مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل الرابع
رياضيات ١-٢

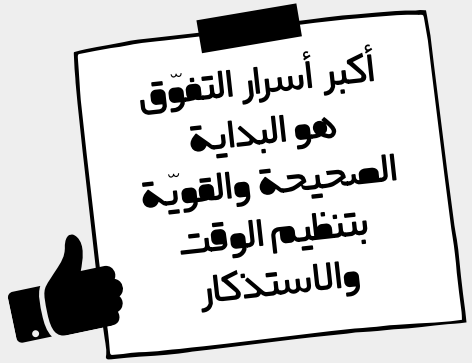
العام الدراسي ١٤٤٣هـ

إعداد: أ/عبدالعزيز الشريف

DES: ABDULAZIZ ALSHARIF
A_Shark_s

4-6

المتباينات في مثلث



التاريخ:

اليوم:

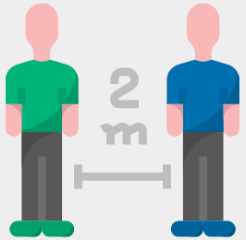
المادة:

نعود بحذر

الالتزام بارتداء الكمامة

عدم المصافحة

غسل اليدين



التباعد الاجتماعي

DES: ABDULAZIZ ALSHARIF

A_Shark_s

المتباينات في مثلثين

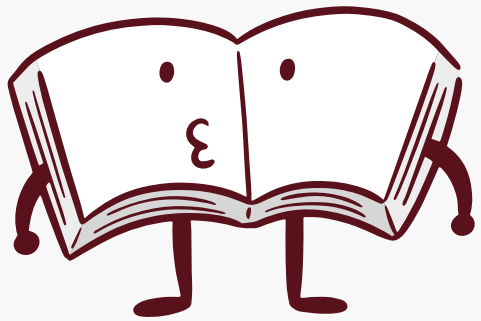
رابط الدرس الرقمي

فيما سبق

درستَ المتباينات في المثلث الواحد.

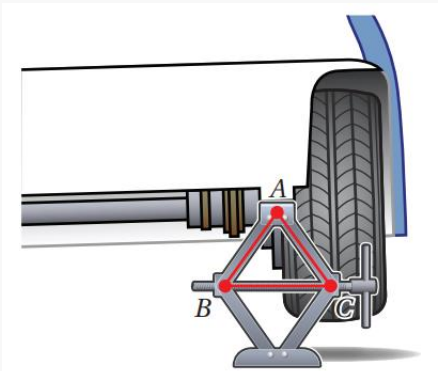
و الآن

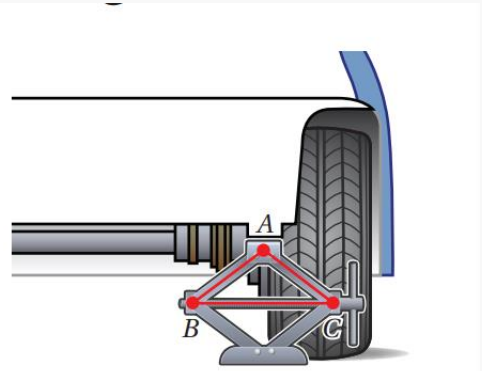
- أطبق متباينة SAS أو عكسها؛ لإجراء مقارنات بين عناصر مثلثين.
- أثبت صحة العلاقات باستعمال متباينة SAS أو عكسها.

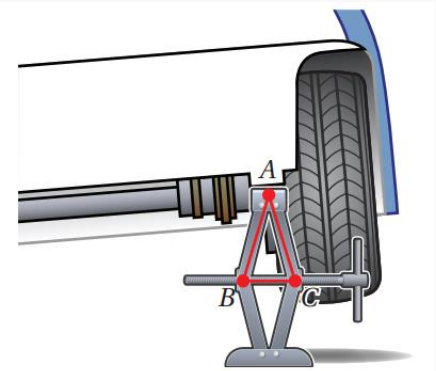


المتباينات في مثلثين

لماذا؟





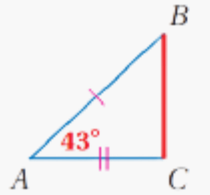


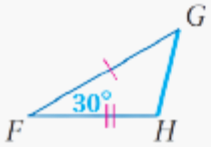
تُستعمل الرافعة عند تغيير إطارات السيارات، والرافعة المبيّنة أدناه واحدة من الرافعات البسيطة التي ما زالت تُستعمل حتى يومنا هذا. لاحظ أنّه عندما تُنزَّلُ الرافعة فإنّ ساقَي $\triangle ABC$ يظلّان متطابقين، في حين تزداد الزاوية A اتّساعًا ويزداد طول الضلع $\overline{BC}$ المقابل لِـ $\angle A$

المتباينات في مثلثين

نظريتان

متباينة ضلعين والزاوية المحصورة بينهما (SAS): الملاحظة في المثال أعلاه صحيحة لأي نوعٍ من المثلثات وتوضّح النظريتين الآتيتين:

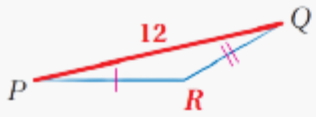


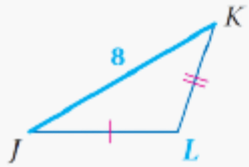


4.13 متباينة SAS

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإنّ الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

مثال: إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\overline{AC} \cong \overline{FH}$, $m\angle A > m\angle F$ ،
فإنّ $BC > GH$.

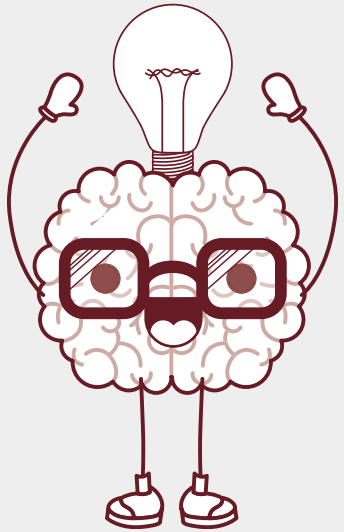




4.14 عكس متباينة SAS (SSS)

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإنّ قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول يكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

مثال: إذا كان: $PQ > JK$, $\overline{QR} \cong \overline{KL}$, $\overline{PR} \cong \overline{JL}$ ،
فإن $m\angle R > m\angle L$.

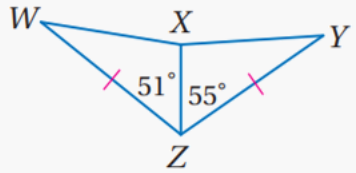


استعمال متباينة SAS وعكسها

مثال ١

قارن بين القياسين المحددين في كلٍّ من السؤالين الآتيين :

(a WX, XY

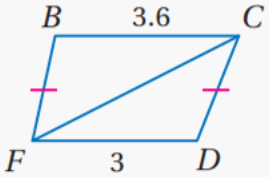


في المثلثين WXZ, YXZ ،

$m\angle YZX > m\angle WZX$ ، $\overline{WZ} \cong \overline{YZ}, \overline{XZ} \cong \overline{XZ}$

وبحسب متباينة SAS فإن $WX < XY$

(b $m\angle FCD, m\angle BFC$

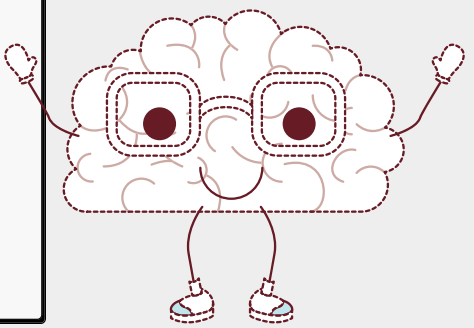


في المثلثين BCF, DFC ،

$\overline{BF} \cong \overline{DC}, \overline{FC} \cong \overline{CF}, BC > FD$ ،

وبحسب عكس متباينة SAS فإن

$m\angle BFC > m\angle DCF$

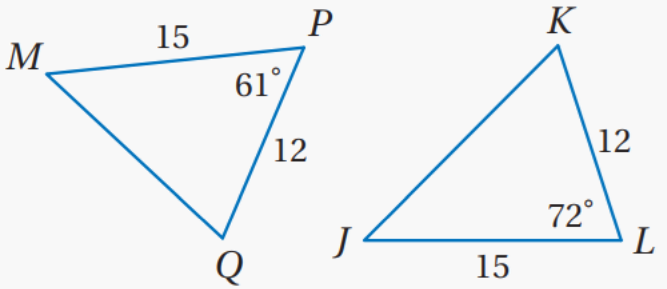


استعمال متباينة SAS وعكسها

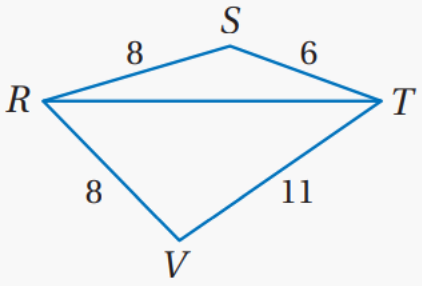
تحقق من فهمك

قارن بين القياسات المعطاة في كلٍّ من السؤالين الآتيين :

(1A JK , MQ



(1B $m\angle SRT$, $m\angle VRT$

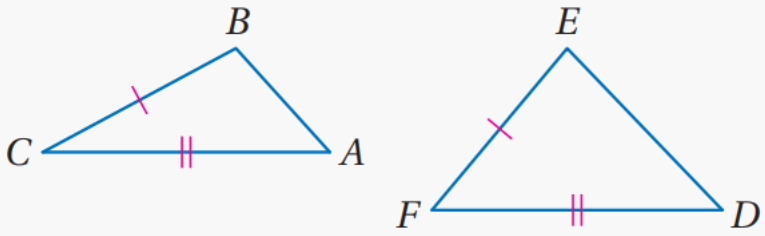


متباينة SAS

برهان

المعطيات: في المثلثين ABC, DEF ،
$\overline{AC} \cong \overline{DF}, \overline{BC} \cong \overline{EF}, m\angle F > m\angle C$

المطلوب: $DE > AB$

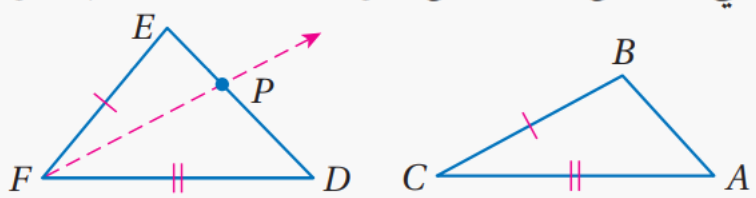


البرهان:

تعلم أنّ: $\overline{EF} \cong \overline{BC}, \overline{AC} \cong \overline{DF}$ ، وتعلم أيضًا أن: $m\angle F > m\angle C$.

ارسم نصف المستقيم FP،على أن يكون $m\angle DFP = m\angle C, \overline{PF} \cong \overline{BC}$ ، وهذا سيقودنا إلى حالتين هما :

الحالة 1 P تقع على $\overline{DE}$، وعندها يكون $\triangle FPD \cong \triangle CBA$ بحسب SAS، لذا يكون $PD = BA$ ؛ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة، وبحسب تعريف تطابق القطع المستقيمة،

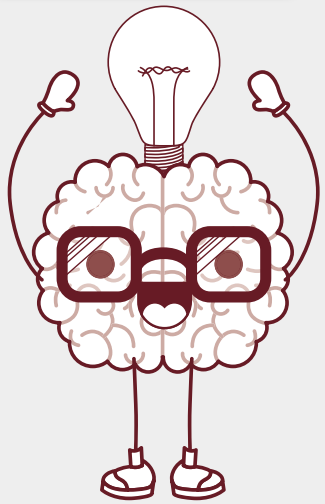


ومسلمة جمع قياسات القطع المستقيمة يكون $DE = EP + PD$ ؛ لذا يكون $DE > PD$ بناءً على تعريف المتباينة، وبالتعويض يكون $DE > AB$

إرشادات للدراسة

متباينتا SSS, SAS

تُعرف المتباينة SAS باسم متباينة الرافعة، وعكسها يُعرف بالمتباينة SSS.

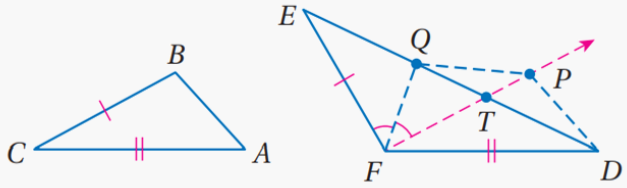


متباينة SAS

برهان

الحالة 2 P لا تقع على $\overline{DE}$

وعندئذٍ سمِّ نقطة تقاطع $\overline{ED}$, $\overline{FP}$ بالحرف T، وارسم القطعة المستقيمة المساعدة $\overline{FQ}$ على أن تكون Q على $\overline{DE}$ ، وتكون $\angle EFQ \cong \angle QFP$ ، ثم ارسم القطعتين المستقيمتين المساعدتين $\overline{PQ}$, $\overline{PD}$.



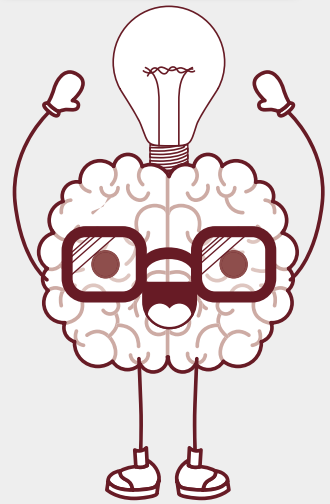
$\overline{FP} \cong \overline{BC}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$	معطى
$\overline{FP} \cong \overline{EF}$	خاصية التعدّي للتطابق
$\overline{QF} \cong \overline{QF}$	خاصية الانعكاس للتطابق
$\angle EFQ \cong \angle QFP$	شرط تحديد النقطة Q
$\triangle EFQ \cong \triangle PFQ$	مسلّمة SAS
$\overline{EQ} \cong \overline{PQ}$	تطابق العناصر المتناظرة
$EQ = PQ$	تعريف التطابق
$m\angle DFP = m\angle C$	شرط تحديد النقطة

$\triangle FPD \cong \triangle CBA$	مسلّمة SAS
$\overline{PD} \cong \overline{BA}$	تطابق العناصر المتناظرة
$PD = BA$	تعريف التطابق
$QD + PQ > PD$	متباينة المثلث
$QD + EQ > PD$	بالتعويض
$ED = QD + EQ$	مسلّمة جمع أطوال القطع المستقيمة
$ED > PD$	بالتعويض
$ED > BA$	بالتعويض

إرشادات للدراسة

متباينتا SSS, SAS

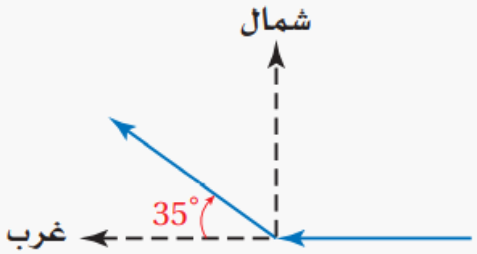
تُعرف المتباينة SAS باسم متباينة الرافعة، وعكسها يُعرف بالمتباينة SSS.



استعمال متباينة SAS

مثال ٢

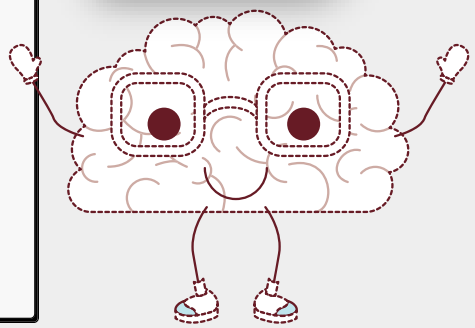
التزلّج على الجليد: في إحدى صالات التزلّج، انطلق اثنان من المتزلّجين على الجليد من المكان نفسه، فقطع المتزلج A مسافة 17.5 m في اتجاه الغرب، ثم انحرف °35 في اتجاه الشمال الغربي قاطعًا 15 m ، بينما قطع المتزلّج B مسافة 17.5 m في اتجاه الشرق، ثم انحرف °40 في اتجاه الشمال الشرقي قاطعًا 15 m ، أيُّهما كان الأبعد عن مكان الانطلاق عند هذه اللحظة؟ وضّح إجابتك.



افهم:

المعطيات: قطع المتزلج A مسافة 17.5 m في اتجاه الغرب، ثم انحرف °35 في اتجاه الشمال الغربي قاطعًا 15 m، والمتزلج B قطع مسافة 17.5 m في اتجاه الشرق، ثم انحرف °40 في اتجاه الشمال الشرقي قاطعًا 15 m.

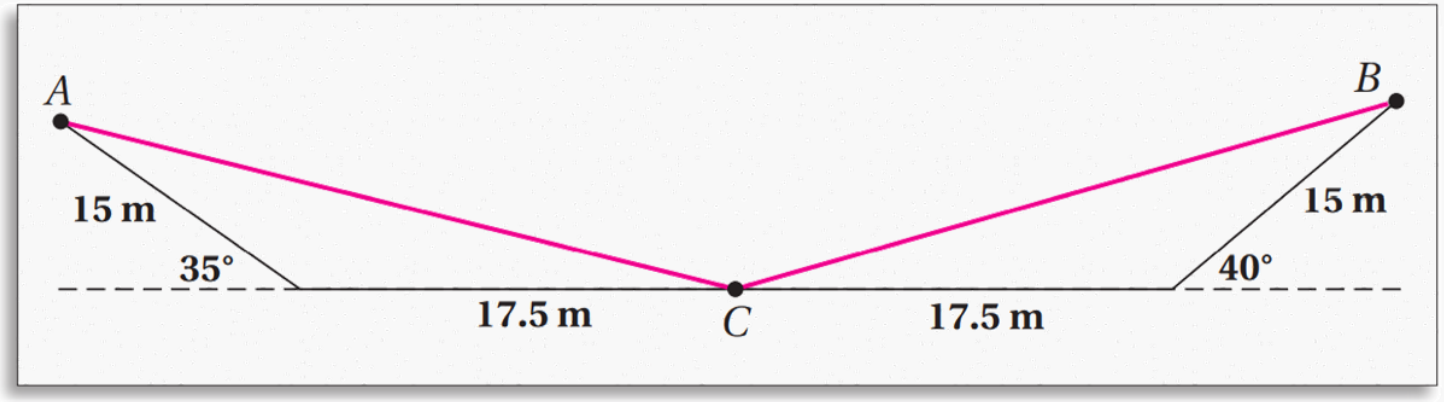
المطلوب: أيُّهما كان أبعد عن مكان الانطلاق.



استعمال متباينة SAS

مثال ٢

خطط: ارسم شكلًا لهذا الوضع.



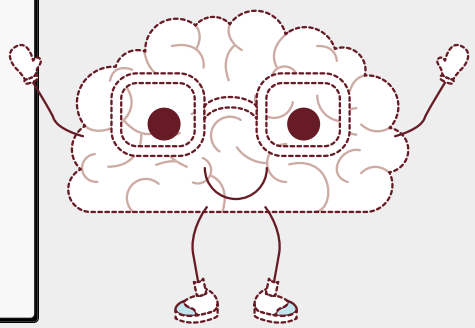
المسار الذي اتّبعه كل متزلج وبعده عن مكان الانطلاق يشكّل مثلثًا؛ إذ قطع كلُّ متزلجٍ 17.5 m، ثم انحرف وقطع 15 m أخرى.

استعمل أزواج الزوايا المستقيمة لإيجاد قياس الزاويتين المحصورتين، ثم طبّق متباينة SAS؛ لتقارن بين بُعدي المتزلِّجين عن مكان الانطلاق.

إرشادات لحل

رسم شكل توضيحي

ارسم شكلًا لمساعدتك على فهم المسألة اللفظية وتوضيحها بصورة صحيحة.



استعمال متباينة SAS

مثال ٢

حل: قياس الزاوية المحصورة لمسار المتزلج A يساوي $180^\circ - 35^\circ$ أو 145° ، وقياس الزاوية المحصورة لمسار المتزلج B يساوي $180^\circ - 40^\circ$ أو 140°

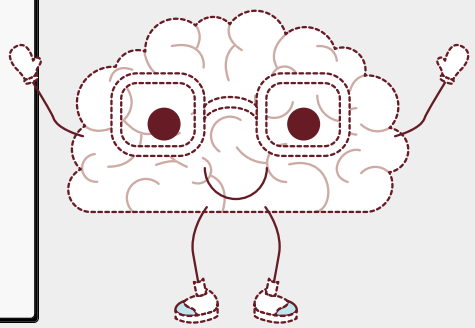
بما أنّ $145^\circ > 140^\circ$ ، إذن $AC > BC$ بحسب متباينة SAS؛ لذا فالمتزلج A أبعد عن مكان الانطلاق من المتزلج B .

تحقق: المتزلج B انحرف 5° أكثر مما فعل المتزلج A في اتجاه مكان الانطلاق؛ لذا سيكون المتزلج B أقرب إلى مكان الانطلاق من المتزلج A . ✔

إرشادات لحل

رسم شكل توضيحي

ارسم شكلًا لمساعدتك على فهم المسألة اللفظية وتوضيحها بصورة صحيحة.



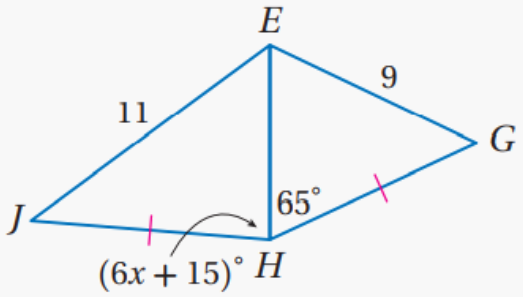
استعمال متباينة SAS

تحقق من فهمك

2) **التزلج على الجليد:** انطلقت مجموعتان من المتزلجين من المكان نفسه، فقطعت المجموعة A مسافة 4 mi في اتجاه الشرق، ثم انحرفت °70 في اتجاه الشمال الشرقي قاطعةً مسافة 3 mi، وقطعت المجموعة B مسافة 4 mi في اتجاه الغرب، ثم انحرفت °75 في اتجاه الشمال الغربي قاطعةً 3 mi، أي مجموعة كانت الأبعد عن مكان الانطلاق عند هذه اللحظة؟ وضح إجابتك.

استعمال الجبر في العلاقات بين مثلثين

مثال ٣



جبر: أوجد متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لِـ x.

الخطوة 1: من الشكل نعلم أن:

$$JE > EG \,,\ \overline{EH} \cong \overline{EH} \,,\ \overline{JH} \cong \overline{GH}$$

إذن، $m\angle JHE > m\angle EHG$ عكس متباينة SAS

$6x + 15 > 65$ عوّض

$x > 8\frac{1}{3}$ حُل بالنسبة لِـ x

الخطوة 2: استعمل حقيقة أن قياس أيّ زاوية في المثلث أقل من 180 لكتابة متباينة أخرى.

$m\angle JHE < 180^\circ$

$6x + 15 < 180$ عوّض

$x < 27.5$ حُل بالنسبة لِـ x

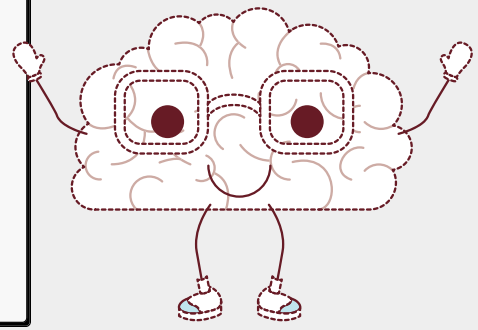
الخطوة 3: اكتب المتباينتين $x < 27.5$, $x > 8\frac{1}{3}$ في صورةِ متباينةٍ مركّبةٍ بالشكل $8\frac{1}{3} < x < 27.5$

إرشادات للدراسة

استعمال حقائق إضافية

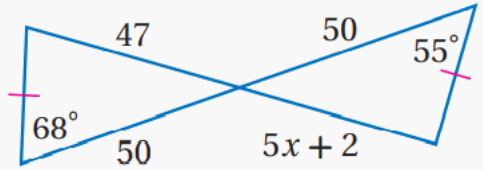
عند إيجاد مدى القيم الممكنة للمتغير x، قد تحتاج إلى استعمال إحدى الحقائق الآتية:

- قياس أي زاوية في المثلث يكون أكبر من 0 وأقل من 180 دائمًا.
- طول أي قطعة مستقيمة يكون أكبر من 0 دائمًا.



استعمال الجبر في العلاقات بين مثلثين

تحقق من فهمك



3) أوجد متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لِـ x .

إثبات علاقات المثلث باستعمال متباينة SAS

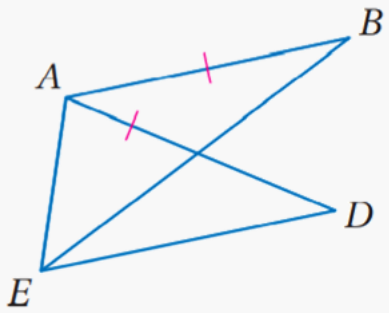
مثال ٤

إثبات العلاقات في مثلثين: يمكنك استعمال متباينة SAS وعكسها لإثبات صحّة العلاقات في مثلثين.

اكتب برهانًا ذا عمودين.

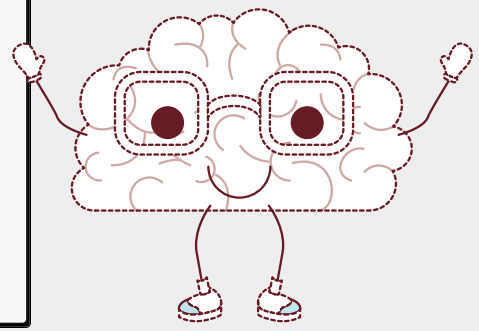
المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{AD}$

المطلوب: $EB > ED$



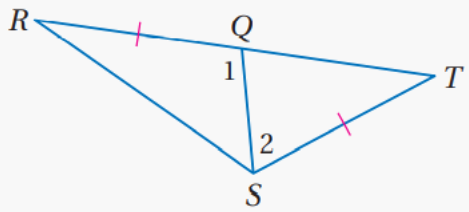
البرهان:

العبارات	المبررات
(1) $\overline{AB} \cong \overline{AD}$	(1) معطى
(2) $\overline{AE} \cong \overline{AE}$	(2) خاصية الانعكاس
(3) $m\angle EAB = m\angle EAD + m\angle DAB$	(3) مسلّمة جمع قياسات الزوايا
(4) $m\angle EAB > m\angle EAD$	(4) تعريف المتباينة
(5) $EB > ED$	(5) متباينة SAS



إثبات علاقات المثلث باستعمال متباينة SAS

تحقق من فهمك



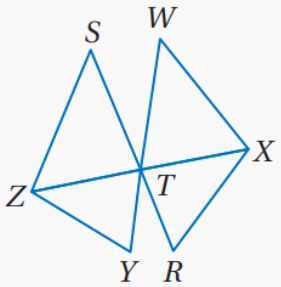
4) اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$

المطلوب: $RS > TQ$

إثبات علاقات باستعمال عكس متباينة SAS

مثال ٥



اكتب برهانًا تسلسليًّا.

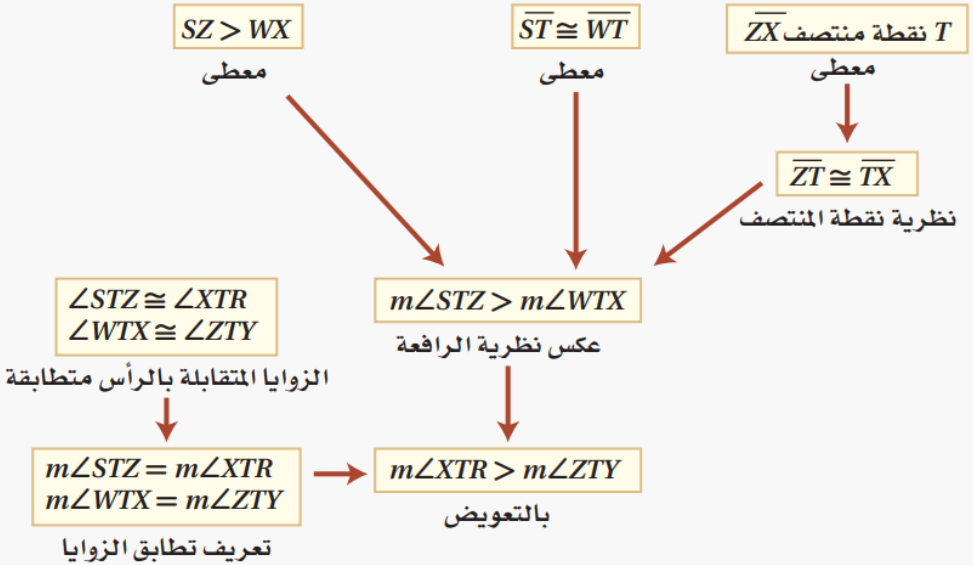
المعطيات: T نقطة منتصف $\overline{ZX}$.

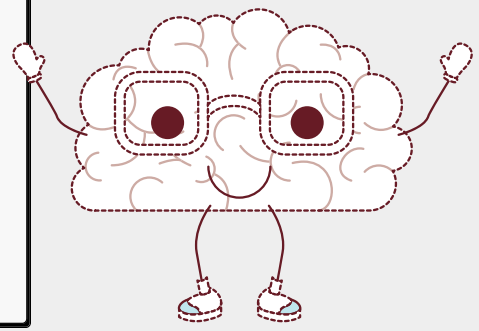
$\overline{ST} \cong \overline{WT}$

$SZ > WX$

المطلوب: $m\angle XTR > m\angle ZTY$

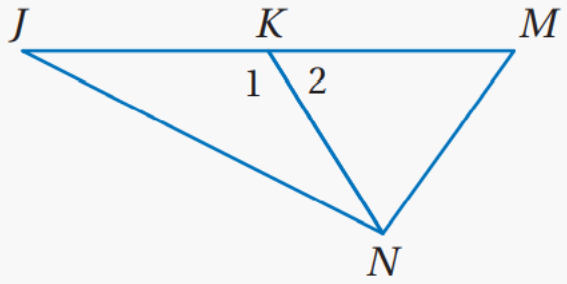
البرهان التسلسلي:





إثبات علاقات باستعمال عكس متباينة SAS

تحقق من فهمك



5) اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{NK}$ قطعة متوسطة في $\triangle JMN$.

$JN > NM$

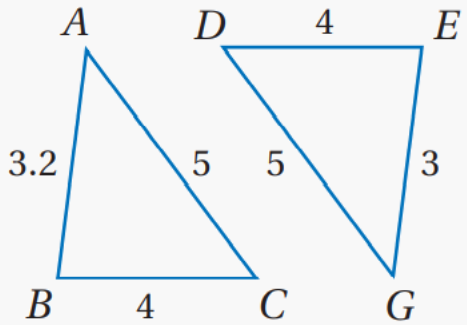
المطلوب: $m\angle 1 > m\angle 2$

المتباينات في مثلثين

تأكد

قارن بين القياسين المحددين

1) $m\angle ACB, m\angle GDE$



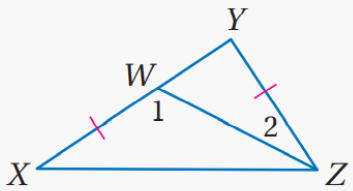
المتباينات في مثلثين

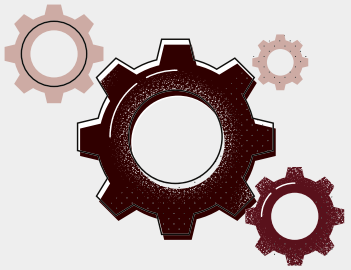
تأكد

برهان اكتب برهانًا ذا عمودين

6) **المعطيات:** $\triangle YZX$
$\overline{YZ} \cong \overline{XW}$

المطلوب: $ZX > YW$

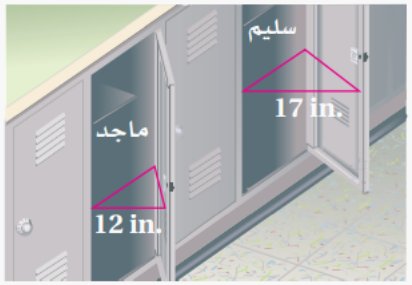


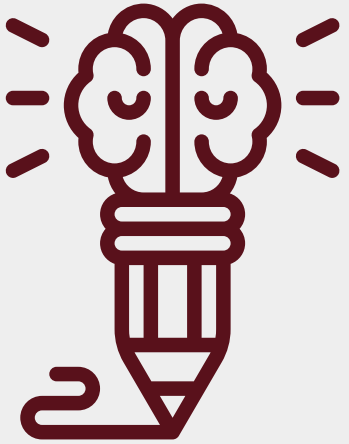


المتباينات في مثلثين

تدرب
وحل

14) **خزائن:** خزانَتَا سليم وماجد مفتوحتان، كما في الشكل المجاور.
أيُّ بابَيْ الخزانتين يشكّل زاويةً قياسها أكبر؟ وضح إجابتك.

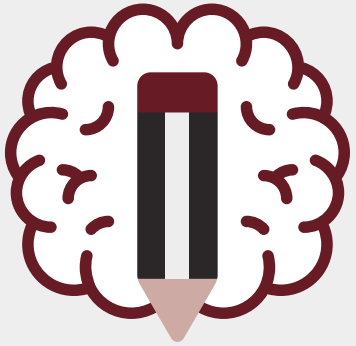




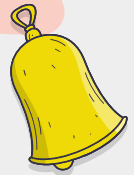
المتباينات في مثلثين

مهارات التفكير العليا

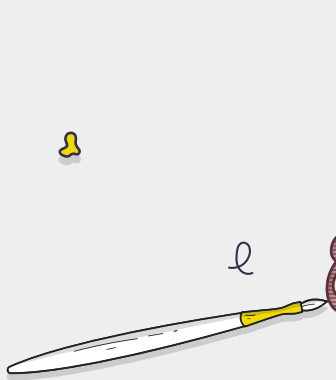
اكتب: بيِّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين متباينة SAS والمسلّمة SAS لتطابق المثلثات.



تم بحمد الله



مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح



حساباتي على السوشيال ميديا