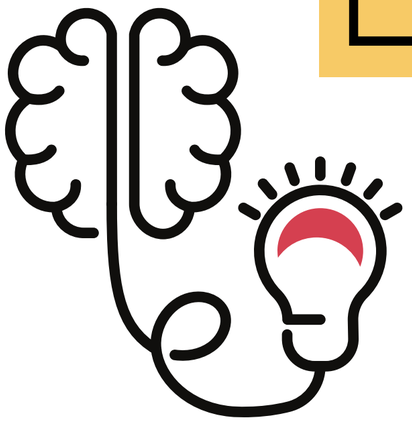
أ. غادة الفضلي

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

قدرات

ما قيمة المقدار $\frac{١}{٢} \times ٤ + \frac{١}{٢} \times ٦ + \frac{١}{٣} \times ٩$

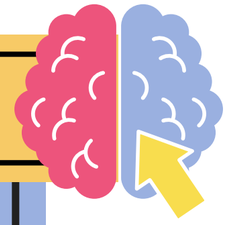


أ) 5

ب) 6

ج) 7

د) 8



فيما سبق :

درست التمثيلات البيانية للدوال و تحليلها

والآن :

- أقوم بتعيين الدوال الرئيسية ‹الأم› ، و أصفها و أمثلها بيانياً .
- أقوم بتعيين التحويلات الهندسية للدوال الرئيسة و أمثلها بيانياً .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

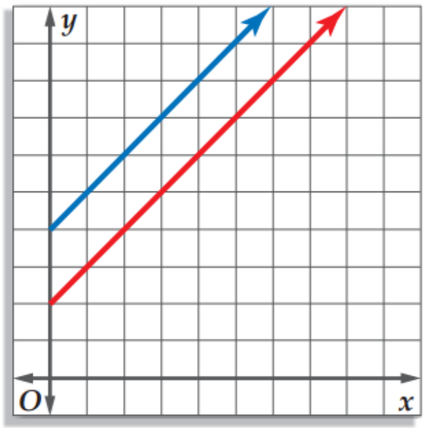
المفردات :

- الدالة الرئيسة (الأم)
- الدالة الثابتة
- الدالة المحايدة
- الدالة التربيعية
- الدالة التكعيبية
- دالة الجذر التربيعي
- دالة المقلوب
- دالة القيمة المطلقة

- الدالة الدرجية
- دالة أكبر عدد صحيح
- التحويل الهندسي
- الإزاحة (الإنسحاب)
- الإنعكاس
- التمدد

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا ؟



استشارت شركة عددًا من المختصين حول سبل خفض تكلفة سلعة تنتجها. ويبيِّن التمثيلان البيانيان في الشكل المجاور تكلفة إنتاج x قطعة من السلعة قبل الاستشارة (الخط الأزرق) وبعد الاستشارة (الخط الأحمر). هذان التمثيلان مثال على التحويلات الهندسية.

ما أوجه الشبه والإختلاف بين الدالتين ؟

$f(x) = x$ وَ $g(x) = x + 2$؟

صف أثر قيم a المختلفة في الدالة

$f(x) = x + a$.

ما أوجه الشبه وأوجه الإختلاف بين الدالتين ؟

$f(x) = x^2$ وَ $g(x) = x^2 + 2$؟

العصف الذهني

المحاور الرئيسية للدرس :

وصف خصائص الدالة الرئيسة (الأم)

وصف التحويلات الهندسية على الدوال وتمثيلها

كتابة معادلات التحويل

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

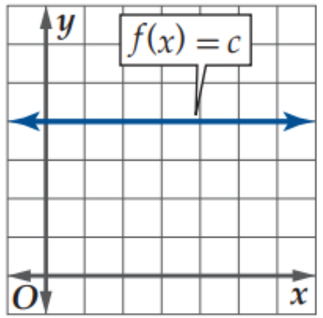
الدوال الرئيسة (الأم)

عائلة الدوال هي مجموعة دوال تشترك منحنياتها في صفة أو أكثر .

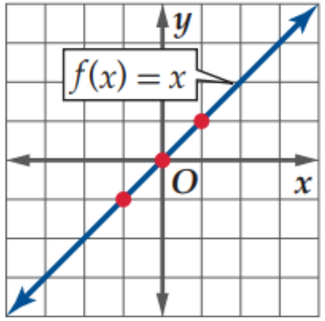
الدالة الرئيسة (الأم)

وهي أبسط الدوال في العائلة ، إذ يمكن إجراء التحويلات الهندسية عليها لإيجاد باقي دوال العائلة.

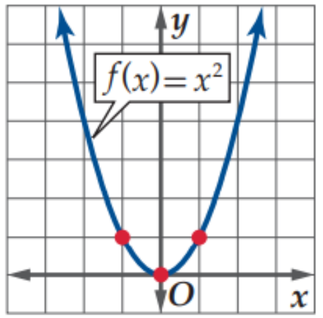
تكتب **الدالة الثابتة** على الصورة $f(x) = c$ حيث c عدد حقيقي، وتُمثَّلُ بمستقيم أفقي.



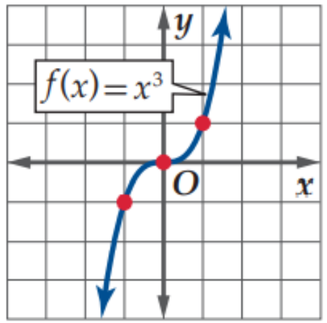
تمر **الدالة المحايدة** $f(x) = x$ بجميع النقاط التي إحداثياتها (a, a).



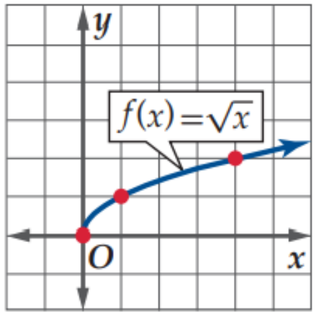
يأخذ منحنى **الدالة التربيعية** $f(x) = x^2$ شكل الحرف U.



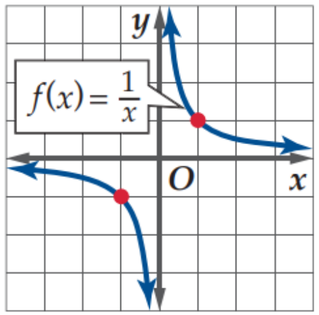
الدالة التكعيبية $f(x) = x^3$ متماثلة بالنسبة لنقطة الأصل.



تكتب **دالة الجذر التربيعي** على الصورة
$f(x) = \sqrt{x}\ ,\ x \geq 0$.

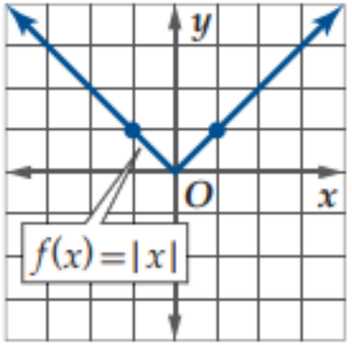


تكتب **دالة المقلوب** على الصورة $f(x) = \frac{1}{x}\ ,\ x \neq 0$،
وتكون متماثلة بالنسبة لنقطة الأصل.

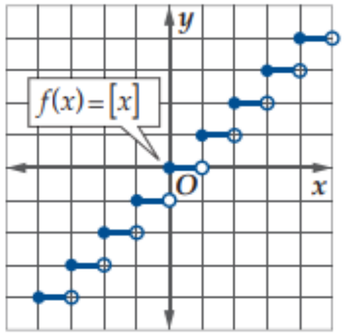


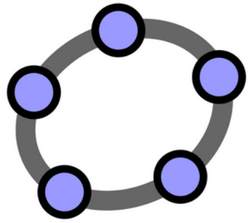
يُرمز لدالة **القيمة المطلقة**، بالرمز $f(x) = |x|$،
ويأخذ منحناها شكل الحرف V ، وتعرَّف على النحو الآتي:

$$f(x) = \begin{cases} -x & , \quad x < 0 \\ x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$



يرمز لدالة **أكبر عدد صحيح** بالرمز $f(x) = [x]$،
وتعرف بأنها أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي x .





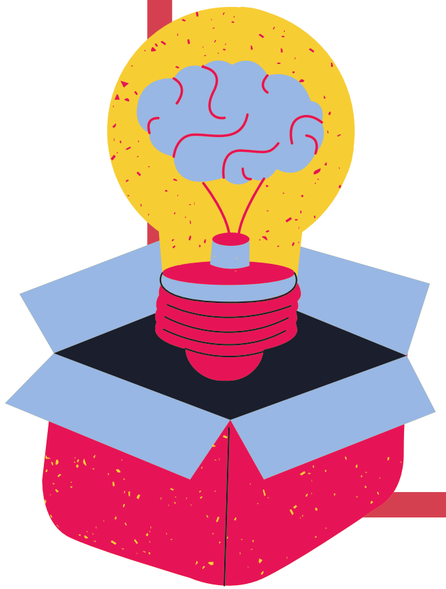
وصف خصائص الدالة الرئيسة (الام)

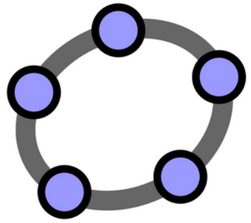
مثال 1

تحقق من فهمك

ارسم الدالة المعطاة و حدد المجال و المدى و المقطع x و المقطع y و التماثل و الاتصال و سلوك طرفي التمثيل البياني و فترات التزايد و التناقص .

1) $f(x) = |x|$





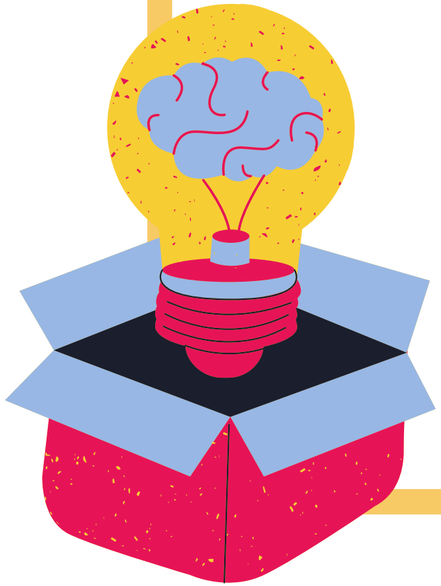
وصف خصائص الدالة الرئيسة (الام)

تدرب وحل المسائل

مثال 1

صف خصائص كل دالة من الدوال الرئيسة (الأم) الآتية: المجال، والمدى، والمقطع x ، والمقطع y، والتماثل، والاتصال، وسلوك طرفي التمثيل البياني، وفترات التزايد والتناقص: (مثال 1)

1) $f(x) = [x]$
2) $f(x) = \frac{1}{x}$
3) $f(x) = x^3$
4) $f(x) = x^2$
5) $f(x) = c$
6) $f(x) = x$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

خريطة مفاهيم

التحويلات الهندسية للدوال

تحويلات قياسية

تحويلات يوجد فيها تغيير لموقع منحنى الدالة فقط دون أي تغيير في الأبعاد أو الشكل .

انسحاب

انسحاب رأسي

$f(x)+k$ ↑

$f(x)-k$ ↓

انسحاب أفقي

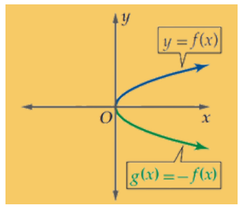
$f(x-k)$ →

$f(x+k)$ ←

انعكاس

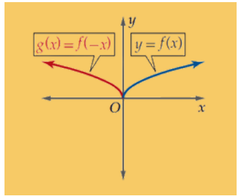
حول محور X

$g(x)=-f(x)$



حول محور Y

$g(x)=f(-x)$



تحويلات غير قياسية

تحويلات يوجد فيها تغيير في الأبعاد أو الشكل .

تمدد

تمدد رأسي

$g(x)=a\cdot f(x)$

توسع: $a>1$

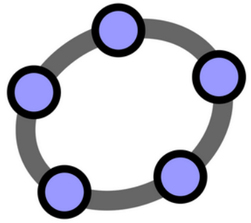
تضييق: $0>a>1$

تمدد أفقي

$g(x)=f(ax)$

توسع: $a>1$

تضييق: $0>a>1$



انسحاب منحنى الدالة

مثال 2

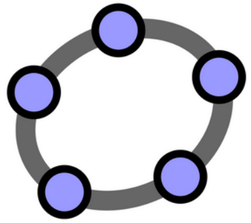
تحقق من فهمك

استعمل منحنى الدالة الرئيسة (الأم) $f(x) = x^3$ لتمثيل كل دالة من الدوال الآتية بيانيًّا:

2A $h(x) = x^3 - 5$

2B $h(x) = 8 + x^3$

2C $h(x) = (x + 2)^3 + 4$



انسحاب منحنى الدالة

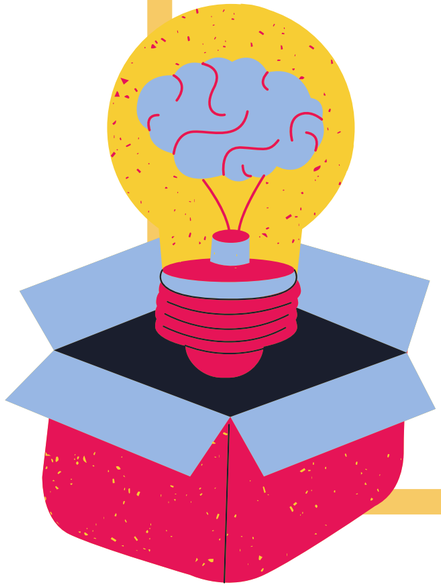
مثال 2

تدرب وحل المسائل

استعمل منحنى الدالة الرئيسة (الأم) $f(x) = \sqrt{x}$ لتمثيل كل من الدالتين الآتيتين: (مثال 2)

7) $g(x) = \sqrt{x - 4}$

8) $g(x) = \sqrt{x - 7} + 3$



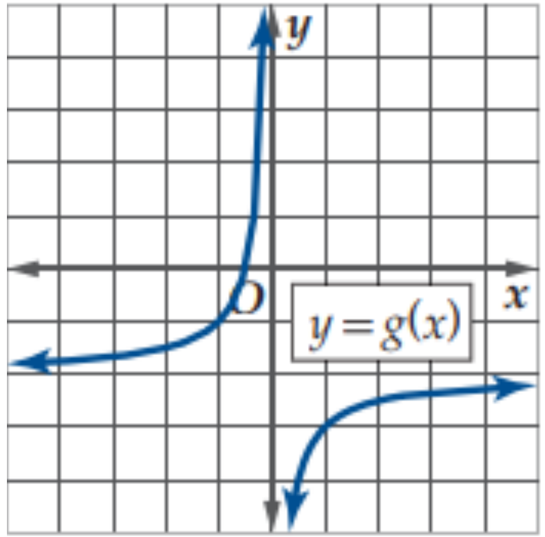
كتابة معادلات التحويل

مثال 3

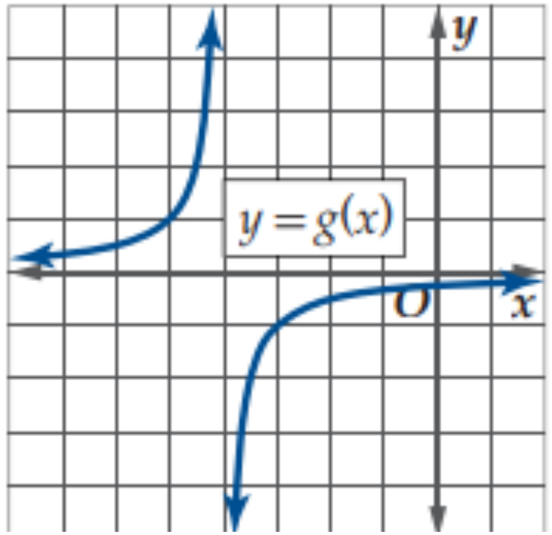
تحقق من فهمك

صف العلاقة بين منحنيي $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x)$ ثم اكتب معادلة $g(x)$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين :

(3A



(3B



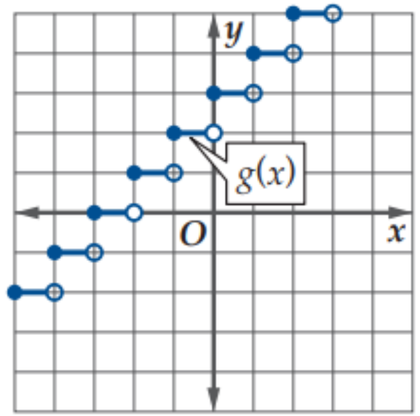
كتابة معادلات التحويل

مثال 3

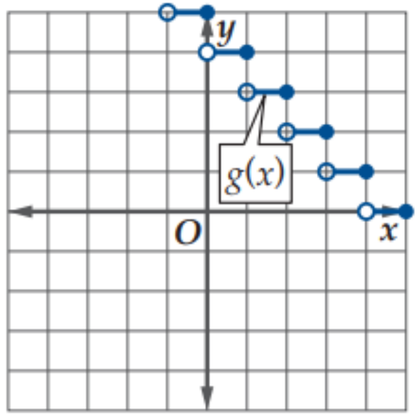
تدرب وحل المسائل

صف العلاقة بين منحنيي $f(x) = [x]$ و $g(x)$ في كلٍّ من الحالتين الآتيتين، ثم اكتب معادلة الدالة $g(x)$. (مثال 3)

11)



12)



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

وصف التحويلات الهندسية وتمثيلها

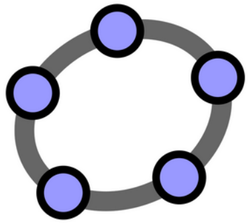
مثال 4

تحقق من فهمك

عيِّن الدالة الرئيسة (الأم) $f(x)$ للدالة $g(x)$ في كل مما يأتي، ثم صف العلاقة بين المنحنيين، ومثلهما بيانيًّا في المستوى الإحداثي.

4A $g(x) = \frac{1}{2}[x]$

4B $g(x) = \frac{5}{x} + 3$



وصف التحويلات الهندسية و تمثيلها

مثال 4

تدرب و حل المسائل

اكتب الدالة الرئيسة (الأم) $f(x)$ للدالة $g(x)$ في كل مما يأتي، وصف العلاقة بين المنحنيين، ومثِّلهما في مستوى إحداثي واحد . (مثال 4)

15 $g(x) = 3|x| - 4$

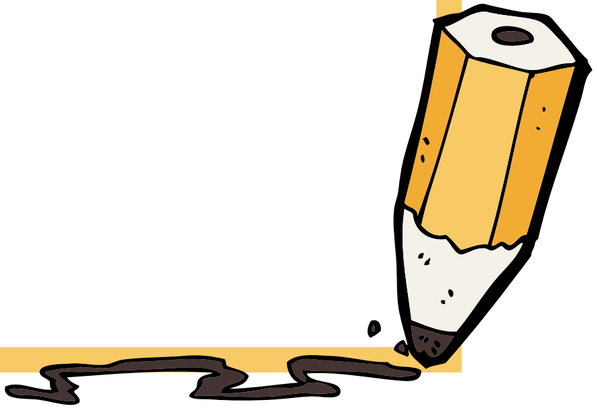
16 $g(x) = 3\sqrt{x+8}$

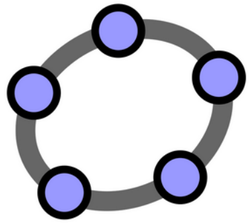
17 $g(x) = \dfrac{4}{x+1}$

18 $g(x) = 2[x-6]$

19 $g(x) = \dfrac{1}{6x} + 7$

20 $g(x) = \dfrac{\sqrt{x+3}}{4}$





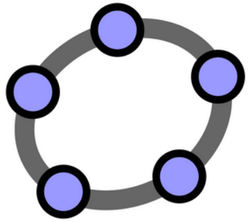
تمثيل دوال متعددة التعريف بيانياً

مثال 5

تحقق من فهمك

مثّل الدالة بيانيًّا:

$$g(x) = \begin{cases} x - 5 & , \quad x \le 0 \\ x^3 & , \quad 0 < x \le 2 \\ \frac{2}{x} & , \quad x > 2 \end{cases}$$ (5A



تمثيل الدوال متعددة التعريف بيانياً

تدرب وحل المسائل

مثّل منحنى كل من الدوال الآتية بيانيًّا: (مثال 5)

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & , \quad x < -2 \\ 3 & , \quad -2 \le x < 7 \\ (x-5)^2 + 2 & , \quad x \ge 7 \end{cases} \quad \textbf{(21}$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

التحويلات الهندسية على الدوال

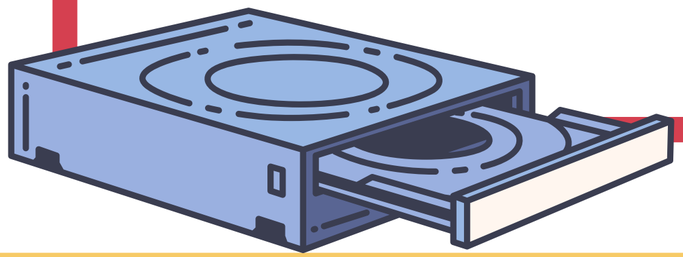
مثال 6

تحقق من فهمك

6) كهرباء: إذا كانت شدة التيار $I(x)$ بالأمبير الذي يمر بجهاز DVD تعطى بالدالة $I(x) = \sqrt{\frac{x}{11}}$ ، حيث x القدرة بالواط والعدد 11 هو المقاومة بالأوم.

A) صف التحويلات التى تمت على الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ للحصول على الدالة $I(x)$.

B) اكتب دالة تصف مرور تيار في مصباح مقاومته 15 أوم.

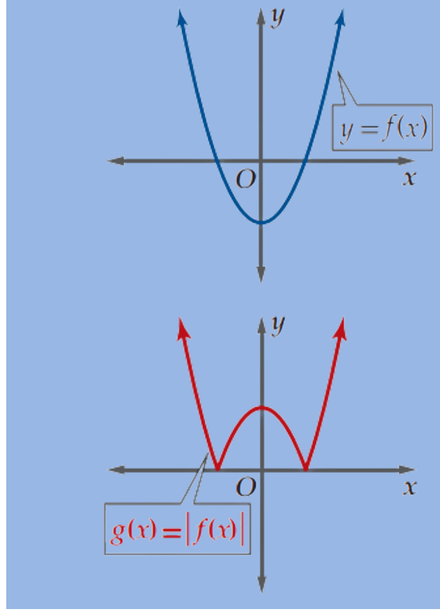


خريطة مفاهيم

التحويلات الهندسية على دالة القيمة المطلقة

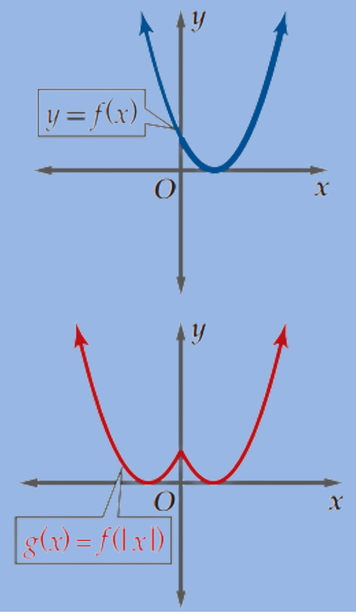
تُستعمل على دالة القيمة المطلقة تحويلات غير قياسية :

$g(x) = |f(x)|$



يغير هذا التحويل الجزء من الدالة الذي يقع تحت محور X ليصبح فوقه

$g(x) = f(|x|)$



يغير هذا التحويل الجزء من الدالة الذي يقع يسار محور y و يضع مكانه صورة المنحنى الواقع يمين المحور y بإنعكاس حول y

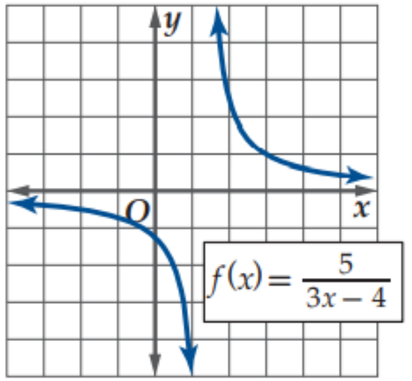
وصف التحويلات الهندسية و تمثيلها

مثال 7

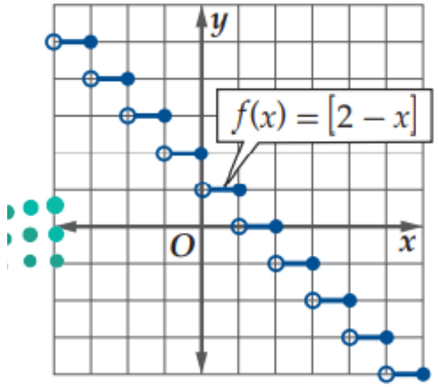
تحقق من فهمك

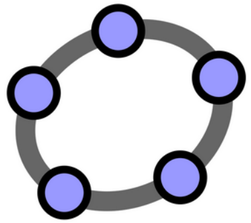
استعمل منحنى الدالة $f(x)$ في كلٍّ من الشكلين أدناه؛ لتمثيل كلٍّ من الدالتين $g(x) = |f(x)|$ و $h(x) = f(|x|)$ بيانيًّا:

(7A



(7B





وصف التحويلات الهندسية و تمثيلها

مثال 7

تدرب و حل المسائل

استعمل منحنى الدالة $f(x)$ في كل مما يأتي لتمثيل الدالتين $g(x) = |f(x)|$, $h(x) = f(|x|)$ بيانيًّا: (مثال 7)

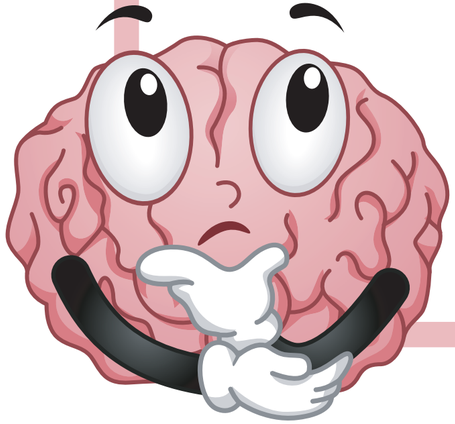
28 $f(x) = \frac{2}{x}$

29 $f(x) = x^4 - x^3 - 4x^2$

أكتشف الخطأ

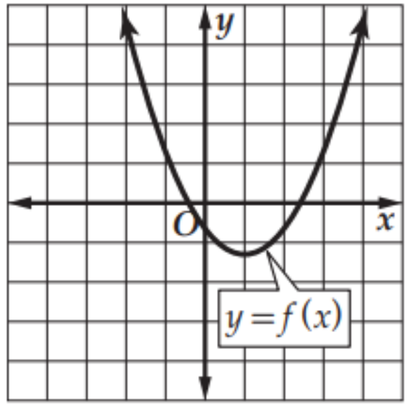
مهارات التفكير العليا

50) اكتشف الخطأ: وَصَف كل من محمد وعبد الملك التحويلات الهندسية التي تمت للوصول إلى الدالة $g(x) = [x + 4]$. فقال محمد: أنه تم سحب منحنى الدالة الرئيسة (الأم) 4 وحدات إلى اليسار. وقال عبد الملك: إنه تم سحب الدالة 4 وحدات إلى أعلى. فمن منهما كانت إجابته صحيحة؟ برِّر إجابتك.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحصيلي



مالفترة التي تتزايد عندها الدالة الممثلة بيانياً في الشكل التالي

أ $(0,\infty)$

ب $(-\infty,1)$

ج $(-1,\infty)$

د $(1,\infty)$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الواجب

https://t.me/GhadahAlfadhly

https://t.me/RAFAH_Secondary5

Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter