

العلاقات والدوال العكسية

Inverse Functions and Relation



معلمة المادة: تغريد مسعود باجنيد

القوانين الصفية



إعْملي مع زميلاتك
كفريق



حافظي على الممتلكات
ونظافة فصلك



إرفعي يدك عند
المشاركة



إستمعي جيداً
لنصائح المعلمة



الاستعداد الجيد وإبذلي
قصار جهدك



الالتزام بالوقت



حل الواجبات وإرسالها
في الوقت المحدد

كن صبوراً؛ الدروس التي تتعلمها

اليوم تفيدك غداً



تجنب
المصافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة



اللهم إني أسالك فهم النبيين وحفظ المرسلين
والملائكة المقربين اللهم اجعل ألسنتنا عامرة
بذكرك وقلوبنا بخشيتك وأسرارنا بطاعتك إنك على
كل شيء قدير حسبنا الله ونعم الوكيل ...

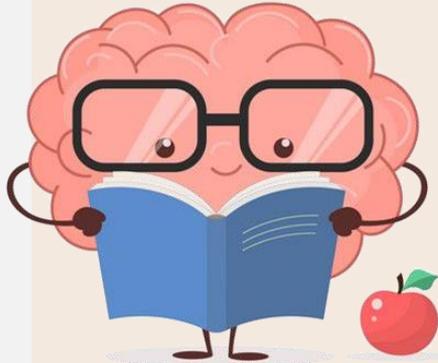


الأفكار الرئيسية



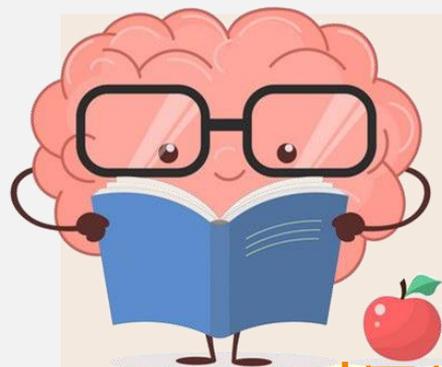
أجد كلاً من العلاقة العكسية والدالة العكسية.

1



أحدد إذا كانت علاقة (أو دالة) تمثل علاقة
(أو دالة) عكسية لأخرى أم لا.

2



الموضوع: العلاقات والدوال العكسية

اليوم:

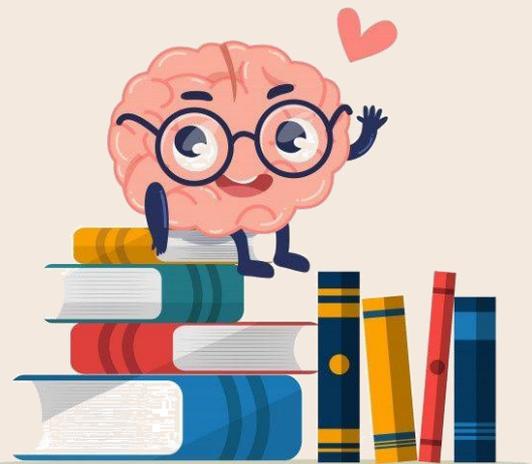
التاريخ:

الأهداف التي سيكتسبها الطالب في الدرس:

- أيجاد العلاقة العكسية والدالة.
- تحديد ما إذا كانت علاقة (أو دالة) تمثل علاقة (أو دالة) عكسية لأخرى أم لا.
- أن يجد الطالب دالة عكسية لدالة ما.
- أن يجد الطالب العلاقة العكسية.
- أن يجد الطالب الدالة العكسية.
- أن يحدد الطالب إذا كانت دالتان تمثل كل منهما دالة عكسية للأخرى أم لا.



تطوير - إنتاج - توثيق



العلاقات والدوال العكسية

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

فيما سبق:

درست كتابة معادلات بالنسبة
لمتغير محدد وحلها.

والآن:

- ✓ أجد كلا من العلاقة العكسية والدالة العكسية.
- ✓ أحدد ما إذا كانت علاقة (أو دالة) تمثل علاقة عكسية (أو دالة عكسية) لأخرى أم لا.



الموضوع: العلاقات والدوال العكسية

اليوم:

التاريخ:



المفردات

الدالة العكسية

العلاقة العكسية



العلاقات والدوال العكسية

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



لماذا؟

يبين الجدول المجاور قيمة الريال السعودي مقارنة بالدولار الأمريكي، والدالة $d = 0.267 r$ تمثل عدد الدولارات التي تحصل عليها مقابل كل ريال سعودي، ولمعرفة عدد الريالات التي تحصل عليها مقابل كل دولار أمريكي، حل المعادلة السابقة بالنسبة للمتغير r فتكون النتيجة $r \approx 3.75 d$ وتمثل دالة عكسية للدالة السابقة .



أمريكا	السعودية	
0.267		السعودية
	3.75	أمريكا



لماذا؟

???



اعتماداً على الجدول, كم دولاراً أمريكياً يقابل كلاً من 5 ريالات , 10 ريالات؟

كم ريالاً يقابل كلاً من دولاراً أمريكياً, 5 دولارات أمريكية؟

ما مقلوب 0.267 ؟ وهل يظهر مقلوب 0.267 في الجدول؟

جدول التعلم

العلاقات والدوال العكسية: الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

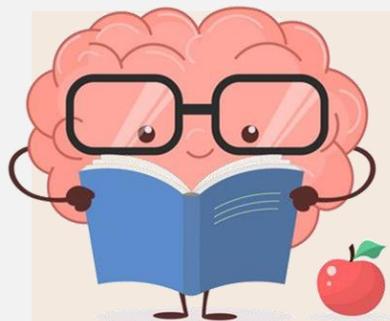


ماذا تعلمت اليوم؟!

ما أريد أن أعرف؟!

ماذا اعرف؟!

المفردات الجديدة:



الموضوع: العلاقات والدوال العكسية

اليوم:

التاريخ:

سنتعرف في هذا الدرس على:

إيجاد معكوس
الدالة وتمثيلها
بيانيا

إيجاد العلاقة
العكسية

التأكد أن ك دالة تمثل دالة عكسية للأخرى



اليوم:

التاريخ:

الموضوع:

العلاقات والدوال العكسية



إيجاد العلاقة العكسية: تذكر أن العلاقة هي مجموعة من الأزواج المرتبة. **والعلاقة العكسية** هي مجموعة من الأزواج المرتبة، يمكنك الحصول عليها عن طريق تبديل إحداثيات كل زوج مرتب في العلاقة، فيصبح مجال العلاقة هو مدى العلاقة العكسية لها، ومداهما هو مجال العلاقة العكسية لها.

أضف إلى

مطوبتك

مفهوم أساسي

العلاقة العكسية

التعبير اللفظي: تكون كل من العلاقتين عكسية للأخرى إذا وفقط إذا تحقق الشرط التالي:
كلما احتوت إحداهما على زوج مرتب (a, b) ، احتوت الأخرى على الزوج المرتب (b, a) .

مثال: كل من العلاقتين A, B علاقة عكسية للأخرى:

$$A = \{(1, 5), (2, 6), (3, 7)\} \quad B = \{(5, 1), (6, 2), (7, 3)\}$$



العلاقات والدوال العكسية

الموضوع:

اليوم:

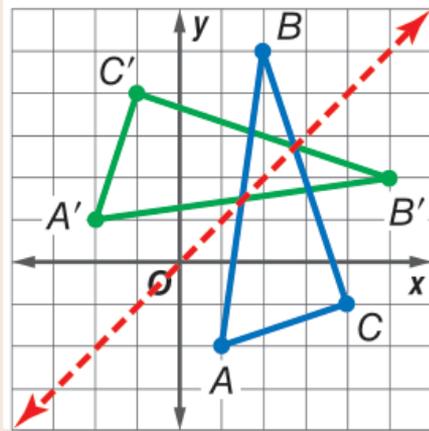
التاريخ:

مثال 1

إيجاد العلاقة العكسية

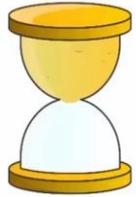
هندسة: يمكن تمثيل رؤوس $\triangle ABC$ بالعلاقة $\{(1, -2), (2, 5), (4, -1)\}$.

أوجد العلاقة العكسية لها، ثم مثل بيانياً العلاقة والعلاقة العكسية لها على مستوى إحداثي واحد، واذكر التحويل الهندسي الذي يحول العلاقة المعطاة إلى العلاقة العكسية لها.



مثل العلاقة بيانياً. ولإيجاد العلاقة العكسية قم بتبديل إحداثيات الأزواج المرتبة. فتكون العلاقة العكسية هي: $\{(-2, 1), (5, 2), (-1, 4)\}$. وبتمثيل

هذه الأزواج المرتبة للعلاقة العكسية بيانياً يتضح أنها تمثل رؤوس $\triangle A'B'C'$ بعد انعكاس رؤوس $\triangle ABC$ حول المستقيم $y = x$.



00:01:00

Start

Clear

العلاقات والدوال العكسية

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

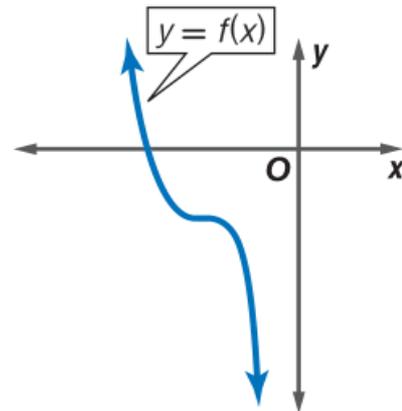
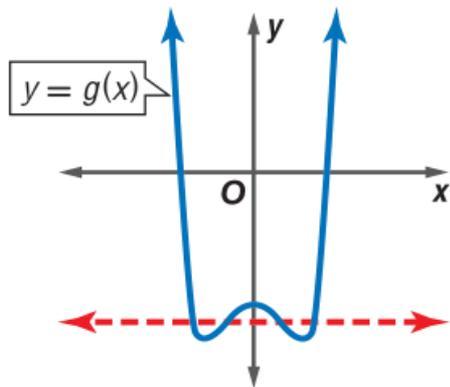


تحقق من فهمك

(1) **هندسة:** إذا كانت الأزواج المرتبة للعلاقة $\{(-8, -3), (-8, -6), (-3, -6)\}$ ، تمثل إحداثيات رؤوس مثلث قائم الزاوية. فأوجد العلاقة العكسية لها، وصف تمثيلها البياني.



اختبار الخط الأفقي: إذا كان معكوس دالة يمثل دالة أيضًا، فإن الدالة الأصلية تكون دالة متباينة. تذكر أنه يمكنك استعمال اختبار الخط الرأسي لمعرفة ما إذا كانت العلاقة تمثل دالة أم لا. وبالمثل يمكنك استعمال اختبار الخط الأفقي لتحديد ما إذا كان معكوس دالة يمثل دالة أم لا.



يمكن رسم مستقيم أفقي يقطع منحنى الدالة، في أكثر من نقطة (الدالة ليست متباينة)؛ لذا لا يكون معكوس الدالة $y = g(x)$ دالةً.

لا يمكن رسم أي مستقيم أفقي يقطع منحنى الدالة في أكثر من نقطة (الدالة متباينة)؛ لذا يمثل معكوس الدالة $y = f(x)$ دالةً أيضًا.

يمكنك إيجاد معكوس دالة بالتبديل بين x و y في قاعدة الدالة.

أوجد معكوس كلٍّ من الدالتين الآتيتين، ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانياً على مستوى إحداثي واحد.
 (a) $f(x) = 2x - 5$

الخطوة 1: أعد كتابة الدالة كمعادلة بدلالة المتغيرين x, y

$$f(x) = 2x - 5 \rightarrow y = 2x - 5$$

الخطوة 2: بدّل بين كلٍّ من المتغير x والمتغير y في المعادلة $x = 2y - 5$

الخطوة 3: حل المعادلة بالنسبة للمتغير y .

$$x = 2y - 5$$

أضف 5 للطرفين

$$x + 5 = 2y$$

اقسم الطرفين على 2

$$\frac{x+5}{2} = y$$

الخطوة 4: ضع $f^{-1}(x)$ بدلاً من المتغير y ، إذا كان المعكوس دالةً.

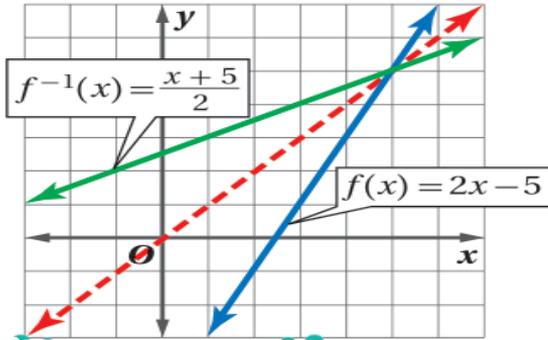
بما أن الدالة $f(x)$ خطية، وباستعمال اختبار الخط الأفقي، تجد أن معكوسها هو دالة أيضاً، لذا يمكنك استعمال الرمز $f^{-1}(x)$

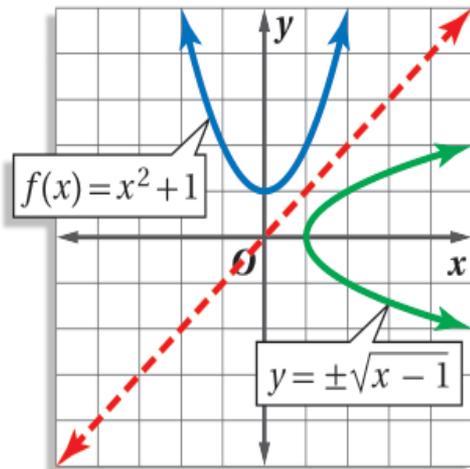
$$y = \frac{x+5}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$$

فتكون الدالة العكسية للدالة $f(x) = 2x - 5$ هي $f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$

والتمثيل البياني للدالة $f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$ هي انعكاس للتمثيل

البياني للدالة $f(x) = 2x - 5$ حول المستقيم $y = x$.





اطرح 1 من كلا الطرفين

خذ الجذر التربيعي للطرفين

مثل بيانيًا $y = \pm\sqrt{x-1}$ بإجراء انعكاس لمنحنى الدالة
 $f(x) = x^2 + 1$ حول المستقيم $y = x$.

$$f(x) = x^2 + 1 \quad (\text{b})$$

الخطوة 1:

$$f(x) = x^2 + 1 \rightarrow y = x^2 + 1$$

الخطوة 2:

$$x = y^2 + 1$$

الخطوة 3:

$$x = y^2 + 1$$

$$x - 1 = y^2$$

$$\pm\sqrt{x-1} = y$$

الخطوة 4:

$$y = \pm\sqrt{x-1}$$



00:01:00

Start

Clear

العلاقات والدوال العكسية

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



تحقق من فهمك

$$f(x) = 3x^2 \quad (2B)$$

$$f(x) = \frac{x-3}{5} \quad (2A)$$





العلاقات والدوال العكسية

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

التأكد من الدالة العكسية: يمكنك تحديد ما إذا كانت دالتان، كلٌّ منهما تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا، وذلك بإيجاد كلٍّ من تركيبهما.

أضف إلى

مطوبتك

الدالة العكسية

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: تكون كلٌّ من الدالتين f, g دالة عكسية للأخرى، إذا وفقط إذا كان تركيب

كلٌّ منهما يساوي الدالة المحايدة $I(x) = x$.

الرموز: الدالتان $f(x), g(x)$ كلٌّ منهما تمثل دالة عكسية للأخرى، إذا وفقط إذا كان

$$[g \circ f](x) = [f \circ g](x) = x$$

مثال 3

التأكد أن كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى

في كل زوج ممّا يأتي حدد هل كل دالة تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا؟ ووضّح إجابتك.

$$f(x) = 3x + 9, g(x) = \frac{1}{3}x - 3 \quad (\text{a})$$

تأكد بأن تركيب الدالتين $f(x)$, $g(x)$ يساوي الدالة المحايدة.

$$[g \circ f](x) = g[f(x)]$$

$$= g(3x + 9)$$

$$= \frac{1}{3}(3x + 9) - 3$$

$$= x + 3 - 3 = x$$

$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

$$= f\left(\frac{1}{3}x - 3\right)$$

$$= 3\left(\frac{1}{3}x - 3\right) + 9$$

$$= x - 9 + 9 = x$$

إذن تمثل كل من الدالتين دالة عكسية للأخرى؛ لأن $[f \circ g](x) = [g \circ f](x) = x$.

$$f(x) = 4x^2, g(x) = 2\sqrt{x} \quad (\text{b})$$

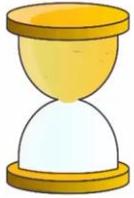
$$[f \circ g](x) = f[g(x)] = f(2\sqrt{x})$$

$$= 4(2\sqrt{x})^2$$

$$= 4(4x) = 16x$$

بما أن $[f \circ g](x) \neq x$ ، فإن الدالتين $f(x)$ و $g(x)$ لا تمثل كل منهما دالة عكسية للأخرى.





00:01:00

Start

Clear

العلاقات والدوال العكسية

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



تحقق من فهمك

$$f(x) = 2x^3 - 1, g(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{2}} \quad (3B)$$

$$f(x) = 3x - 3, g(x) = \frac{1}{3}x + 4 \quad (3A)$$



تأكد 

مثال 1

أوجد العلاقة العكسية لكلٍّ من العلاقتين الآتيتين:

(1) $\{(-9, 10), (1, -3), (8, -5)\}$

(2) $\{(-2, 9), (4, -1), (-7, 9), (7, 0)\}$

مثال 2

أوجد معكوس كلٍّ من الدوال الآتية، ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانياً على مستوى إحداثي واحد:

(3) $f(x) = -3x$

(4) $g(x) = 4x - 6$

(5) $h(x) = x^2 - 3$

مثال 3

في كلٍّ زوجٍ ممَّا يأتي، حدد هل كلُّ دالةٍ تمثل دالة عكسية للأخرى أم لا؟ ووضِّح إجابتك.

(6) $f(x) = x - 7$

(7) $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$

(8) $f(x) = 2x^3$

$g(x) = x + 7$

$g(x) = 2x - \frac{4}{3}$

$g(x) = \frac{1}{3}\sqrt{x}$



تدرب وحل المسائل

أوجد العلاقة العكسية لكلٍّ من العلاقتين الآتيتين:

(9) $\{(1, -5), (2, 6), (3, -7), (4, 8), (5, -9)\}$ (10) $\{(3, 0), (5, 4), (7, -8), (9, 12), (11, 16)\}$

مثال 1

أوجد معكوس كل من الدوال الآتية، ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانيًا على مستوى إحداثي واحد:

مثال 2

(13) $l(x) = -2x + 1$

(12) $g(x) = 5x$

(11) $f(x) = x + 2$

(16) $h(x) = x^2 + 4$

(15) $k(x) = -\frac{5}{3}x - 8$

(14) $h(x) = \frac{x-4}{3}$

(19) $f(x) = (x + 1)^2 + 3$

(18) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$

(17) $f(x) = 5x^2$



مسائل مهارات التفكير العليا

33) تبرير: حدد ما إذا كانت الجملة الآتية صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً، أو غير صحيحة أبداً. وضح إجابتك.
"إذا كانت العلاقة لا تمثل دالة، فإن معكوسها لا يمثل دالة أيضاً."

34) مسألة مفتوحة: أعطِ مثالاً على دالة، ودالتها العكسية . وتحقق من أن كلا منهما دالة عكسية للأخرى.

35) تحدّ: أعطِ مثالاً على دالة معكوسها الدالة نفسها.



العلاقات والدوال العكسية: الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



تدريب على اختبار

38 أي الدوال الآتية هي دالة عكسية للدالة: $f(x) = \frac{3x-5}{2}$ ؟

$g(x) = 2x + 5$ C

$g(x) = \frac{2x+5}{3}$ A

$g(x) = \frac{2x-5}{3}$ D

$g(x) = \frac{3x+5}{2}$ B

37 إذا كان $f(x) = x^2 + 3$, $g(x) = -x + 1$ فأَيُّ مما يأتي يمثل $f[g(x)]$ ؟

$-x^3 + x^2 - 3x + 3$ C

$x^2 - x + 2$ A

$x^2 - 2x + 4$ D

$-x^2 - 2$ B

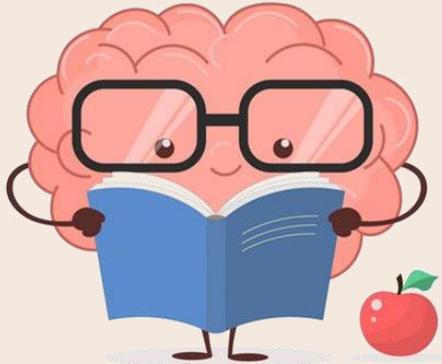
العلاقات والدوال العكسية

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

عندما **لا تجد** الطريق المؤدي إلى
النجاح سيكون عليك أن **تبتكره**.





الموضوع: العلاقات والدوال العكسية

اليوم:

التاريخ:

بطاقة خروج

اختاري الوجه التعبيري المناسب:



الجزء الذي
أعجبني من
الدرس



لم أفهم



اليوم تعلمت



لدي سؤال

الموضوع: العلاقات والدوال العكسية

اليوم:

التاريخ:

الواجب



الموضوع: العلاقات والدوال العكسية

اليوم:

التاريخ:

انتهى درس اليوم

