

الفصل الثالث رياضيات ١ - ٢

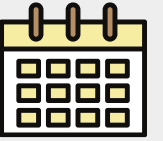
العام الدراسي ١٤٤٣هـ

إعداد: أ/ محمد العزيز الشريف

3-7

المثلثات والبرهان الإحداثي

أكبر أسرار التفوق
هو البداية
الصحيحة والقويّة
بتنظيم الوقت
والاستذكار



التاريخ:

اليوم:

المادة:

نعود بحذر

الالتزام بارتداء الكمامة

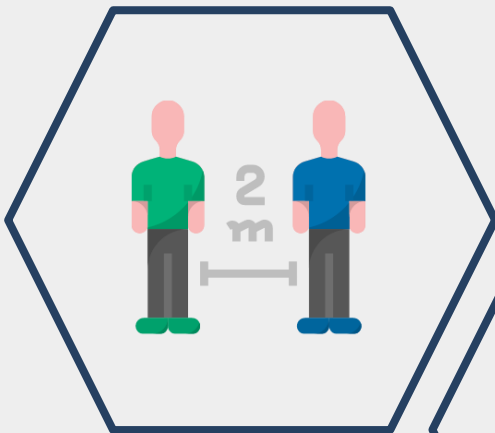


عدم المصافحة

غسل اليدين

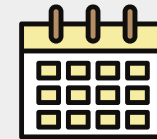


التباعد الاجتماعي

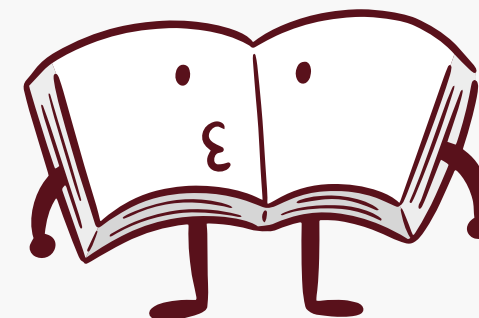
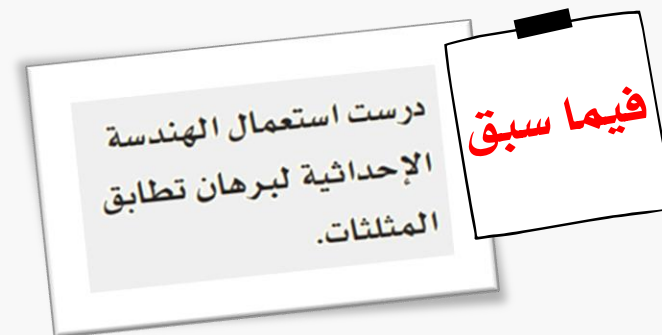




رابط الدرس الرقمي



المثلثات والبرهان الإحداثي



المثلثات والبرهان الإحداثي



نظام تحديد الموقع العالمي (GPS) يستقبل البث من الأقمار الاصطناعية، والتي يمكن بواسطتها تحديد موقع السيارة. ويمكن الاستفادة من هذه المعلومات بالإضافة إلى برمجيات أخرى لتوجيه حركة السيارة.

لماذا؟ Q

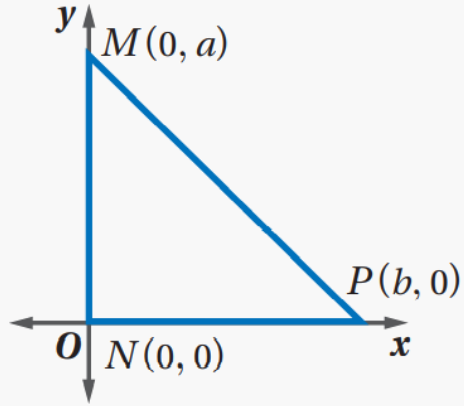


المثلثات والبرهان الإحداثي

موقع المثلث وتسميته : كما هو الحال في نظام تحديد الموقع العالمي، فإن معرفة إحداثيات رؤوس شكل ما في مستوى إحداثي، يمكّنك من اكتشاف خصائصه والتوصل إلى استنتاجات خاصة به. ويستعمل **البرهان الإحداثي** الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية. فالخطوة الأولى في البرهان الإحداثي هي تمثيل الشكل في المستوى الإحداثي.

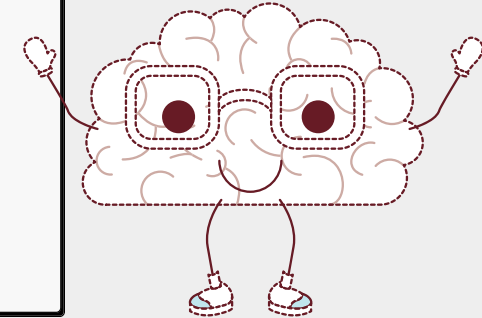
تحديد موقع المثلث وتسميته

مثال ١



ارسم المثلث القائم MNP في المستوى الإحداثي، وسم رؤوسه على أن يكون طول $\overline{MN}$ يساوي a وحدة، وطول $\overline{NP}$ يساوي b وحدة.

- يُحدّد طول الضلع الذي يقع على أحد المحاورين بسهولة؛ لذا من الأفضل وضع ضلعي القائمة على المحاورين x, y .
- اجعل زاوية المثلث القائمة $\angle N$ على نقطة الأصل، فيكون ضلعا القائمة على المحاورين هما x, y .
- ارسم المثلث في الربع الأول.
- ارسم M على المحور y ، وبما أن طول $\overline{MN}$ يساوي a وحدة، فإن إحداثيها x يساوي صفراً، وإحداثيها y يساوي a .
- ارسم P على المحور x ، وبما أن طول $\overline{NP}$ يساوي b وحدة، فإن إحداثيها y يساوي صفراً، وإحداثيها x يساوي b .



تحديد موقع المثلث وتسميته

1) ارسم المثلث JKL المتطابق الضلعين في المستوى الإحداثي وسم رؤوسه، على أن يكون طول قاعدته $\overline{JL}$ يساوي a وحدة، ويكون ارتفاعه b وحدة، والرأس K يقع على المحور y .

تحقق
من
فهمك

إرشادات للدراسة

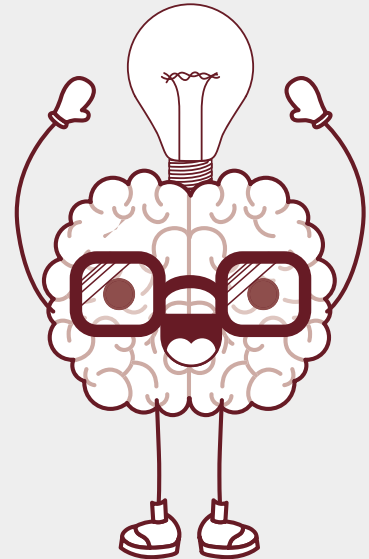
الارتفاع على القاعدة
في المثلث المتطابق
الضلعين ينصف
القاعدة.



رسم المثلثات في المستوى الإحداثي

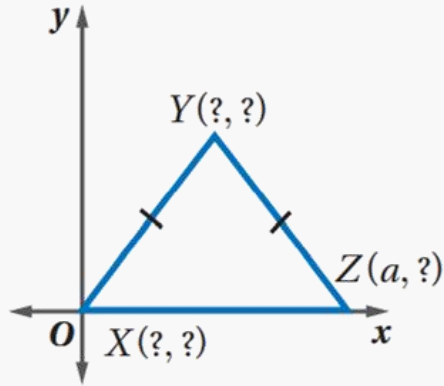
مفهوم أساسي

- الخطوة 1:** اجعل نقطة الأصل رأسًا للمثلث.
- الخطوة 2:** ارسم ضلعًا واحدًا على الأقل من أضلاع المثلث على أحد المحورين.
- الخطوة 3:** ارسم المثلث في الربع الأول إن أمكن.
- الخطوة 4:** استعمل الإحداثيات التي تجعل الحسابات أبسط ما يمكن.



إيجاد الإحداثيات المجهولة

مثال ٢



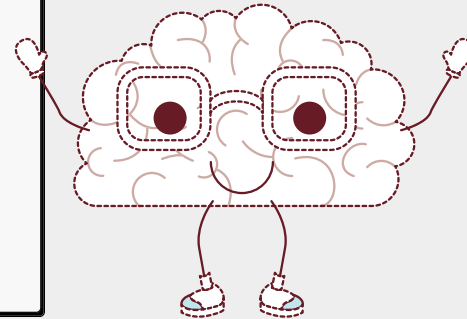
أوجد الإحداثيات المجهولة في المثلث XYZ المتطابق الضلعين.

بما أن الرأس X يقع عند نقطة الأصل، فإن إحداثياته هي $(0, 0)$ ، ولأن الرأس Z يقع على المحور x ، فإن الإحداثي y له يساوي صفرًا، فتكون إحداثيات الرأس Z هي $(a, 0)$ ، وبما أن $\triangle XYZ$ متطابق الضلعين، فإن الإحداثي x للنقطة Y يقع في منتصف المسافة بين 0 و a ، ويكون $\frac{a}{2}$ ، أما الإحداثي y للنقطة Y فلا يمكننا إيجاده بدلالة a ، وإذا افترضناه b ، فتكون إحداثيات النقطة Y هي $(\frac{a}{2}, b)$.

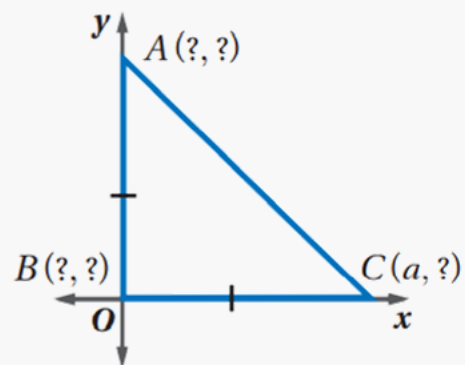
إرشادات للدراسة

الزاوية القائمة

تقاطع المحور x مع المحور y يشكل زاوية قائمة؛ ولذا يُعد هذا التقاطع المكان المناسب لموقع الزاوية القائمة.



إيجاد الإحداثيات المجهولة



(2) أوجد الإحداثيات المجهولة في المثلث $\triangle ABC$
المتطابق الضلعين والقائم الزاوية.

تحقق

من

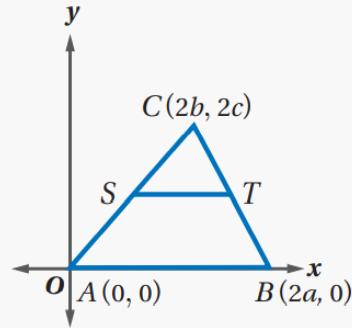
فهمك



كتابة البرهان الإحداثي

مثال ٣

كتابة البرهان الإحداثي بعد رسم المثلث في المستوى الإحداثي، وتحديد إحداثيات رؤوسه، يمكنك استعمال البرهان الإحداثي؛ للتحقق من بعض الخصائص وبرهنة بعض النظريات.



اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أن القطعة المستقيمة التي تصل بين منتصفَي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث.

اجعل أحد رؤوس المثلث عند نقطة الأصل وسمِّه A ، واستعمل إحداثيات من مضاعفات 2؛ لأن قانون نقطة المنتصف يتضمن قسمة مجموع الإحداثيين على 2

المعطيات: $\triangle ABC$ ، فيه:

S نقطة منتصف $\overline{AC}$ ،

T نقطة منتصف $\overline{BC}$.

المطلوب: إثبات أن $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$.

البرهان:

باستعمال قانون نقطة المنتصف، فإن إحداثيات S هي: $(\frac{2b+0}{2}, \frac{2c+0}{2}) = (b, c)$

وكذلك إحداثيات T هي: $(\frac{2a+2b}{2}, \frac{0+2c}{2}) = (a+b, c)$

وبتطبيق قانون الميل، فإن ميل $\overline{ST}$ هو: $\frac{c-c}{a+b-b} = 0$

وميل $\overline{AB}$ هو: $\frac{0-0}{2a-0} = 0$

وبما أن ميل $\overline{ST}$ يساوي ميل $\overline{AB}$ ، فإن $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$.

إرشادات للدراسة

البرهان الإحداثي

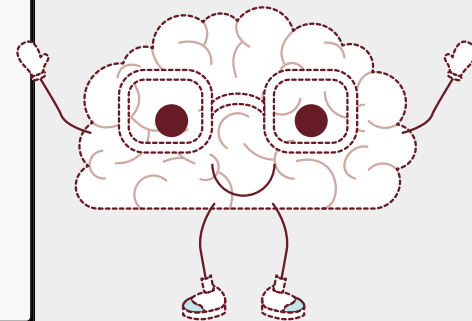
تنطبق الإرشادات

والطرائق المستعملة

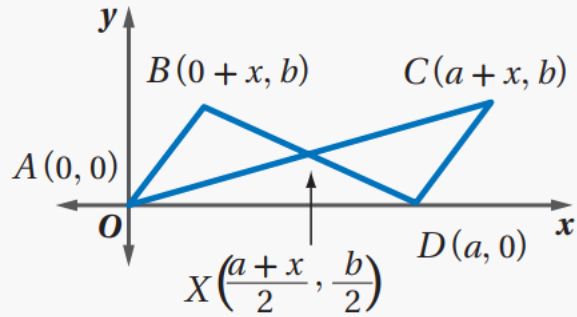
في هذا الدرس على كل

المضلع، ولا تقتصر

على المثلثات.



كتابة البرهان الإحداثي



(3) اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أن:
 $\triangle ABX \cong \triangle CDX$

تحقق
من
فهمك

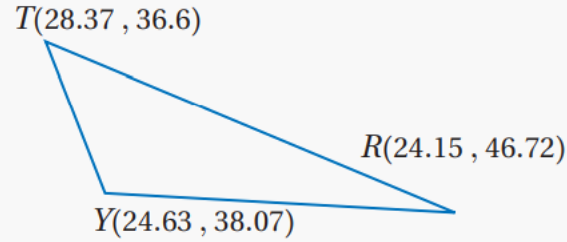


تصنيف المثلثات

مثال ٤

جغرافيا: إذا علمت أن الإحداثيات التقريبية لكل من الرياض وينبع وتبوك هي:
الرياض $24.15^{\circ}\text{N } 46.72^{\circ}\text{E}$ ، ينبع $24.63^{\circ}\text{N } 38.07^{\circ}\text{E}$ ، تبوك $28.37^{\circ}\text{N } 36.6^{\circ}\text{E}$.

فاكتب برهاناً إحدائياً يبين أن المثلث الذي رؤوسه هذه المدن الثلاث مختلف الأضلاع.



إرشاد: يمكن التعبير عن إحداثي الرياض $24.15^{\circ}\text{N } 46.72^{\circ}\text{E}$ بالزوج المرتب (24.15, 46.72) وكذلك بقية المدن.

الخطوة الأولى هي رسم شكل تقريبي لهذا المثلث، وتعيين المواقع الثلاثة وإحداثياتها على الرسم، ولتكن R تمثل الرياض، و Y تمثل ينبع، و T تمثل تبوك.

$$RY = \sqrt{(24.15 - 24.63)^2 + (46.72 - 38.07)^2} \approx 8.66$$

$$RT = \sqrt{(28.37 - 24.15)^2 + (36.6 - 46.72)^2} \approx 10.96$$

$$YT = \sqrt{(24.63 - 28.37)^2 + (38.07 - 36.6)^2} \approx 4.02$$

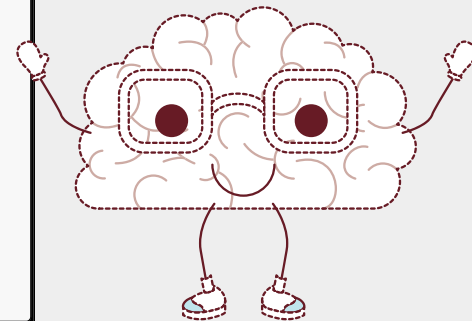
إذا لم يتطابق أي ضلعين في $\triangle RYT$ ، فسيكون مختلف الأضلاع. استعمل قانون المسافة بين نقطتين والآلة الحاسبة لإيجاد أطوال أضلاع المثلث.

وبما أن أطوال أضلاع المثلث مختلفة، إذن فهو مثلث مختلف الأضلاع؛ أي أن المثلث الذي رؤوسه هي الرياض وينبع وتبوك مختلف الأضلاع.



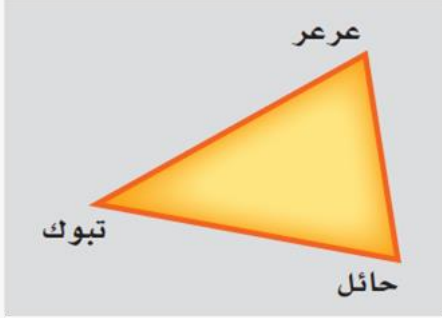
الربط مع الحياة

يقع مثلث برمودا المبهين في الخريطة في المحيط الأطلسي، وهو على شكل مثلث مختلف الأضلاع. وتقدر مساحته الحقيقية بـ 482344 ميلاً مربعاً.



تصنيف المثلثات

تحقق
من
فهمك



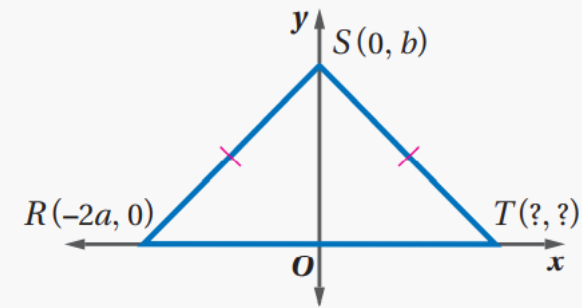
(4) **جغرافيا:** يضم مجمّع كشفيّ ثلاث فرق من ثلاث مدن تمثل مثلثاً. إذا كانت الإحداثيات التقريبية لمواقع هذه المدن الثلاث هي: تبوك $28.37^{\circ}\text{N}36.6^{\circ}\text{E}$ ، عرعر $30.9^{\circ}\text{N}41.13^{\circ}\text{E}$ ، حائل $27.43^{\circ}\text{N}41.68^{\circ}\text{E}$ ، فاكتب برهاناً إحدائياً لإثبات أن المثلث الذي رؤوسه هذه المدن الثلاث متطابق الضلعين تقريباً.



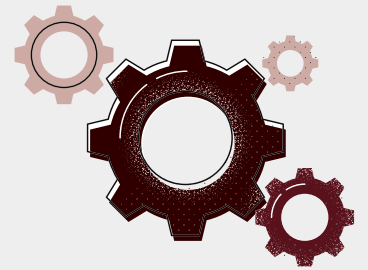
المثلثات والبرهان الإحداثي

أوجد الإحداثيات المجهولة

(3)

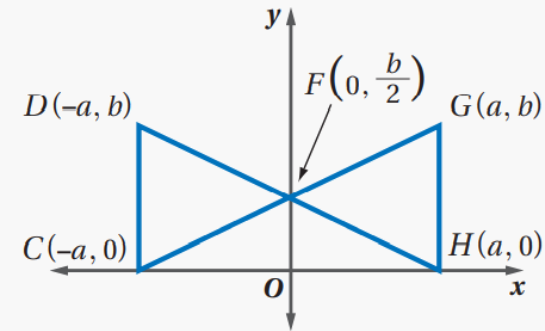


تأكد

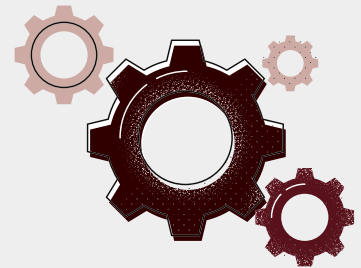


المثلثات والبرهان الإحداثي

5) اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أن $\triangle FGH \cong \triangle FDC$.



تأكد

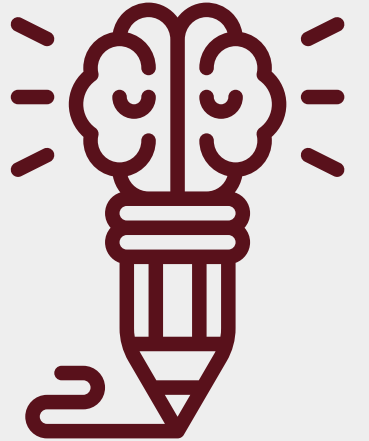


المثلثات والبرهان الإحداثي

برهان: اكتب برهاناً إحداثياً لكل عبارة من العبارات الآتية:

(12) القطع المستقيمة الثلاث الواصلة بين نقاط منتصفات أضلاع مثلث متطابق الضلعين تشكّل مثلثاً متطابق الضلعين أيضاً.

تدرب
وحل



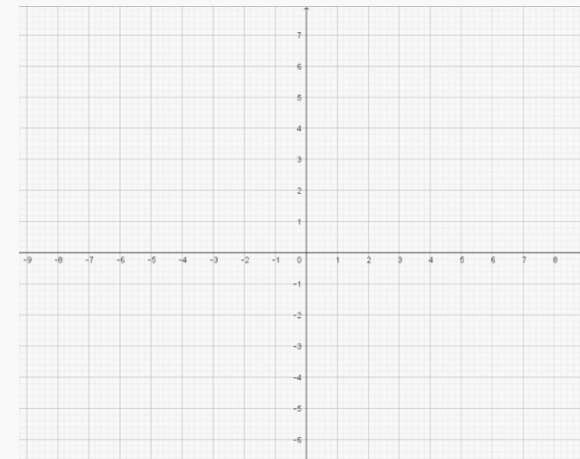
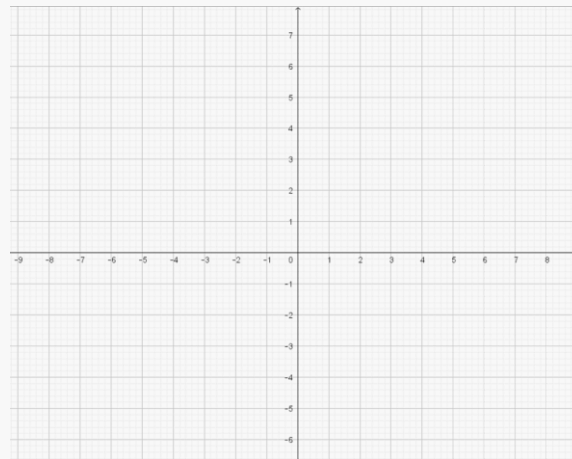
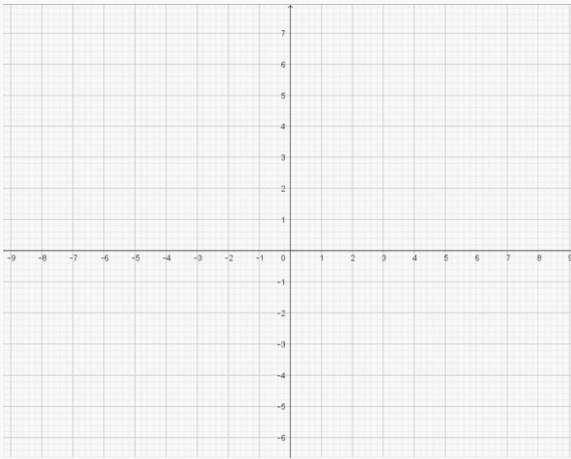
المثلثات والبرهان الإحداثي

تحد: إذا كانت إحداثيات النقطة J هي $(0, 0)$ ، والنقطة K هي $(2a, 2b)$ ، فأوجد إحداثيات النقطة L ، على أن يكون $\triangle JKL$ من النوع المحدّد في كلّ من الأسئلة الثلاثة الآتية:

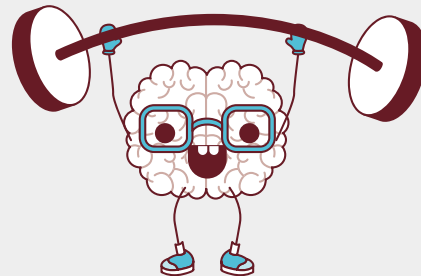
(21) مثلث متطابق الضلعين

(20) مثلث قائم الزاوية

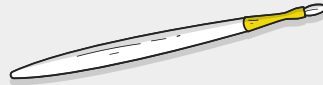
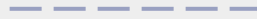
(19) مثلث مختلف الأضلاع



مهارات
التفكير
العليا



تم بحمد الله



مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

حساباتي على السوشيال ميديا

