تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

سص

رابط الدرس الرقمي

أهداف الدرس

- تحديد أفضل الطرائق لحل نظام من معادلتين
- حل مسائل تطبيقية على أنظمة المعادلات الخطية

المعرفة السابقة

ماجد الحربي

سؤال و جواب

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي :

النظام	أفضل طريقة	السبب
٥ س + ٦ ص = ـ ٨ ٢ س ـ ٦ ص = ـ ٥		
٤ س + ٦ ص = ـ ٨ ٤ س + ٣ ص = ـ ٥		
٥ س + ص = ١٧ ٢ س + ٣ ص = ـ ٥		
٥ س + ٦ ص = ـ ٨ ـ س + ٣ ص = ـ ٥		
٥ س + ٦ ص = ـ ٨ ٢ س + ٣ ص = ـ ٥		

تمهيد

قطع أحمد في طوافه حول الكعبة وسعيه بين الصفا والمروة أثناء أدائه العمرة مسافة ٣١٠٠ مترًا تقريبًا، وكانت مسافة طوافه كاملة مساوية لمسافة أحد أشواط السعي.

يعبر عن المسافة التي قطعها أحمد في طوافه وسعيه بالمعادلة: س + ص = ٣١٠٠، ويعبر عن العلاقة بين مسافة الطواف ومسافة السعي بالمعادلة ص = $\frac{١}{٧}$ س حيث س تمثل مسافة السعي، ص مسافة الطواف.

يمكنك حل هذا النظام لإيجاد المسافة التي قطعها في كل من السعي، والطواف.

تحديد أفضل طريقة: تعلمت سابقًا خمس طرائق لحل أنظمة المعادلات الخطية، والجدول أدناه يبين أفضل حالة لاستعمال كل منها.

مفهوم أساسي — حل نظام مكون من معادلتين خطيتين — مطويتك

الطريقة	أفضل حالةٍ لاستعمالها
التمثيل البياني	لتقدير الحلول؛ فالتمثيل البياني لا يعطي في الغالب حلًّا دقيقًا.
التعويض	إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين ١ أو −١.
الحذف باستعمال الجمع	إذا كان كل من معاملي أحد المتغيرين في المعادلتين معكوسًا جمعيًّا للآخر.
الحذف باستعمال الطرح	إذا كان معاملا أحد المتغيرين في المعادلتين متساويين.
الحذف باستعمال الضرب	إذا لم يكن أي من المعاملات (١) أو (−١)، وليس من السهل التخلص من أحد المتغيرين بجمع المعادلتين أو طرحهما.

تعد طريقتا التعويض والحذف من الطرائق الجبرية لحل أنظمة المعادلات، والطريقة الجبرية عادةً تعدُّ أفضل الطرق للحصول على إجابة دقيقة. أما التمثيل البياني باستعمال التقنيات أو بدونها فمناسب لتقدير الحل.

اختيار أفضل طريقة

مثال حدِّد أفضل طريقة لحل النظام الآتي، ثم حله:

$$٤س - ٤ص = ٨$$
$$-٨س + ص = ١٩$$

افهم: لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، انظر إلى معاملي كل حد.

خطط: بما أن معاملَيْ كل من المتغيرين س، ص في المعادلتين ليسا متساويين أو متعاكسين، إذن لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيرين، وبما أن معامل ص في المعادلة الثانية هو (١) إذن يمكنك استعمال التعويض.

حل: حل المعادلة الثانية بالنسبة إلى ص أولًا.

$-٨س + ص = ١٩$	المعادلة الثانية
$-٨س + ص + ٨س = ١٩ + ٨س$	أضف ٨ س إلى كلا الطرفين.
$ص = ١٩ + ٨س$	بسّط.

والآن، عوض عن المتغير ص في المعادلة الأولى بـ ١٩+٨س.

$٤س - ٤ص = ٨$	المعادلة الأولى
$٤س - ٤(١٩ + ٨س) = ٨$	عوّض
$٤س - ٧٦ - ٣٢س = ٨$	خاصية التوزيع
$-٢٨س - ٧٦ = ٨$	بسّط.
$-٢٨س - ٧٦ + ٧٦ = ٨ + ٧٦$	أضف ٧٦ إلى كلا الطرفين
$-٢٨س = ٨٤$	بسّط
$\frac{-٢٨س}{-٢٨} = \frac{٨٤}{-٢٨}$	اقسم كلا الطرفين على -٢٨
$س = -٣$	بسّط

إرشادات للدراسة

طريقة بديلة

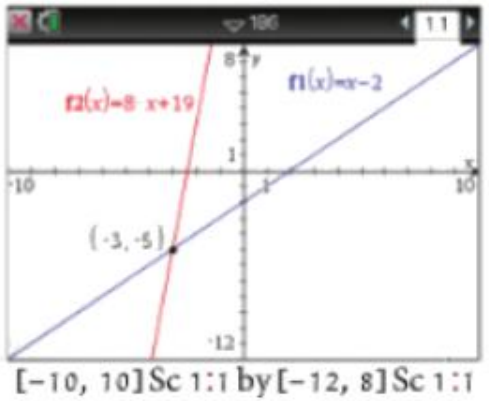
يمكن حل النظام في المثال (١)؛ بالحذف باستعمال الضرب، وذلك بضرب المعادلة الأولى في (٢)، ثم جمع المعادلتين لحذف المتغير س.

والآن عوِّض عن المتغير س في المعادلة الثانية بـ −٣

−٨س + ص = ١٩	المعادلة الثانية
−٨(−٣) + ص = ١٩	س = −٣
ص = −٥	بسّط

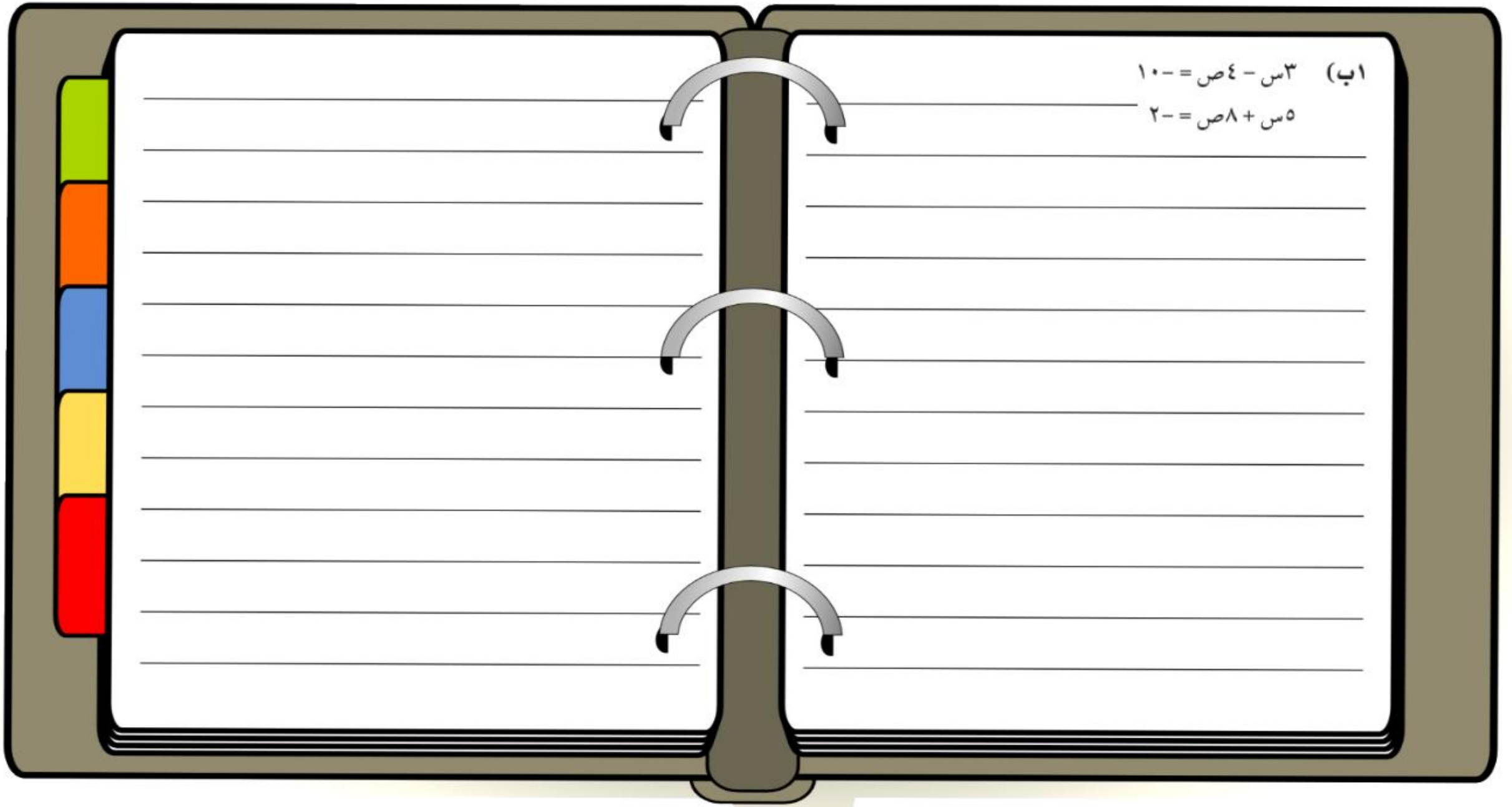
فيكون حل هذا النظام هو (−٣، −٥).

تحقق: استعمل الحاسبة البيانية TI − nspire للتحقق من صحة الحل، وإن كانت طريقتك الجبرية في الحل صحيحة، فإن التمثيل البياني للمعادلتين سيتقاطع في النقطة (−٣، −٥).



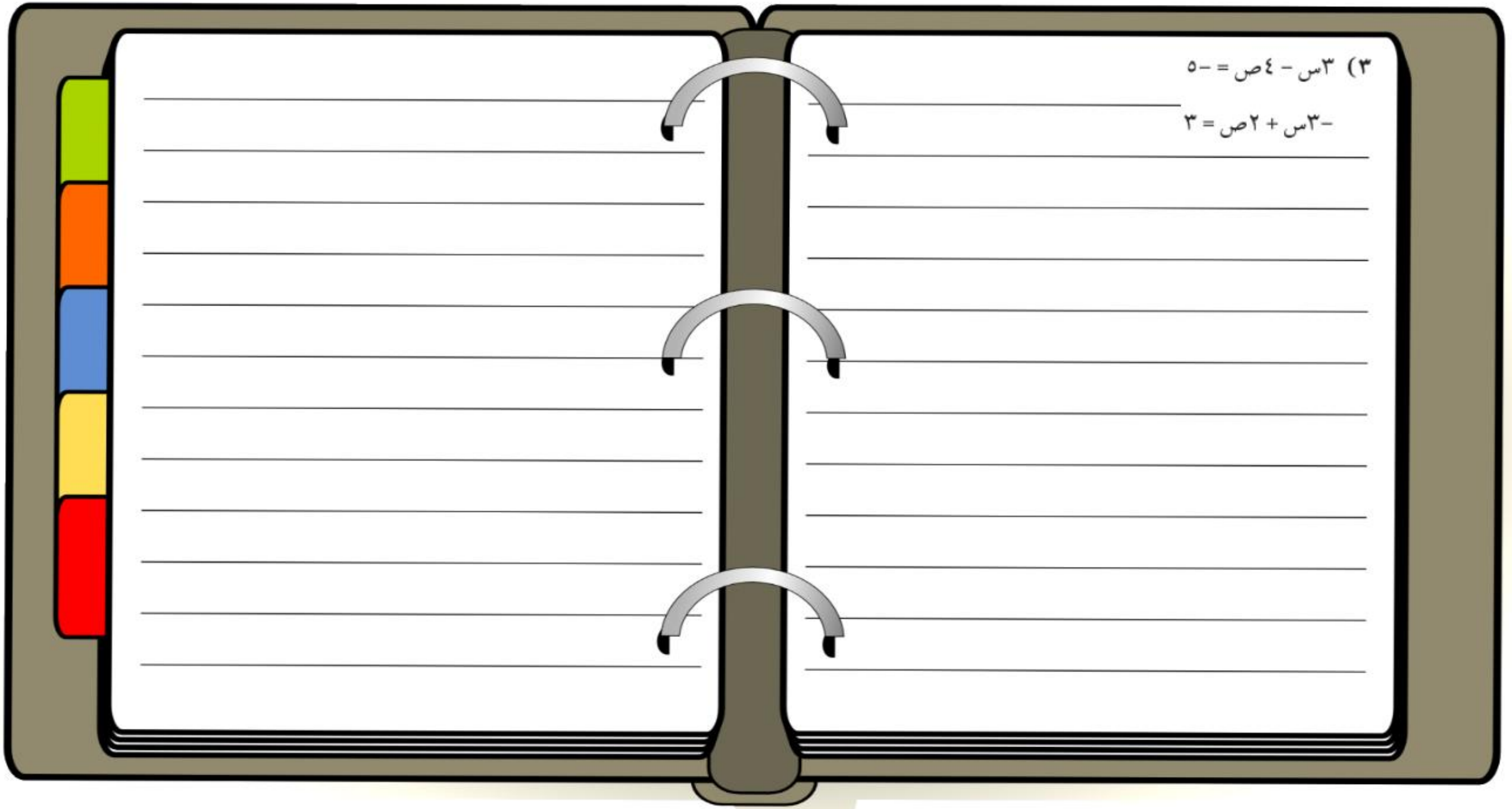
تقويم

حدِّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثمّ حلّه:



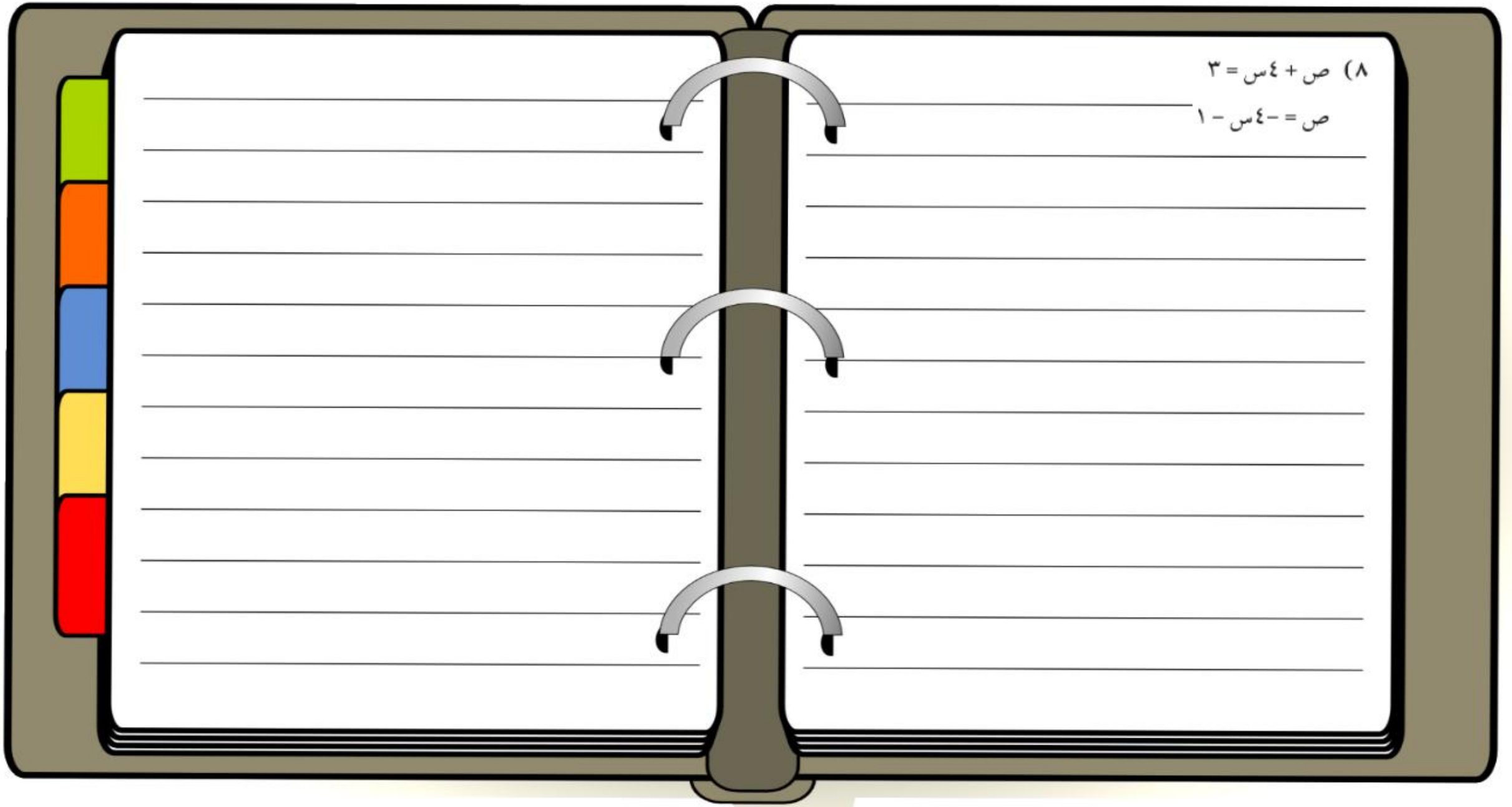
تقويم

حدِّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثمّ حلّه:



تقويم

حدِّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثمّ حلّه:



تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

تطبيق أنظمة المعادلات الخطية: من الضروري تفسير كل حل في سياق الموقف الذي تعرضه المسألة، عند تطبيق أنظمة المعادلات الخطية في المسائل.

مِثالٌ مِن واقِعِ الحَياةِ

بطاريق: **هناك ١٧ نوعًا من البطاريق في العالم، أكبرها البطريق الإمبراطور، وأصغرها بطريق جالاباجوس، ويبلغ مجموع طولي هذين النوعين ١٦٩ سنتمترًا، ويزيد طول بطريق الإمبراطور على مثلي طول بطريق جالاباجوس بمقدار ٢٢ سنتمترًا. أوجد طول كل منهما.**

يعبر عن الطول الكلي للنوعين بالمعادلة جـ +ق = ١٦٩؛ حيث جـ طول البطريق الإمبراطور، ق طول بطريق جالاباجوس، والآن اكتب معادلة تمثل طول البطريق الإمبراطور.

التعبير اللفظي	طول بطريق الإمبراطور	=	٢٢ سم	زيادة على	مثلي طول جالاباجوس
المتغيرات	ليكن جـ= طول الإمبراطور، ق= طول جالاباجوس				
المعادلة	جـ	=	٢٢	+	٢ ق

أولاً: أعد كتابة المعادلة الثانية:

جـ = ٢٢ + ٢ق — المعادلة الثانية

جـ − ٢ق = ٢٢ — اطرح ٢ق من كلا الطرفين

والآن، يمكنك استعمال الحذف بالطرح لحل نظام المعادلتين.

الربط مع الحياة

هنالك أربعة أنواع من البطاريق ضمن القائمة المعرضة لخطر الانقراض، وهي التي تعيش بالقرب من المناطق المعمورة.

جـ + ق = ١٦٩	المعادلة الأولى
(–) جـ – ٢ق = ٢٢	اطرح المعادلة الثانية
٣ق = ١٤٧	احذف جـ.
$\frac{٣ق}{٣} = \frac{١٤٧}{٣}$	اقسم كلا الطرفين على ٣
ق = ٤٩	بسّط

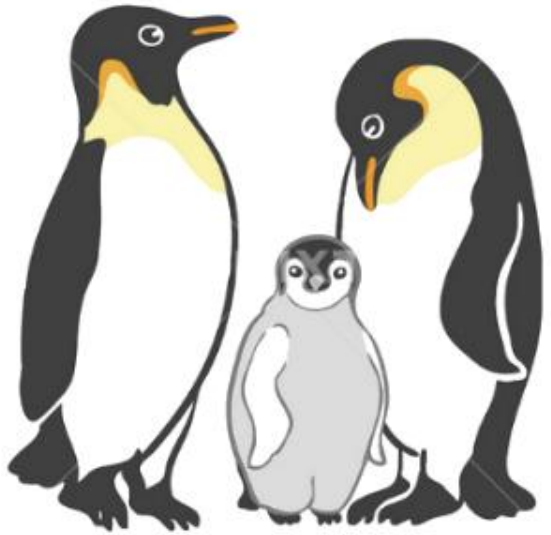
والآن، عوِّض عن ق بِـ ٤٩ في إحدى المعادلتين.

جـ = ٢٢ + ٢ق	المعادلة الثانية
= ٢٢ + ٢(٤٩)	ق = ٤٩
= ١٢٠	بسّط.

وبذلك يكون طول البطريق الإمبراطور ١٢٠ سم، وطول البطريق جالاباجوس ٤٩ سم.

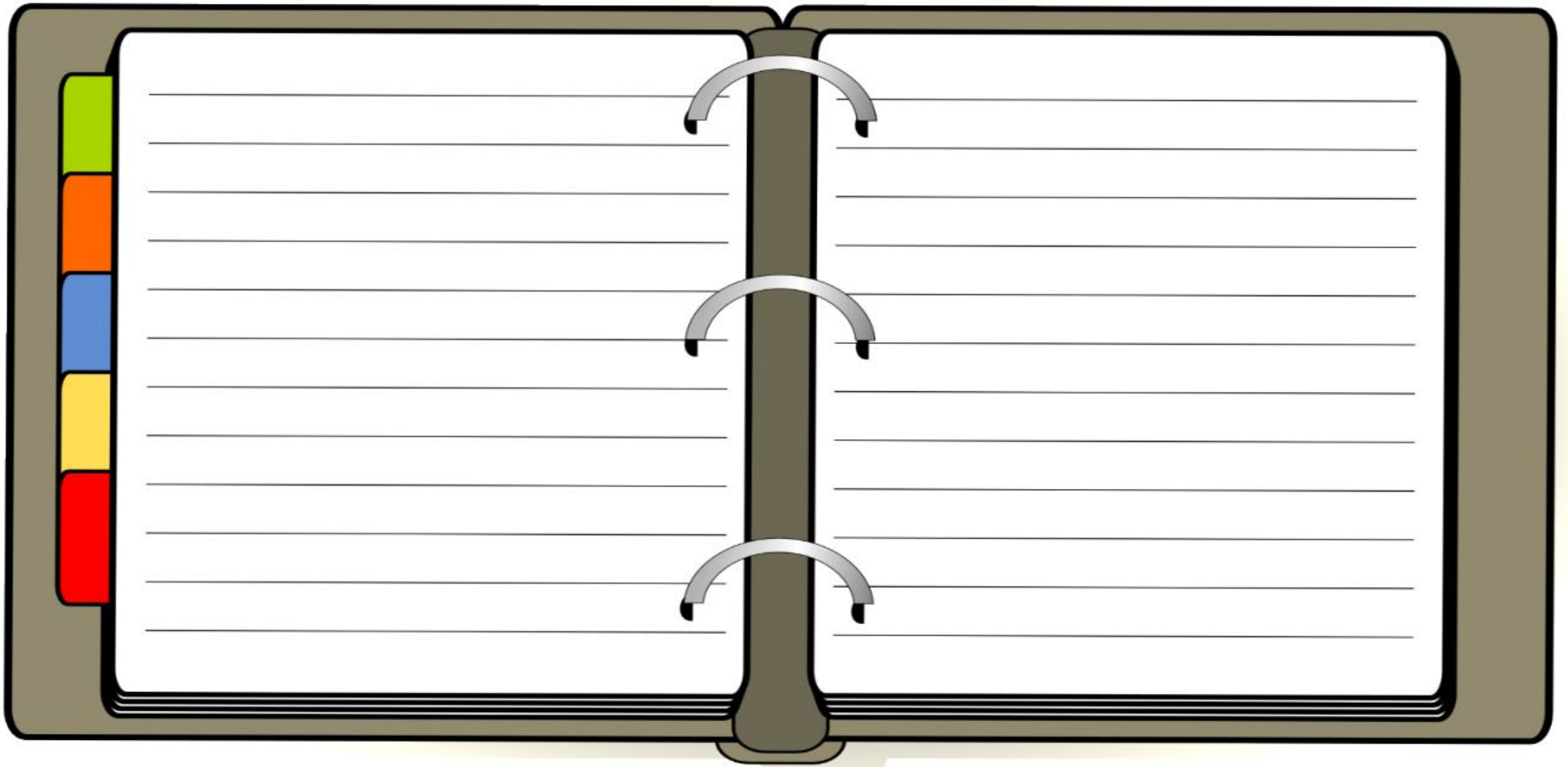
هل هذا الحل منطقي في سياق المسألة؟

تحقق من ذلك وفق المعطيات، مجموع طولي النوعين = ١٢٠ + ٤٩ = ١٦٩ سم، ٢٢ + ٢ (٤٩) = ١٢٠ سم.



تقويم

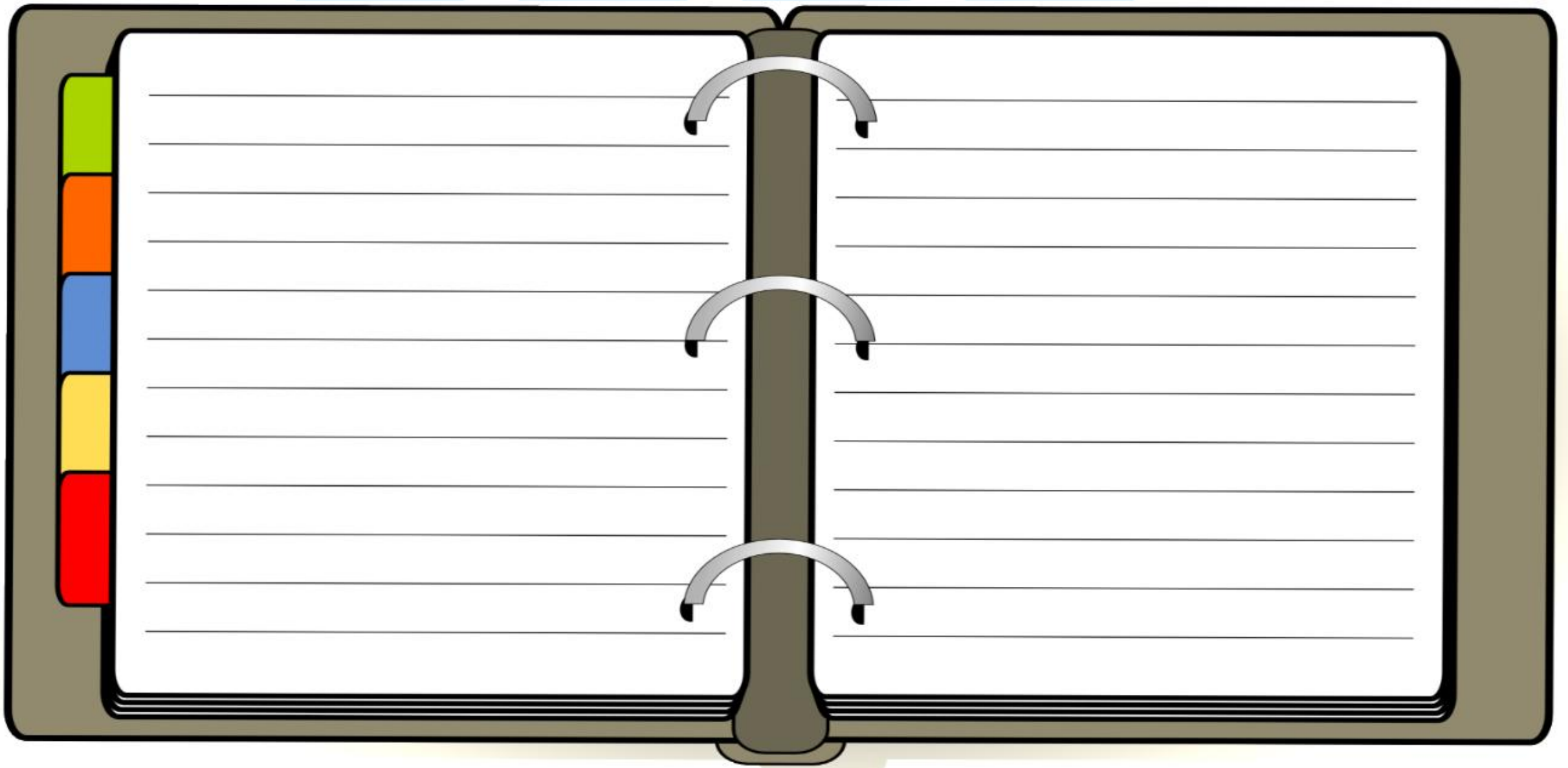
٢) **تطوّع:** تطوع سعيد لعمل خيري مدة ٥٠ ساعة، ويخطط ليتطوع ٣ ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما أسامة فهو متطوع جديد يخطط ليتطوع ٥ ساعات في كل أسبوع؛ اكتب نظامًا من المعادلات وحله لإيجاد بعد كم أسبوع يصبح عدد الساعات التي تطوع بها كل من سعيد وأسامة متساويًا.



تقويم

١٩) أي أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟

$ص = س + ١$ $ص = ٣س$	$ص = س - ٤$ $ص = \frac{٢}{س}$	$-س + ص = ٠$ $٥س = ٢ص$	$س - ص = ٣$ $س + \frac{١}{٢}ص = ١$



الطريقة	أفضل حالة استعمال	مثال
التمثيل البياني	لتقدير الحلول : فالتمثيل البياني لا يعطي في الغالب حلا دقيقا .	
التعويض	إذا وجد المعامل (١) أو المعامل (ـ ١)	٢ س + ص = ٩ ٢ س + ٣ ص = ١١
الحذف بالجمع	إذا وجد معاملان متعاكسان .	٥ س +٣ ص = ٢٣ ٢ س ـ ٣ ص = ٥
الحذف بالطرح	إذا وجد معاملان متساويان .	٢ س +٣ ص = ١١ ٢ س ـ ٧ ص = ١
الحذف بالضرب	إذا لم يوجد : المعاملان (١) أو (ـ ١) معاملان متعاكسان معاملان متساويان	٦ س +٣ ص = ٢٧ ٢ س ـ ٧ ص = ١

قيم نفسك

اختر الاجابة الصحيحة

أفضل طريقة لحل النظام

٢س+٣ص=٢٣

٤س+٢ص=٣٤ هي:

أ) التعويض

ب) الحذف بالطرح

ج) التمثيل البياني

د) الحذف بالضرب

أكمل مكان الفراغ

أفضل طريقة لحل النظام :

٤س+٢ص=٢٨

٤س-٣ص=١٨ هي ...

الإجابة