

# سلسلة رفعة لدفتر الرياضيات

## ثاني ثانوي

### دفتر رياضيات 2-2

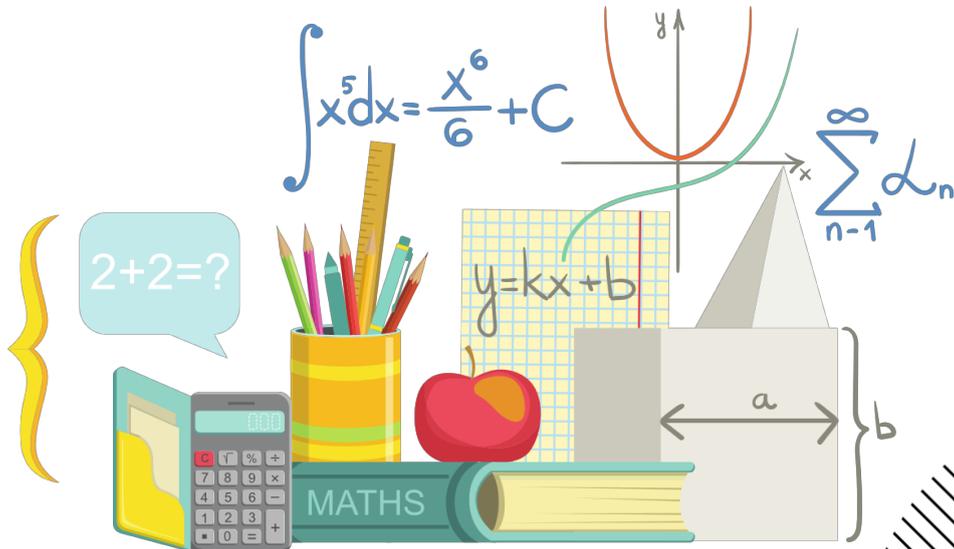
### الفصل الدراسي الثاني

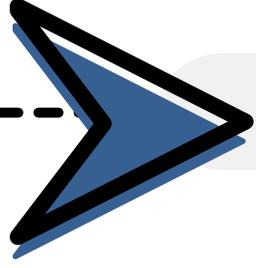
الاسم: \_\_\_\_\_

الفصل: \_\_\_\_\_

إعداد المعلمتين:

- أ/روان تيسير القضاة
- أ/إيمان سعود الزهراني





## ردمك

السادة / روان تيسير القضاة و إيمان سعود الزهراني

نفيدكم علما بأنه قد تم تسجيل عملكم المرسوم بـ:

سلسلة رفعة لدفتر رياضيات (2-2)

تحت رقم الايداع 1444/4361

تاريخ 1444/05/11 هـ

تطوير - إنتاج - ر

رقم الردمك 978 – 603 – 04 – 3545 – 6

## المقدمة

الحمد لله و الصلاة والسلام على نبينا محمد و على آله و صحبه أجمعين

أما بعد :

نبذة عن مجموعة رفعة

هي مجموعة تدار من قبل معلمين و معلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة و هي قائمة على التطوير المهني للمعلمين والمعلمات و ابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم

العام

و يهدف التيسير و التسهيل لمادة الرياضيات

و نشر العلم

نقدم لكم من سلسلة رفعه لدفتر الرياضيات " دفتر رياضيات 2-2 "

نسأل الله أن يجعله خالصاً لوجهه و أن تجدوا فيه الفائدة .



[حسابات مجموعة رفعة](#)



[أ/إيمان الزهراني](#)

[أ/روان القضاة](#)

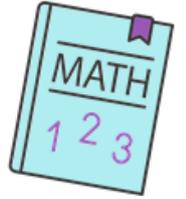
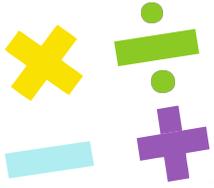
# جدول الحصص الاسبوعي



Week:



الحمصة الثامنة	الحمصة السابعة	الحمصة السادسة	الحمصة الخامسة	الحمصة الرابعة	الحمصة الثالثة	الحمصة الثانية	الحمصة الاولى	
								الإحد
								الاثنين
								الثلاثاء
								الأربعاء
								الخميس



ملاحظات

Blank lined area for notes.

أهدافي

Blank lined area for goals.



مهامي

Blank lined area for tasks.



## الفصل الرابع

1

العلاقات والدوال العكسية  
والجذرية

## الفصل الخامس

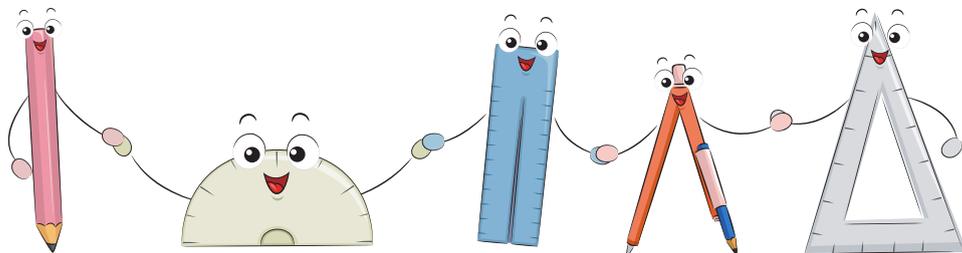
2

العلاقات والدوال  
النسبية

## الفصل السادس

3

المتابعات والمتسلسلات





## دروس الفصل الرابع

1

$$x^2 + (y - \sqrt[3]{x^2})^2 = 1$$

(4-1) العمليات على الدوال .

(4-2) العلاقات والدوال العكسية .

(4-3) دوال ومتباينات الجذر التربيعي .

(4-4) الجذر النوني .

(4-5) العمليات على العبارات الجذرية .

(4-6) الاسس النسبية

(4-7) حل المعادلات والمتباينات الجذرية



## (4-1) العمليات على الدوال

(1) جمع الدوال وطرحها :

إذا كان  $f(x) = x^2 + 5x - 2$  ,  $g(x) = 3x - 2$  يأتي :

تحقق من فهمك

$(f + g)(x) =$	(1A)
----------------	------

$(f - g)(x) =$	(1B)
----------------	------

(2) ضرب الدوال وقسمتها :

إذا كان  $f(x) = x^2 - 7x + 2$  ,  $g(x) = x + 4$  يأتي :

تحقق من فهمك

$(f \cdot g)(x) =$	(2A)
--------------------	------

$(\frac{f}{g})(x) =$	(2B)
----------------------	------

أوجد  $(f + g)(x)$ ,  $(f - g)(x)$ ,  $(f \cdot g)(x)$ ,  $(\frac{f}{g})(x)$

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 2 \quad (1) \\ g(x) &= 3x - 1 \end{aligned}$$

**تأكد**

$(f + g)(x) =$	$(f \cdot g)(x) =$
$(f - g)(x) =$	$(\frac{f}{g})(x) =$

$$f(x) = x - 1 \quad (8)$$

$$g(x) = 5x - 2$$

تدرب وحل المسائل

$(f + g)(x) =$	$(f \cdot g)(x) =$
$(f - g)(x) =$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) =$

**3) تركيب دالتين :**

تحقق من فهمك

أوجد  $[f \circ g](x)$ ,  $[g \circ x](x)$  لكل زوج من الدوال الآتية ، إذا كان ذلك ممكنا :

$f(x) = \{(3, -2), (-1, -5), (4, 7), (10, 8)\},$ $g(x) = \{(4, 3), (2, -1), (9, 4), (3, 10)\}$	(3A)
$f(x) = x^2 + 2, g(x) = x - 6$	(3B)

**تأكد**

$f(x) = \{(2, 5), (6, 10), (12, 9), (7, 6)\},$ $g(x) = \{(9, 11), (6, 15), (10, 13), (5, 8)\}$	(3)
---	-----

$$f(x) = 2x^2, g(x) = 8x^2 + 3x$$

## 4 استعمال تركيب دالتين :

## تحقق من فهمك

4 تسوق : يقدم محل أجهزة كهربائية عرضين معا على جهاز كهربائي هما : خصم 35 ريالاً وتخفيض نسبته 15% ، فإذا كان سعر الجهاز الاصلي 300 ريال ، فأيهما يعطى سعراً أقل : تطبيق التخفيض قبل الخصم أم بعده ؟

## تأكد

13 ادخار : يقتطع ما نسبته 8% من راتب الموظف للادخار. ويستطيع الموظف أن يختار بحيث يكون الاقتطاع قبل تسديده قسط آخر قيمته 17.5% من الراتب ، أو بعده . فإذا كان راتب الموظف قبل الاقتطاع وتسديد القسط 9500 ريال ، فهل يكون ادخاره أكثر إذا كان الاقتطاع قبل تسديد القسط ام بعده ؟ وضح إجابتك ؟



40) اكتشف الخطأ: تقوم ريم والعنود بإيجاد الدالة  $[f \circ g](x)$  حيث  $f(x) = x^2 + 2x - 8$  و  $g(x) = x^2 + 8$  من منهما إجابتها صحيحة؟ وضّح إجابتك.

العنود

$$\begin{aligned}[f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= (x^2 + 8)^2 + 2x - 8 \\ &= x^4 + 16x^2 + 64 + 2x - 8 \\ &= x^4 + 16x^2 + 2x + 56\end{aligned}$$

ريم

$$\begin{aligned}[f \circ g](x) &= f[g(x)] \\ &= (x^2 + 8)^2 + 2(x^2 + 8) - 8 \\ &= x^4 + 16x^2 + 64 + 2x^2 + 16 - 8 \\ &= x^4 + 18x^2 + 72\end{aligned}$$

تدريب على اختيار

44) إذا كان  $h(x) = 2(x + 5)^2$  و  $g(x) = x^2 + 9x + 21$  فما الدالة المكافئة للدالة  $h(x) - g(x)$ ؟

$K(x) = x + 4$  (C)

$K(x) = -x^2 - 11x - 29$  (A)

$K(x) = x^2 + 7x + 11$  (D)

$K(x) = x^2 + 11x + 29$  (B)

45) إذا كان  $h(x) = (x)^2 + 5$  و  $g(x) = 2x + 4$  فإن قيمة  $[f \circ g](6)$  تساوي:

261 (D)

86 (C)

43 (B)

38 (A)



## (4-2) العلاقات والدوال العكسية

### (1) إيجاد العلاقة العكسية :

تحقق من فهمك

إذا كانت الأزواج المرتبة للعلاقة  $\{(-8, -3), (-8, -6), (-3, -6)\}$  ، تمثل إحداثيات رؤوس مثلث قائم الزاوية ، فأوجد العلاقة العكسية لها وصف تمثيلها البياني .

أوجد العلاقة العكسية لكل من العلاقتين الآتيتين :

تدرب وحل المسائل

تأكد

$\{(3, 0), (5, 4), (7, -8), (9, 12), (11, 16)\}$  (10)

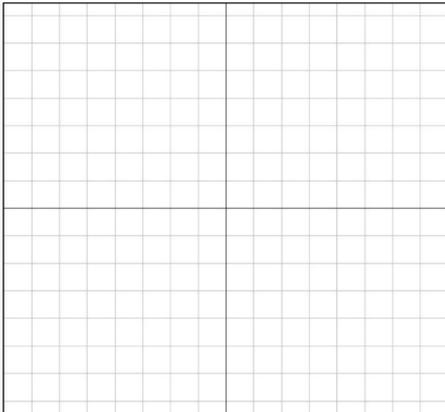
$\{(-9, 10), (1, -3), (8, -5)\}$  (1)

### (2) إيجاد معكوس الدالة وتمثيله بيانيا :

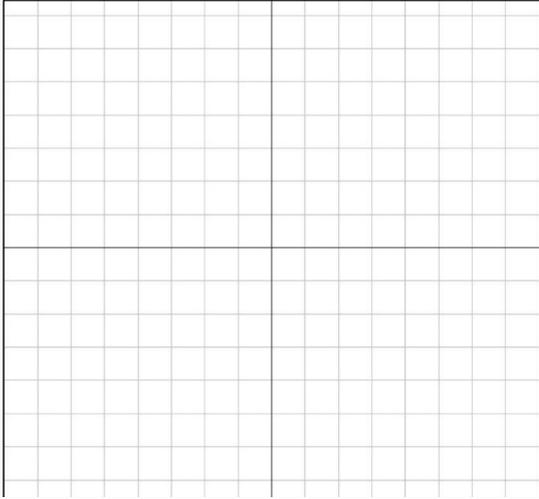
تحقق من فهمك

أوجد معكوس كل من الدوال الآتية ، ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانيا على مستوى إحداثي واحد :

$$f(x) = \frac{x-3}{5} \quad (2A)$$

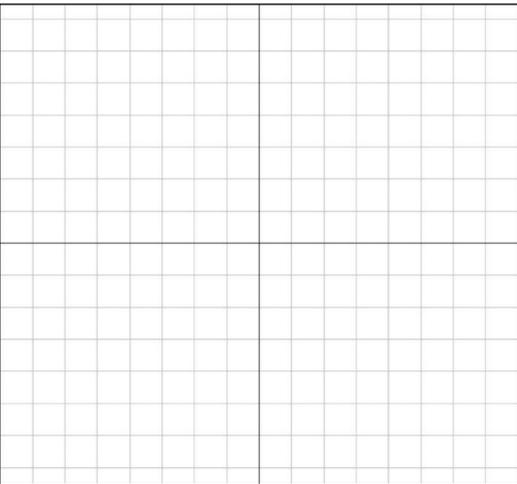


$$f(x) = 3x^2 \text{ (2B)}$$



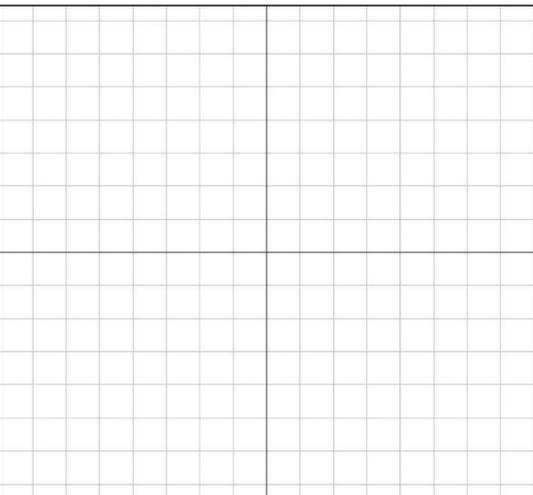
تأكد

$$g(x) = 4x - 6 \text{ (4)}$$



تدرب وحل المسائل

$$g(x) = 5x \text{ (12)}$$



### (3) التأكّد أن كل دالة تمثّل دالة عكسية للأخرى :

في كل زوج مما يأتي حدّد هل كل دالة تمثّل دالة عكسية للأخرى أم لا؟ وضّح إجابتك .

#### تحقق من فهمك

$$f(x) = 3x - 3 , g(x) = \frac{1}{3}x + 4 \quad (3A)$$

#### تأكّد

$$. f(x) = x - 7, g(x) = x + 7 \quad (6)$$

#### تدرب وحل المسائل

$$f(x) = \frac{x+10}{8}, g(x) = 8x - 10 \quad (22)$$



#### مسائل مهارات التفكير العليا

(28) اكتب : أعط مثالا على دالة معكوسها الدالة نفسها .

أي الدوال الآتية هي دالة عكسية للدالة  $f(x) = \frac{3x-5}{2}$  ؟

$g(x) = \frac{2x-5}{3}$  (D)     $g(x) = 2x + 5$  (C)     $g(x) = \frac{3x+5}{2}$  (B)     $g(x) = \frac{2x+5}{3}$  (A)

Blank lined area for writing the answer.

## (4-3) دوال ومتباينات الجذر التربيعي

### 1) تعيين المجال والمدى :

عين كلا من المجال والمدى للدوال الآتية :

تحقق من فهمك

$$f(x) = \sqrt{x+6} + 2 \quad (1B)$$

$$f(x) = \sqrt{x-3} \quad (1A)$$

### تدرب وحل المسائل

تأكد

$$f(x) = \sqrt{x} - 6 \quad (14)$$

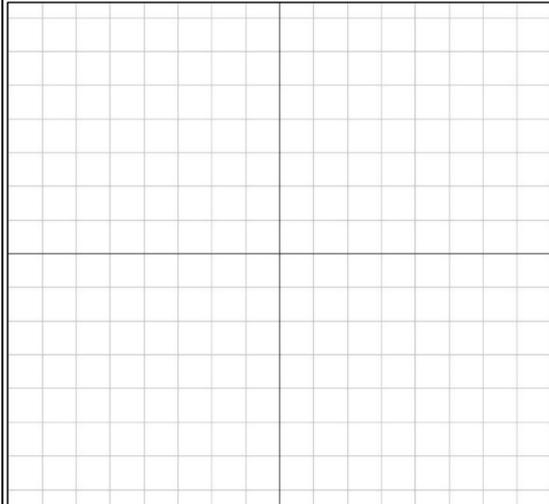
$$f(x) = \sqrt{x+8} - 2 \quad (3)$$

### 2) تمثيل دوال الجذر التربيعي بيانيا :

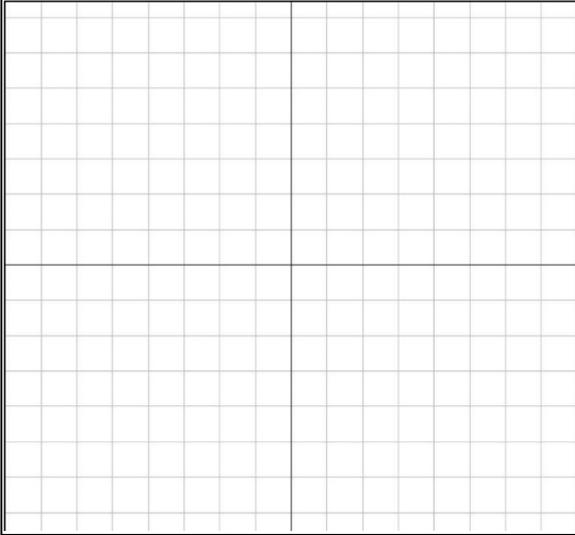
مثل كل دالة مما يأتي بيانيا ، وحدد مجالها ومداهها .

تحقق من فهمك

$$f(x) = 2\sqrt{x+4} \quad (2A)$$

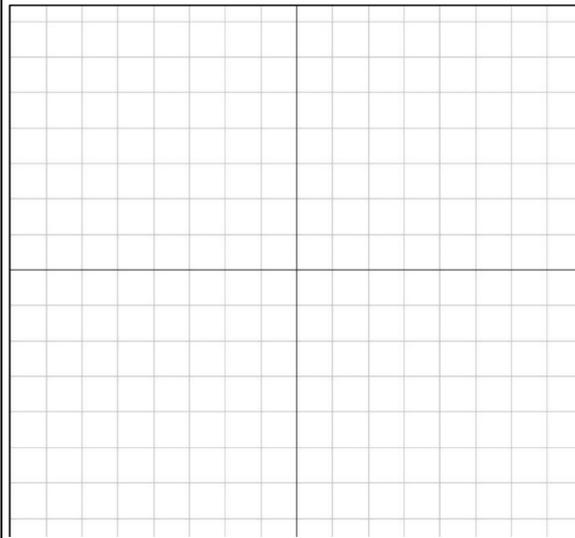


$$f(x) = \sqrt{x} - 2 \quad (4)$$



## تدرب وحل المسائل

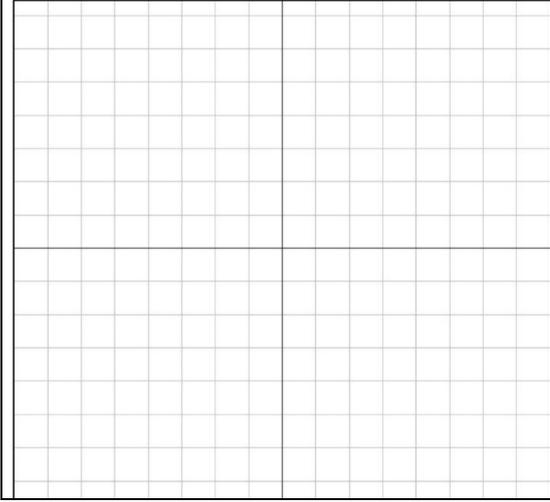
$$f(x) = \sqrt{x+1} \quad (18)$$



## 3 استعمال التمثيل البياني لتحليل دوال الجذر التربيعي :

تحقق من فهمك

3 صوت: يمكن تحديد تردد اهتزازات وترمشدود باستعمال الدالة  $f = 200\sqrt{m_t}$  حيث  $f$  تمثل عدد الاهتزازات في الثانية،  $m_t$  كتلة ثقل قوة الشد مقيسة بالرطل . مثل هذه الدالة بيانيا في الفترة  $0 \leq m_t \leq 10$ ، ثم أوجد التردد عندما تكون قوة الشد 3 أرطال .



**تأكد**

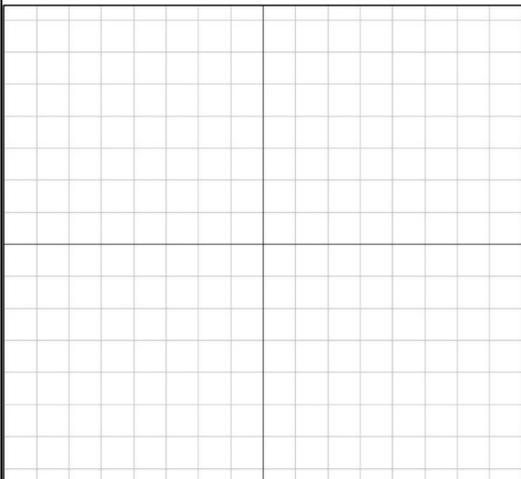
(3) محيطات : يمكن تمثيل سرعة موجات تسونامي باستعمال الدالة :  $v = 356\sqrt{d}$  حيث تمثل  $v$  السرعة بالكيلومترات لكل ساعة ، و  $d$  متوسط عمق الماء بالكيلومترات. إذا كانت سرعة الموجة  $145\text{km/h}$  ، فما متوسط عمق الماء ؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة من الكيلومتر.

**(4) تمثيل متباينة الجذر التربيعي بيانيا :**

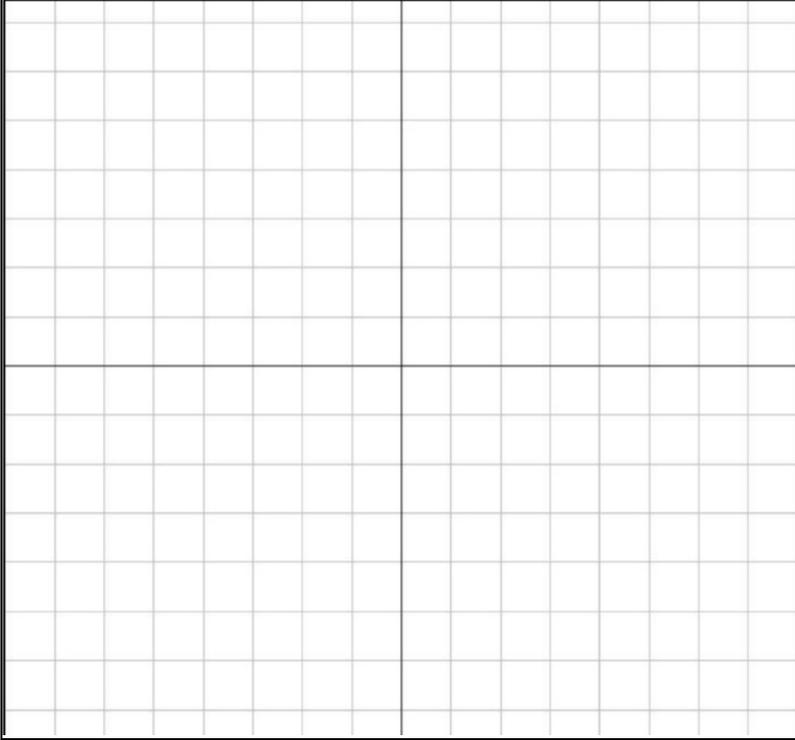
مثل كل متباينة فيما يأتي بيانيا .

**تحقق من فهمك**

$$f(x) \geq \sqrt{2x + 1} \quad (4A)$$

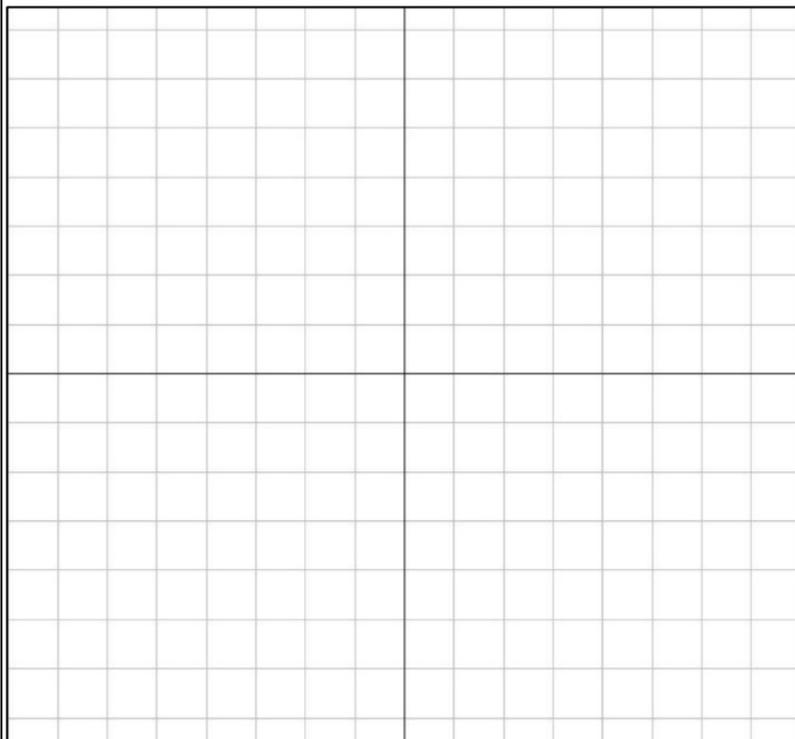


$$f(x) \geq \sqrt{x} + 4 \quad (9)$$



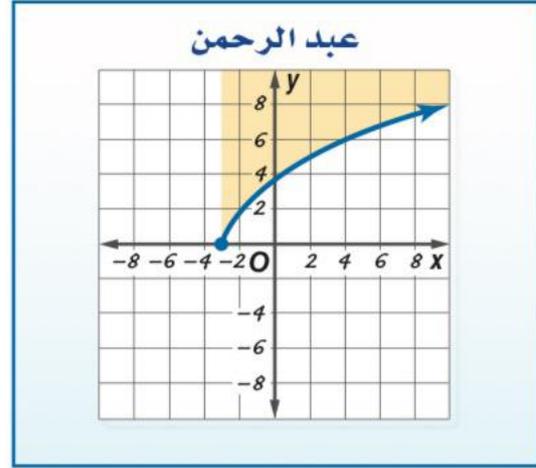
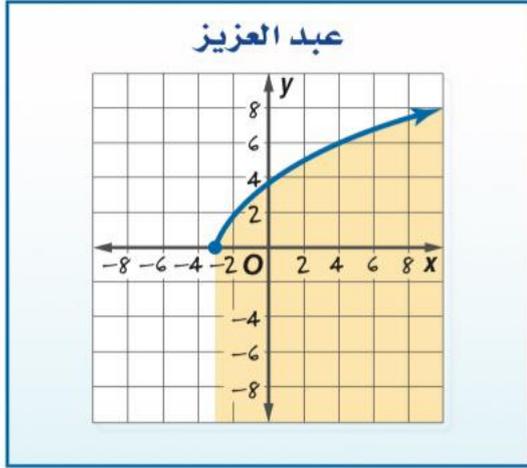
تدرب وحل المسائل

$$y < \sqrt{x - 5} \quad (24)$$



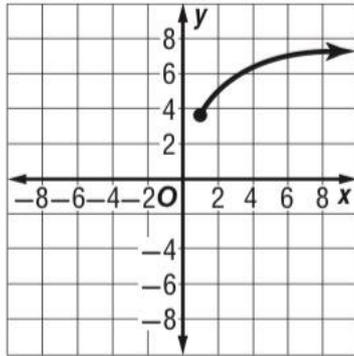


35) اكتشف الخطأ : مثل كل من عبد الرحمن و عبد العزيز المتباينة . فأيهما إجابته صحيحة ؟ برر إجابتك .



تدريب على اختبار

37) يمثل الشكل المجاور التمثيل البياني لدالة جذر تربيعي . فأَي مما يأتي صحيح ؟



I. المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية

II. الدالة هي  $y = \sqrt{x} + 3.5$

III. المدى هو  $\{y | y \geq 3.5\}$

I, II, III (C)

III فقط (D)

I فقط (A)

II, III فقط (B)



## (4-4) الجذر النوني

1 ( إيجاد الجذور:

بسط كلاما مما يأتي:

تحقق من فهمك

(1B)	$-\sqrt{(y + 7)^{16}}$	(1A)	$\sqrt[3]{8x^6}$
------	------------------------	------	------------------

تدرب وحل المسائل

تأكد

(12)	$\pm\sqrt{255 a^{16}b^{36}}$	(1)	$\pm\sqrt{100y^8}$
(21)	$\sqrt[3]{(y^3 + 5)^{18}}$	(4)	$\sqrt[4]{16g^{16} h^{24}}$

2 ( التبسيط باستعمال القيمة المطلقة :

تحقق من فهمك

(2B)	$\sqrt[4]{16(x - 3)^{12}}$	(2A)	$\sqrt{36y^6}$
------	----------------------------	------	----------------

تدرب وحل المسائل

(19)	$\sqrt[3]{a^{12}}$	(22)	$\sqrt[8]{x^{16}y^8}$	(18)	$\sqrt[6]{x^{18}}$
------	--------------------	------	-----------------------	------	--------------------

### 3) تقريب الجذور :

تحقق من فهمك

3A) قياس : يمكن إيجاد مساحة سطح كرة إذا علم حجمها ، باستعمال الدالة  $S = \sqrt[3]{36\pi V^2}$  ، حيث. تمثل حجم الكرة . أوجد مساحة سطح كرة حجمها  $200 \text{ in}^3$

3B) قياس : إذا كانت مساحة سطح كرة تساوي  $214 \text{ in}^2$  ، فأوجد حجم الكرة .

### تدرب وحل المسائل

34) فيزياء : طور جوهانز كيبلر القانون  $d = \sqrt[3]{6t^2}$  ، حيث  $d$  تمثل المسافة بملايين الأميال بين أي كوكب و الشمس  $t$  تمثل عدد الأيام الأرضية التي يستغرقها الكوكب ليدور حول الشمس . إذا كان كوكب المريخ يستغرق 687 يوماً أرضياً ليدور حول الشمس ، فكم يبعد المريخ عن الشمس ؟

### تدرب وحل المسائل

تأكد

(26)	$-\sqrt{150}$	(8)	$\sqrt{58}$
(27)	$\sqrt{0.43}$	(10)	$\sqrt[5]{-43}$



### مسائل مهارات التفكير العليا

31 ) اكتب : وضع متى يكون استعمال رمز القيمة المطلقة ضروريا عند إيجاد الجذر النوني ؟ ولماذا ؟

41) أي الاتية هو الأقرب الى قيمة المقدار.  $\sqrt[3]{7.32}$  ؟

1.8 (A)

1.9 (B)

2 (C)

2.1 (D)

42) قيمة  $\sqrt[4]{256 x^8 y^{16}}$  هي ؟

$16x^8 y^{16}$  (A)

$16x^2 y^{16}$  (B)

$4x^2 y^4$  (C)

$4x^4 y^4$  (D)



## (4-5) العمليات على العبارات الجذرية

1) تبسيط عبارات جذرية باستعمال خاصية الضرب :

بسط كلا مما يأتي :

تحقق من فهمك

$\sqrt[3]{27y^{12}z^7}$ (1B)	$\sqrt{12d^3c^{12}}$ (1A)
------------------------------	---------------------------

تدرب وحل المسائل

تأكد

$\sqrt{18a^6b^3c^5}$ (18)	$\sqrt{144x^7y^5}$ (2)
---------------------------	------------------------

2) تبسيط عبارات جذرية باستعمال خاصية القسمة :

تحقق من فهمك

$\sqrt[5]{\frac{3}{4y}}$ (2B)	$\frac{\sqrt{a^9}}{\sqrt{b^5}}$ (2A)
-------------------------------	--------------------------------------

تدرب وحل المسائل

تأكد

$\sqrt{\frac{7x}{10y^3}}$ (19)	$\frac{\sqrt{c^5}}{\sqrt{d^9}}$ (3)
--------------------------------	-------------------------------------

3 ضرب العبارات الجذرية :

تحقق من فيمك

$$2\sqrt[4]{8x^3y^2} \cdot 3\sqrt[4]{2x^5y^2} \text{ (3B)}$$

$$6\sqrt{8c^3d^5} \cdot 4\sqrt{2cd^3} \text{ (3A)}$$

تأكد

$$3\sqrt[3]{36xy} \cdot 2\sqrt[3]{6x^2y^2} \text{ (6)}$$

$$5\sqrt{2x} \cdot 3\sqrt{8x} \text{ (5)}$$

4 جمع العبارات الجذرية وطرحها :

تحقق من فيمك

$$5\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - \sqrt{128} \text{ (3B)}$$

$$4\sqrt{8} + 3\sqrt{50} \text{ (3A)}$$

تدرب وحل المسائل

تأكد

$$3\sqrt{90} + 4\sqrt{20} + \sqrt{162} \text{ (24)}$$

$$5\sqrt{32} + \sqrt{27} + 2\sqrt{75} \text{ (8)}$$

## 5 ضرب العبارات الجذرية :

تحقق من فهمك

$$(7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(7\sqrt{2} + 3\sqrt{3}) \text{ (5B)}$$

$$(6\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{5} + 4\sqrt{2}) \text{ (5A)}$$

تأكد

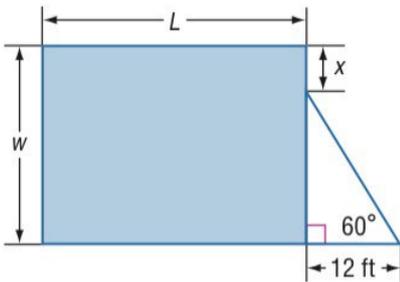
$$(8\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(8\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) \text{ (10)}$$

$$(4 + 2\sqrt{5})(3\sqrt{3} + 4\sqrt{5}) \text{ (9)}$$

## 6 استعمال المرافق لإنطاق المقام :

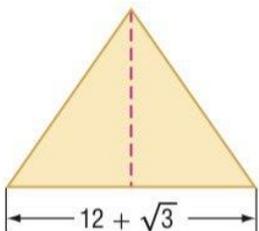
تحقق من فهمك

6) هندسة: إذا كانت مساحة المستطيل في الشكل المجاور تساوي  $900 \text{ ft}^2$  ، فاكتب معادلة تمثل طول المستطيل  $L$  بدلالة  $x$  ، ثم بسطها .



تأكد

15) هندسة: أوجد ارتفاع المثلث في الشكل المجاور في أبسط صورة إذا كانت مساحته  $189 + 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$  .



$\frac{6}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (29)	$\frac{5}{\sqrt{2}+3}$ (11)
------------------------------------	-----------------------------

## تدرب وحل المسائل

بسّط كل عبارة جذرية فيما يأتي، حيث  $b$  عدد زوجي.

$\sqrt[b]{a^{3b}}$ (43)	$\sqrt[b]{a^{2b}}$ (42)	$\sqrt[b]{a^{4b}}$ (41)	$\sqrt[b]{a^b}$ (40)
-------------------------	-------------------------	-------------------------	----------------------



## مسائل مهارات التفكير العليا

(42) اكتشف الخطأ : بسّط كل من خالد وناصر العبارة الجذرية ، فأَي منهما إجابته صحيحة؟ وضح إجابتك.

**ناصر**

$$\begin{aligned} 4\sqrt{32} + 6\sqrt{18} \\ &= 4\sqrt{16 \cdot 2} + 6\sqrt{9 \cdot 2} \\ &= 64\sqrt{2} + 54\sqrt{2} \\ &= 118\sqrt{2} \end{aligned}$$

**خالد**

$$\begin{aligned} 4\sqrt{32} + 6\sqrt{18} \\ &= 4\sqrt{4^2 \cdot 2} + 6\sqrt{3^2 \cdot 2} \\ &= 16\sqrt{2} + 18\sqrt{2} \\ &= 34\sqrt{2} \end{aligned}$$

## تدريب على اختبار

أي العبارات الجذرية الآتية تكافئ العبارة الجذرية  $\sqrt{180a^2b^8}$  ؟

(A)  $5\sqrt{6}|a|b^4$

(B)  $6\sqrt{5}|a|b^4$

(C)  $3\sqrt{10}|a|b^4$

(D)  $36\sqrt{5}|a|b^4$



## (4-6) الاسس النسبية

### 1 (الصورتان الجذرية والأسية):

تحقق من فهمك

(1A) اكتب $a^{\frac{1}{5}}$ على الصورة الجذرية	(1B) اكتب $\sqrt[8]{c}$ على الصورة الاسية
--	---

اكتب العبارة الاسية على الصورة الجذرية، والعبارة الجذرية على الصورة الاسية في كل مما يأتي:

تدرب وحل المسائل

تأكد

$x^{\frac{3}{5}}$ (2)	$\sqrt[3]{15}$ (3)	$8^{\frac{1}{5}}$ (16)	$(x^3)^{\frac{3}{2}}$ (17)
-----------------------	--------------------	------------------------	----------------------------

### 2 (إيجاد قيم عبارات تتضمن أسسا نسبية):

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

تحقق من فهمك

$-3215^{-\frac{1}{5}}$ (2A)	$265^{\frac{3}{8}}$ (2B)
-----------------------------	--------------------------

تدرب وحل المسائل

تأكد

$32^{-\frac{1}{5}}$ (6)	$125^{\frac{2}{3}}$ (7)	$27^{\frac{1}{3}}$ (20)	$16^{-\frac{1}{2}}$ (22)
-------------------------	-------------------------	-------------------------	--------------------------

### 3 (حل معادلات تتضمن أسسا نسبية): تحقق من فهمك

(3) ثقافة مالية: افترض أن ثمن لتر الحليب 4 ريالات. فكم سيزيد الثمن بعد تسعة أشهر، إذا كان معدل التضخم المالي السنوي 5.3%.

(3) قياس: إذا علمت مساحة مربع هي  $A$  ، فإنه يمكن إيجاد طول ضلعه  $l$  باستعمال القانون  $l = A^{\frac{1}{2}}$  ، فإذا علمت أن مساحة حديقة مربعة الشكل  $169m^2$  ، فما طول ضلعها؟

#### (4) تبسيط عبارات بأسس نسبية :

بسّط كل عبارة مما يأتي :

تحقق من فهمك

$r^{-\frac{4}{5}}$ (4B)	$p^{\frac{1}{4}} \cdot p^{\frac{9}{4}}$ (4A)
-------------------------	--

#### تدرب وحل المسائل

تأكد

$x^{\frac{7}{4}} \cdot x^{\frac{5}{4}}$ (33)	$x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{5}}$ (25)	$\frac{x^{\frac{4}{5}}}{\frac{1}{x^5}}$ (11)
--	--	--

#### (5) تبسيط العبارات الجذرية :

بسّط كل عبارة مما يأتي :

تحقق من فهمك

$\sqrt[3]{16x^4}$ (5B)	$\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[3]{2}}$ (5A)
------------------------	---

#### تدرب وحل المسائل

تأكد

$\sqrt[6]{216}$ (35)	$\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{4}}$ (14)
----------------------	---

$\sqrt{\sqrt{81}}$  (42)

$\sqrt[4]{\sqrt{256}}$  (43)



## مسائل مهارات التفكير العليا

(48) بسط كل من محمود وعلي العبارة ، فهل إجابة أي منهما صحيحة ؟ .

علي

$$\begin{aligned} \frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}} &= x^{\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}} \\ &= x^{\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1}} \\ &= x^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

محمود

$$\begin{aligned} \frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}} &= x^{\frac{3+1}{4}} \\ &= x^{\frac{3+2}{4}} \\ &= x^{\frac{5}{4}} \end{aligned}$$

## تدريب على اختبار

(51) تكون العبارة  $\sqrt{56 - c}$  مساوية لعدد صحيح موجب عندما تكون قيمة  $c$  هي :

36

(D)

56

(C)

-8

(B)

8

(A)

(52) ما قيمة  $p$  التي تحقق المعادلة  $3^5 \cdot p = 3^3$  :

 $2^3$ 

(D)

 $3^2$ 

(C)

 $3^{-2}$ 

(B)

 $2^{-3}$ 

(A)



## (4-7) حل المعادلات والمتباينات الجذرية

1) حل معادلات جذرية :

حل كل معادلة مما يأتي

تحقق من فهمك

$$\sqrt{x + 15} = 5 + \sqrt{x} \quad (1B)$$

$$5 = \sqrt{x - 2} - 1 \quad (1A)$$

تدرب وحل المسائل

تأكد

$$6 + \sqrt{3x + 1} = 11 \quad (21)$$

$$\sqrt{x - 4} + 6 = 10 \quad (1)$$

$$\sqrt{b - 6} + \sqrt{b} = 3 \quad (26)$$

$$\sqrt{y} - 7 = 0 \quad (7)$$

(2) حل معادلات جذرتكعيبي :

تحقق من فهمك

$$3(5y - 1)^{\frac{1}{3}} - 2 = 0 \text{ (2B)}$$

$$(3n + 2)^{\frac{1}{3}} + 1 = 0 \text{ (2A)}$$

تدرب وحل المسائل

تأكد

$$(5n - 6)^{\frac{1}{3}} + 3 = 4 \text{ (28)}$$

$$(4y)^{\frac{1}{3}} + 3 = 5 \text{ (6)}$$

تحقق من فهمك

$$(3) \text{ ما حل المعادلة: } 4(3x + 6)^{\frac{1}{4}} - 12 = 0 \text{ ؟}$$

$x = 37$

(D)

$x = 29$

(C)

$x = 25$

(B)

$x = 7$

(A)

تأكد

$$(3) \text{ ما حل المعادلة: } (2y + 6)^{\frac{1}{4}} - 2 = 0 \text{ ؟}$$

$y = 15$

(D)

$y = 11$

(C)

$y = 5$

(B)

$y = 1$

(A)

### (3) حل المتباينات الجذرية :

تحقق من فهمك

$$\sqrt{2x + 2} + 1 \geq 5 \text{ (4A)}$$

$$\sqrt{4x - 4} - 2 < 4 \text{ (4B)}$$

تأكد

$$1 + \sqrt{7x - 3} > 3 \text{ (17)}$$

تدرب وحل المسائل

$$\sqrt{2x + 14} - 6 \geq 4 \text{ (35)}$$

فيزياء: يعطى الزمن الدوري للبندول بالصيغة  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$  حيث  $T$  الزمن الدوري للبندول بالثواني ،  $L$  طول البندول بالاقدام ،  $g$  تسارع السقوط الحر ، والذي يساوي قدما لكل ثانية مربعة .  
 (a) ما الزمن الدوري لبندول ضخمة طوله  $73 \text{ ft}$  ؟

(b) يريد صانع ساعات ان يصنع بندولا يستغرق 5s لاتمام دورته . كم يجب أن يكون طول البندول ؟



### مسائل مهارات التفكير العليا

46) أي معادلة مما يأتي ليس لها حل ؟

$$\sqrt{x+1} + 3 = 4$$

$$\sqrt{x-1} + 3 = 4$$

$$\sqrt{x+2} - 7 = -10$$

$$\sqrt{x-2} + 7 = 10$$

### تدريب على اختيار

ما حل المعادلة:  $\sqrt{x+5} + 1 = 4$  ؟

20

(D)

11

(C)

10

(B)

4

(A)



## دروس الفصل الخامس

2

(5-1) ضرب العبارات النسبية وقسمها.

(5-2) جمع العبارات النسبية وطرحها.

(5-3) تمثيل دوال المقلوب بيانيا.

(5-4) تمثيل الدوال النسبية بيانيا

(5-5) دوال التغير.

(5-6) حل المعادلات والمتباينات النسبية



## (5-1) ضرب العبارات النسبية وقسمتها

### 1) تبسيط العبارات النسبية:

بسّط كل عبارة مما يأتي:

تحقق من فهمك

$$\frac{2z(z+5)(z^2+2z-8)}{(z-1)(z+5)(z-2)} \quad (1B)$$

$$\frac{4y(y-3)(y+4)}{y(y^2-y-6)} \quad (1A)$$

### تدرب وحل المسائل

### تأكد

$$\frac{x^2-5x-14}{8+3x-x^2} \quad (18)$$

$$\frac{c+d}{3c^2-3d^2} \quad (2)$$

2) قيم x التي تجعل العبارة غير معرفة :

تحقق من فهمك

ما قيم x التي تجعل العبارة	$\frac{x(x^2+8x+12)}{-6(x^2-3x-10)}$	غير معرفة ؟	
A 5, 0	B 5, -2	C 0, -2	D 5, -6

تأكد

3) حدد قيم x التي تجعل العبارة	$\frac{x+7}{x^2-3x-28}$	غير معرفة .	
A 7, -4	B 4, 7	C 7, 4, -7	D -4, 7

تدرب وحل المسائل

17) حدد قيم x التي تجعل العبارة	$\frac{(x-3)(x+6)}{(x^2-7x+12)(x^2-36)}$	غير معرفة .	
A 3, -6	B 6, 4	C 6, -6	D 6, 4, 3, -6

### 3) تبسيط عبارة نسبية بإخراج 1- كعامل مشترك :

تحقق من فهمك

بسّط كل عبارة مما يأتي :

$$\frac{8a^3 - b^3}{b - 2a} \quad (3B)$$

$$\frac{(xz - 4z)}{z^2(4 - x)} \quad (3A)$$

تدرب وحل المسائل

$$\frac{3 - 3y}{y^3 - 1} \quad (21)$$

### 4) ضرب العبارات النسبية وقسمتها :

تحقق من فهمك بسّط كل عبارة مما يأتي :

$$\frac{16mt^2}{21a^4b^3} \div \frac{24m^3}{7a^2b^2} \quad (4c)$$

$$\frac{12c^3d^2}{21ab} \cdot \frac{14a^2b}{8c^2d} \quad (4A)$$

$$\frac{12 x^3 y}{13 a b^2} \div \frac{36 x y^3}{26 b} \quad (8)$$

5) عبارات نسبية تضمن كثيرات حدود في كل من بسطها:

بسّط كل عبارة مما يأتي:

تحقق من فهمك

$$\frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 + 10x + 21} \div \frac{x^2 - x - 12}{6x + 42} \quad (5B)$$

$$\frac{8x - 20}{x^2 + 2x - 35} \cdot \frac{x^2 - 7x + 10}{4x^2 - 16} \quad (5A)$$

تدرب وحل المسائل

تأكد

$$\frac{c^2 - 6c - 16}{c^2 - d^2} \div \frac{c^2 - 8c}{c + d} \quad (27)$$

$$\frac{x^2 - 4x - 21}{x^2 - 6x + 8} \cdot \frac{x - 4}{x^2 - 2x - 35} \quad (9)$$



49) اكتشف الخطأ: قام كل من علي ومحمد بتبسيط العبارة  $\frac{x+y}{x-y} \div \frac{4}{y-x}$  أيهما إجابته صحيحة؟

فسر اجابتك .

محمد

$$\begin{aligned} \frac{x+y}{x-y} \div \frac{4}{y-x} \\ = \frac{x+y}{x-y} \cdot \frac{y-x}{4} \\ = \frac{x+y}{-4} \end{aligned}$$

علي

$$\begin{aligned} \frac{x+y}{x-y} \div \frac{4}{y-x} \\ = \frac{x-y}{x+y} \cdot \frac{4}{y-x} \\ = \frac{-4}{x+y} \end{aligned}$$

5) عبارات نسبية تضمن كثيرات حدود في كل من بسطها:

بسط كل عبارة مما يأتي:

تحقق من فهمك

$$\frac{\frac{x^2 - y^2}{(y^2 - 49)}}{\frac{y-x}{y+7}} \quad (6B)$$

تأكد

$$\frac{\frac{a^3 b^3}{x y^4}}{\frac{a^2 b}{x^2 y}} \quad (10)$$

تدريب على اختبار

ما أبسط صورة للعبارة النسبية  $\frac{5-c}{c^2-c-20}$  ؟

D  $-\frac{1}{c+4}$

C  $\frac{5-c}{c+4}$

B  $\frac{1}{c+4}$

A  $\frac{5-c}{c-4}$



## (5-2) جمع العبارات النسبية وطرحها

### (1) LCM لوحيدات الحد وكثيرات الحدود:

أوجد LCM لكل مما يأتي :

تحقق من فهمك

$$12 a^2 b , 15 a b c , 8 b^3 a^4 \quad (1A)$$

$$4 a^2 - 12 a - 16 , a^3 - 9 a^2 + 20 a \quad (1B)$$

تأكد

$$x^3 - 6x^2 - 16 x , x^2 - 4 \quad (4)$$

تدرب وحل المسائل

$$4 x^2 y^3 , 18 x y^4 , 10 x z^2 \quad (18)$$

2) جمع عبارات نسبية مقاماتها وحيدات حد وطرحها :

بسّط كل عبارة مما يأتي :

تحقق من فهمك

$$\frac{3a^3}{16b^2} - \frac{8x}{5a^3b} \quad (2B)$$

$$\frac{4}{5a^3b^2} + \frac{9c}{10ab} \quad (2A)$$

تأكد

(5)

$$\frac{12y}{5x} + \frac{5x}{4y^3}$$

3) جمع عبارات نسبية مقاماتها كثيرات حدود وطرحها :

بسّط كل عبارة مما يأتي :

تحقق من فهمك

$$\frac{x-1}{x^2-x-6} - \frac{4}{5x+10} \quad (3A)$$

$$\frac{x-8}{4x^2+12x+5} + \frac{6}{12x+3} \quad (3B)$$

تأكد

(11)

$$\frac{4}{3x+6} - \frac{x+1}{x^2-4}$$

تدرب وحل المسائل

(27)

$$\frac{8}{x^2-6x-16} + \frac{9}{x^2-3x-40}$$



مسائل مهارات التفكير العليا

(58) اكتب : طريقة منظمة لجمع عبارات نسبية مختلفة المقامات

#### 4) تبسيط الكسور المركبة بتبسيط كلا من البسط والمقام على حدة:

بسط كل عبارة مما يأتي:

تحقق من فهمك

$$\frac{1 - \frac{y}{x}}{\frac{1}{y} + \frac{1}{x}} \quad (4A)$$

تأكد

$$\frac{\frac{3}{x} + \frac{2}{y}}{1 + \frac{4}{y}} \quad (15)$$

#### 5) تبسيط الكسور المركبة بإيجاد (LCM) للمقامات:

بسط كل عبارة مما يأتي:

تحقق من فهمك

$$\frac{\frac{1}{y} + \frac{1}{x}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}} \quad (5C)$$

تأكد

$$\frac{\frac{2}{b} + \frac{5}{a}}{\frac{3}{a} - \frac{8}{b}} \quad (16)$$



### (5-3) تمثيل دوال المقلوب بيانيا

1) القيود على المجال (تحديد القيم التي تجعل الدالة غير معرفة):

حدد قيمة  $x$  التي تجعل كل دالة فيما يأتي غير معرفة .

تحقق من فهمك

$$f(x) = \frac{7}{3x+2} \quad (1B)$$

$$f(x) = \frac{2}{x-1} \quad (1A)$$

تدرب وحل المسائل

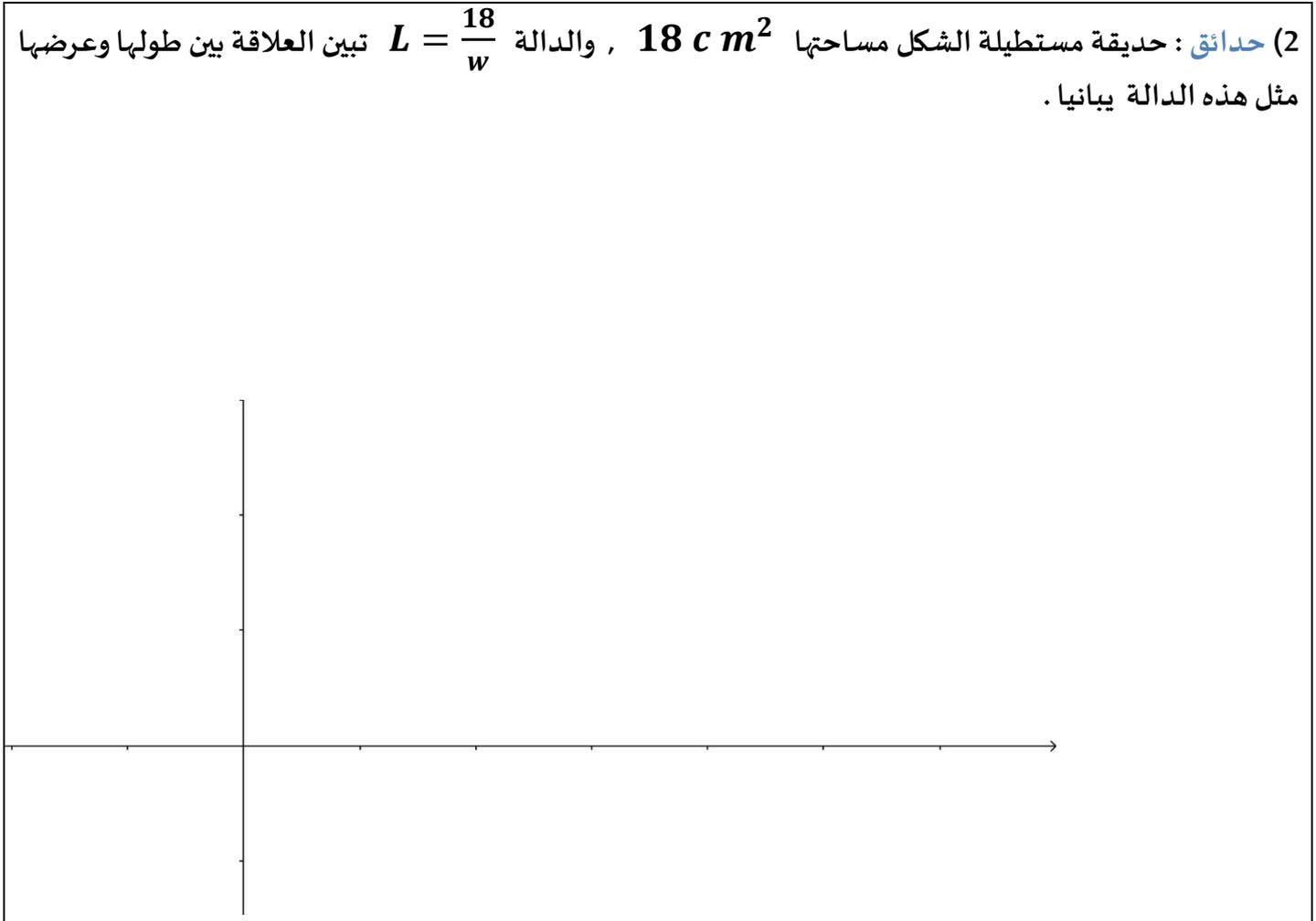
تأكد

$$f(x) = \frac{4}{3x+9} \quad (9)$$

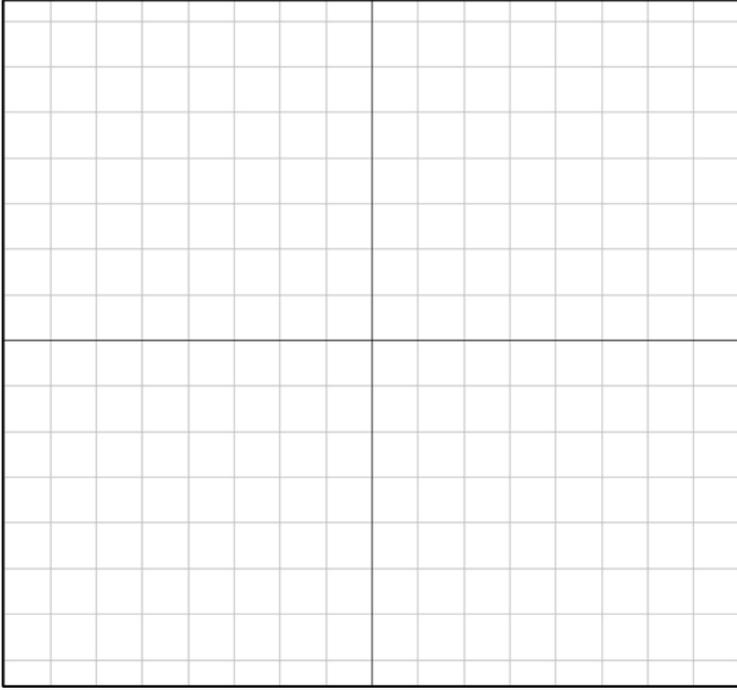
$$f(x) = \frac{5}{4x-8} \quad (1)$$

2) تمثيل دوال المقلوب بيانيا:

2) حدايق: حديقة مستطيلة الشكل مساحتها  $18 \text{ c m}^2$  , والدالة  $L = \frac{18}{w}$  تبين العلاقة بين طولها وعرضها مثل هذه الدالة بيانيا .

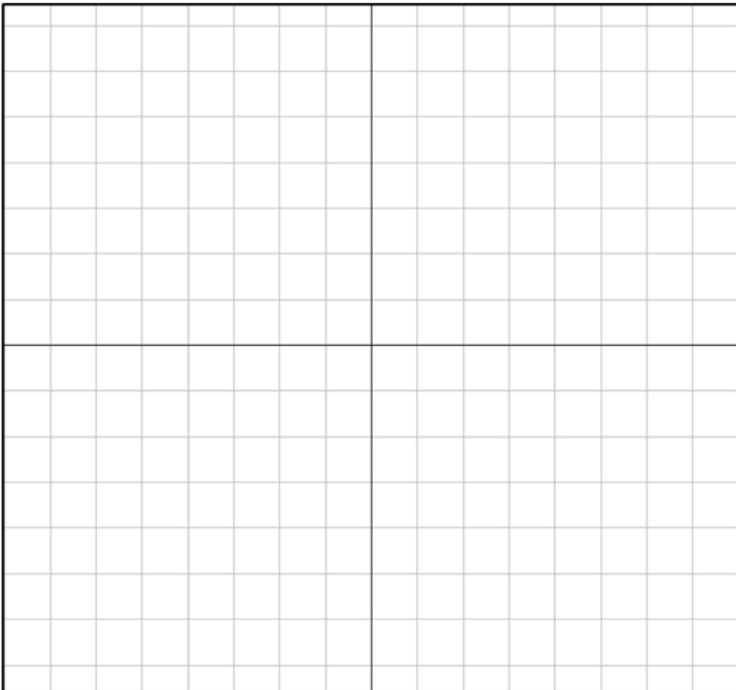


$$f(x) = \frac{2}{x+3} \quad (3)$$



تدرب وحل المسائل

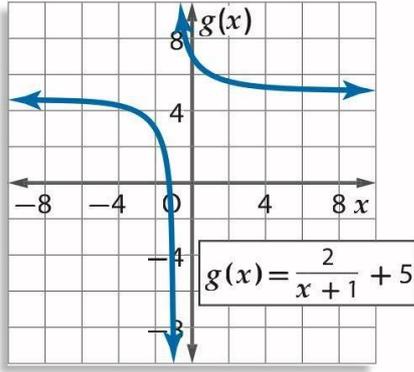
$$f(x) = \frac{2}{x-6} \quad (12)$$



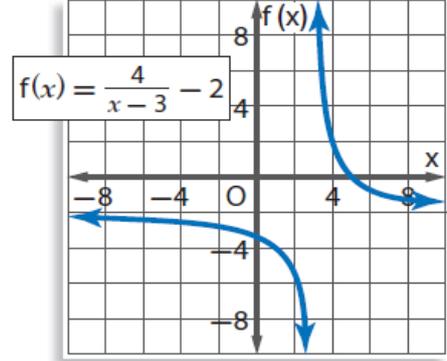
### 3) تحديد خصائص دوال المقلوب:

حدد خطوط التقارب والمجال والمدى لكل مما يأتي:

تحقق من فهمك



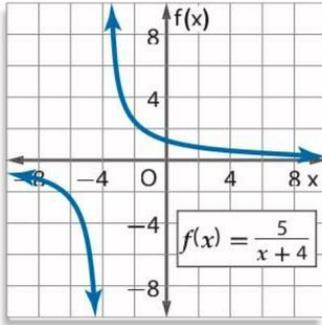
(3B)



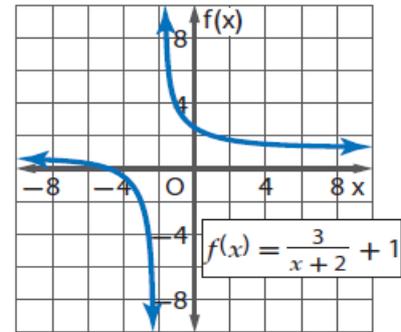
(3A)

### تدرب وحل المسائل

تأكد



(16)



(5)



### مسائل مهارات التفكير العليا

25) أيهما لا ينتمي؟ حدد الدالة المختلفة عن الدوال الثلاث الأخرى، ووضح إجابتك

$$f(x) = \frac{20}{x-7}$$

$$f(x) = \frac{5}{x^2 + 2x + 1}$$

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2 + 1}$$

$$f(x) = \frac{3}{x+1}$$

### تدريب على اختبار

28) ما مجال الدالة  $f(x) = \frac{8}{x+3}$ ؟

- (A) مجموعة الأعداد الحقيقية  
(B) مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة  
(C) مجموعة الأعداد الحقيقية ماعدا 3  
(D) مجموعة الأعداد الحقيقية ماعدا -3

- (A) مجموعة الأعداد الحقيقية  
(B) مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة  
(C) مجموعة الأعداد الحقيقية ماعدا 3  
(D) مجموعة الأعداد الحقيقية ماعدا -3



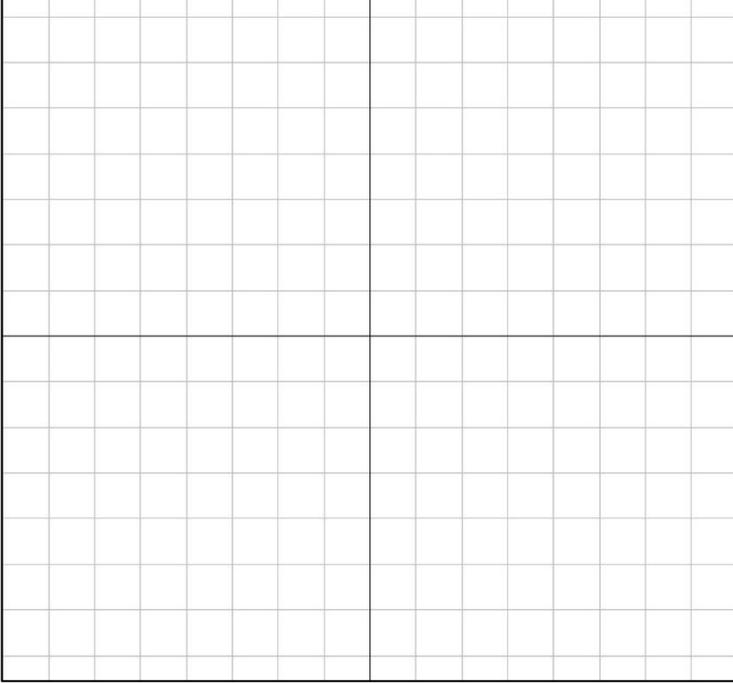
## (5-4) تمثيل الدوال النسبية بيانياً

1 ( التمثيل البياني لدالة نسبية ليس لها خط تقارب أفقي :

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً :

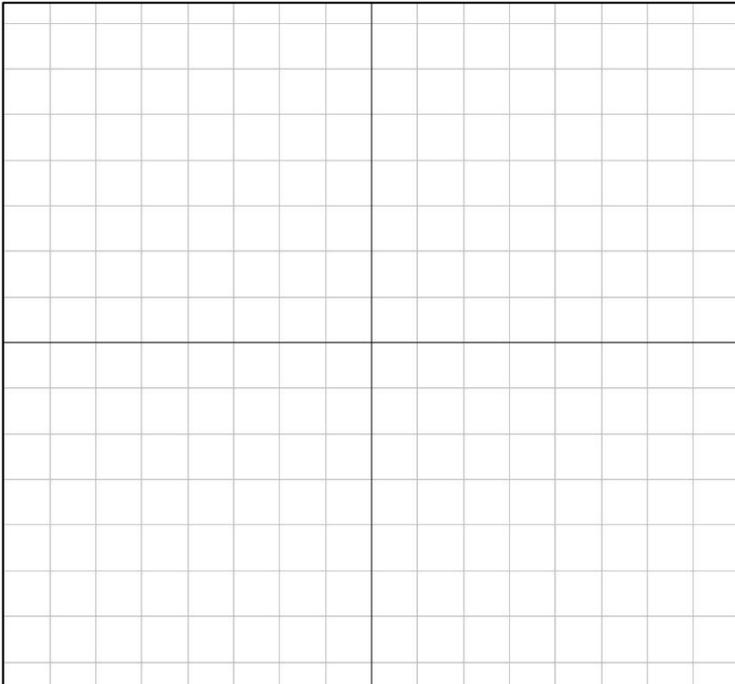
تحقق من فهمك

$$f(x) = \frac{x^3}{x-1} \quad (1)$$

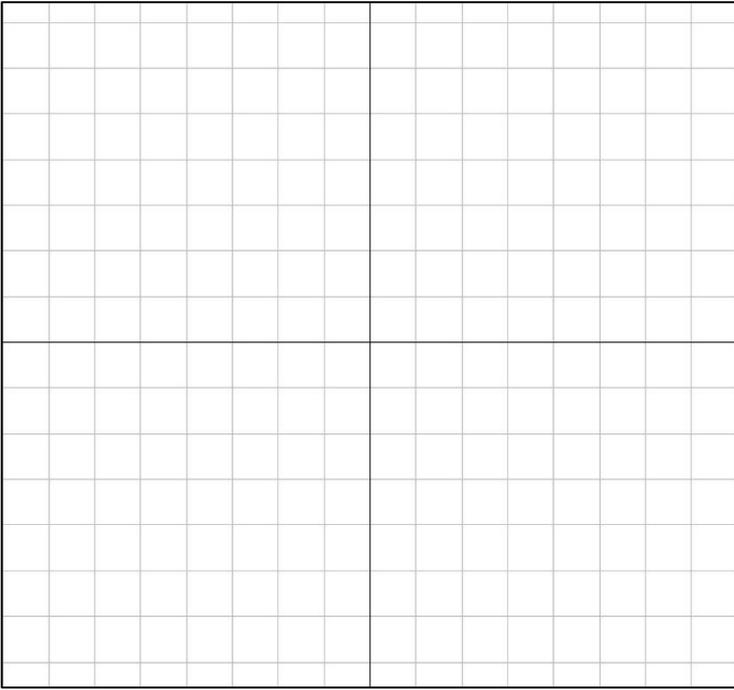


**تأكد**

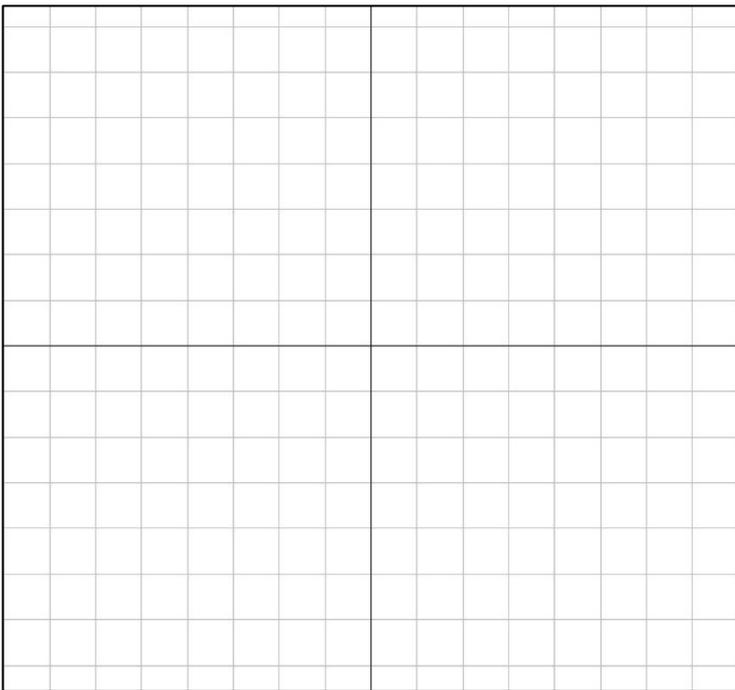
$$f(x) = \frac{x^2}{x+2} \quad (2)$$



$$f(x) = \frac{5}{(x-1)(x+4)} \quad (9)$$



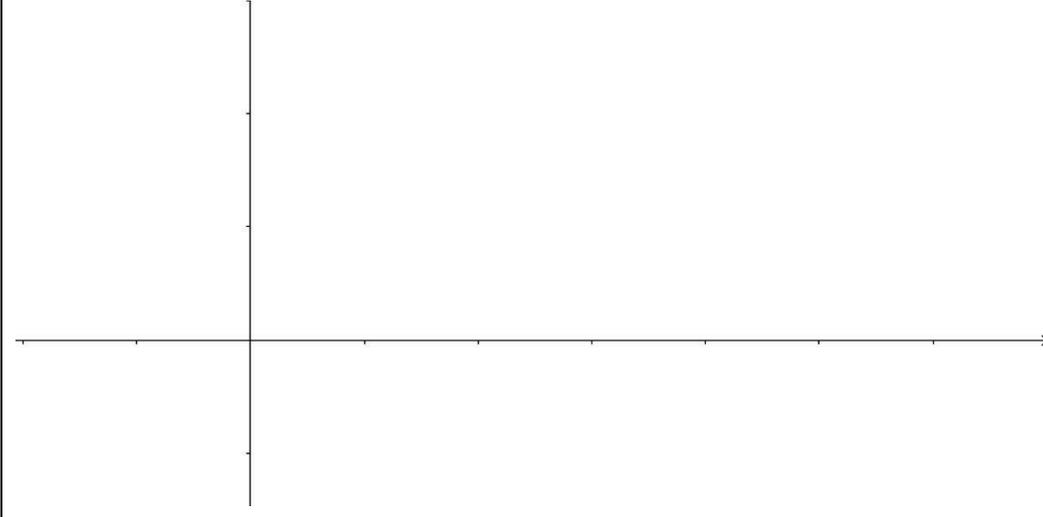
$$f(x) = \frac{x-3}{x+1} \quad (13)$$



## 2) استعمال التمثيل البياني للدوال النسبية:

تحقق من فهمك

2) رواتب: تستعمل إحدى الشركات الدالة  $S(x) = \frac{13500x + 250}{x + 1}$  لحساب راتب موظف خلال السنة  $x$  من عمله لديها، مثل هذه الدالة بيانياً، وحدد القيم المنطقية لمجال الدالة ومداهما في سياق المسألة، وعلى ماذا يدل خط التقارب الأفقي في هذه المسألة؟



## 3) التمثيل البياني لدالة تتضمن نقطة انفصال:

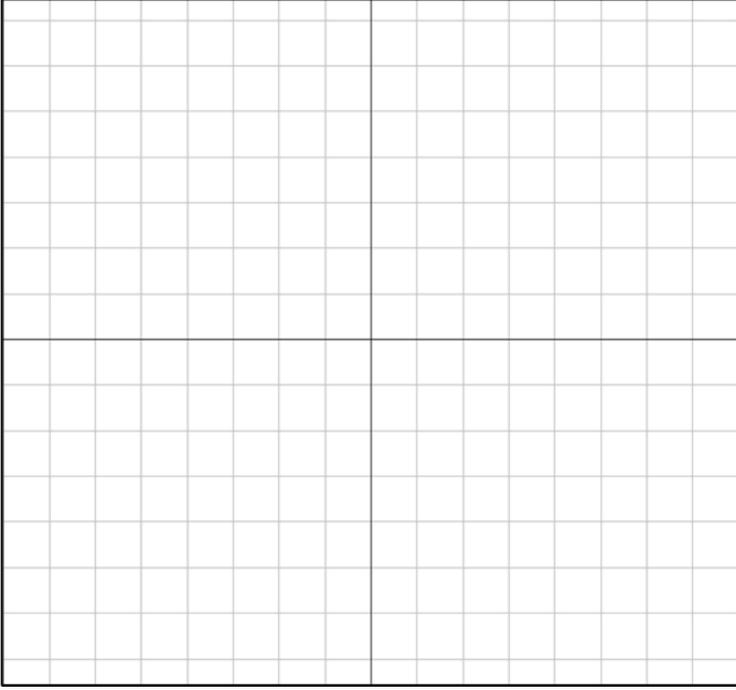
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

تحقق من فهمك

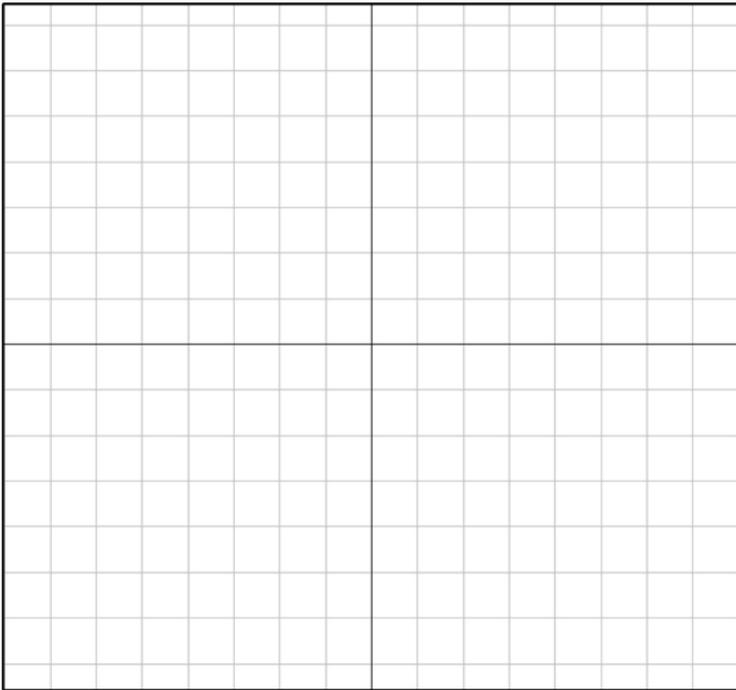
$$f(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{x + 5} \quad (3A)$$



$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad (18)$$



$$f(x) = \frac{x^2 - 5x}{x - 5} \quad (21)$$



مسائل مهارات التفكير العليا

(27) تبرير: ما الفرق بين التمثيلين البيانيين للدالتين :

$$f(x) = x - 2, \quad f(x) = \frac{(x+3)(x-2)}{x+3}$$



## (5-5) دوال التغير

### 1) التغير الطردي:

تحقق من فهمك

1) إذا كانت  $r$  تتغير طرديا مع  $t$ , وكانت  $r = -20$  عندما  $t = 4$ , فأوجد قيمة  $r$  عندما  $t = -6$ .

تأكد

1) إذا كانت  $y$  تتغير طرديا مع  $x$ , وكانت  $y = 12$  عندما  $x = 8$ , فأوجد قيمة  $y$  عندما  $x = 14$ .

تدرب وحل المسائل

7) إذا كانت  $x$  تتغير طرديا مع  $y$ , وكانت  $x = 11$  عندما  $y = -3$ , فأوجد قيمة  $x$  عندما  $y = 8$ .

## (2) التغير المشترك :

### تحقق من فهمك

(2) إذا كانت  $r$  تتغير تغيراً مشتركاً مع  $t$  و  $v$  ، وكانت  $r = 70$  عندما  $v = 20$  و  $t = 4$  ، فأوجد قيمة  $r$  عندما  $v = 2$  و  $t = 8$  .

### تأكد

(2) إذا كانت  $y$  تتغير تغيراً مشتركاً مع  $x$  و  $z$  ، وكانت  $y = -50$  عندما  $z = 5$  و  $x = -10$  ، فأوجد قيمة  $y$  عندما  $x = 9$  و  $z = -3$  .

### تدرب وحل المسائل

(9) إذا كانت  $a$  تتغير تغيراً مشتركاً مع  $c$  و  $b$  ، وكانت  $a = -108$  عندما  $b = 2$  و  $c = 9$  ، فأوجد قيمة  $a$  عندما  $b = 4$  و  $c = -3$  .

### 3) التغير العكسي:

تحقق من فهمك

3) إذا كانت  $x$  تتغير عكسياً مع  $y$ ، وكانت  $x = 24$  عندما  $y = -4$  فأوجد قيمة  $x$  عندما  $y = -12$ .

تأكد

3) إذا كانت  $y$  تتغير عكسياً مع  $x$ ، وكانت  $y = -18$  عندما  $x = 16$ ، فأوجد قيمة  $x$  عندما  $y = 9$ .

تدرب وحل المسائل

11) إذا كانت  $f$  تتغير عكسياً مع  $g$ ، وكانت  $f = -12$  عندما  $g = 19$ ، فأوجد قيمة  $f$  عندما  $g = -6$ .

### 4) التغير المركب:

تحقق من فهمك

5) إذا كانت  $p$  تتغير طردياً مع  $r$  وعكسياً مع  $t$ ، وكانت  $t = 20$  عندما  $p = 4$  و  $r = 2$ ، فأوجد قيمة  $t$  عندما  $r = 10$  و  $p = -5$ .

(5) إذا كانت  $a$  تتغير طرديا مع  $b$  وعكسيا مع  $c$ ، وكانت  $b = 16$  عندما  $c = 2$  و  $a = 4$ . فأوجد قيمة  $b$  عندما  $a = 8$  و  $c = -3$ .

## تدرب وحل المسائل

(14) إذا كانت  $x$  تتغير طرديا مع  $y$  وعكسيا مع  $z$ ، وكانت  $z = 20$  عندما  $x = 6$  و  $y = 14$ . فأوجد قيمة  $z$  عندما  $x = 10$  و  $y = -7$  ؟

حدد إذا كانت كل علاقة ممثلة في الجداول أدناه تمثل تغيرا طرديا ، او عكسيا او غير ذلك :

$x$	$y$
2	4
3	9
4	16
5	25

(17)

$x$	$y$
8	2
4	4
-2	-8
-8	-2

(16)

$x$	$y$
4	12
8	24
16	48
32	96

(15)



## مسائل مهارات التفكير العليا

(25) **اكتشف الخطأ**: يحل كل من يوسف وتريكي مسألة عن التغير المركب ، تتغير فيها  $z$  طرديا مع  $x$  وعكسيا مع  $y$  ، أيهما توصل إلى التناسب الصحيح ؟ وضح اجابتك

تريكي

$$z_1 = \frac{kx_1}{y_1}, z_2 = \frac{kx_2}{y_2}$$

$$k = \frac{z_1 x_1}{y_1}, k = \frac{z_2 x_2}{y_2}$$

$$\frac{z_1 x_1}{y_1} = \frac{z_2 x_2}{y_2}$$

يوسف

$$z_1 = \frac{kx_1}{y_1}, z_2 = \frac{kx_2}{y_2}$$

$$k = \frac{z_1 y_1}{x_1}, k = \frac{z_2 y_2}{x_2}$$

$$\frac{z_1 y_1}{x_1} = \frac{z_2 y_2}{x_2}$$



## حل المعادلات والمتباينات النسبية (5-6)

1) حل معادلة نسبية:

حل كل معادلة مما يأتي:

تحقق من فهمك

$$\frac{5}{y-2} + 2 = \frac{17}{6} \quad (1 \text{ A})$$

تأكد

$$\frac{4}{7} + \frac{3}{x-3} = \frac{53}{56} \quad (2)$$

تدرب وحل المسائل

$$\frac{9}{x-7} - \frac{7}{x-6} = \frac{13}{x^2 - 13x + 42} \quad (10)$$

## تدريب على اختبار

$$(21) \text{ ما حل المعادلة: } \frac{11}{a+2} - \frac{10}{a+5} = \frac{36}{a^2+7a+10} ?$$

1 (D

$\frac{1}{2}$  (C

$-\frac{1}{2}$  (B

-1 (A

## 2) استعمال المعادلات النسبية :

تأكد

6) تبليط : يعمل كل من أحمد وعلي في التبليط ، إذا كان أحمد يحتاج إلى 6 أيام لتبليط فناء منزل وحده ، في حين يحتاج علي إلى 5 أيام للقيام بالعمل نفسه ، فكم يوما يحتاجان إليه إذا عملا معا في تبليط هذا الفناء؟

## 3) حل متباينة نسبية :

حل كل متباينة مما يأتي :

تحقق من فهمك

$$\frac{4}{3x} + \frac{7}{x} < \frac{5}{9} \quad (4 B$$

$$3 - \frac{4}{x} > \frac{5}{4x} \quad (7)$$

## تدرب وحل المسائل

$$\frac{3}{5x} + \frac{1}{6x} > \frac{2}{3} \quad (14)$$



## مسائل مهارات التفكير العليا

(19) تبرير: وضح لماذا يجب التحقق من حلول المعادلة النسبية .



## دروس الفصل السادس

3

$$b > \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n x_i$$

be greater than average

(6-1) المتابعات بوصفها دوال .

(6-2) المتابعات والمتسلسلات الحسابية.

(6-3) المتابعات والمتسلسلات الهندسية.

(6-4) المتسلسلات الهندسية غير المنتهية.

(6-5) نظرية ذات الحدين .

(6-6) البرهان بالاستقراء الرياضي.



## (6-1) المتتابعات بوصفها دوال

### 1) تحديد المتتابعة الحسابية:

بين ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي متتابعة حسابية أم لا .

تحقق من فهمك

-6 , 3 , 12,21,..... ( 1B	7,12,16,20,..... ( 1 A
---------------------------	------------------------

### تدرب وحل المسائل

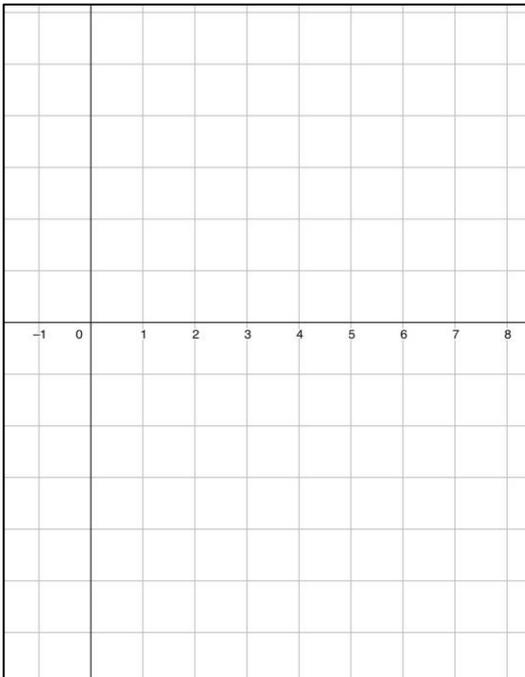
تأكد

$\frac{2}{9}, \frac{5}{9}, \frac{8}{9}, \frac{11}{9}, \dots$ (14	8 , -2 , -12 , -22 ,..... (1
--	------------------------------

### 2) تمثيل المتتابعة الحسابية:

تحقق من فهمك

1) أوجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة الحسابية ..... 18 , 11 , 4 , ..... ثم مثل الحدود السبعة الأولى بيانيا:



### 3) إيجاد حدود المتابعة الحسابية:

#### تحقق من فهمك

3) نقود : ادخر عامل في يوم ما 20 ريالاً من أجره اليومي ، فإذا علمت أنه يدخر في كل يوم 5 ريالات زيادة على اليوم السابق ، فكم ريالاً يدخر في اليوم الثاني عشر؟

#### تأكد

1) توفير : يوفر سعيد 250 ريالاً شهرياً ، فإذا كان معه 1000 ريال في البداية ، فأوجد مايلي :  
A) المبلغ الذي سيصبح معه بعد مرور 8 أشهر.

B) الوقت الذي يحتاج إليه ليصبح معه 7250 ريالاً ، إذا استمر في التوفير بالطريقة ذاتها .

#### تدرب وحل المسائل

18) تنظيم قاعات : يوجد 28 مقعداً في الصف الأول في إحدى قاعات المحاضرات ، وعدد المقاعد في كل صف تالي يزيد بمقدار مقعدين عن الصف السابق . إذا كان في هذه القاعة 24 صفاً من المقاعد ، فكم مقعداً يوجد في الصف الأخير؟

#### 4) تحديد المتتابعة الهندسية:

يُبين ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي متتابعة هندسية أم لا .

تحقق من فهمك

1,3,7,15,.... (4B)	-8 , 2 , -0,5 , 0.125,..... (4A)
--------------------	----------------------------------

تدرب وحل المسائل

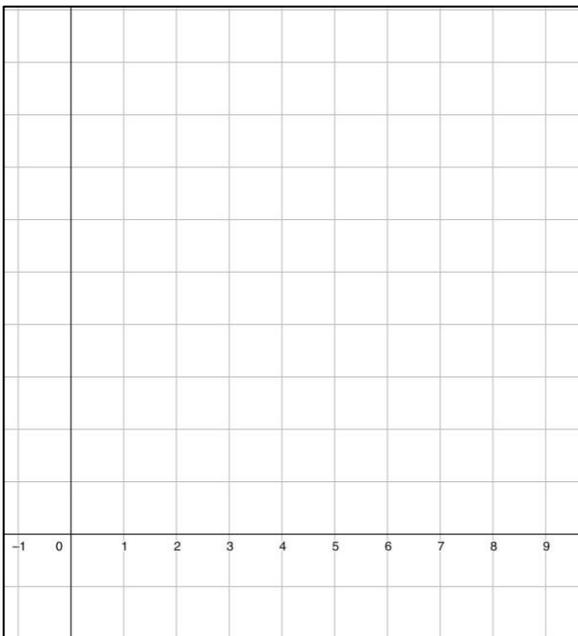
تأكد

-27,18,-12,.... (21)	6,18,30,.... (3)
----------------------	------------------

#### 5) تمثيل المتتابعة الهندسية بيانياً :

تحقق من فهمك

5) أوجد الحدين التاليين في المتتابعة الهندسية ..... 7,21, 63, ، ثم مثل الحدود الخمسة الأولى بيانياً.



## 6) تصنيف المتتابعات :

حدد نوع المتتابعة في كل مما يأتي ، هل هي حسابية أم هندسية أم غير ذلك . ووضح إجابتك .

### تحقق من فهمك

$-4, 4, 5, -5, \dots$ (6C)	$2, \frac{-3}{2}, \frac{9}{8}, \frac{-27}{32}, \dots$ (6B)	$\frac{5}{3}, 2, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}, \dots$ (6A)
----------------------------	--	--

### تأكد

$12, 16, 20, 24, \dots$ (12)	$200, -100, 50, -25, \dots$ (11)	$5, 1, 7, 3, 9, \dots$ (10)
------------------------------	----------------------------------	-----------------------------



### مسائل مهارات التفكير العليا

35) **تحديد** : إذا كان مجموع ثلاث حدود متتالية في متتابعة حسابية يساوي 6 ، وحاصل ضربيهما يساوي -42 ، فما هذه الحدود ؟

### تدريب على اختبار

40) ما الحد التالي في المتتابعة الهندسية التالية : $8, 6, \frac{9}{2}, \frac{27}{8}, \dots$ :			
$\frac{81}{32}$ (D)	$\frac{9}{4}$ (C)	$\frac{27}{16}$ (B)	$\frac{11}{8}$ (A)



## (6-2) المتتابعات والمتسلسلات الحسابية

1) إيجاد حد معين في متتابعة حسابية:

أوجد قيمة الحد المطلوب في كل مما يأتي:

تحقق من فهمك

$a_1 = 15 , d = -8$ علماً بأن: $a_{20}$ (1B)	$a_n$ علماً بأن: $a_1 = -4 , d = 6 , n = 9$ (1A)
--	--

تأكد

تدرب وحل المسائل

$a_{18}$ في المتتابعة $12, 25, 38, \dots$ (1)	$a_n$ علماً بأن: $a_1 = -18 , d = 12 , n = 16$ (14)
---	---

2) كتابة صيغة الحد النوني لمتتابعة حسابية:

اكتب صيغة الحد النوني لكل مما يأتي:

تحقق من فهمك

$d = 8 , a_6 = 12$ (2B)	$12, 3, -6, \dots$ (2A)
-------------------------	-------------------------

تأكد

تدرب وحل المسائل

(3) 13, 19, 25, ....

(21)  $d = 9$  ,  $a_6 = 22$

3) إيجاد الأوساط الحسابية:

تحقق من فهمك

3) أوجد خمسة أوساط حسابية بين العددين 36 , -18.

أوجد الأوساط الحسابية في كل مما يأتي :

تأكد

(5) 42 , \_ , \_ , \_ , 6

تدرب وحل المسائل

(25) 49 , \_ , \_ , \_ , -6

#### 4) استعمال صيغ المجموع:

أوجد مجموع حدود كل متسلسلة حسابية فيما يأتي :

تحقق من فهمك

$$2 + 4 + 6 + \dots + 100 \quad (4A)$$

تأكد

(7) أول 50 عدداً طبيعياً .

تدرب وحل المسائل

(28) أول 100 عدد زوجي في مجموعة الأعداد الطبيعية .

#### 5) إيجاد الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية :

أوجد الحدود الثلاثة الأولى في كل من المتتابعات الحسابية الآتية :

تحقق من فهمك

$$s_n = 120 , n = 8 , a_n = 36 \quad (5A)$$

$$s_n = 1296, a_1 = 8, a_n = 100 \quad (11)$$

## تدرب وحل المسائل

$$s_n = 1368, a_1 = 48, a_n = 180 \quad (35)$$

## 6 رمز المجموع:

## تحقق من فهمك

$$6) \text{ أوجد مجموع حدود المتسلسلة } \sum_{m=9}^{21} (5m + 6)$$

1701 (D)

1281 (C)

1053 (B)

972 (A)

(13) أوجد مجموع حدود المتسلسلة  $\sum_{k=1}^{12} (3k + 9)$ .

### تدرب وحل المسائل

(41) أوجد مجموع حدود المتسلسلة  $\sum_{k=5}^{16} (2k + 6)$ .



### مسائل مهارات التفكير العليا

(57) اكتب : بين أوجه الشبه وأوجه الإختلاف بين المتتابعات الحسابية والمتسلسلات الحسابية .



## (6-3) المتابعات والمتسلسلات الهندسية

1 ( إيجاد الحد النوني في متتابعة هندسية :

تحقق من فهمك

1) أمطار: في أثناء هطول الأمطار ونزولها من أعلى تلة إلى أحد الوديان ، صنعت الأمطار مجرى لها في الوادي طوله  $40 \text{ in}$  ، إذا كان هذا المجرى يتسع كل يوم ثلاثة أمثال اليوم السابق له ، فكم سيبلغ اتساع المجرى في اليوم الخامس في حالة استمرار هطول الأمطار بهذا المنوال ؟

تأكد

1) فيروسات : اخترق فيروس حاسوباً ، فأتلف أحد ملفاتة ، فإذا كانت الملفات التي يتلفها الفيروس تتضاعف كل دقيقة ، فمجموع الملفات التي سيتلفها الفيروس بعد 15 دقيقة ، إذا لم تتم السيطرة عليه؟

تدرب وحل المسائل

12) طقس: نتيجة للأمطار الغزيرة ، ارتفع منسوب المياه في بركة في اليوم الأول  $3 \text{ cm}$  ، فإذا كانت الزيادة في كل يوم ضعف الزيادة في اليوم السابق لمنسوب المياه في كل يوم من الأيام الأربعة التالية ، فكم سنتمترا ارتفع منسوب المياه في البركة في اليوم الخامس ؟

## 2) كتابة صيغة الحد النوني لمتتابعة الهندسية:

اكتب صيغة الحد النوني لكل من المتتابعات الحسابية فيما يلي :

تحقق من فهمك

$$a_3 = 16 , r = 4 (2B)$$

تأكد

$$. 2 , 4 , 8 , \dots \dots (2)$$

تدرب وحل المسائل

$$a_1 = 2400 , r = \frac{1}{4} , n = 7 (13)$$

## 3) إيجاد الأوساط الهندسية:

تحقق من فهمك

$$(3) \text{ أوجد أربعة أوساط هندسية بين العددين } 0,5 , 512$$

أوجد الاوساط الهندسية في كل مما يأتي :

**تأكد**

$$(5) \quad 0.25, \_, \_, \_, 64$$

**تدرب وحل المسائل**

$$(21) \quad 10, \_, \_, \_, 810$$

**(3) إيجاد مجموع متسلسلة هندسية :**

**تحقق من فهمك**

(4) بكتيريا : ينمو أحد أنواع البكتيريا في وسط غذائي ، بحيث ينقسم إلى جزأين ثم إلى أربعة ، ثم إلى ثمانية وهكذا . إذا بدأ مجتمع هذا النوع من البكتيريا بعدد 10 ، فما مجموع البكتيريا فيه بعد 8 انقسامات ؟

**(4) المجموع باستعمال رمز المجموع :**

أوجد مجموع حدود كل من المتسلسلات الهندسية الآتية :

**تحقق من فهمك**

$$\sum_{k=4}^{12} \frac{1}{4} \cdot 3^{k-1} \quad (5A)$$

$$\cdot \sum_{k=1}^6 3 \cdot 4^{k-1} \quad (8)$$

## تدرب وحل المسائل

$$\cdot \sum_{k=1}^8 (-3) \cdot (-2)^{k-1} \quad (29)$$

5) إيجاد الحد الأول في المتسلسلة الهندسية:

تحقق من فهمك

5) اوجد  $a_1$  في المتسلسلة الهندسية التي فيها  $r = -3$  ,  $n = 8$  ,  $s_n = -26240$  .

أوجد قيمة  $a_1$  في كل مما يأتي :

**تأكد**

$$s_n = 1020 , a_n = 4 , r = \frac{1}{2} \quad (11)$$

**تدرب وحل المسائل**

$$s_n = 1330 , a_n = 486 , r = \frac{3}{2} \quad (32)$$



**مسائل مهارات التفكير العليا**

(42) **اكتب** : وضح كيف يمكنك تحديد ما إذا كانت المتسلسلة هندسية ، أم حسابية ، أم أنها لاحسابية ولاهندسية ، أم كليهما .

**تدريب على اختيار**

(43) إذا كان الحد الأول في متسلسلة هندسية 5 ، وأساسها 2 ، ومجموعها 1275 ، فما عدد حدودها ؟

8 (D)

7 (C)

6 (B)

5 (A)



## (6-4) المتسلسلات الهندسية اللانهائية

### 1 المتسلسلات المتقاربة والمتسلسلات المتباعدة

حدّد أي المتسلسلات الهندسية الآتية متقاربة ، وأيها متباعدة :

تحقق من فهمك

$.100 + 50 + 25 + \dots$ (1B)	$. 2 + 3 + 4.5 + \dots$ (1A)
-------------------------------	------------------------------

تدرب وحل المسائل

تأكد

$.21 + 63 + 189 + \dots$ (9)	$.16 - 8 + 4 - \dots$ (1)
------------------------------	---------------------------

### 2 مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية

أوجد مجموع حدود كل من المتسلسلات الهندسية الآتية إن وجد :

تحقق من فهمك

$.16 + 20 + 25 + \dots$ (2B)	$.4 - 2 + 1 - 0,5 + \dots$ (2A)
------------------------------	---------------------------------

تأكد

تدرب وحل المسائل

$$.32 + 40 + 50 + \dots \dots (16)$$

$$.440 + 220 + 110 + \dots \dots (3)$$

(3) رمز المجموع والمتسلسلة اللانهائية:

تحقق من فهمك

$$(3) \text{ أوجد قيمة: } \sum_{k=1}^{\infty} 12 \left(\frac{3}{4}\right)^{k-1}$$

أوجد قيمة كل مما يأتي إن وجدت :

تأكد

$$\sum_{k=1}^{\infty} 5 \cdot (4)^{k-1} (5)$$

## تدرب وحل المسائل

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{5}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^{k-1} \quad (19)$$

## تدريب على اختبار

(41) مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية التي حدها الأول 27 ، وأساسها  $\frac{2}{3}$  هو:

18 (D)

34 (C)

65 (B)

81 (A)

## 4 ( تحويل الكسر العشري الدوري إلى كسر اعتيادي:

### تحقق من فهمك

(4) اكتب الكسر العشري الدوري  $0.\overline{12}$  في صورة كسر اعتيادي .

اكتب كلا من الكسور العشرية الدورية الآتية في صورة كسر اعتيادي :

### تأكد

$0.\overline{642}$  (8)

$0.\overline{35}$  (7)

## تدرب وحل المسائل

$4.\overline{96}$  (8)

$0.\overline{321}$  (21)



## (5-6) نظرية ذات الحدين

1) استعمال مثلث باسكال:

تحقق من فهمك

بالعودة إلى فقرة لماذا ، إذا أراد مدير معمل التحاليل الطبية أن يستأجر 8 متخصصين ، فما احتمالات أن يختار 6 متخصصين من المنطقة الأولى واثنين من المنطقة الثانية ؟

2) استعمال نظرية ذات الحدين:

أوجد مفكوك كل مما يأتي :

تحقق من فهمك

$$(2) (x + y)^{10}$$

تأكد

$$(2) (x + 3)^5$$

تدرب وحل المسائل

$$(8) (c - d)^7$$

3) استعمال نظرية ذات الحدين عندما يختلف المعاملان عن 1:

أوجد مفكوك كل مما يأتي :

تحقق من فهمك

$$3(3x - 2y)^5$$

تأكد

$$3(y - 4z)^4$$

4) إيجاد قيمة حد معين:

أوجد قيمة الحد المطلوب في مفكوك كل مما يأتي :

تحقق من فهمك

$$4) \text{ الحد السادس في مفكوك } (c + d)^{10}$$

تأكد

$$5) \text{ الحد السادس في مفكوك } (2c - 3d)^8$$

$$6) \text{ الحد الأخير في مفكوك } (5x + y)^5$$

$$7) \text{ الحد الأول في مفكوك } (3a + 8y)^5$$

## تدرب وحل المسائل

15 ( الحد الرابع في مفكوك  $(c + 6)^8$ ).

## تدرب وحل المسائل

18 ( كرة سلة : إذا كان احتمال النجاح في رمي كرة السلة لأحد اللاعبين يساوي احتمال الفشل عند رميها من مسافة محددة، فأوجد احتمال أن ينجح هذا اللاعب في إصابة الهدف في 11 مرة من بين 12 محاولة .

19 ( كرة قدم : إذا كان احتمال أن يسجل خالد هدفا من ضربة جزاء هو 70% ، فأوجد احتمال أن يسجل 9 أهداف من 10 ضربات.



## مسائل مهارات التفكير العليا

21 ( تبرير : وضح كيف تتشابه الحدود في مفكوك كل من  $(x + y)^n$  و  $(x - y)^n$  ، وكيف تختلف.



## (6-6) البرهان باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي

### 1 ( برهان المجموع:

برهن صحة كل من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها:

تحقق من فهمك

$$(1) \text{ برهن أن: } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

### تدرب وحل المسائل

$$(10) \quad 1 + 2 + 4 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$$

## 2) برهان قابلية القسمة :

برهن صحة كل من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها :

تحقق من فهمك

(2) برهن أن  $7^n - 1$  يقبل القسمة على 6 لكل عدد طبيعي  $n$ .

تأكد

(5)  $4^n - 1$  يقبل القسمة على 3.

تدرب وحل المسائل

(13)  $9^n - 1$  يقبل القسمة على 8.

### 3) استعمال المثال المضاد لإثبات خطأ جملة رياضية:

أعط مثالا مضادا يبين خطأ كل من الجمل الآتية ، حيث أن  $n$  عدد طبيعي .

تحقق من فهمك

(3)

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(3n-1)}{2}$$

تأكد

(6)  $3^n + 1$  يقبل القسمة على 4.

تدرب وحل المسائل

(13)  $9^n - 1$  يقبل القسمة على 8.

$$1 + 8 + 27 + \dots + n^3 = (2n+2)^2 \quad (15)$$

تدريب على اختيار

(29) أي الأعداد الآتية يعد مثالا مضادا لإثبات خطأ الجملة:  $n^2 + n - 11$  عدد أولي؟

$n = 6$  (D)

$n = 5$  (C)

$n = 4$  (B)

$n = -6$  (A)



# المراجع

• دليل المعلم- رياضيات 2-2

• كتاب الطالب – رياضيات 2-2

$$x^2 + (y - \sqrt[3]{x^2})^2 = 1$$