مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الفصل الخامس
رياضيات ١-٢

العام الدراسي ١٤٤٣هـ

إعداد: أ/عبدالعزيز الشريف

DES: ABDULAZIZ ALSHARIF
A_Shark_s

5-1

زوايا المضلع

أكبر أسرار التفوّق
هو البداية
الصحيحة والقويّة
بتنظيم الوقت
والاستذكار

DES: ABDULAZIZ ALSHARIF

A_Shark_s

التاريخ:

اليوم:

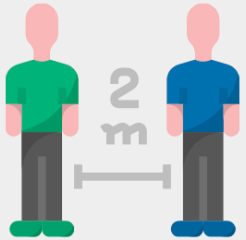
المادة:

نعود بحذر

الالتزام بارتداء الكمامة

عدم المصافحة

غسل اليدين



التباعد الاجتماعي

DES: ABDULAZIZ ALSHARIF

A_Shark_s

زوايا المضلع

رابط الدرس الرقمي

فيما سبق

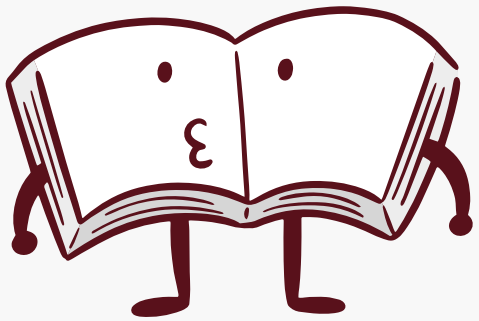
درستُ أسماء المضلعات وتصنيفها.

المفردات

القطر diagonal

و الآن

- أجِدُ مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع، وأستعمله.
- أجِدُ مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة لمضلع، وأستعمله.



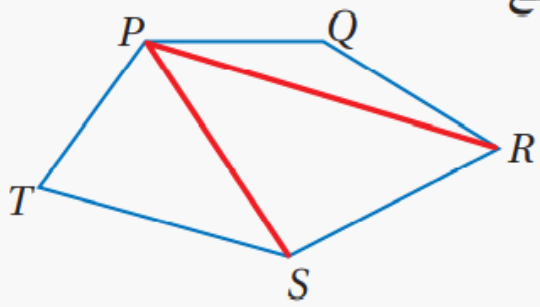
زوايا المضلع

تنتج عاملات النحل اليافعة شمعًا تشكِّله بعناية نحلات أخريات على صورة خلايا سداسيّة. ومع أنّ سُمْكَ جدران الخلايا 0.1 mm، إلّا أنّها تتحمّل ثقلًا يعادل 25 مثل وزنها. وتشكِّل جدران الخلايا الزاوية نفسها عند كل التقاء. وقياس هذه الزاوية يساوي قياس الزاوية الداخلية للسداسي المنتظم.

لماذا؟

زوايا المضلع

مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع:



قطر المضلع هو قطعة مستقيمة تصل بين أي رأسين غير متتاليين فيه. رأسا **المضلع** $PQRST$ غير التاليين للرأس P: هما: R, S ؛

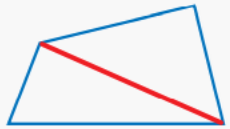
لذا فالمضلع $PQRST$ له قطران من الرأس P: هما: $\overline{PS}, \overline{PR}$.

لاحظ أن هذين القطرين يقسمان الشكل الخماسي إلى ثلاثة مثلثات.

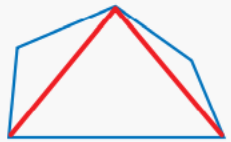
زوايا المضلع

مجموع قياسات زوايا المضلع يساوي مجموع قياسات زوايا المثلثات التي تتشكّل عند رسم جميع الأقطار الممكنة من أحد الرؤوس.

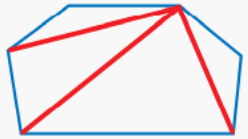
مثلث



رباعي



خماسي



سداسي

بما أن مجموع قياسات زوايا المثلث 180°، فإنّه يمكننا إنشاء جدول والبحث عن نمط لإيجاد مجموع قياسات زوايا أي مضلع محدّب.

المضلع	عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا الداخلية
مثلث	3	1	$180^\circ\ (1) = 180^\circ$
رباعي	4	2	$180^\circ\ (2) = 360^\circ$
خماسي	5	3	$180^\circ\ (3) = 540^\circ$
سداسي	6	4	$180^\circ\ (4) = 720^\circ$
ذو n من الأضلاع	n	$n-2$	$180^\circ\ (n-2)$

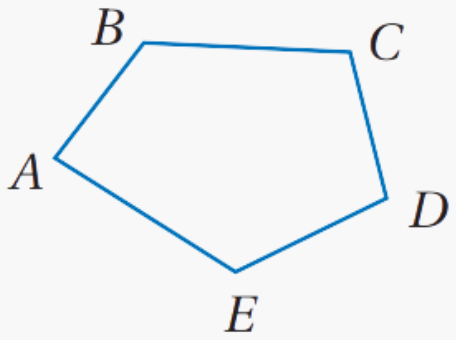
مراجعة المفردات

المضلع:
هو شكل مغلق، يتكوّن من ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر، تلتقي كل قطعة بطرفي قطعتين أخريين من المضلع، ولا تقع أي قطعتين منها على استقامة واحدة، وتكون رؤوس المضلع هي أطراف القطع المستقيمة فيه.

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع

نظرية
5.1

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدّب عدد أضلاعه n يساوي $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$.

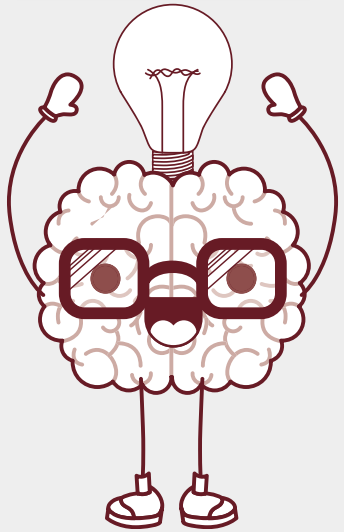


مثال:

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E = (5 - 2) \cdot 180^\circ$$
$$= 540^\circ$$

مراجعة المفردات

الزاوية الداخلية:
هي الزاوية المحصورة بين ضلعين متجاورين في مضلع وتقع داخله.



إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع

مثال ١

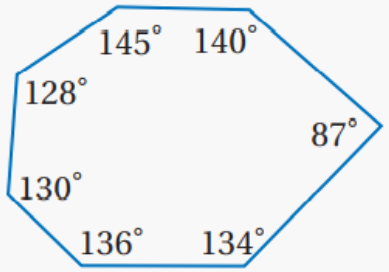
a) أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للسباعي المحدّب.

السباعي المحدب له سبعة أضلاع. استعمل النظرية5.1 ؛ لإيجاد مجموع قياسات زواياه الداخليّة.

$(n-2)\cdot 180^\circ = (7-2)\cdot 180^\circ$ $\qquad n=7$

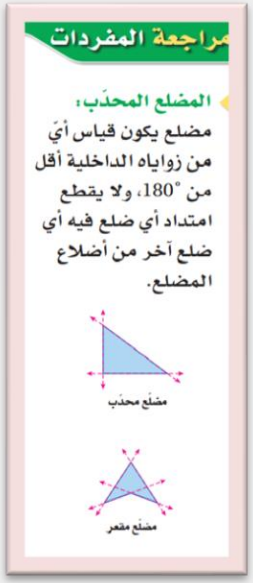
$= 5\cdot 180^\circ = 900^\circ$ بالتبسيط

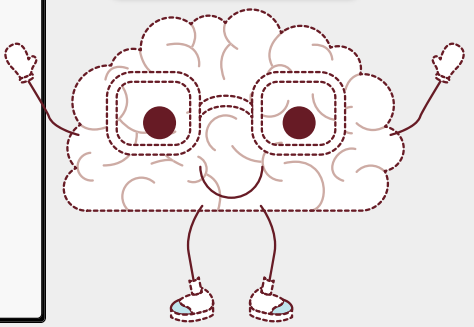
إذن فمجموع قياسات الزوايا الداخليّة للسباعي المحدّب يساوي 900°.



ارسم سباعيًّا محدّبًا، واستعمل المنقلة لقياس كل زاوية داخليّة مقربًا إلى أقرب درجة، ثم أوجد مجموع هذه القياسات.

✓ $128^\circ+145^\circ+140^\circ+87^\circ+134^\circ+136^\circ+130^\circ = 900^\circ$

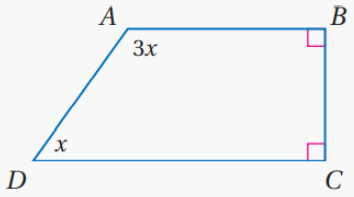




إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع

مثال ١

b) جبر: أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للرباعي المجاور.



الخطوة 1: أوجد قيمة (x).

بما أن للشكل الرباعي 4 زوايا، فإن مجموع قياسات زواياه الداخليّة يساوي $(4-2)\cdot 180^\circ = 360^\circ$.

$360^\circ = m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D$	مجموع قياسات الزوايا الداخليّة
$360^\circ = 3x + 90^\circ + 90^\circ + x$	بالتعويض
$360^\circ = 4x + 180^\circ$	بتجميع الحدود المتشابهة
$180^\circ = 4x$	بطرح 180° من كلا الطرفين
$45^\circ = x$	بقسمة كلا الطرفين على 4

الخطوة 2: استعمل قيمة x لإيجاد قياس كل زاوية.

$m\angle A = 3x$
$= 3(45^\circ)$
$= 135^\circ$

$m\angle B = 90^\circ$

$m\angle C = 90^\circ$

$m\angle D = x$
$= 45^\circ$

اكتب قياسات الزوايا الداخلية للرباعي، ثم أوجد مجموع هذه القياسات.

$90^\circ, 90^\circ, 45^\circ, 135^\circ$

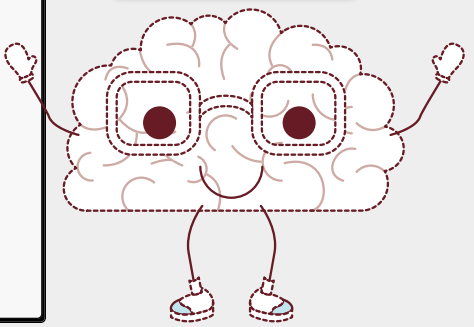
$90^\circ + 90^\circ + 45^\circ + 135^\circ = 360^\circ$ ✓

مراجعة المفردات

المضلع المحدّب:
مضلع يكون قياس أيّ من زواياه الداخلية أقل من 180°، ولا يقطع امتداد أي ضلع فيه أي ضلع آخر من أضلاع المضلع.

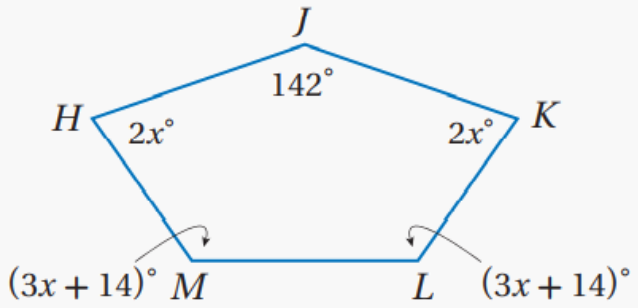
مضلع محدّب

مضلع مقعر



إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لمضلع

تحقق من فهمك



1A) أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للثماني المحدّب.

1B) أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للخماسي المجاور.

قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم

مثال ٢

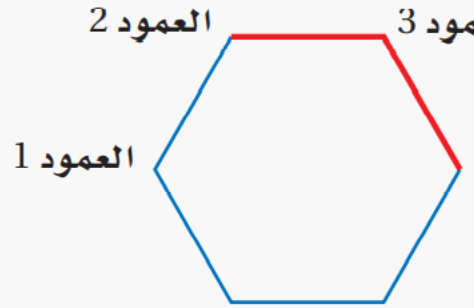
مظلة : في المنظر العلوي للمظلة المجاورة، تشكّل الأعمدة رؤوس مضلع سداسي منتظم. أوجد قياس الزاوية التي تتشكل عند أي من أركان المظلة.

افهم :

المعطيات: منظر علوي لمظلة سداسية منتظمة الشكل.

المطلوب: إيجاد قياس الزاوية التي تتشكل عند أي ركن من أركان المظلة.

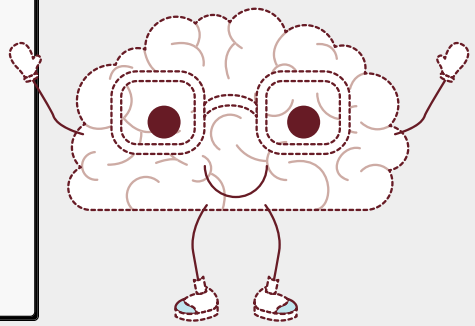
ارسم شكلًا يمثِّل المنظر العلوي للمظلة.



الزاوية التي تتشكّل عند أي من أركان المظلة هي زاوية داخليّة لسداسي منتظم.

مراجعة المفردات

المضلع المنتظم:
هو مضلع محدّب جميع أضلاعه متطابقة، وجميع زواياه متطابقة.



قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم

مثال ٢

خطط: استعمل نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للسداسي. وبما أن الزوايا الداخلية للسداسي المنتظم متطابقة، فإن قياس كل زاوية داخلية يساوي ناتج قسمة المجموع على عدد الزوايا.

حل: أولًا: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة.

$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$ — صيغة مجموع قياسات الزوايا الداخلية

$= (6 - 2) \cdot 180^\circ$ — $n = 6$

$= 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$ — بالتبسيط

ثانيًا: أوجد قياس كل زاوية داخليّة.

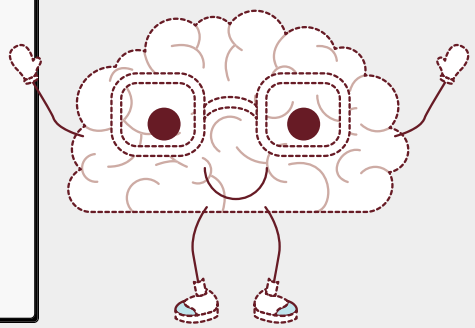
$\frac{\text{مجموع قياسات الزوايا الداخلية}}{\text{عدد الزوايا الداخلية}} = \frac{720^\circ}{6}$ — بالتعويض

$= 120^\circ$ — بالقسمة

إذن قياس الزاوية المتكوِّنة عند كل ركن يساوي 120°.

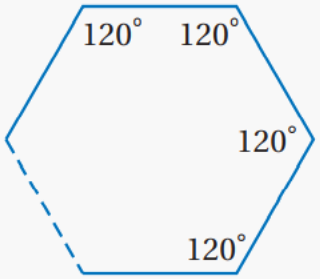
مراجعة المفردات

المضلع المنتظم: هو مضلع محدّب جميع أضلاعه متطابقة، وجميع زواياه متطابقة.



قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم

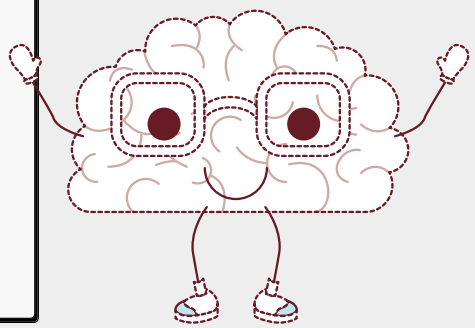
مثال ٢



تحقق: للتحقق من أنّ هذا القياس صحيح، استعمل المسطرة والمنقلة لرسم سداسي منتظم قياس زاويته الداخليّة 120°.
سيرتبط الضلع الأخير بنقطة البداية لأول قطعة مستقيمة رُسمت. ✓

مراجعة المفردات

المضلع المنتظم:
هو مضلع محدّب جميع أضلاعه متطابقة، وجميع زواياه متطابقة.



قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم

تحقق من فهمك

2A) سجاد: أوجد قياس الزاوية الداخلية لسجادة على شكل ثماني منتظم.

قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم

تحقق من فهمك

2B) نوافير: تزيِّن النوافير الأماكن العامة، ويقام بعضها على شكل مضلعات منتظمة. أوجد قياس الزاوية الداخلية لنافورة على شكل تساعي منتظم.

إيجاد عدد الأضلاع إذا عُلم قياس زاوية داخليّة

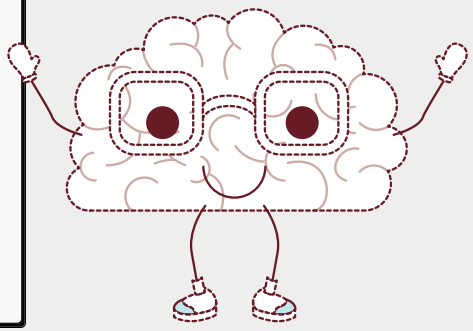
مثال ٣

إذا كان قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم يساوي $135°$، فأوجد عدد أضلاعه .

افترض أن عدد أضلاع المضلع يساوي n. وبذلك يكون مجموع قياسات زواياه الداخليّة $135n$ ؛ لأن جميع الزوايا الداخليّة للمضلع المنتظم متطابقة. وبناءً على نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخليّة يمكن التعبير أيضًا عن مجموع قياسات الزوايا الداخليّة بالعبارة $S = (n - 2) \cdot 180$.

$135°n = (n - 2) \cdot 180°$	كتابة معادلة
$135°n = 180°n - 360°$	خاصية التوزيع
$-45°n = -360°$	بطرح $180n$ من كلا الطرفين
$n = 8$	بقسمة كلا الطرفين على -45

إذن للمضلع 8 أضلاع.



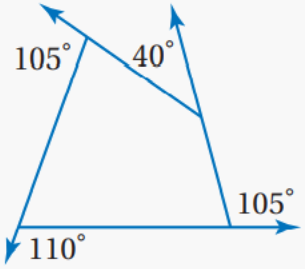
إيجاد عدد الأضلاع إذا عُلم قياس زاوية داخليّة

تحقق من فهمك

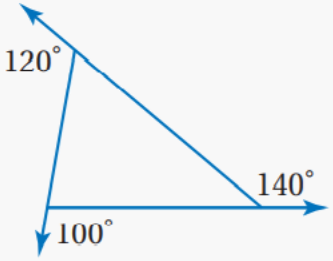
3) إذا كان قياس الزاوية الداخليّة لمضلع منتظم يساوي 144°، فأوجد عدد أضلاعه.

مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع

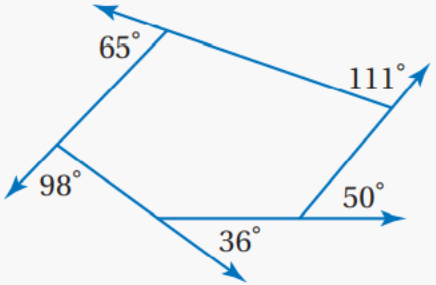
مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع: هل توجد علاقة بين عدد أضلاع مضلع محدّب ومجموع قياسات زواياه الخارجية؟ انظر المضلعات أدناه التي أُعطي في كل منها قياس زاوية خارجية عند كل رأس.



$105^\circ + 110^\circ + 105^\circ + 40^\circ = \mathbf{360^\circ}$



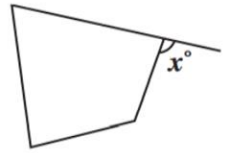
$120^\circ + 100^\circ + 140^\circ = \mathbf{360^\circ}$



$65^\circ + 98^\circ + 36^\circ + 50^\circ + 111^\circ = \mathbf{360^\circ}$

مراجعة المفردات

الزاوية الخارجيّة: الزاوية الخارجية لمضلع محدب هي زاوية محصورة بين أحد أضلاعه وامتداد ضلع آخر.

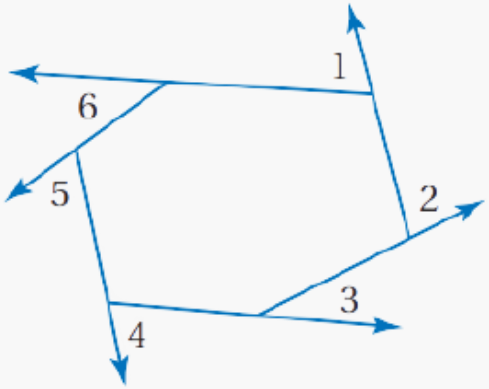


لاحظ أنّ مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس في كل حالة يساوي 360°. وتقودنا هذه الملاحظة إلى النظرية الآتية :

مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع

نظرية
5.2

مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع المحدّب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360°.

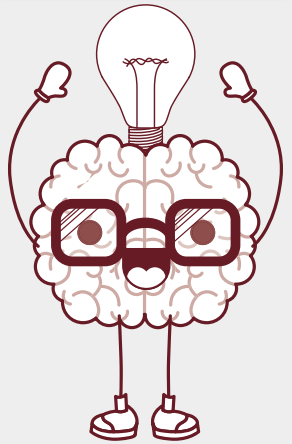


مثال:

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360^\circ$$

إرشادات للدراسة

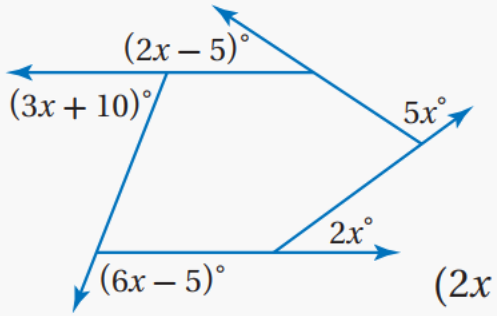
قياس الزاوية الخارجية:
قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم عدد أضلاعه n يساوي $\frac{360^\circ}{n}$



إيجاد قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع

مثال ٤

a) جبر: أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



استعمل نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع لكتابة معادلة، ثمّ حُلّها لإيجاد قيمة x.

$$(2x-5)^\circ + 5x^\circ + 2x^\circ + (6x-5)^\circ + (3x+10)^\circ = 360^\circ$$
$$(2x+5x+2x+6x+3x)^\circ + [-5+(-5)+10]^\circ = 360^\circ$$
$$18x^\circ = 360^\circ$$
$$x^\circ = \frac{360^\circ}{18} = 20$$

b) أوجد قياس الزاوية الخارجيّة للتساعي المنتظم.

تتطابق الأضلاع والزوايا الداخلية في التساعي المنتظم وتكون الزوايا الخارجية متطابقة لأن المكملات للزوايا المتطابقة تكون متطابقة أيضًا.

افترض أن قياس كل زاوية خارجيّة يساوي x ، ثم اكتب معادلة وحلّها.

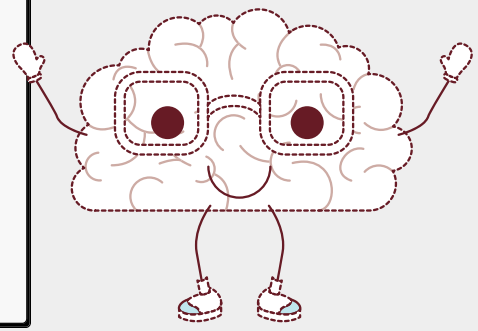
$9x = 360^\circ$ نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع

$x = 40^\circ$ بقسمة كلا الطرفين على 9

إذن قياس كل زاوية خارجيّة للمضلع التساعي المنتظم يساوي 40°.

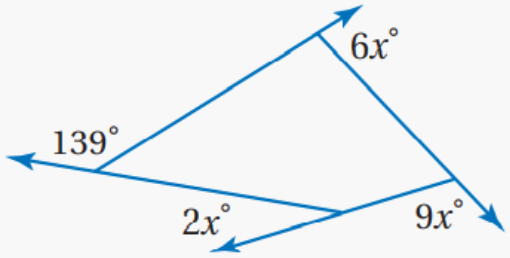
إرشادات للدراسة

طريقة بديلة:
لإيجاد قياس زاوية خارجيّة لمضلع منتظم يمكنك إيجاد قياس زاوية داخليّة وطرح هذا القياس من 180°؛ لأنّ الزاوية الخارجيّة والزاوية الداخليّة المرتبطة بها متكاملتان.



إيجاد قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع

تحقق من فهمك



4A) أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

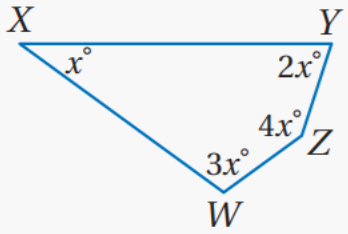
4B) أوجد قياس الزاوية الخارجيّة لمضلع منتظم ذي 12 ضلعًا.

زوايا المضلع

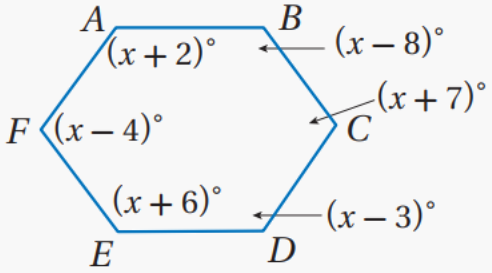
تأكد

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعين الآتيين:

(3



(4

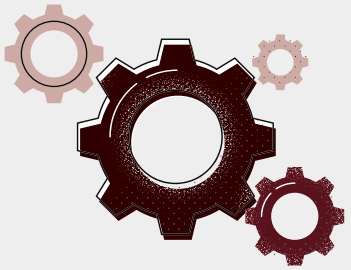


زوايا المضلع

تأكد

إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى،
فأوجد عدد الأضلاع في كل مما يأتي:

6) 150° **7)** 170°



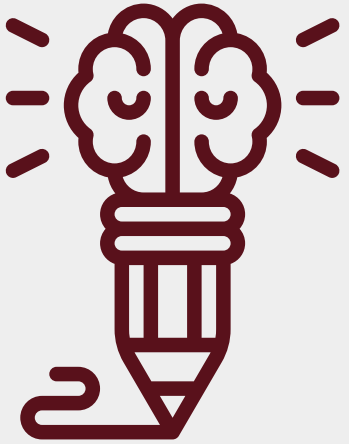
زوايا المضلع

تدرب وحل

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لكل من المضلعات المحدبة الآتية:

12) ذو 12 ضلعًا

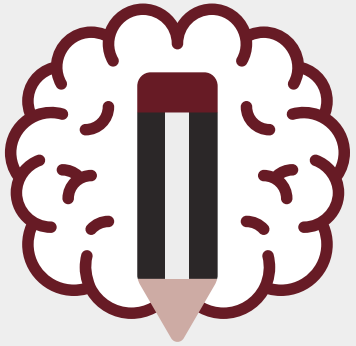
13) ذو 20 ضلعًا



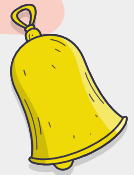
زوايا المضلع

مهارات التفكير العليا

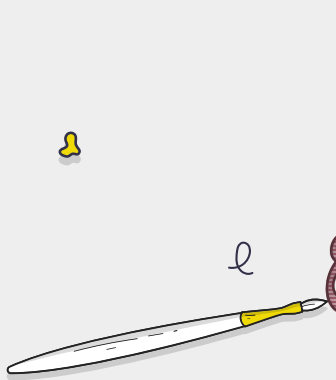
اكتب: وضّح العلاقة بين المثلثات ونظرية مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للمضلع.



تم بحمد الله



مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح



حساباتي على السوشيال ميديا