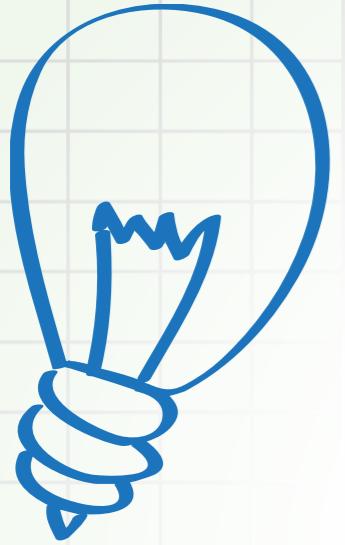


المثلثات و البرهان الاحداثي





اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما
علمتنا و زدنا علما

المفردات

البرهان الإِمْدَانِي ✓

سنتعلم اليوم

أرسم مثلثات وأحمد مواقعها
لاستعمالها في البرهان الإِمْدَانِي
أكتب برهاناً إِمْدَانِياً

درست فيما سبق

درست استعمال الهندسة
الإِمْدَانِية لبرهان تطابق
المثلثات



انقر هنا لفتح
الفيديو

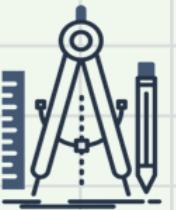


المثلثات و البرهان الإحداثي



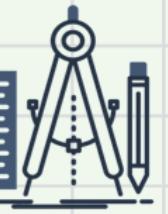
عرض بصري

المثلثات و البرهان
الإحداثي



SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

المثلثات و البرهان الإحداثي



SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE



يستقبل البيت من (GPS) نظام تحديد الموضع العالمي للأقمار الصناعية، والتي يمكن بواسطتها تحديد موقع السيارة. ويمكن الاستفادة من هذه المعلومات بالإضافة إلى برمجيات أخرى لتوجيه حركة السيارة.

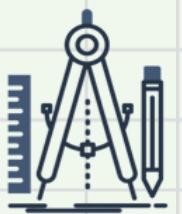
ماذا يلزم للإيجاد المسافة
بين نقطتين
على المستوى الإحداثي؟

ما الطريقة التي تتوقع أن
يمهد بها القمر
الصناعي موقعه على
الأرض؟

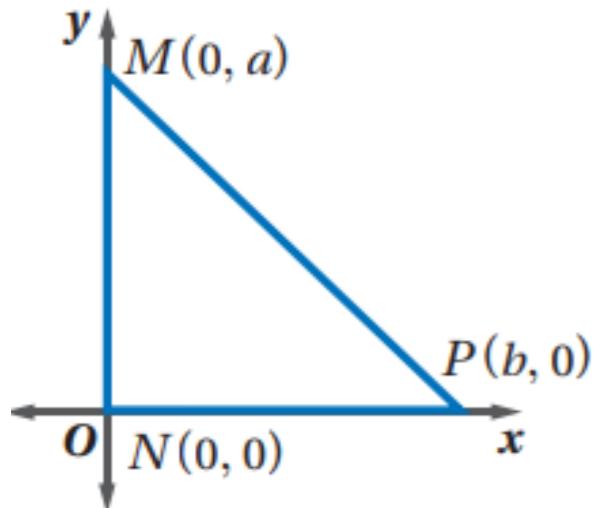
لماذا؟



المثلثات و البرهان الإدمازي



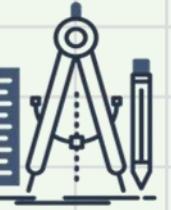
يُستعمل البرهان الإدمازي الأشكال في المستوى الإدمازي والجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية.



ارسم المثلث القائم MNP في المستوى الإدمازي، وسم رؤوسه على أن يكون طول \overline{MN} يساوي a وحدة، وطول \overline{NP} يساوي b وحدة.

- يحدد طول الضلع الذي يقع على أحد المحورين بسهولة؛ لذا من الأفضل وضع ضلع القائمة على المحورين x, y .
- اجعل زاوية المثلث القائمة $N\angle$ على نقطة الأصل، فيكون ضلعا القائمة على المحورين هما x, y .
- ارسم المثلث في الربع الأول.
- ارسم M على المحور y ، وبما أن طول \overline{MN} يساوي a وحدة، فإن إحداثيتها x يساوي صفرًا، وإحداثيتها y يساوي a .
- ارسم P على المحور x ، وبما أن طول \overline{NP} يساوي b وحدة، فإن إحداثيتها y يساوي صفرًا، وإحداثيتها x يساوي b .

المثلثات و البرهان الإحداثي

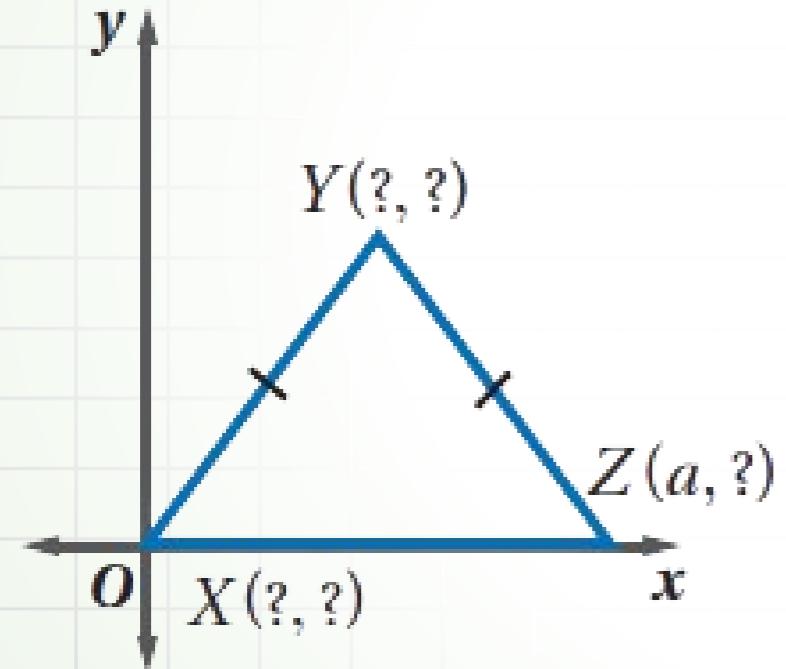


SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE



ارسم المثلث JKL المتطابق الضلعين في المستوى الإحداثي وسمّ رؤوسه، على أن يكون طول قاعده \overline{JL} يساوي a وحدة، ويكون ارتفاعه b وحدة، والرأس K يقع على المحور y .

المثلثات و البرهان الإحدياني



مثال ٢

أوجد الإحداثيات المجهولة في المثلث XYZ المتطابق الضلعين.

بما أن الرأس X يقع عند نقطة الأصل، فإن إحداثياته هي $(0, 0)$ ، ولأن الرأس Z يقع على المحور x ، فإن الإحداثي y له يساوي صفرًا، فتكون إحداثيات الرأس Z هي $(a, 0)$ ، وبما أن $\triangle XYZ$ متطابق الضلعين، فإن الإحداثي x للنقطة Y يقع في منتصف المسافة بين $0, a$ ويكون $\frac{a}{2}$ ، أما الإحداثي y للنقطة Y فلا يمكننا إيجاده بدلالة a ، وإذا افترضنا b ، فتكون إحداثيات النقطة Y هي $\left(\frac{a}{2}, b\right)$.

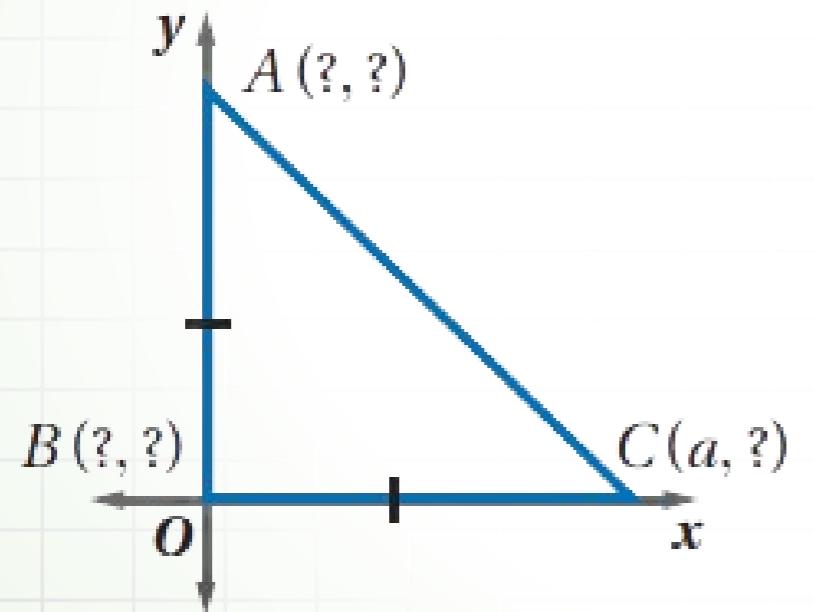


المـثـلـاثـات و البرـهـانـ الإـحـدـاـثـيـ

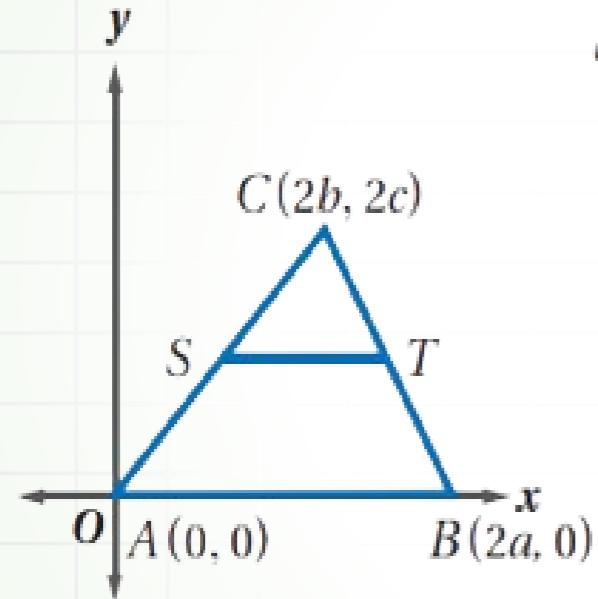


تحقـقـا

أوجـدـ الإـحـدـاـثـيـاتـ المـجـهـوـلـةـ فـيـ المـثـلـاثـ $\triangle ABC$ ـ
الـمـتـطـابـقـ الضـلـعـيـنـ وـالـقـائـمـ الزـاوـيـةـ.



المثلثات و البرهان الإدائي



اكتب برهاناً إدائياً لإثبات أن القطعة المستقيمة التي تصل بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث.

اجعل أحد رؤوس المثلث عند نقطة الأصل وسمّه A ، واستعمل إدائيات من مضاعفات 2؛ لأن قانون المتنصيف يتضمن قسمة مجموع الإدائيين على 2 المعطيات، $\triangle ABC$ ، فيه:

\overline{AC} نقطة منتصف S

\overline{BC} نقطة منتصف T

المطلوب: إثبات أن $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$

مثال ٣

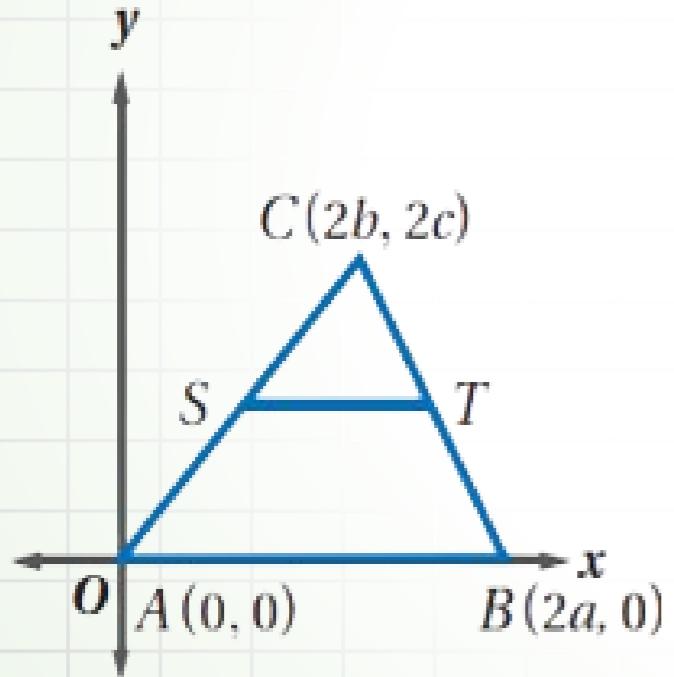


المثلثات و البرهان الإحدياثي



البرهان:

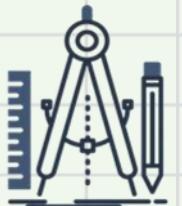
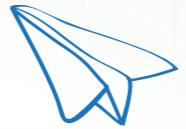
مثال ٣



- . $\left(\frac{2b+0}{2}, \frac{2c+0}{2} \right) = (b, c)$ هي: إحداثيات S
- . $\left(\frac{2a+2b}{2}, \frac{0+2c}{2} \right) = (a+b, c)$ هي: إحداثيات T
- . $\frac{c-0}{a+b-b} = 0$: ميل \overline{ST}
- . $\frac{0-0}{2a-0} = 0$: ميل \overline{AB}
- . وبما أن ميل \overline{ST} يساوي ميل \overline{AB} ، فإن $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$.



المثلثات و البرهان الإدراكي

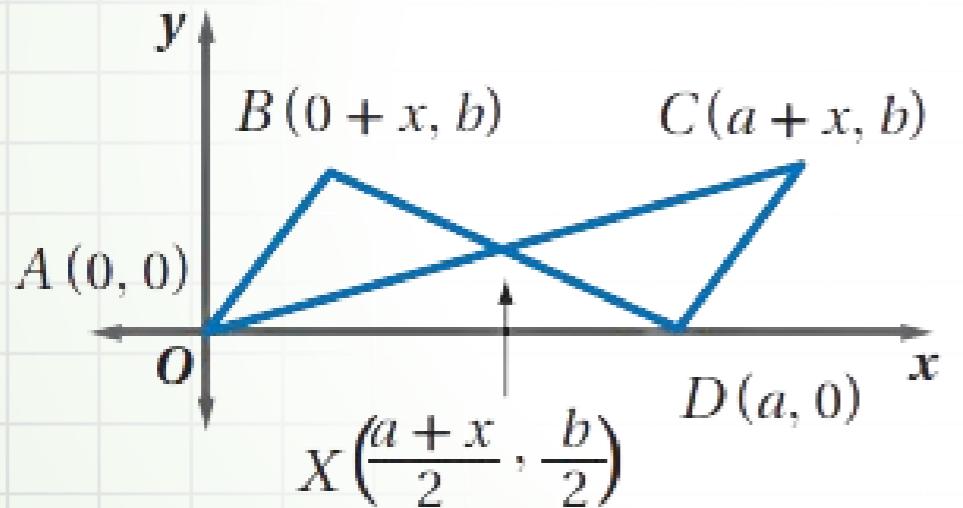


SAJA AL FAISAL
MATE IS LIVE

اكتب برهاناً إدراكيّاً لإثبات أن:

$$\triangle ABX \cong \triangle CDX$$

تحقق



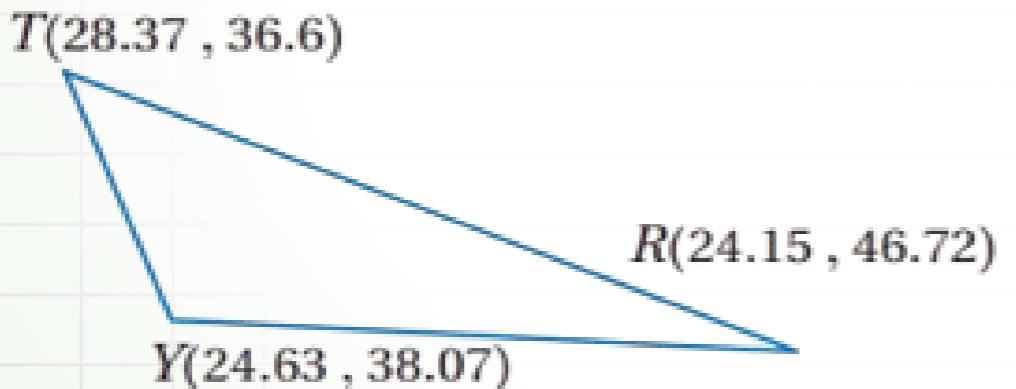
المثلثات و البرهان الإحدي

جغرافيا: إذا علمت أن الإحداثيات التقريرية لكلٍ من الرياض وينبع وتبوك هي:
 الرياض $E 46.72^{\circ} N 24.15^{\circ}$ ، ينبع $E 38.07^{\circ} N 28.37^{\circ}$ ، تبوك $E 36.6^{\circ} N 24.63^{\circ}$ ، فاكتب برهاناً إحداثياً يبيّن
 أن المثلث الذي رؤوسه هذه المدن الثلاث مختلف الأضلاع.

مثال ٤

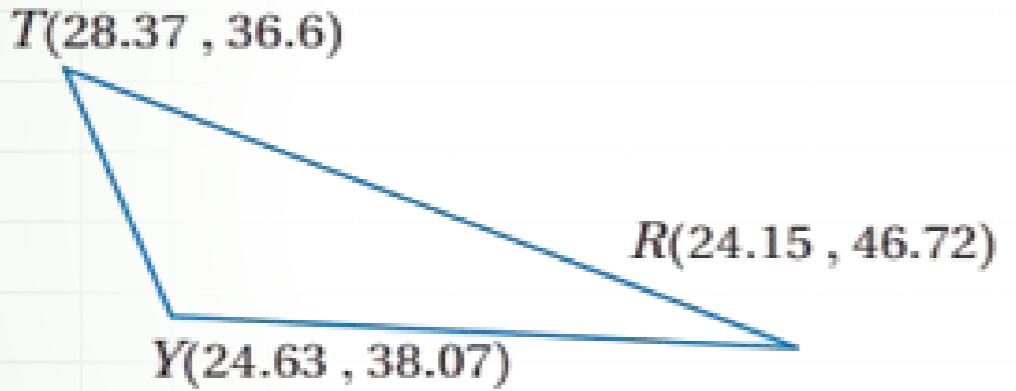
إرشاد: يمكن التعبير عن إحداثي المدينة $E 46.72^{\circ} N 24.15^{\circ}$
 بالزوج المترتب $(24.15, 46.72)$ وكذلك بقية المدن.

الخطوة الأولى هي رسم شكل تقريري لهذا المثلث، وتعيين
 الموضع الثالثة وإحداثياتها على الرسم، ولتكن R تمثل
 الرياض، و Y تمثل ينبع ، و T تمثل تبوك.



إذا لم يتطابق أي ضلعين في $\triangle RYT$ ، فسيكون مختلف
 الأضلاع. استعمل قانون المسافة بين نقطتين والآلة الحاسبة
 لإيجاد أطوال أضلاع المثلث.

المثلثات و البرهان الإحدياني



$$RY = \sqrt{(24.15 - 24.63)^2 + (46.72 - 38.07)^2} \\ \approx 8.66$$

$$RT = \sqrt{(28.37 - 24.15)^2 + (36.6 - 46.72)^2} \\ \approx 10.96$$

$$YT = \sqrt{(24.63 - 28.37)^2 + (38.07 - 36.6)^2} \\ \approx 4.02$$

وبما أن أطوال أضلاع المثلث مختلفة، إذن فهو مثلث مختلف الأضلاع؛ أي أن المثلث الذي رؤوسه هي الرياض وينبع وتبوك مختلف الأضلاع.

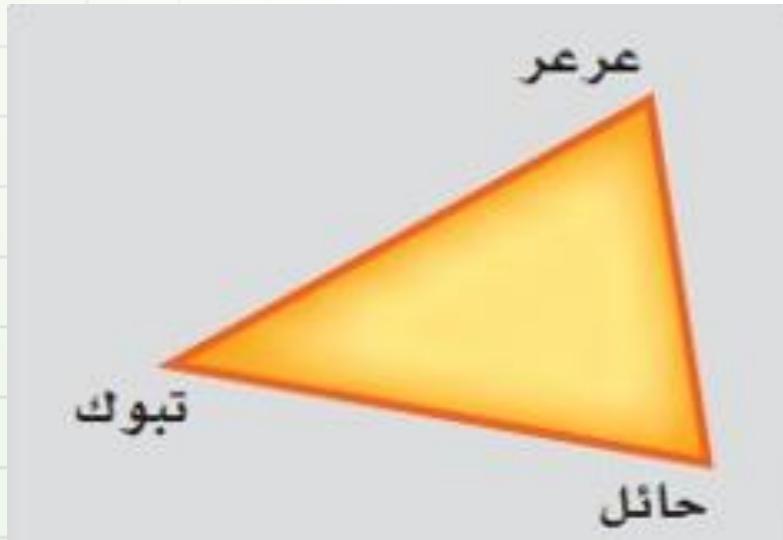
مثال ٤

المثلثات و البرهان الإحدياثي



تحقق

جغرافيا: يضم مجمع كشفي ثلث فرق من ثلات مدن تمثل مثلثا.
إذا كانت الإحداثيات التقريرية لموقع هذه المدن الثلاث هي:
تبوك $28.37^{\circ}\text{N} 36.6^{\circ}\text{E}$ ، عرعر $30.9^{\circ}\text{N} 41.13^{\circ}\text{E}$
حائل $27.43^{\circ}\text{N} 41.68^{\circ}\text{E}$ ، فاكتب برهاناً إحدياثياً لإثبات أن المثلث الذي رؤوسه هذه المدن الثلاث
متطابق الضلعين تقريرياً.



المثلثات و البرهان الإحداثي



تأكد ١

رسم كلاً من المثلثين الآتيين في المستوى الإحداثي، وحدّد إحداثيات رؤوسه.

١) $\triangle ABC$ قائم الزاوية، فيه $\overline{AC}, \overline{AB}$ ضلعا القائمة، وطول \overline{AC} يساوي $2a$ وحدة، وطول \overline{AB} يساوي b وحدة.

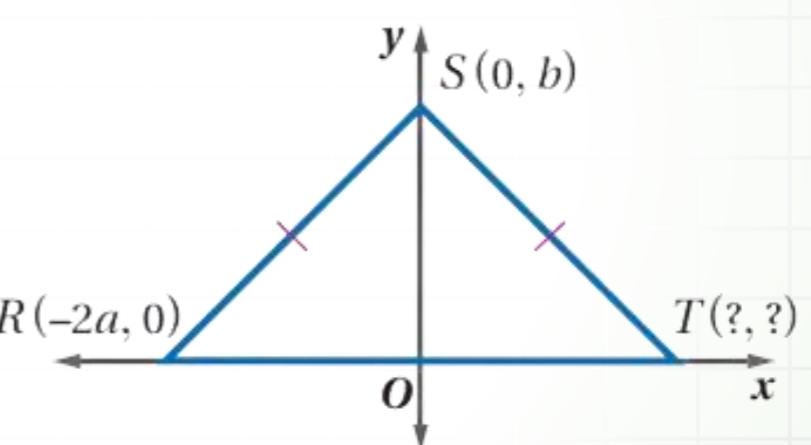
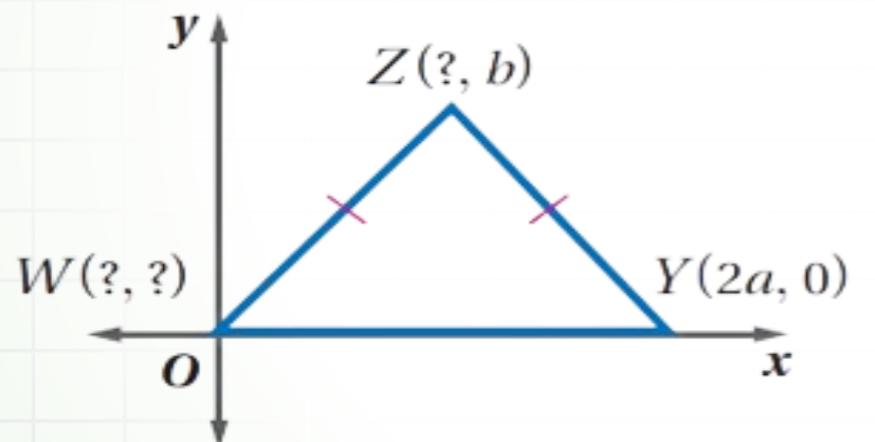


المثلثات و البرهان الإحدياثي



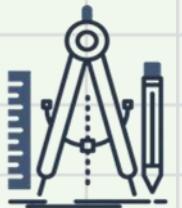
تأكد ٣-٤

أوجد الإحداثيات المجهولة في كل من المثلثين الآتيين:



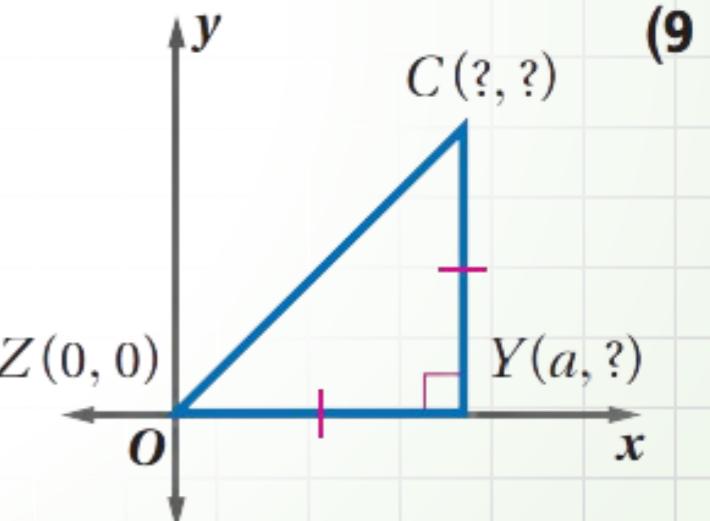
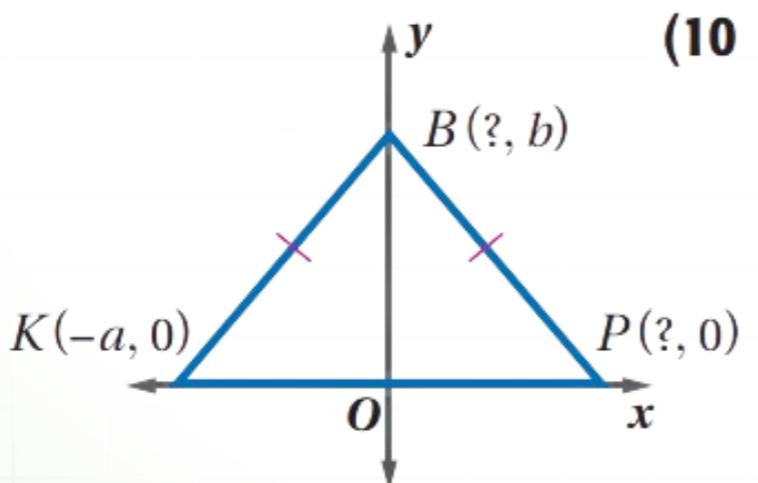


المثلثات و البرهان الإحدياثي

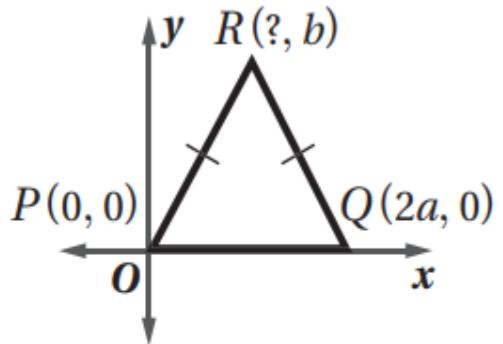


تدريب و حل مسائل

أوجد الإحداثيات المجهولة في كل من المثلثين الآتيين:

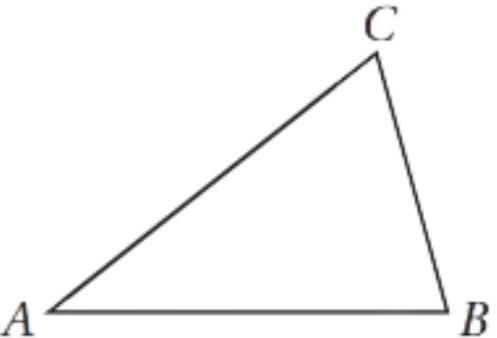


تدريب على اختبار



- (26) ما إحداثيات النقطة R في المثلث المجاور؟
- | | | | |
|-------------------------------|----------|-------------------------------|----------|
| $(4a, b)$ | C | $\left(\frac{a}{2}, b\right)$ | A |
| $\left(\frac{a}{4}, b\right)$ | D | (a, b) | B |

(25) في الشكل أدناه إذا كان $m\angle B = 76^\circ$ ، وقياس $\angle A$ يساوي نصف قياس $\angle B$ ، فما



- | | |
|----------------|----------------|
| 46° (C) | 33° (A) |
| 66° (D) | 38° (B) |

الواجب المنزلي دمت بسعادة أحبتني

